



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE TECNOLOGIA
FACULDADE DE ENGENHARIA CIVIL**



**ANÁLISE DE TENSÕES DEVIDO A FLEXÃO COMPOSTA EM UM
PILAR DE UMA PONTE FERROVIÁRIA A PARTIR DA
EXTRAPOLAÇÃO POR MÍNIMOS QUADRADOS DE DADOS
EXPERIMENTAIS MEDIDOS COM EXTENSÔMETROS DE
RESISTÊNCIA ELÉTRICA**

Jailton da Silva Pereira

**Belém - PA
Junho/2023**

Jailton da Silva Pereira

**ANÁLISE DE TENSÕES DEVIDO A FLEXÃO COMPOSTA EM UM
PILAR DE UMA PONTE FERROVIÁRIA A PARTIR DA
EXTRAPOLAÇÃO POR MÍNIMOS QUADRADOS DE DADOS
EXPERIMENTAIS MEDIDOS COM EXTENSÔMETROS DE
RESISTÊNCIA ELÉTRICA**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado a Faculdade de Engenharia Civil do Instituto de Tecnologia da Universidade Federal do Pará, como parte dos requisitos para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Civil

Orientador: Plínio Glauber Carvalho dos Prazeres

**Belém
Junho 2023
JAILTON DA SILVA PEREIRA**

**ANÁLISE DE TENSÕES DEVIDO A FLEXÃO COMPOSTA EM UM
PILAR DE UMA PONTE FERROVIÁRIA A PARTIR DA
EXTRAPOLAÇÃO POR MÍNIMOS QUADRADOS DE DADOS
EXPERIMENTAIS MEDIDOS COM EXTENSÔMETROS DE
RESISTÊNCIA ELÉTRICA**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Faculdade de Engenharia Civil do Instituto de Tecnologia da Universidade Federal do Pará, como parte dos requisitos para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Civil

Belém, ____ / ____ / ____

Examinadores

Professora Dr. Plínio Glauber Carvalho dos Prazeres
Universidade Federal do Pará | UFPA
Orientador(a)

Professor Dr. Edilson Moraes Lima e Silva.
Universidade Federal do Pará | UFPA
Membro da banca

Professor Dr. Remo Magalhães de Souza
Universidade federal do Pará | UFPA
Membro da banca

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho a minha eterna incentivadora e mãe Vilma Regina Barros da Silva Pimentel, ao meu saudoso amigo Alexandre da Silva Monteiro e a Francisco Cavalcante Xavier, que foram tão essenciais nas

minhas posturas pessoal e profissional em diferentes etapas da minha vida.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a minha mãe Vilma Regina Barros da Silva Pimentel, pois desde a tenra idade sempre foi capaz de fazer grandes sacrifícios em prol da formação tanto minha quanto de meu irmão. E isso diz respeito a abrir mão de sua própria carreira acadêmica e profissional. Apesar de constantes falhas de minha parte ao longo da vida, ela nunca deixou de acreditar na minha capacidade, estando sempre do meu lado em questões decisivas.

Agradeço aos professores Remo Magalhães de Souza e Plínio Glauber Carvalho dos Prazeres. O primeiro pela sua importância mesmo antes de eu entrar na Ufpa, pois em uma de suas palestras no evento regional denominado “Encontro Regional do Ibracon”, no ano de 2010 sua palestra despertou o meu interesse na área de estudo em questão, bem como a escolha da universidade que eu encontraria isso. O Segundo por me acompanhar nesse momento final da graduação, pois além de conseguir me fazer retomar essa área de pesquisa, me deu instrumentos e condições para que eu pudesse tornar esse trabalho possível de ser realizado.

Agradeço a Francisco Cavalcante Xavier por ser o meu apoio emocional nesses últimos momentos, não permitindo que abrisse mão do meu sonho que era a graduação em engenharia civil, e também foi fundamental no auxílio da parte escrita do trabalho.

Agradeço também a Universidade Federal do Pará, que me abriu as portas tanto como aluno de graduação como por servidor técnico administrativo. Com isso, me oferecendo recursos necessários a minha formação, sejam eles recursos materiais como: estruturas das salas de aula, internet, bolsas, alimentação, energia elétrica, etc. Como também recursos humanos nas formas de professores e supervisores de bolsas.

“Ser o melhor engenheiro possível, com utilização máxima dos recursos disponíveis, com humildade, com dedicação e toda a força de vontade. Sem abaixar a cabeça, sem me preocupar com o que os outros pensam. Lembrar de alcançar o objetivo final, que é a felicidade e cumprir a minha missão na terra”

RESUMO

PEREIRA, J. S. 2023. Trabalho de Diplomação (Graduação em Engenharia Civil) – Faculdade de Engenharia Civil, Universidade Federal do Pará, Belém.

Neste trabalho buscou-se entender e reproduzir as análises realizadas pelo Grupo de Instrumentação e Computação Aplicada à Engenharia – NICAIE coordenado pelo prof. Remo Magalhães de Souza motivadas pelo acidente ocorrido na ponte ferroviária sobre o rio Mearim que causou danos em algumas estacas do bloco de fundação B6 da ponte. Inicialmente é feito uma descrição detalhada do acidente e das características da ponte. Posteriormente as diversas ferramentas utilizadas para determinação das tensões nos elementos estruturais atingidos pelo acidente. Dentre tais ferramentas destacam-se os instrumentos de medição experimental de deformações, o uso do método dos mínimos quadrados para extrapolação dos valores de deformação medidos em pontos específicos de uma seção instrumentada da ponte para qualquer ponto de mesma seção, o uso das equações da flexão composta oblíqua e o uso da linguagem de programação Matlab/Octave para o desenvolvimento de um programa integrando todas as ferramentas anteriores para a análise de tensões nos diversos elementos do Bloco instrumentado.

Palavras-chave: Flexão composta oblíqua; Método dos Mínimos Quadrados; MatLAB/Octave; Deformações; Tensões.

ABSTRACT

PEREIRA, J. S. 2023. Trabalho de Diplomação (Graduação em Engenharia Civil) – Faculdade de Engenharia Civil, Universidade Federal do Pará, Belém.

In this work, we sought to understand and reproduce the analyzes carried out by the Instrumentation and Computing Applied to Engineering Group – NICAE coordinated by prof. Remo Magalhães de Souza motivated by the accident that occurred on the railway bridge over the Mearim River, which caused damage to some piles of the B6 foundation block of the bridge. Initially, a detailed description of the accident and the characteristics of the bridge is made. Subsequently, the various tools used to determine the stresses in the structural elements affected by the accident. Among such tools, the instruments for experimental deformation measurement stand out, the use of the least squares method for extrapolating the deformation values measured at specific points of an instrumented section of the bridge to any point of the same section, the use of equations of oblique composite bending and the use of the Matlab/Octave programming language for the development of a program integrating all the previous tools for the analysis of stresses in the various elements of the Instrumented Block.

Key words: Oblique Compound Flexion; Linear Least Squares; MatLAB/Octave; Deformations; Strain.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Estrada de Ferro Carajás	19
Figura 2: Localização do objeto de estudo	21
Figura 3: Instalação dos pilones estaiados para substituição do vão metálico.....	22
Figura 4: Após o acidente	22
Figura 5: canto do bloco B6 e estaca E-12 danificados	23
Figura 6: Detalhe ligação bloco-estaca após acidente	23
Figura 7: Ponte sobre o rio Mearim modelada no SAP2000 - modelo em elementos finitos.....	28
Figura 8: vista lateral do vão metálico mostrando os pilares P5 e P6 e os blocos de fundação B6 e B7.....	29
Figura 9: Locação das estacas dos blocos B6 = B7.....	30
Figura 10: estrutura de um extensômetro	32
Figura 11: Ilustração de um sistema de aquisição de dados ADS2000, pertencente ao laboratório de engenharia civil da Universidade Federal do Pará, semelhante ao que foi utilizado na instrumentação dos elementos da ponte.	33
Figura 11: ponte de Wheatstone.	34
Figura 12: Referências adotadas para a indicar o posicionamento dos extensômetros nos blocos e seus elementos	36
Figura 13: Locação dos extensômetros no pilar P5	36
Figura 14: locação de alguns extensômetro nas estacas do bloco B6.....	37
Figura 15: sistema de referência de extensômetros afixados nos perfis metálicos...37	
Figura 16: Extensômetros do pilar P5 seção 1 - S1	39
Figura 17: Extensômetros do pilar P5 seção 2 - S2	39
Figura 18: vista lateral com as seções S1 e S2.....	40
Figura 19: Locação extensômetros no bloco B6	40
Figura 20: Leitura de um dos extensômetros da estaca E-11	41
Figura 21: Leitura de um dos extensômetros da estaca E-12	41
Figura 22: Leitura de um dos extensômetros da estaca E-13	42
Figura XX: Estacas E-12 e E-13 após o acidente	42
Figura 23: eixos de referência de uma seção de material qualquer	44
Figura 24: Eixos de referência da secção transversal de um elemento estrutural visualizados em perspectiva.....	44
Figura 25: Esforços e deformações no plano Y-Z	45
Figura 26: sistemas de coordenadas no bloco B6 (alterar esse texto).....	50
Figura 27: sistemas de coordenadas no bloco B6.....	50

Figura 28: representação de uma equação do primeiro grau que relacionaria x com y	57
Figura XX: Programas desenvolvidos	62
Figura XX: Fluxograma de funcionamento dos programas	63
Figura 29: um dos arquivos com os dados das leituras de deformações ao longo do tempo	65
Figura 30: Coordenadas dos extensômetros afixados no concreto das estacas.....	66
Figura 31: Coordenadas dos extensômetros afixados no perfil metálico das estacas	66
Figura 32: Inserção das coordenadas dos pilares no programa em linguagem matlab	Erro! Indicador não definido.
Figura 33: Cálculo do módulo de elasticidade a partir dos resultados de esclerometria por um programa em linguagem MatLAB	Erro! Indicador não definido.
Figura 34: Cotas indicando as dimensões do pilar P5, em metros.....	67
Figura 35: Vetor de tempo.....	Erro! Indicador não definido.
Figura 36: Atribuição de dados da matriz 3D para extensômetros específicos. ...	Erro! Indicador não definido.
Figura 37: Associação extensômetros do programa com os do relatório.	Erro! Indicador não definido.
Figura 38: Script do programa 'calcDeformacoesGeneralizadasSecao.m'.....	Erro! Indicador não definido.
Figura 39: Script do programa 'calcEsforçosNaSecao.m'. Parte 1	Erro! Indicador não definido.
Figura 40: Script do programa 'calcEsforçosNaSecao.m'. Parte 2.....	Erro! Indicador não definido.
Figura 41: Atribuição dos resultados às variáveis para plotagem	Erro! Indicador não definido.
Figura 42: Diagrama da deformação axial do pilar (ϵ_0) ao longo do tempo em segundos.....	71
Figura 43: Diagrama de curvatura em torno do eixo x (ϕ_x) do pilar ao longo do tempo em segundos.....	72
Figura 44: Diagrama de curvatura em torno do eixo y (ϕ_y) do pilar ao longo do tempo em segundos.....	72
Figura 45: Diagrama comparando as três deformações ao longo do tempo	Erro! Indicador não definido.
Figura 46: Ilustração das deformações combinadas na seção do pilar	73
Figura 47: Atribuição dos esforços às variáveis N, Mx e My	Erro! Indicador não definido.
Figura 48: Atribuição dos esforços às variáveis N, Mx e My	74
Figura 49: Atribuição dos esforços às variáveis N, Mx e My	74
Figura 50: Atribuição dos esforços às variáveis N, Mx e My	75

Figura 51: Esforços N, Mx e My**Erro! Indicador não definido.**

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Carga transportada pela estrada de ferro carajás, em 2018.	20
Tabela 2: horários dos transporte de passageiros do trem da Vale	20
Tabela 3: Relação programas desenvolvidos e suas respectivas funções	62

LISTA DE SÍMBOLOS

B_{xx} - bloco de fundação a ser analisado;

E_{xx} - estaca a ser analisada;

σ - tensão normal uniaxial genérica;

ε - deformação linear uniaxial genérica;

R - resistência elétrica de um material;

ρ - resistividade de um condutor elétrico;

L - comprimento linear de um condutor elétrico;

A - área da seção transversal da estrutura de concreto;

A_s - área da seção transversal da estrutura metálica (armadura);

A_c - área da seção transversal de um condutor elétrico;

ΔR - variação da resistência de um material (no caso o Extensômetro) devido a deformação causada por aplicação de algum esforço;

R_0 - resistência nominal de um material (no caso o Extensômetro);

k - fator de Gage de um material (no caso o Extensômetro), ou a sensibilidade do mesmo;

X - Eixo de referência perpendicular ao plano $Y-Z$;

Y - Eixo de referência perpendicular ao plano $X-Z$;

Z - Eixo de referência perpendicular ao plano $X-Y$;

x - ponto qualquer no eixo X ;

y - ponto qualquer no eixo Y ;

N - Esforço normal atuando perpendicularmente a superfície do plano $X-Y$, no eixo Z ;

M - momento fletor genérico;

M_x - Momento fletor que atua em torno do eixo X ;

M_y - Momento fletor que atua em torno do eixo Y ;

ε_t - Deformação linear que ocorre no topo de uma seção transversal analisada;

ε_b - Deformação linear que ocorre na base de uma seção transversal analisada;

φ_x - Deformação angular que ocorre em torno do eixo X;

φ_y - Deformação angular que ocorre em torno do eixo Y;

$\varepsilon_{(y)}$ - Deformação de um ponto qualquer ao longo do eixo Y;

$\varepsilon_{(x,y)}$ - Deformação de um ponto qualquer ao longo da superfície do plano X-Y;

$\sigma_{(\varepsilon)}$ - tensão em função da deformação;

$\sigma_{(y)}$ ou $\sigma_{(\varepsilon(y))}$ - Tensão em função da posição y em um determinado ponto do eixo Y;

$\sigma_{(x,y)} = \sigma_{(\varepsilon((x,y)))}$ - Tensão em função da posição (x,y), de um determinado ponto da superfície do plano X-Y;

$\mathbf{a}(y)$ - vetor de coordenadas de posição, com base em um ponto qualquer do eixo Y;

$\mathbf{a}(x,y)$ - vetor de coordenadas de posição, com base em um ponto qualquer da superfície X-Y;

\mathbf{e} - vetor de deformações;

F - vetor de esforços;

k - matriz de rigidez;

E_t - módulo de deformação tangente (concreto);

I - momento de inércia de uma seção;

I_x - momento de inercia em torno do eixo X de uma seção transversal analisada;

I_y - momento de inercia em torno do eixo Y de uma seção transversal analisada;

E_s - módulo de deformação de material metálico (armadura)

y_s - ponto qualquer dentro do eixo Y, de um material metálico (armadura);

Δ_{y_i} - Erro estimado;

y_i - Dado observado;

$f_{(x_i)}$ - Dado estimado;

a - parâmetro angular de uma função do primeiro grau;

b - parâmetro linear de uma função do primeiro grau;

e_i - erro residual;

$S_{(a,b)}$ - somatório das diferenças entre os valores observados e dos valores estimados em cada ponto analisado;

X^t - matriz coordenadas transposta;

SUMÁRIO

DEDICATÓRIA.....	4
AGRADECIMENTOS	6
RESUMO.....	8
ABSTRACT	9
LISTA DE FIGURAS	10
LISTA DE TABELAS	12
LISTA DE SÍMBOLOS.....	13
SUMÁRIO.....	15
1. Introdução	17
1.1 Motivação do estudo	17
1.1.1 Histórico da estrada de ferro Carajás.....	17
1.1.2 Características da estrada de ferro	19
1.2 Objetivos	25
1.2.1 Objetivo Geral	25
1.2.2 Objetivos Específicos	25
1.3 Metodologia.....	26
2 DESENVOLVIMENTO	28
2.1 Descrição da ponte sobre o rio Mearim	28
2.1.1 Instrumentação dos blocos e pilares	30
2.1.1.1 Funcionamento de um extensômetro	31
2.1.1.2 Referências Utilizadas para Localização dos Extensômetros	35
2.1.1.3 Instrumentação dos elementos dos blocos de fundação	38
2.2 Análise da flexo-compressão.....	43
2.2.1 Flexão composta reta, análise no plano y-z.....	43
2.2.2 Flexão composta oblíqua, análise nos planos y-z e x-z	50
2.3 Método dos mínimos quadrados.....	54
2.3.1 Noções introdutórias	54
2.3.2 Ajuste linear simples	56
2.3.3 Método matricial.....	57
2.3.4 Formulação matemática do problema em estudo	59
2.4 Implementação do programa em linguagem Matlab	62
2.4.1 Dados de entrada.....	63
2.4.2 Processamento	69

2.4.2.1 Programa 'tratamentoSeparacaoDados.m'	69
2.4.2.2 Programa 'calcDeformacoesGeneralizadasSecao.m'	70
2.4.2.3 Programa 'calcEsforçosNaSecao.m'	70
2.4.3 Dados de saída	71
2.4.3.1 Vetor de Deformações (\mathbf{e})	71
2.4.3.2 vetor de Tensões (F)	73
3 – CONCLUSÕES	76
4 – BIBLIOGRAFIA	78
ANEXOS	80
Anexo A – Programa 'tratamentoSeparacaoDados.m'	80
Anexo B – Programa 'calcDeformacoesGeneralizadasSecao.m'	90
Anexo C – Programa 'calcEsforçosNaSecao.m'	91

1. Introdução

Neste trabalho refaz-se os passos da análise experimental de tensões para a estimativa da capacidade de carga de um bloco de fundação e seus elementos da ponte ferroviária sobre o rio Mearim da empresa Vale realizada pelo professor Remo Magalhães de Souza juntamente com os integrantes do grupo NICAIE por ele coordenado, conforme descritos nos relatórios técnicos do estudo da ponte.

Com o intuito de ser o mais didático e dar o máximo de detalhes possíveis sobre o problema em questão e a abordagem de ataque do problema adotada pelo professor Remo e seu grupo, refaz-se aqui a descrição do problema e das convenções e simbologias adotadas de acordo com o que é apresentado nos relatórios técnicos elaborados pelo grupo NICAIE. Também buscou-se fazer aqui uma descrição detalhada das ações tomadas desde o primeiro contato do grupo NICAIE com o problema apresentado na ponte e como as soluções foram propostas, na ordem cronológica que elas se apresentaram.

Assim o objetivo deste trabalho é a determinação das tensões (e esforços) atuantes nos elementos de um bloco de fundação de uma ponte ferroviária a partir das deformações medidas em algumas estacas e no pilar do bloco em questão e com vistas a se determinar a capacidade de carga do mesmo. Seguindo os passos dos relatórios, pretende-se alcançar tal objetivo por meio da extrapolação pelo método dos mínimos quadrados das leituras de deformação obtidas de extensômetros instalados estrategicamente nos elementos do bloco de fundação, mais precisamente, suas estacas e no pilar do bloco. Para tanto, desenvolveu-se um programa em linguagem Matlab, com base nas descrições do programa desenvolvido pelo professor Remo, capaz de ler os dados da instrumentação do bloco e a partir dos mesmos determinar as tensões (e esforços) em qualquer ponto do bloco e das seções de seus elementos.

1.1 Motivação do estudo

1.1.1 Histórico da estrada de ferro Carajás

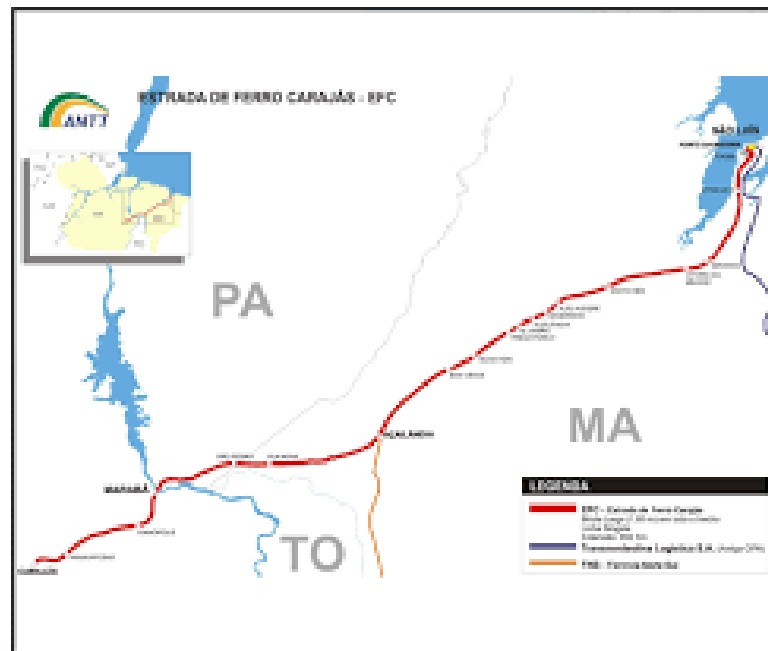
No ano de 1966, após reconhecimentos geológicos na região de Carajás, a Companhia Vale do Rio Doce e U. S. Steel iniciaram negociações para formalizar uma

associação com o intuito de exploração mineral na região. Com isso, em 1970, foi fundada a Amazônia Mineração S. A., que iria operar o Projeto Ferro Carajás. A conclusão dos estudos e viabilidade se deram no ano de 1974 e deram início aos projetos de engenharia, finalizando-se em 1976 quando o governo federal forneceu a concessão para a construção e operação da ferrovia, que compreendia a Serra de Carajás e a Ponta da Madeira.

Inicialmente, 51% das ações pertenciam à Companhia Vale do Rio Doce e os outros 49% à U. S. Steel. Porém em 1977 as ações desta última foram incorporadas pela primeira, tornando a Companhia Vale do Rio Doce a exclusividade e responsabilidade da implantação do Projeto Ferro Carajás, que ocorreu efetivamente em 1982 com o lançamento dos primeiros 15 km de trilho. Em setembro de 1984 a obra alcançaria a divisa entre os estados do Pará e Maranhão, justificado por obras com alto índice de mecanização. No mês seguinte, foi inaugurada a grande ponte sobre o rio Tocantins.

O lançamento dos trilhos encerrou-se em 15 de fevereiro de 1985 e sua inauguração foi no dia 28 desse mesmo mês, iniciando-se assim o transporte de minérios de ferro e manganês para a exportação. O transporte comercial de passageiros foi inaugurado oficialmente em 1986. Em 1987, a estrada de ferro passou a transportar também grãos de soja, que vinham das balsas embarcadas em Açailândia e nesse mesmo ano ela também iniciou o transporte de derivados do petróleo, haja vista que foi inaugurada pela Petrobrás a base de distribuição nessa mesma cidade.

Figura 1: Estrada de Ferro Carajás



Fonte: Agência Nacional de Transportes Terrestres - ANTT

A Estrada de Ferro Carajás tem grande importância para a região por permitir a implantação de diversas iniciativas, entre elas cita-se: antigas usinas de produção de ferro gusa para exportação (hoje em dia encontram-se desativadas) e projetos sociais mantidos com recursos da Companhia Vale do Rio Doce em parceria com governos locais. Ela também facilitou a exportação de grãos produzidos no norte do estado de Tocantins com sua integração com a ferrovia Norte-Sul, em Açailândia. Nas proximidades de São Luiz, a estrada de Ferro se interliga com a Companhia Ferroviária do Nordeste, fornecendo apoio ao porto de Itaqui.

1.1.2 Características da estrada de ferro

Segundo dados da Agência Nacional de Transportes Terrestres - ANTT, atualmente a estrada de ferro apresenta 892 km de extensão que ligam o porto de Itaqui, em São Luiz no estado do Maranhão, até as províncias minerais na serra dos Carajás, no estado do Pará.

O principal produto transportado é o minério de ferro, no entanto, há também o transporte de passageiros e de produtos do centro-oeste do país. Haja vista que em

Açailândia/Ma ela é conectada à ferrovia Norte-Sul e ambas escoarem produções no porto de Itaquí. A tabela abaixo mostra dados do transporte de cargas em 2018, em milhares de toneladas:

Tabela 1: Carga transportada pela estrada de ferro carajás, em 2018.

CARGA	PESO, EM MILHARES DE TONELADAS
Minério de Ferro	202.379
Manganês	1.137
Ferro Gusa	461
Combustíveis	826
Cobre	567

Fonte: Agência Nacional de Transportes Terrestres - ANTT

Para o transporte de passageiros, a VALE conta com três trens semanais em cada sentido, ligando São Luiz à Parauapebas. Conforme mostra a tabela abaixo:

Tabela 2: horários dos transporte de passageiros do trem da Vale

Viagens	Dias	Horário saída	Horário chegada
São Luiz à Parauapebas	Segundas, Quintas e Sábados	08:00	23:50
Parauapebas à São Luiz	Terças, Sextas e Domingos	06:00	22:00

Fonte: VALE

O trem chega a transportar 320 mil passageiros por ano.

“[...] Nos últimos dois anos, a procura pela viagem no Trem de Passageiros da Estrada de Ferro Carajás cresceu: saltou de 285 mil passageiros por ano em 2017 para quase 330 mil em 2019. Na última pesquisa realizada junto aos usuários, entre os principais motivos da escolha estavam segurança e preço. O valor da passagem de trem chega a ser em média 45% menor que o de ônibus. Em alguns casos, a diferença chega a ser ainda maior: enquanto uma passagem de ônibus entre São Luís e

Açailândia pode custar até R\$ 198; no trem, esse valor cai para R\$ 54,00 [...]”
(Diário do Pará, 2020)

O objeto de estudo trata-se de uma ponte que fica na cidade Vitória do Mearim, conforme mostra a figura abaixo:

Figura 2: Localização do objeto de estudo



Fonte: Google Maps (2023)

1.1.3 Breve histórico do sinistro da ponte

No dia 16 de março de 2012, ocorreu um acidente em uma ponte ferroviária da empresa Vale. O acidente se deu quando a Vale, empresa responsável pela ponte, contratou um serviço para a substituição da estrutura metálica da ponte, que apresentava danos em sua estrutura metálica e precisava ser substituída, (Souza, 2013). Para tal operação a Vale contratou a empresa NOVUS que instalou estruturas temporárias denominadas pilones, com a finalidade de auxiliar na instalação da nova estrutura metálica, ao lado dos pilares P5 e P6. Essas estruturas podem ser vistas na figura 1 abaixo.

Figura 3: Instalação dos pilones estaiados para substituição do vão metálico



Fonte: (Souza, 2012)

No dia 16 de março de 2012, houve uma chuva acompanhada de forte ventania que teve como resultado a derrubada de um dos pilones fazendo-o se chocar contra uma das balsas que no momento estavam abaixo da ponte e o canto do bloco de fundações B6. Posteriormente percebeu-se que as estacas E-12 e E-13 também sofreram danos com o choque. A figura 4 mostra como as estruturas ficaram após o acidente.

Figura 4: Após o acidente



Fonte: (Souza, 2012)

Figura 5: canto do bloco B6 e estaca E-12 danificados



Fonte: (Souza, 2012)

Figura 6: Detalhe ligação bloco-estaca após acidente



Fonte: (Souza, 2012)

Conforme mostrado pelas figuras 5 e 6, houve comprometimento na ligação entre estaca e bloco, já que o acidente fez com que as estacas ficassem danificadas e assim, desconectadas do bloco de fundação.

De acordo com o Relatório Técnico Final Souza (2013), e, com base nos danos detectados, foram tomadas as seguintes medidas listadas abaixo, a fim de que se pudesse avaliar o comportamento da estrutura após o acidente. E essas medidas são:

- a) A redução das cargas nos vagões para 90% de capacidade nominal;
- b) A manutenção da velocidade de passagem dos vagões;
- c) A orientação de que se evitassem a frenagem ou aceleração quando o trem estivesse por cima da ponte;
- d) A orientação de que a ponte não fosse usada quando a mesma estivesse sujeita a fortes ventos;
- e) A orientação que fosse removido o lastro do vão adjacente em concreto protendido.

A recomendação feita no item a) levou em consideração a perda de cerca de 10% das estacas do bloco atingido. No entanto essa redução foi analisada por alguns dias pois, o trem não poderia passar longos períodos trabalhando com capacidade de transporte reduzida porque ocasionaria em grande prejuízo para a VALE. As recomendações c) e d) procuram evitar esforços longitudinais e transversais, respectivamente, nos blocos danificados. Em relação à recomendação b), a velocidade foi mantida, por considerar que a mesma não geraria esforços significativos nos blocos. Também foram adicionadas borrachas sobre os trilhos.

A partir dessas medidas e por meio de conceitos de Teoria das Estruturas, tendo como base os esforços solicitantes e condições de contorno da estrutura da ponte e utilizando-se de ferramentas de análise estrutural como SAP 2000, Souza (2012) desenvolveu uma formulação matemática para verificar a distribuição de esforços na estrutura.

1.1.4 Importância na resolução do problema

O dano causado pelo acidente poderia levar a estrutura à ruína, o que poderia resultar na perda de vidas e no interrompimento no fluxo de minérios oriundos tanto de Carajás quanto dos grãos vindos da integração com a ferrovia norte-sul o que por sua vez acarretaria em grande prejuízo para a sociedade.

Por isso a necessidade de se determinar a real capacidade de carga da estrutura por meio da determinação de suas tensões e de seus esforços solicitantes.

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo Geral

O objetivo geral deste trabalho é a determinação das tensões (e esforços solicitantes) nos elementos do bloco da ponte ferroviária sobre o rio Mearim a partir de deformações medidas em alguns pontos de algumas estacas e no pilar do referido bloco. Tal objetivo é alcançado por meio de três programas desenvolvidos em linguagem Matlab, de acordo com o que é descrito nos relatórios técnicos de análise da ponte elaborados pelo Grupo de Instrumentação e Computação Aplicada à Engenharia – NICAE, coordenado pelo prof. Remo Magalhães de Souza.

1.2.2 Objetivos Específicos

- Analisar os Relatórios de avaliação pós-acidente, emitidos por Souza (2012);
- Entender a organização dos dados de deformação obtidos pelos extensômetros a partir da instrumentação por extensômetros dos blocos de fundação da ponte, Blocos B6 e B7, seus pilares e suas estacas;
- Revisar a bibliografia acerca do problema de flexão composta;
- Revisar a bibliografia sobre o Método dos Mínimos Quadrados;
- Estudar a linguagem de programação Matlab;
- Implementar o método dos mínimos quadrados em linguagem Matlab;

- Implementar o cálculo das tensões e os esforços nas seções dos elementos por meio das equações da flexão composta em linguagem Matlab.

1.3 Metodologia

Neste trabalho, utilizou-se dos dados de extensômetria, fornecidos pelo prof. Remo Magalhães de Sousa, responsável pela coordenação e supervisão do trabalho de consultoria e análise da capacidade de carga da ponte sobre o rio Mearim realizado pelo grupo NICAIE, logo após o acidente relatado no item 1.1 – Motivação do estudo. Os detalhes da instrumentação dos blocos de fundação B6 e B7 da ponte, conforme apresentados no relatório técnico final elaborado por Souza (2012), são apresentados no subitem 2.1.1, mais à frente no trabalho.

Conforme dito acima, os dados coletados em campo são as deformações sofridas pelos elementos estruturais nos pontos onde os extensômetros estão localizados, mais especificamente na superfície a qual eles foram instalados. O restante das informações necessárias para o cálculo a ser desenvolvido são: as identificações dos extensômetros (tal identificação é melhor detalhada no item 2.2.2) e a localização dos pontos de coordenada X e Y, tendo como ponto de referência o canto inferior esquerdo do bloco de fundações.

Segundo o relatório final elaborado por Souza (2013), conclui-se que tanto o pilar P5 quanto as estacas do bloco B6 estão submetidas a flexo-compressão. Por isso, foi realizado uma breve explicação acerca da flexão composta, primeiramente considerando-se a existência de um esforço normal no plano Z (perpendicular à seção transversal) no sentido de cima para baixo e de um momento em torno de um eixo (X ou Y). O principal objetivo disso era entender o comportamento para posteriormente expandir o estudo para a flexão com momentos em dois eixos perpendiculares (X e Y).

De posse dessas informações, foi possível a extrapolação dos dados medidos na estrutura para a determinação de uma equação da superfície que determinasse, primeiramente, as deformações naquele plano para posteriormente determinar-se as tensões naqueles pontos específicos. Para isso, considerou-se a hipótese da seção plana, pois assim as deformações axiais apresentariam uma distribuição linear.

Essa extrapolação se deu com o uso do método dos mínimos quadrados, que permitiu encontrar a equação da curva, ou superfície, que melhor descreve a deformação, tendo como dados de entrada as coordenadas dos pontos de instalação dos extensômetros.

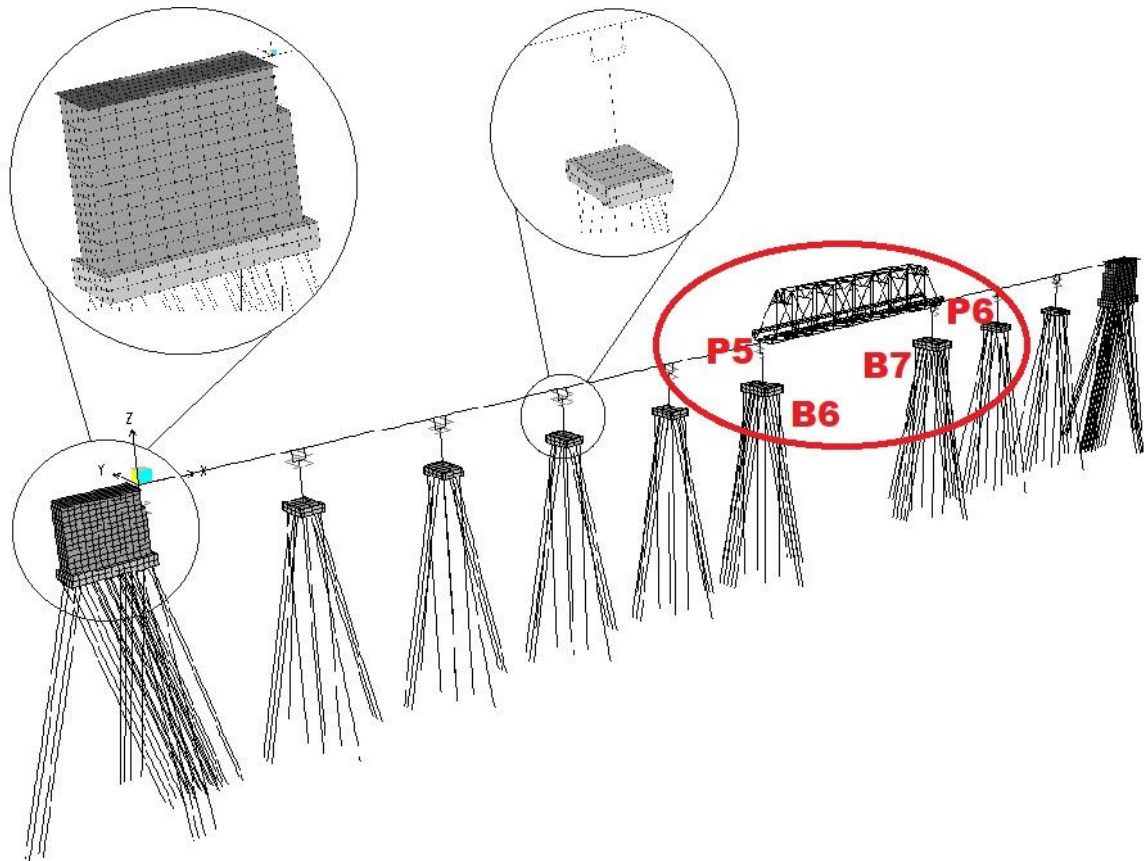
Posteriormente, com o valor das deformações definidos e com o conhecimento das propriedades dos materiais (módulo de elasticidade, momentos de inércia e área de seção transversal), pode-se calcular as tensões e os esforços na seção transversal dos elementos estudados.

2 DESENVOLVIMENTO

2.1 Descrição da ponte sobre o rio Mearim

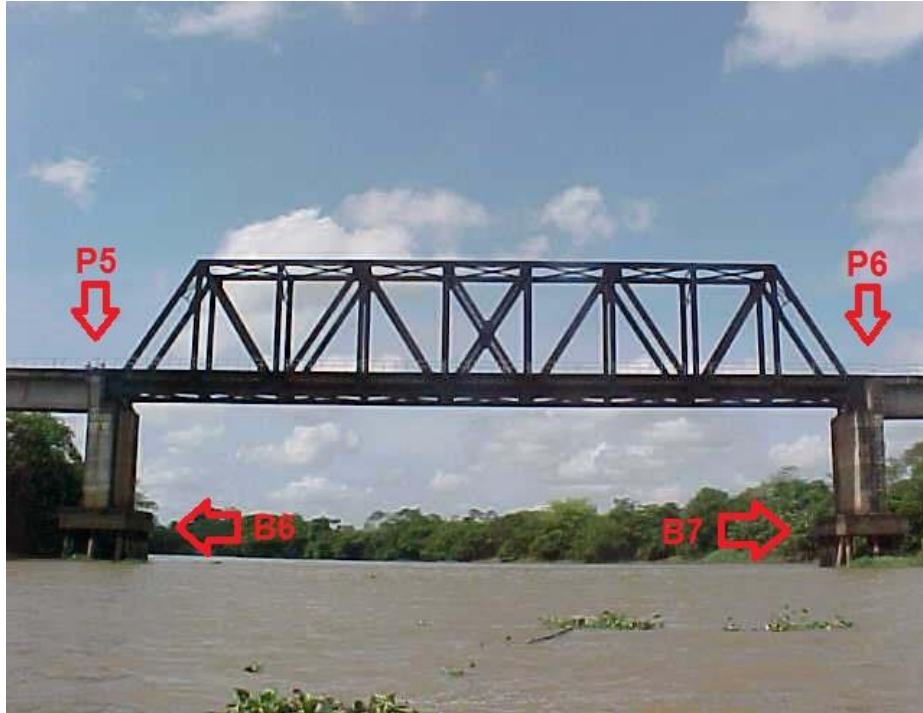
Trata-se de uma ponte ferroviária que pertencente à VALE, localizada na estrada de ferro Carajás, realizando o trajeto Carajás-São Luís, tendo como carga principal o minério de ferro. A ponte apresenta 9 vãos, apoiados entre os blocos B1, B2, B3, B4, B5, B6, B7, B8, B9 e B10, conforme mostrado na ilustração abaixo, que apresenta um modelo computacional para a simulação do comportamento da ponte feito no software SAP 2000.

Figura 7: Ponte sobre o rio Mearim modelada no SAP2000 - modelo em elementos finitos



Fonte: (Souza, 2012)

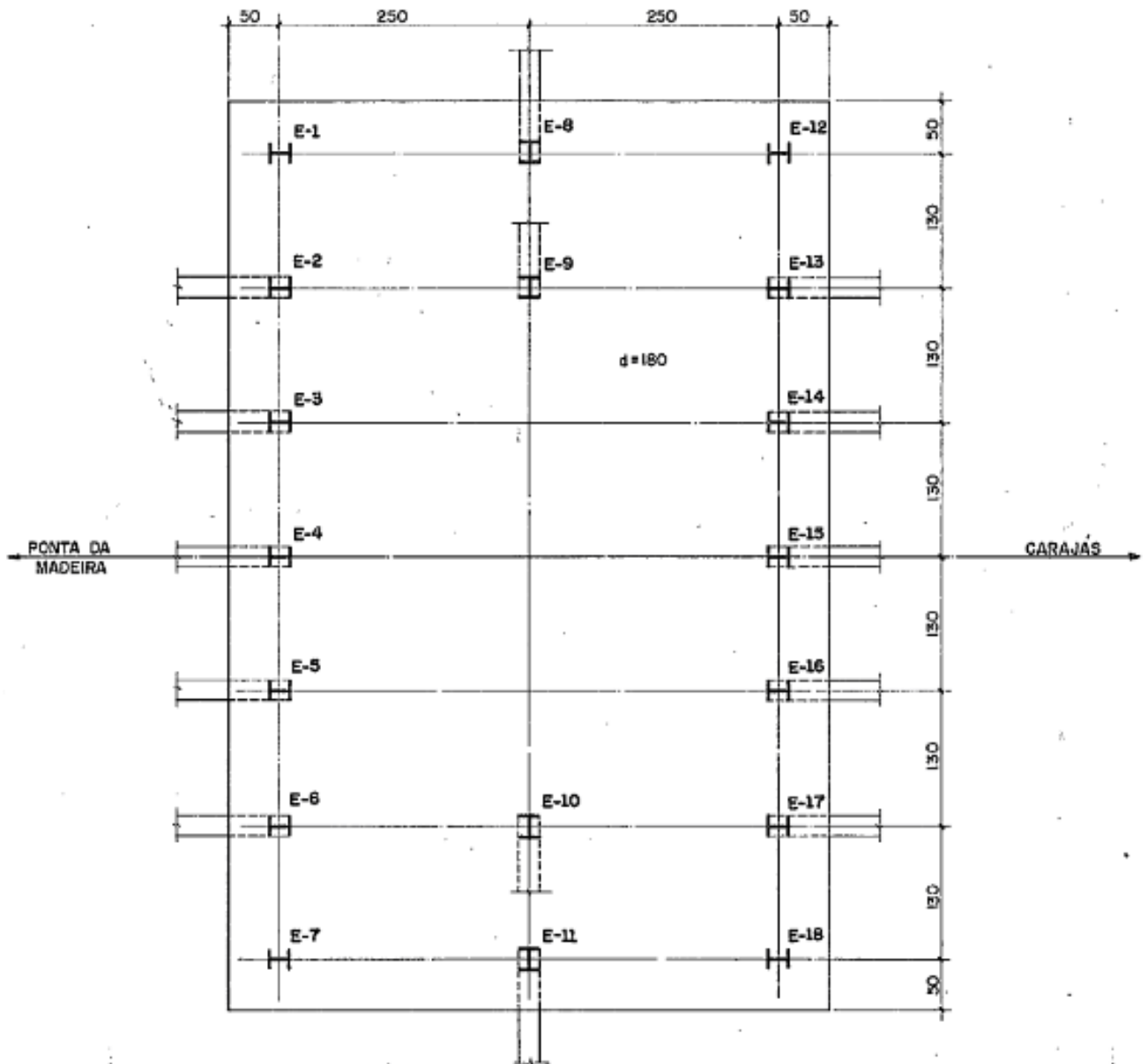
Figura 8: vista lateral do vão metálico mostrando os pilares P5 e P6 e os blocos de fundação B6 e B7



Fonte: (Souza, 2012)

O trecho sobre o rio Mearim apresenta uma estrutura metálica treliçada, conforme mostram as figuras 5 e 6. Ela está apoiada em aparelhos de apoio metálico sobre os pilares P5 e P6 e estes pilares, por sua vez, têm como suporte os blocos de fundação B6 e B7, respectivamente. Cada bloco apresenta 18 estacas metálicas. Cada estaca encontra-se dentro de uma camisa de aço preenchida com concreto. A figura abaixo ilustra detalhes dos apoios da ponte e também da locação das estacas em um bloco (o que é detalhado para o bloco 6, vale para o bloco 7).

Figura 9: Locação das estacas dos blocos B6 = B7



Fonte: (Souza, 2012)

2.1.1 Instrumentação dos blocos e pilares

Conforme Souza (2012), mesmo com as alternativas de reforço dos blocos, foi necessário a instrumentação do bloco B6, atingido pelo acidente, a fim de se monitorar o comportamento em função do carregamento. O bloco B7 também foi instrumentado, apesar de aparentemente não ter sofrido dano algum.

2.1.1.1 Funcionamento de um extensômetro

A tradução literal do termo inglês, Strain Gage, significa medidor de deformação e é exatamente isso que significa um extensômetro, um sensor que nos permite medir deformações lineares em pontos de uma estrutura. Weber (2008) acrescenta que, Extensômetros são dispositivos de medida que transformam pequenas variações das deformações em variações equivalentes em resistência elétrica.

Eles são sensores bastante úteis pois é justamente por meio da medida das deformações experimentais que se chega aos valores das tensões experimentais em um determinado ponto de uma estrutura real. A medida é feita colando-se o extensômetro na superfície da estrutura. Após isso, converte-se a deformação causada em uma quantidade elétrica (ou voltagem), sendo posteriormente amplificado para leitura. Sendo assim, também pode ser chamado de transdutor, pois o mesmo tem a capacidade de transformar um tipo de energia em outra por meio de um estímulo ou por reação de grandeza física, que neste caso é a deformação em variação da resistência elétrica.

Os cálculos apresentados abaixo são baseados na lei de Hooke, que determina uma proporcionalidade direta entre tensão e deformação. Assim, a tensão uniaxial em um ponto qualquer da estrutura pode ser obtida de forma aproximada por meio do produto da deformação linear uniaxial pelo módulo de elasticidade:

$$\sigma = \varepsilon E \quad (1)$$

Sendo:

σ a tensão normal uniaxial;

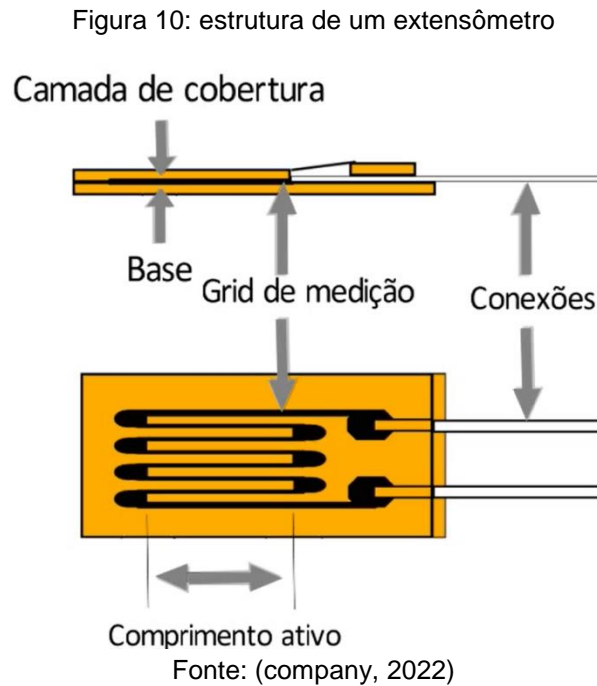
ε a deformação linear uniaxial;

E o módulo de elasticidade.

Observando-se a relação matemática acima, conclui-se que toda deformação provocará uma tensão no ponto do material analisado. Entendido o conceito acima, pode-se agora entender o funcionamento de um extensômetro.

Extensômetros são sensores capazes de medir mudanças relativas de comprimento, ou seja, a deformação em pontos da superfície de um dado material. O funcionamento de um extensômetro é dado pelo alongamento do filamento de resistência através da variação da diferença de potencial.

A figura abaixo mostra a estrutura de um extensômetro:



A instalação do extensômetro no local de interesse é feita com uma cola que garanta uma boa aderência entre o sensor e a superfície do local a ser estudado, de modo que o extensômetro sofra a mesma deformação do material, quando a estrutura é submetida a algum carregamento. Para que as deformações sentidas pelo extensômetro sejam captadas, o extensômetro deve estar conectado a um equipamento de aquisição de dados (ver figura 9 abaixo), durante a aplicação do carregamento à estrutura.

Figura 11: Ilustração de um sistema de aquisição de dados ADS2000, pertencente ao laboratório de engenharia civil da Universidade Federal do Pará, semelhante ao que foi utilizado na instrumentação dos elementos da ponte.



Fonte: SILVA (2023)

Quando o equipamento de aquisição de dados faz a captação das medições, o que realmente é medido é a variação de resistência elétrica do extensômetro e não a deformação diretamente. E como então são obtidas as deformações? de forma indireta, a partir das medidas de variação de resistência elétrica. De acordo com a 2ª lei de Ohm, a resistência elétrica de um condutor depende da área da sua seção transversal, do seu comprimento e do tipo de material do qual ele é constituído, obedecendo à relação matemática mostrada abaixo.

$$R = \rho \left(\frac{L}{A_c} \right) \quad (2)$$

Sendo:

R a resistência elétrica do material;

ρ a resistividade do condutor;

L o comprimento do condutor;

A_c a área da seção transversal do condutor.

Observa-se que a resistência elétrica é uma grandeza inversa à área da seção transversal do material, de modo que, quanto maior a área da seção do condutor, menor será a resistência elétrica e vice e versa.

Como explicado anteriormente, quando o objeto no qual o extensômetro está instalado sofre alguma deformação, o mesmo também se deforma e a região do

comprimento ativo, mostrado na figura 8, altera o comprimento e a área da seção transversal, por onde passa a corrente elétrica. Quando isso acontece, há uma variação na resistência elétrica do extensômetro que permite que a variação de deformação do mesmo seja obtida. A relação entre a variação da resistência elétrica e a deformação do extensômetro é descrita pela equação abaixo.

$$\frac{\Delta R}{R_0} = k\varepsilon \quad (3)$$

Sendo:

ΔR a variação da resistência do Extensômetro devido a deformação;

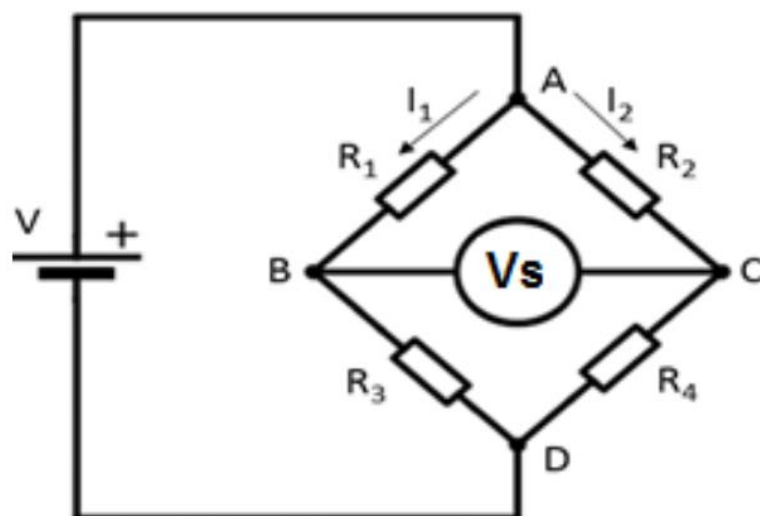
R_0 a resistência nominal do Extensômetro;

k o fator de Gage do Extensômetro, ou a sensibilidade do mesmo;

ε a deformação a ser medida.

Por fim, há um importante elemento chamado ponte de wheatstone. Através dela, converte-se a variação de resistência em uma saída em voltagem, que é proporcional à força aplicada. Assim como a figura abaixo mostra, ela é composta por quatro resistências.

Figura 12: ponte de Wheatstone.



Fonte: (Marcelino, 2020)

Ela pode ser configurada de três formas distintas, sendo elas: um quarto de ponte e meia ponte. A diferença entre elas é que na primeira apenas um dos elementos é ativo, enquanto que na segunda há dois elementos ativos. Ainda na figura acima, observa-se que os pontos A e D estão ligados a uma fonte de alimentação e os pontos B e C são a saída de sinal da ponte. Conforme há um desbalanceamento da ponte de wheatstone, haverá uma variação da ordem de milivolts.

Para se determinar o valor da variação da voltagem, deve-se analisar cada braço da ponte separadamente. Ao se considerar o primeiro braço, que contém as resistências R1 e R3, tem-se:

$$VB = \frac{V.R3}{R1+R3} \quad (4)$$

De forma semelhante se faz com o segundo braço, que apresenta as resistências R2 e R4:

$$VC = \frac{V.R4}{R2+R4} \quad (5)$$

A voltagem de saída será a diferença entre a voltagem dos pontos B e C

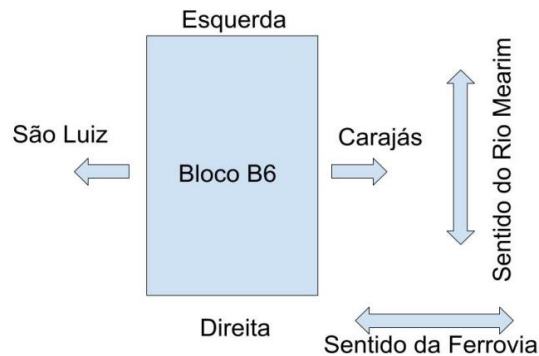
$$Vs = VB - VC \quad (6)$$

Com o conhecimento do funcionamento de um extensômetro, serão tratados posteriormente do posicionamento dos mesmos nos blocos e seus elementos (estacas e pilares) de forma a se obter os esforços que neles atuam.

2.1.1.2 Referências Utilizadas para Localização dos Extensômetros

Para facilitar a localização das posições dos extensômetros nos blocos B6 e B7 e seus elementos, Souza (2012) propôs a adoção de uma nomenclatura de referência, conforme mostra a figura a seguir:

Figura 13: Referências adotadas para a indicar o posicionamento dos extensômetros nos blocos e seus elementos



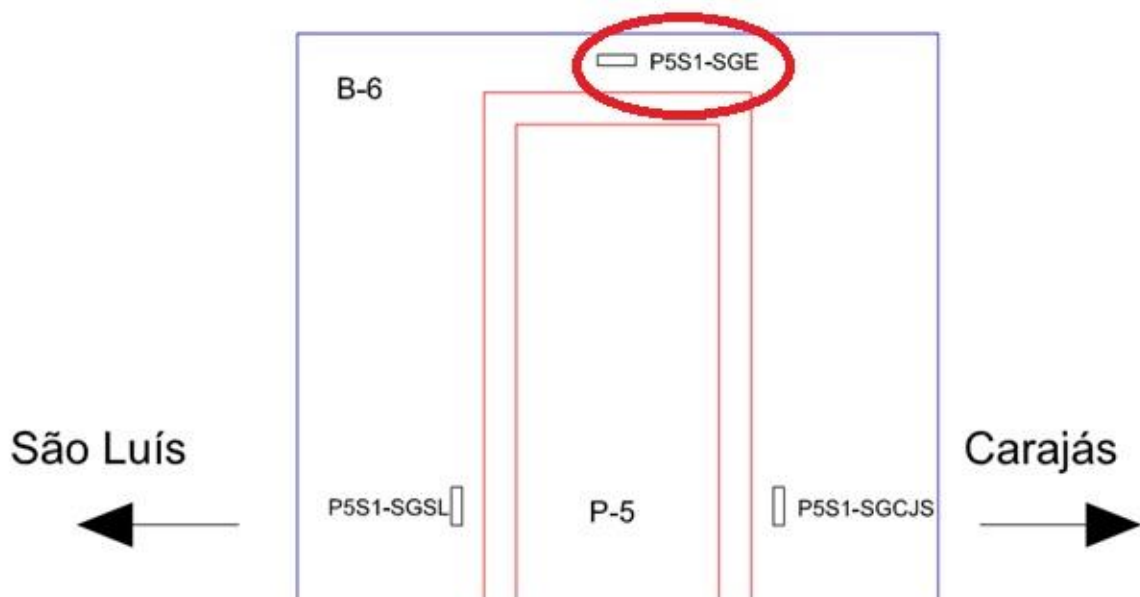
Fonte: elaborada pelo próprio autor

Para facilitar o entendimento, serão apresentados dois exemplos que mostram como se dá a identificação dos extensômetros, com base na nomenclatura adotada, conforme descrita na figura 10:

Exemplo I - extensômetros instalados nos pilares

P5S1-SGSL - Significa que esse sensor está localizado no pilar P5, na seção S1 (a 10 cm do bloco), o sensor é do tipo Strain Gage e a face do pilar é a que está voltada para São Luiz.

Figura 14: Localização dos extensômetros no pilar P5

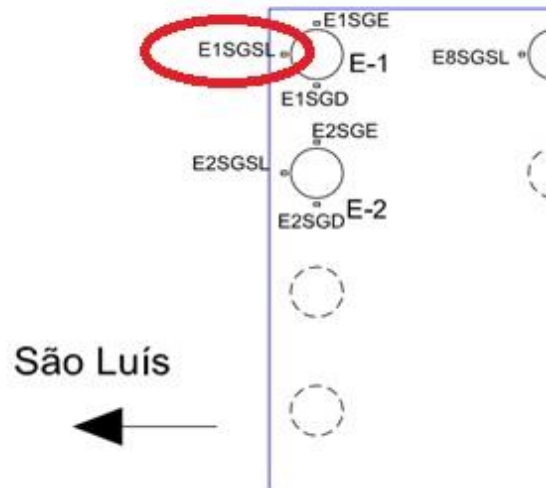


Fonte: (Souza, 2012)

Exemplo II - extensômetros instalados na superfície de concreto das estacas

E1SGSL - Significa que este extensômetro está localizado na Estaca E1 no lado voltado à São Luiz, conforme ilustrado na figura abaixo.

Figura 15: locação de alguns extensômetro nas estacas do bloco B6

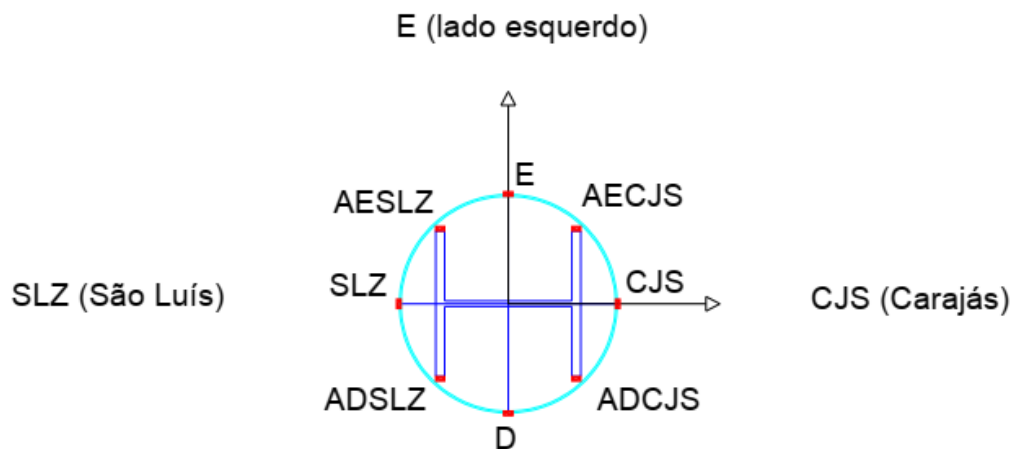


Fonte: (Souza, 2012)

Exemplo III – extensômetros instalados nos perfis metálicos das estacas

Para referenciar os extensômetros instalados nos perfis metálicos, foi utilizado o sistema mostrado na figura abaixo.

Figura 16: sistema de referência de extensômetros afixados nos perfis metálicos



D (lado direito)

Fonte: (Souza, 2012)

Como principal exemplo, têm-se o Extensômetro E01SGADCJS, que está afixado no lado direito na direção de Carajás. De acordo com a imagem acima ele está no 4º quadrante.

2.1.1.3 Instrumentação dos elementos dos blocos de fundação

A instrumentação se deu tanto nos pilares como nas estacas dos blocos, a fim de que se tivesse conhecimento da distribuição de esforços nos elementos analisados. Souza (2012) explica no Relatório final que, para que determinássemos o campo de deformações axiais longitudinais de um elemento linear (no caso do objeto de estudo são as estacas e os pilares), seria necessário a instrumentação do elemento em, no mínimo, três pontos, pois assim se determina uma superfície.

Por consequência disso, as estacas foram instrumentadas em três pontos e os pilares em quatro pontos para uma mesma seção. Souza (2012) explica que isso se deu por uma questão de redundância.

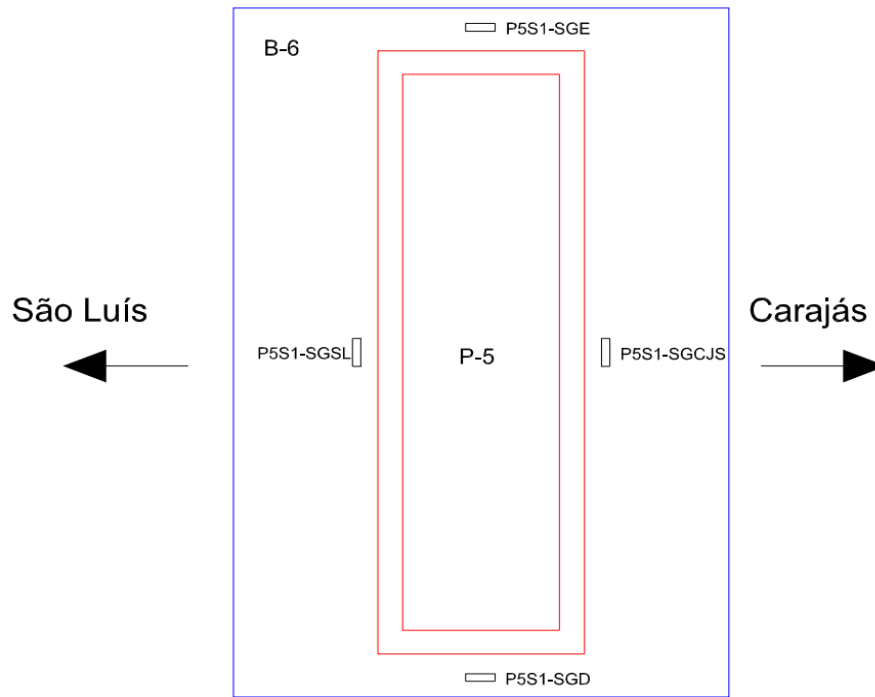
Os elementos instrumentados foram os pilares P5 e P6 e as estacas dos blocos B6 e B7.

No pilar P5 colou-se 8 extensômetros divididos em duas seções, sendo elas 4 na seção S1 localizada a 0,1 m da face superior do bloco B6 e mais 4 na seção S2 localizada a 1,5 m da face superior do bloco B6. No pilar P6, 4 extensômetros em uma única seção.

No bloco B6, foram usados 30 extensômetros divididos em 10 estacas, para o concreto e mais 24 instalados em perfis metálicos de 6 estacas. Todos em uma seção a 0,50 m abaixo da face inferior do bloco. No bloco B7, foram usados 5 extensômetros, instalados no perfil metálico das estacas.

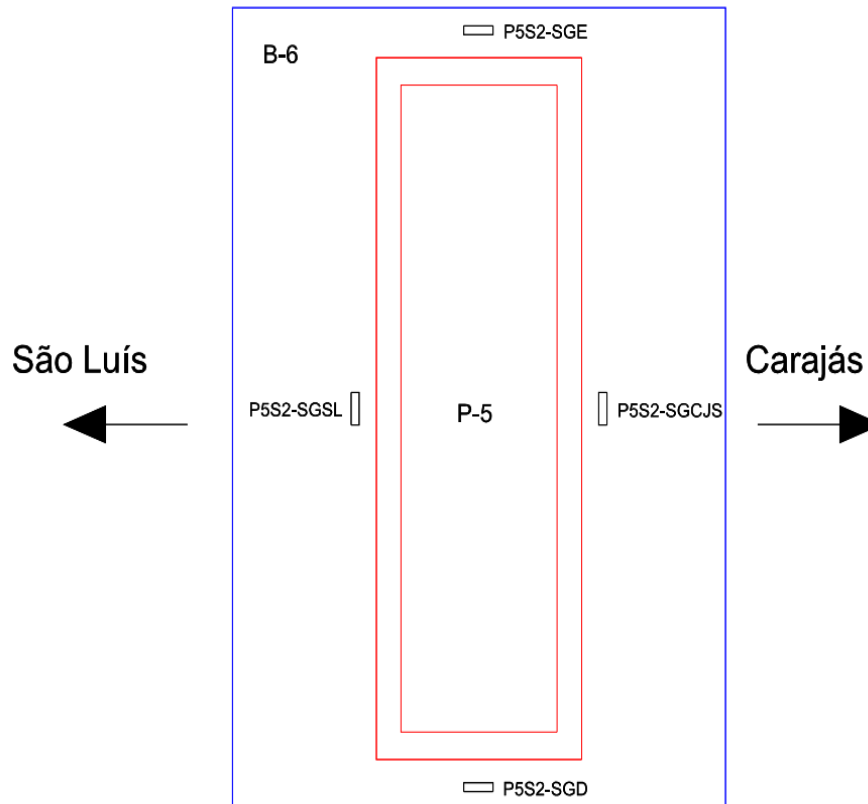
As figuras abaixo mostram, respectivamente, a locação dos extensômetros nas seções S1 e S2, uma vista lateral mostrando as seções S1 e S2 e a locação dos extensômetros no concreto das estacas do bloco B6.

Figura 17: Extensômetros do pilar P5 seção 1 - S1



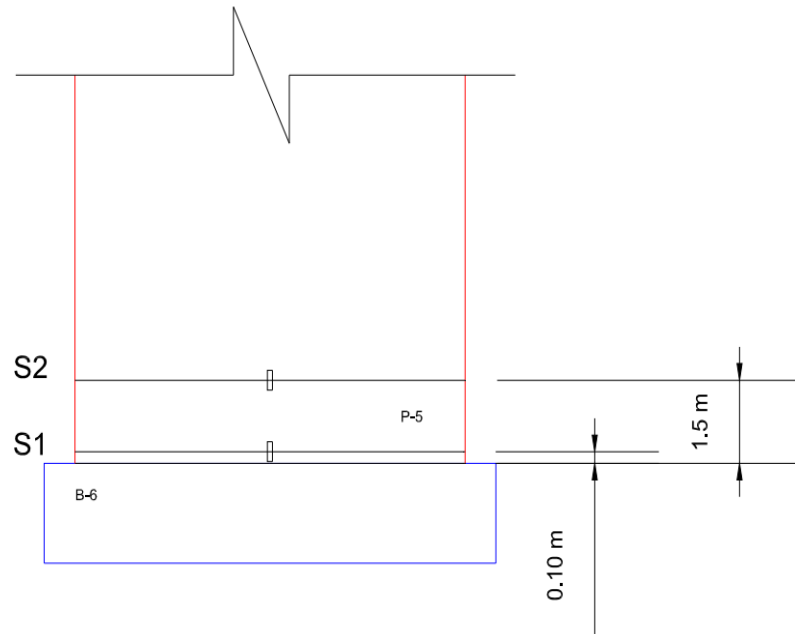
Fonte: (Souza, 2012)

Figura 18: Extensômetros do pilar P5 seção 2 - S2



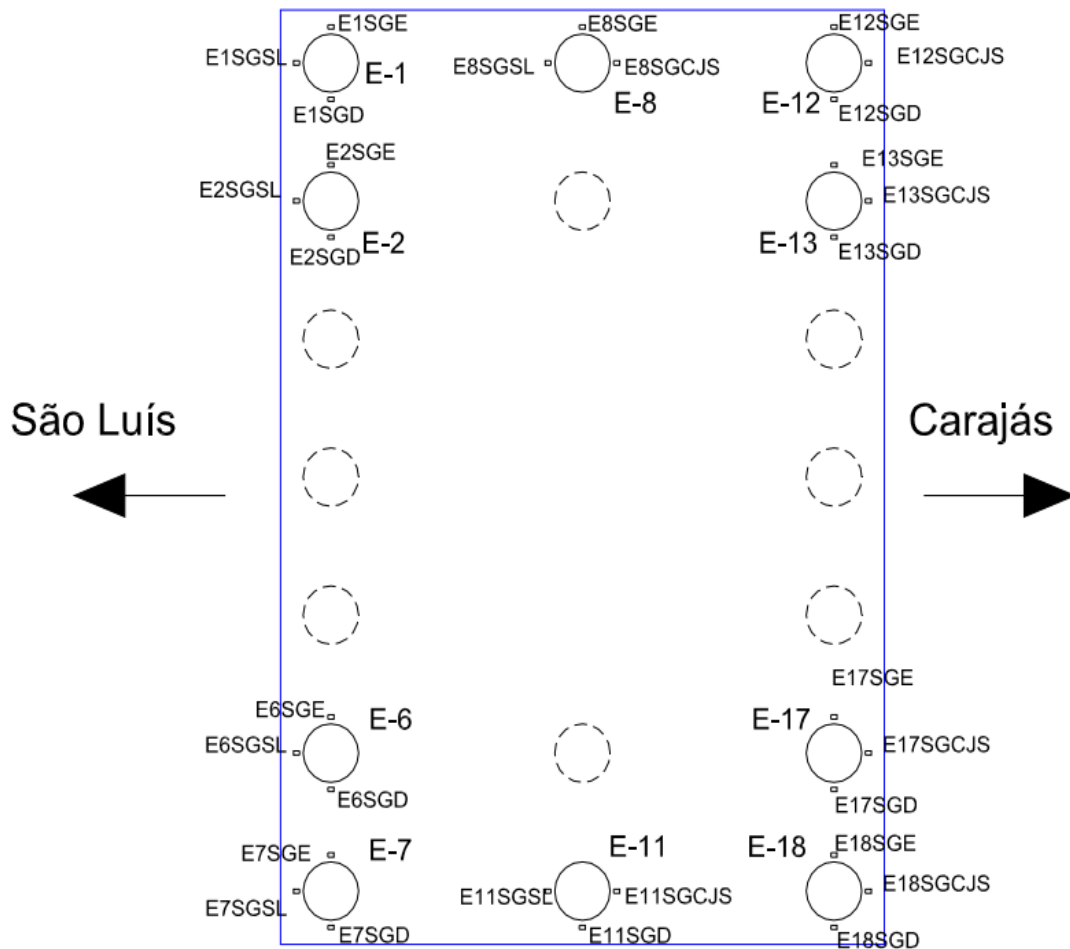
Fonte: (Souza, 2012)

Figura 19: vista lateral com as seções S1 e S2



Fonte: (Souza, 2012)

Figura 20: Localização extensômetros no bloco B6



Fonte: (Souza, 2012)

Segundo Souza (2012), a explicação para a instalação de extensômetros tanto no concreto quanto no perfil metálico das estacas está em querer saber a distribuição das parcelas de cargas entre esses dois materiais, já que o concreto das estacas atingidas pelo acidente estava danificado. Por fim, Souza (2012) concluiu que os resultados obtidos dos extensômetros dos dois materiais eram compatíveis.

Outra justificativa para a instalação dos extensômetros no perfil metálico foi descobrir quais dessas estacas estavam danificadas pelo impacto do acidente. A exemplo disso, no relatório R1 de Souza (2012), há uma comparação entre as estacas E-11, E-12 e E-13, conforme ilustradas nas figuras abaixo.

Figura 21: Leitura de um dos extensômetros da estaca E-11

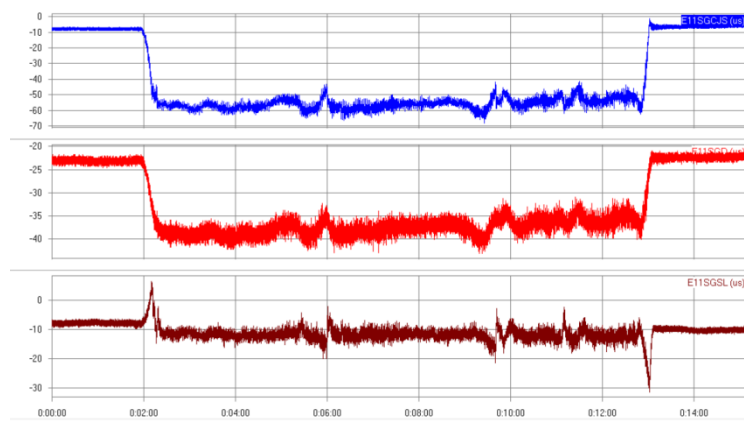


Figura 3.6 – Estaca E11 - Extensômetros E11SGE, E11SGD, E11GSL

Fonte: (Souza, 2012)

Figura 22: Leitura de um dos extensômetros da estaca E-12

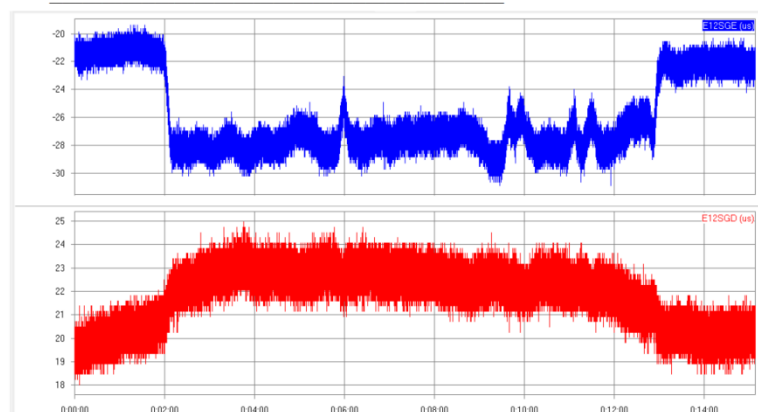


Figura 3.7 – Estaca E12 (PARCIALMENTE DESLIGADA DO BLOCO) - Extensômetros E11SGE, E11SGD, E11GSL

Fonte: (Souza, 2012)

Figura 23: Leitura de um dos extensômetros da estaca E-13

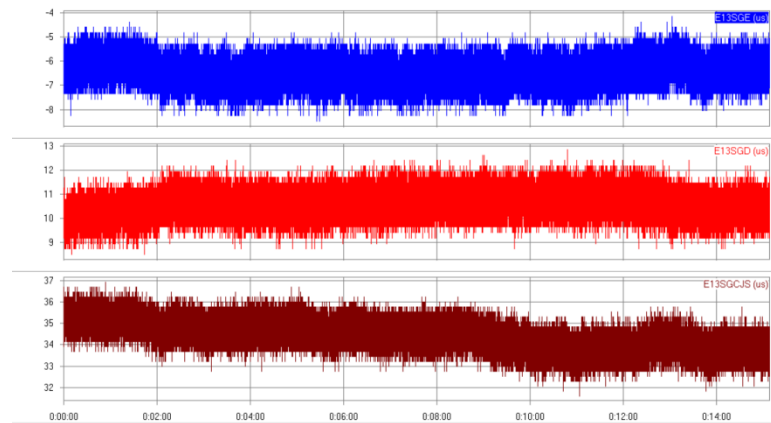


Figura 3.8 – Estaca E13 (COMPLETAMENTE DESLIGADA DO BLOCO) - Extensômetros E13SGE, E13SGD, E13CJS

Fonte: (Souza, 2012)

Percebe-se que na estaca E-11 há uma clara distinção no comportamento do trecho central no gráfico indicando deformações neste trecho da medição em virtude de um carregamento recebido, ao contrário do que mostra a estaca E-13. O gráfico da estaca E-12 mostra um resultado intermediário entre as estacas E-11 e E-13, indicando que a mesma está parcialmente desligada do bloco. A figura abaixo mostra as estacas E-12 e E-13 após o acidente. Dela, pode-se confirmar o que as figuras 22 e 23 mostram, que as mesmas encontram-se parcial e totalmente desligadas do bloco de fundação, respectivamente.

Figura 24: Estacas E-12 e E-13 após o acidente



Fonte: (Souza, 2012)

Por meio da análise dos dados coletados pelos extensômetros, Souza (2012) concluiu que o pilar P5, bem como as estacas do bloco B6 que o apoia, estão

submetidos à flexo-compressão. O item 2.2 detalhará melhor como se dá a flexo-compressão.

2.2 Análise da flexo-compressão

Antes de iniciar o estudo das deformações sofridas pelos blocos de fundação da ponte e seus elementos, deve-se entender um pouco mais sobre a flexão composta, mais especificamente a flexo-compressão. Haja vista que tanto o bloco de fundação B6, seu o pilar P5 e as suas estacas estão sob a ação de um esforço normal de compressão associada a momentos fletores em cada um dos eixos principais de inércia das seções analisadas, fato este confirmado pela instrumentação e analisado pelo relatório final de Souza (2012).

“Quando o momento fletor está contido num plano que passa por um dos eixos centrais principais de inércia da seção da peça, a flexão composta é dita reta; será oblíqua ou desviada no caso geral em que isso não se dê”.

(Guimarães, et al., 2001)

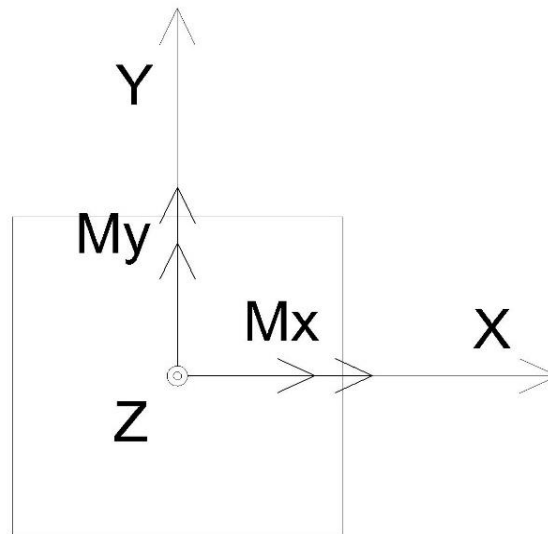
Neste trabalho será abordado a Flexão composta oblíqua, pois os blocos analisados e seus elementos (estacas e pilares) estão submetidos tanto a carregamento normal quanto a momentos fletores contidos em ambos nos planos principais de inércia da seção transversal dos elementos analisados.

2.2.1 Flexão composta reta, análise no plano y-z

Nesse primeiro momento, será estudada a flexão composta reta por questão de simplicidade. Assim, considerando que haverá aplicação de momento fletor em torno de apenas um dos eixos principais da seção transversal de um elemento qualquer, seja um elemento de seção transversal retangular (apenas por questão de simplicidade) submetido a flexão composta reta, conforme exposto por Prazeres, et al. (2003).

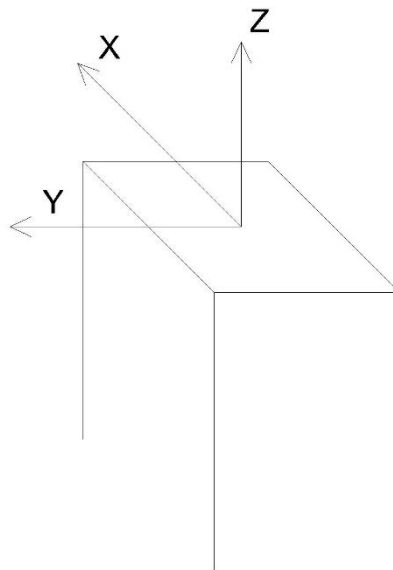
As figuras abaixo mostram um prisma de seção retangular ou quadrada (novamente, por questão de simplicidade), mas o raciocínio matemático é válido para quaisquer seções.

Figura 25: eixos de referência de uma seção de material qualquer



Fonte: Elaborada pelo próprio autor (2022)

Figura 26: Eixos de referência da seção transversal de um elemento estrutural visualizados em perspectiva

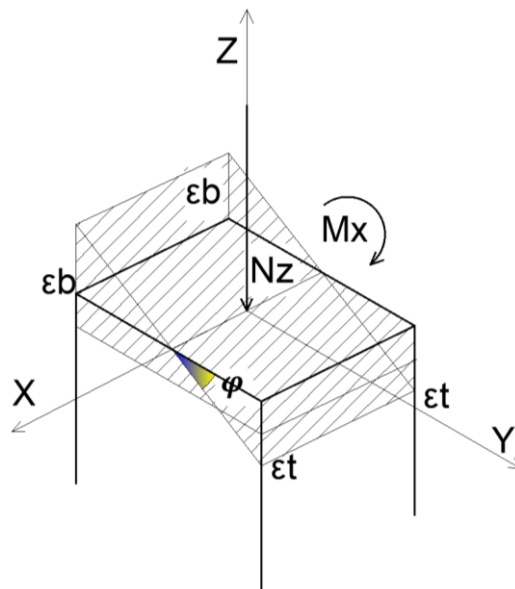


Fonte: Elaborada pelo próprio autor (2022)

Para dar continuidade a análise da seção, admita-se que as mesmas permanecem planas após as deformações oriundas dos esforços (hipótese da seção plana). Isso é de válido para elementos unidimensionais esbeltos (como pilares e estacas) e torna a deformação em cada ponto proporcional à distância até a linha neutra. Vale ressaltar que, a relação tensão x deformação do concreto não é linear, salvo quando as deformações forem muito pequenas.

Com base nas hipóteses dadas acima, Prazeres, et al. (2003) descrevem as deformações na seção por duas grandezas cinemáticas, sendo elas: ε_0 , que é a deformação longitudinal (na direção do eixo Z) oriunda de um esforço normal de compressão e φ , que é a curvatura no plano y-z da seção oriundo de um momento fletor atuando em torno no eixo X. Tais grandezas são relacionadas às deformações que ocorrem na base (ε_b) e topo (ε_t) da seção (sendo a base a posição da fibra mais inferior da seção em relação ao eixo Y e o topo a posição da fibra mais superior da seção em relação ao eixo Y), conforme mostra a figura 25 abaixo.

Figura 27: Esforços e deformações no plano Y-Z



Fonte: Elaborada pelo próprio autor (2022)

Essa relação se dá por meio das equações 7 e 8 apresentadas abaixo:

$$\varepsilon_0 = \frac{(\varepsilon_t + \varepsilon_b)}{2} \quad (7)$$

$$\varphi = \frac{(\varepsilon_b - \varepsilon_t)}{h} \quad (8)$$

Assim, para determinar a deformação de um ponto qualquer $\varepsilon_{(y)}$ ao longo do eixo y da seção transversal, usa-se a seguinte equação:

$$\varepsilon_{(y)} = \varepsilon_0 - y\varphi \quad (9)$$

De acordo com a mecânica dos sólidos (veja por exemplo Prazeres, et al (2003)), pode-se determinar as tensões desse mesmo ponto a partir de suas deformações. Assim, por meio da lei de Hooke, temos que:

$$\sigma = E\varepsilon \quad (10)$$

Portanto, depende-se da equação 10 que as tensões são função das deformações, ou seja,

$$\sigma = \sigma(\varepsilon) \quad (11)$$

Da mesma forma pode-se afirmar que a tensão é função da posição y em um ponto, tal que:

$$\sigma_{(y)} = \sigma(\varepsilon_{(y)}) \quad (12)$$

Em relação aos esforços, de acordo com as equações da mecânica dos sólidos, eles podem ser definidos por:

$$N = \int_A \sigma_{(y)} dA, \text{ para esforço normal e} \quad (13)$$

$$M = - \int_A \sigma_{(y)} y dA, \text{ para momento fletor;} \quad (14)$$

Sendo A , a área da seção analisada.

Assim como em Prazeres, et al (2003) optou-se por usar uma forma mais compacta de apresentação dos esforços e das deformações na seção transversal por meio do uso de vetores. Assim, o vetor e das deformações generalizadas da seção é definida como:

$$e = \begin{Bmatrix} \varepsilon_0 \\ \varphi \end{Bmatrix} \quad (15)$$

Tal que a equação 15 acima pode ser reescrita como:

$$\varepsilon_{(y)} = \langle 1 - y \rangle \begin{Bmatrix} \varepsilon_0 \\ \varphi \end{Bmatrix} \quad (16)$$

Ou ainda, de forma sucinta

$$\varepsilon_{(y)} = \mathbf{a}_{(y)} \mathbf{e} \quad (17)$$

Onde, $\mathbf{a}_{(y)} = \langle 1 \ -y \rangle$

Dessa forma, pode-se representar a equação da deformação em função de y na forma dos vetores $\mathbf{a}_{(y)}$ e \mathbf{e} . Sendo $\mathbf{a}_{(y)}$ o vetor de coordenada dos pontos e \mathbf{e} o vetor de deformações.

Ainda em Prazeres, et al., (2003) vemos que os esforços podem ser representados na forma vetorial, conforme se observa abaixo:

$$F = \begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} \quad (18)$$

Sendo que:

$$F = \begin{Bmatrix} \int_A \sigma_{(y)} dA \\ -\int_A \sigma_{(y)} y dA \end{Bmatrix} \quad (19)$$

Ou

$$F = \int_A \sigma_{(y)} \langle 1 \ -y \rangle^T dA \quad (20)$$

Ou, ainda

$$F = \int_A \mathbf{a}_{(y)}^T \sigma_{(y)} dA \quad (21)$$

Por fim, a matriz de rigidez da seção transversal será dada por:

$$k = \frac{\delta F}{\delta \mathbf{e}} \quad (22)$$

$$k = \begin{bmatrix} \frac{\delta N}{\delta \varepsilon_0} & \frac{\delta N}{\delta \varphi} \\ \frac{\delta M}{\delta \varepsilon_0} & \frac{\delta M}{\delta \varphi} \end{bmatrix} \quad (23)$$

Quando se substitui o vetor dos esforços na matriz de rigidez, temos que:

$$k = \frac{\delta}{\delta \mathbf{e}} \left(\int_A \mathbf{a}_{(y)}^T \sigma_{(y)} dA \right) \quad (24)$$

$$k = \int_A a_{(y)}^T \frac{\delta\sigma(y)}{\delta e} dA \quad (25)$$

Utilizando-se a regra da cadeia, encontra-se a derivada das tensões em relação ao vetor de deformações.

$$\frac{\delta\sigma}{\delta e} = \frac{\delta\sigma}{\delta\varepsilon} \frac{\delta\varepsilon}{\delta e} \quad (26)$$

Isso pode ser visto nas equações (27), (28), (29) e (30) abaixo:

$$\frac{\delta N}{\delta\varepsilon_0} = \int \frac{\delta\sigma}{\delta\varepsilon} \frac{\delta\varepsilon}{\delta\varepsilon_0} dA \quad (27)$$

$$\frac{\delta N}{\delta\varphi} = \int \frac{\delta\sigma}{\delta\varepsilon} \frac{\delta\varepsilon}{\delta\varphi} dA \quad (28)$$

$$\frac{\delta M}{\delta\varepsilon_0} = - \int \frac{\delta\sigma}{\delta\varepsilon} \frac{\delta\varepsilon}{\delta\varepsilon_0} y dA \quad (29)$$

$$\frac{\delta M}{\delta\varphi} = - \int \frac{\delta\sigma}{\delta\varepsilon} \frac{\delta\varepsilon}{\delta\varphi} y dA \quad (30)$$

Lembrando-se da definição do módulo de deformação tangente do material, tem-se:

$$E_T = \frac{\delta\sigma}{\delta\varepsilon} \quad (31)$$

$$E_T = \frac{\delta\sigma(\varepsilon)}{\delta\varepsilon} \quad (32)$$

Portanto, ao substituir-se a equação (32) nas equações mostradas em (27), (28), (29) e (30), obtém-se:

$$\frac{\delta N}{\delta\varepsilon_0} = \int E_t dA \quad (33)$$

$$\frac{\delta N}{\delta\varphi} = - \int E_t y dA \quad (34)$$

$$\frac{\delta M}{\delta\varepsilon_0} = - \int E_t y dA \quad (35)$$

$$\frac{\delta M}{\delta\varphi} = \int E_t y^2 dA \quad (36)$$

Substituindo-se os termos (33), (34), (35) e (36) na matriz de rigidez, ela pode ser descrita da seguinte forma:

$$k = \begin{bmatrix} \int E_t dA & -\int E_t y dA \\ -\int E_t y dA & \int E_t y^2 dA \end{bmatrix} \quad (37)$$

$$k = \begin{bmatrix} E_t \int dA & -E_t \int y dA \\ -E_t \int y dA & E_t \int y^2 dA \end{bmatrix} \quad (38)$$

$$k = \begin{bmatrix} E_t A & 0 \\ 0 & E_t I \end{bmatrix} \quad (39)$$

Note que a matriz de rigidez da seção transversal dada pela equação 36 acima é obtida por meio da hipótese de material de comportamento linearmente elástico, isotrópico e homogêneo. E também que, ela é válida quando o esforço é aplicado perpendicularmente no centro de geométrico da seção que está recebendo o carregamento, que é o caso em questão. Exatamente por isso, os elementos encontrados nas posições 12 e 21 da matriz estão nulos.

Para o nosso estudo, o material é o concreto armado, que é composto por dois materiais, concreto e aço. Em relação às estacas, elas são compostas de um perfil metálico coberto por concreto e protegidos por uma capa metálica. Portanto, para o nosso estudo, a matriz de rigidez da seção transversal será, conforme apresentada abaixo, a soma das contribuições das rigidezes do concreto e do aço.

Em relação ao Pilar, a matriz de rigidez será dada por:

$$k = \begin{bmatrix} E_t \int dA & -E_t \int y dA \\ -E_t \int y dA & E_t \int y^2 dA \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E_s(\varepsilon) \sum A_s & -E_s(\varepsilon) \sum y_s A_s \\ -E_s(\varepsilon) \sum y_s A_s & E(\varepsilon) \sum y_s^2 A_s \end{bmatrix} \quad (40)$$

Em relação ao Pilar, a matriz de rigidez será dada por:

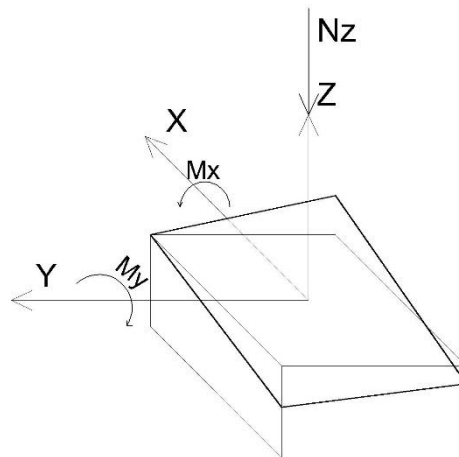
$$k = \begin{bmatrix} E_t \int dA & -E_t \int y dA \\ -E_t \int y dA & E_t \int y^2 dA \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E_s(\varepsilon) \int A_s & -E_s(\varepsilon) \int y_s A_s \\ -E_s(\varepsilon) \int y_s A_s & E(\varepsilon) \int y_s^2 A_s \end{bmatrix} \quad (41)$$

Essa diferença se dá pelo fato da forma como o aço se encontra nessas estruturas. Enquanto que no pilar a área do aço está distribuída por barras, nas estacas

2.2.2 Flexão composta oblíqua, análise nos planos y-z e x-z

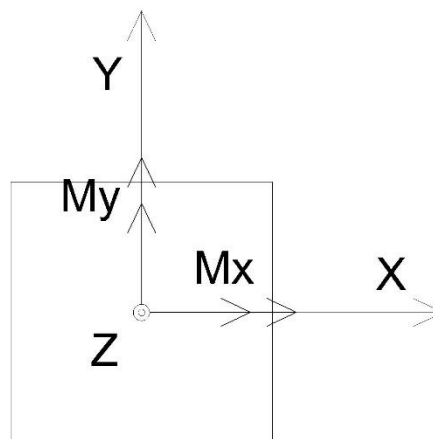
Seguindo o raciocínio da seção 2.2.1, nesta seção será estudada a flexo-compressão considerando-se a aplicação de momento fletor nos dois eixos principais da seção transversal. Portanto, as deformações podem ocorrer de acordo com o que é mostrado nas figuras 28 e 29 abaixo.

Figura 28: sistemas de coordenadas no bloco B6 (alterar esse texto)



Fonte: elaborada pelo próprio autor (2022)

Figura 29: sistemas de coordenadas no bloco B6



Fonte: elaborada pelo próprio autor

Assim, a equação da deformação longitudinal estará em função das duas coordenadas no plano da seção transversal: x e y . A parcela referente a deformação causada pelo esforço normal continua uma só (ϵ_0). No entanto, a parcela referente aos momentos fletores aplicados em torno dos eixos X e Y que provocam a rotação

do plano em relação aos mesmos leva a seguinte equação das deformações lineares longitudinais:

$$\varepsilon_{(x,y)} = \varepsilon_0 - x\varphi_x - y\varphi_y \quad (42)$$

Sendo:

ε_0 a deformação causada pelo esforço normal

φ_x a deformação causada pelo momento fletor em torno do eixo x

φ_y a deformação causada pelo momento fletor em torno do eixo y

Da mesma forma que foi feito na seção 2.2.1, essa equação pode ser reescrita na forma vetorial,

$$\varepsilon_{(x,y)} = \langle 1 \quad -x \quad -y \rangle \begin{Bmatrix} \varepsilon_0 \\ \varphi_x \\ \varphi_y \end{Bmatrix} \quad (43)$$

Ou, de forma sucinta, como

$$\varepsilon_{(x,y)} = \mathbf{a}_{(x,y)} \mathbf{e} \quad (44)$$

Onde,

$$\mathbf{a}_{(x,y)} = \langle 1 \quad -y \quad -x \rangle \mathbf{e} \quad \mathbf{e} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_0 \\ \varphi_x \\ \varphi_y \end{Bmatrix}$$

De forma semelhante às deformações, os esforços também podem ser reescritos assim:

$$\mathbf{F} = \begin{Bmatrix} N \\ M_y \\ M_x \end{Bmatrix} \quad (45)$$

$$\mathbf{F} = \begin{Bmatrix} \int_A \sigma_{(x,y)} dA \\ - \int_A \sigma_{(x,y)} y dA \\ - \int_A \sigma_{(x,y)} x dA \end{Bmatrix} \quad (46)$$

$$\mathbf{F} = \int_A \mathbf{a}_{(x,y)}^T \sigma_{(x,y)} dA \quad (47)$$

Portanto, a matriz de rigidez será dada por:

$$k = \left\{ \frac{\delta F}{\delta e} \right\} \quad (48)$$

$$k = \begin{bmatrix} \frac{\delta N}{\delta \varepsilon_0} & \frac{\delta N}{\delta \varphi_x} & \frac{\delta N}{\delta \varphi_y} \\ \frac{\delta M_x}{\delta \varepsilon_0} & \frac{\delta M_x}{\delta \varphi_x} & \frac{\delta M_x}{\delta \varphi_y} \\ \frac{\delta M_y}{\delta \varepsilon_0} & \frac{\delta M_y}{\delta \varphi_x} & \frac{\delta M_y}{\delta \varphi_y} \end{bmatrix} \quad (49)$$

Conforme foi visto no item anterior, as mesmas substituições mostradas em (24) e (25) serão realizadas aqui:

$$\frac{\delta N}{\delta \varepsilon_0} = \int \frac{\delta \sigma}{\delta \varepsilon} \frac{\delta \varepsilon}{\delta \varepsilon_0} dA \quad (50)$$

$$\frac{\delta N}{\delta \varphi_x} = \int \frac{\delta \sigma}{\delta \varepsilon} \frac{\delta \varepsilon}{\delta \varphi_x} dA \quad (51)$$

$$\frac{\delta N}{\delta \varphi_y} = \int \frac{\delta \sigma}{\delta \varepsilon} \frac{\delta \varepsilon}{\delta \varphi_y} dA \quad (52)$$

$$\frac{\delta M_x}{\delta \varepsilon_0} = - \int \frac{\delta \sigma}{\delta \varepsilon} \frac{\delta \varepsilon}{\delta \varepsilon_0} x dA \quad (53)$$

$$\frac{\delta M_x}{\delta \varphi_x} = - \int \frac{\delta \sigma}{\delta \varepsilon} \frac{\delta \varepsilon}{\delta \varphi_x} x dA \quad (54)$$

$$\frac{\delta M_x}{\delta \varphi_y} = - \int \frac{\delta \sigma}{\delta \varepsilon} \frac{\delta \varepsilon}{\delta \varphi_y} x dA \quad (55)$$

$$\frac{\delta M_y}{\delta \varepsilon_0} = - \int \frac{\delta \sigma}{\delta \varepsilon} \frac{\delta \varepsilon}{\delta \varepsilon_0} y dA \quad (56)$$

$$\frac{\delta M_y}{\delta \varphi_x} = - \int \frac{\delta \sigma}{\delta \varepsilon} \frac{\delta \varepsilon}{\delta \varphi_x} y dA \quad (57)$$

$$\frac{\delta M_y}{\delta \varphi_y} = - \int \frac{\delta \sigma}{\delta \varepsilon} \frac{\delta \varepsilon}{\delta \varphi_y} y dA \quad (58)$$

Analogamente ao que é foi em (31) e (32), tem-se:

$$\frac{\delta N}{\delta \varepsilon_0} = \int E_t dA \quad (59)$$

$$\frac{\delta N}{\delta \varphi_x} = - \int E_t x dA \quad (60)$$

$$\frac{\delta N}{\delta \varphi_y} = - \int E_t y dA \quad (61)$$

$$\frac{\delta M_x}{\delta \varepsilon_0} = - \int E_t x dA \quad (62)$$

$$\frac{\delta M_x}{\delta \varphi_x} = \int E_t x^2 dA \quad (63)$$

$$\frac{\delta M_x}{\delta \varphi_y} = \int E_t xy dA \quad (64)$$

$$\frac{\delta M_y}{\delta \varepsilon_0} = - \int E_t y dA \quad (65)$$

$$\frac{\delta M_y}{\delta \varphi_x} = \int E_t xy dA \quad (66)$$

$$\frac{\delta M_y}{\delta \varphi_y} = \int E_t y^2 dA \quad (67)$$

Substituindo os itens (59), (60), (61), (62), (63), (64), (65), (66) e (67) na matriz de rigidez mostrada em (49), tem-se:

$$k = \begin{bmatrix} \int E_t dA & - \int E_t x dA & - \int E_t y dA \\ - \int E_t x dA & \int E_t x^2 dA & \int E_t xy dA \\ - \int E_t y dA & \int E_t xy dA & \int E_t y^2 dA \end{bmatrix} \quad (68)$$

$$k = \begin{bmatrix} E_t \int dA & -E_t \int x dA & -E_t \int y dA \\ -E_t \int x dA & E_t \int x^2 dA & E_t \int xy dA \\ -E_t \int y dA & E_t \int xy dA & E_t \int y^2 dA \end{bmatrix} \quad (69)$$

$$k = \begin{bmatrix} E_t A & 0 & 0 \\ 0 & E_t I_x & 0 \\ 0 & 0 & E_t I_y \end{bmatrix} \quad (70)$$

Aqui, assim como comentado nas equações 40 e 41 do item anterior, a matriz de rigidez da seção transversal dada pela equação 70 acima é obtida por meio da hipótese de material de comportamento linearmente elástico, isotrópico e homogêneo. Sendo 71 válida para pilares e 72 para as estacas.

$$k = \begin{bmatrix} E_t \int dA & -E_t \int x dA & -E_t \int y dA \\ -E_t \int x dA & E_t \int x^2 dA & E_t \int xy dA \\ -E_t \int y dA & E_t \int xy dA & E_t \int y^2 dA \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E_{s(\varepsilon)} \sum A_s & -E_{s(\varepsilon)} \sum X_s A_s & -E_{s(\varepsilon)} \sum Y_s A_s \\ -E_{s(\varepsilon)} \sum X_s A_s & E_{s(\varepsilon)} \sum X_s^2 A_s & E_{s(\varepsilon)} \sum Y_s X_s A_s \\ -E_{s(\varepsilon)} \sum Y_s A_s & E_{s(\varepsilon)} \sum Y_s X_s A_s & E_{s(\varepsilon)} \sum Y_s^2 A_s \end{bmatrix} \quad (71)$$

$$k = \begin{bmatrix} E_t \int dA & -E_t \int x dA & -E_t \int y dA \\ -E_t \int x dA & E_t \int x^2 dA & E_t \int xy dA \\ -E_t \int y dA & E_t \int xy dA & E_t \int y^2 dA \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E_{s(\varepsilon)} \int A_s & -E_{s(\varepsilon)} \int X_s A_s & -E_{s(\varepsilon)} \int Y_s A_s \\ -E_{s(\varepsilon)} \int X_s A_s & E_{s(\varepsilon)} \int X_s^2 A_s & E_{s(\varepsilon)} \int Y_s X_s A_s \\ -E_{s(\varepsilon)} \int Y_s A_s & E_{s(\varepsilon)} \int Y_s X_s A_s & E_{s(\varepsilon)} \int Y_s^2 A_s \end{bmatrix} \quad (72)$$

A forma mostrada em 71 e 72, correspondem a matrizes de rigidez de um elemento heterogêneo. No caso do objeto de estudo, seria o concreto e o aço – presente nas armaduras e em perfis metálicos da estrutura.

2.3 Método dos mínimos quadrados

A fim de se obter uma curva ótima de ajuste dos dados das medições que nos permita extrapolar os dados das deformações obtidas das leituras dos extensômetros em pontos específicos no bloco para pontos quaisquer do mesmo, optou-se pelo uso do método dos mínimos quadrados por sua simplicidade e efetividade. Nesta seção, será discutida primeiramente a sua formulação na forma simples para problemas de uma variável e sua formulação na forma matricial para problema de várias variáveis.

2.3.1 Noções introdutórias

O método dos mínimos quadrados nada mais é do que um método para ajuste de modelos matemáticos ou estatísticos sujeitos a erros aleatórios. É uma abordagem que realiza o melhor ajuste de uma função matemática a fim de que haja boa aproximação entre essa função matemática e um conjunto de dados. Geralmente, essa relação é expressa em uma função linear, no entanto o método não se restringe apenas a relações lineares.

Para fins didáticos, chamaremos de dados observados os dados experimentais obtidos das leituras dos extensômetros e de dados estimados os resultados obtidos pela função de ajuste. Essa função pode ou não convergir com alguns dos pontos dos dados experimentais (y observado = y estimado), mas seu

objetivo é que essa função chegue o mais próximo possível deles na média. Isso significa que essa determinada função explicará melhor na média o fenômeno observado pelos dados experimentais.

A diferença entre os pontos dos dados estimados para os dados observados são chamados de erros ou resíduos e sua relação é dada por: $\Delta_{yi} = y_i - f_{(xi)}$, sendo Δ_{yi} o erro estimado, y_i o dado observado e $f_{(xi)}$ o dado estimado.

Almeida (2015) afirma que o melhor ajuste da reta ou curva (vai depender da função adotada) será aquela em que:

- Os erros ou resíduos tendem à zero;
- A soma dos erros ou resíduos é nula;
- Minimiza-se as distâncias dos pontos observados dos pontos estimados;
- Minimiza-se o quadrado das somas dos desvios.

Com o modelo adequado definido, pode-se resumir dados e também prever valores não observados pelos dados disponíveis.

Esse ajuste será explicado de duas formas distintas: a linear simples e a linear múltipla. Os ajustes lineares são convexas e apresentam uma única solução, enquanto os não-lineares são resolvidos por processos iterativos. Helene (2006) justifica o uso do formalismo matricial em detrimento das resoluções tradicionais no trecho abaixo:

“[...] Em primeiro lugar, esse formalismo permite incluir de forma correta e completa as covariâncias envolvidas e, como o leitor se convencerá, as covariâncias são tão importantes quanto as variâncias, quer estejamos interessados nas incertezas das grandezas estimadas, quer estejamos interessados na realização de testes estatísticos. Não considerar as covariâncias leva, simplesmente, a erros nem sempre desprezíveis.

Em segundo lugar, há algum tempo atrás estávamos impedidos na prática de usar matrizes muito grandes, que demandavam horas de uso de computadores só encontrados em grandes centros de ensino e pesquisa. Isso fazia com que, muitas vezes, os experimentadores ignorassem as covariâncias e usassem apenas as variâncias (os quadrados dos desvios

padrões dos dados), incorrendo em erros de consequências não desprezíveis e, algumas vezes, bastante graves. Hoje, entretanto, essa dificuldade não mais existe e não temos como justificar a persistência no erro.

Finalmente, devemos lembrar que as equações fundamentais do Método dos Mínimos Quadrados no formalismo matricial não são mais difíceis do que suas equivalentes no caso tradicional e podem ser implementadas sem dificuldades em qualquer computador acessível a um profissional ou a um estudante [...]” (HELENE, 2006, p. 03-04).

2.3.2 Ajuste linear simples

O ajuste linear simples, seguindo a lógica de uma função do primeiro grau, tenta determinar os parâmetros a e b de uma função dada por:

$$y = ax \pm b \quad (73)$$

Sendo a o parâmetro angular e b o parâmetro linear dessa função.

Há autores que ainda consideram a existência de um terceiro parâmetro e , denominado resíduo, que seria referente a variação de y que não é explicada pelo modelo matemático, conforme mostrado na equação abaixo:

$$y_i = ax_i + b + e_i \quad (74)$$

Cada ponto é correspondente à um dado de observação.

Conforme foi explicado anteriormente, o melhor modelo é aquele em que os valores dos dados de y calculados forem mais próximos dos de y observados. Portanto, a distância entre esses valores deverá ser a mínima possível.

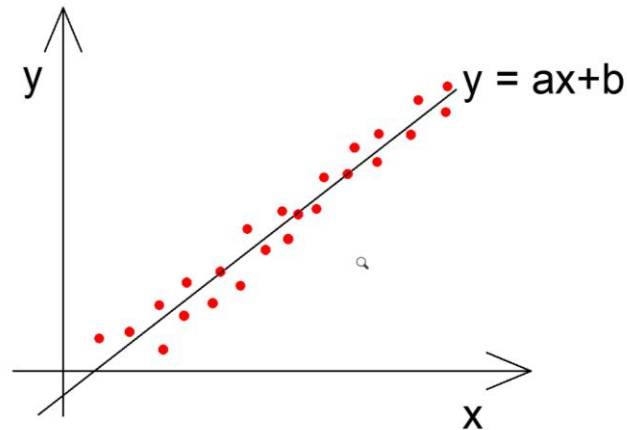
$$S_{(a,b)}^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - ax_i - b)^2 \quad (75)$$

Derivando-se o quadrado dessa equação em relação a cada um dos parâmetros (a e b) e igualando-se a zero, encontra-se o seguinte sistema linear:

$$\begin{cases} a \sum_{i=1}^n x_i^2 + b \sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n x_i y_i \\ a \sum_{i=1}^n x_i + bn = \sum_{i=1}^n y_i \end{cases} \quad (76)$$

Solucionando-se o sistema, os parâmetros a e b são encontrados e é definida a equação de reta que mais se aproxima dos valores dos dados experimentais apresentados.

Figura 30: representação de uma equação do primeiro grau que relacionaria x com y



Fonte: elaborada pelo próprio autor (2022)

2.3.3 Método matricial

Também chamado de Regressão Linear Múltipla, este método pode ser aplicado para um caso mais geral, pois ele pode levar em consideração diversas variáveis “ x ” que podem determinar um “ y ” qualquer.

Cada “ x ” representaria um grau diferente da função. Independente do grau que a equação de aproximação pode apresentar, ele pode ser representado por uma única matriz X , conforme será visto mais à frente.

Ao considerarmos um conjunto de n dados experimentais $i = 1, 2, 3, 4 \dots, n$, que se relacionam com os parâmetros a_{0j} , $j = 1, 2, 3, \dots, m$, obedece-se o modelo linear descrito abaixo:

$$y_1 = a_{01} + x_{11} + a_{02}x_{12} + \dots + a_{0m}x_{1m} + e_1$$

$$y_2 = a_{01} + x_{21} + a_{02}x_{22} + \dots + a_{0m}x_{2m} + e_2 \tag{77}$$

$$\vdots$$

$$y_n = a_{01} + x_{n1} + a_{02}x_{n2} + \dots + a_{0m}x_{nm} + e_n$$

Helene (2006) afirma que a_{0j} representa o valor verdadeiro e desconhecido do i -ésimo parâmetro, enquanto x_{ij} são os valores conhecidos sem erros que

relacionam os parâmetros aos dados experimentais e e_i representa o erro dado em y_i . O autor também reforça que essas equações descritas acima apresentam as seguintes propriedades:

- Os dados experimentais devem depender linearmente dos parâmetros a ser estimados;
- Os coeficientes x_{ij} são conhecidos e não apresentam erro (não haverá Δx , pois não haverá diferença entre x);
- Os erros produzidos são as diferenças entre os dados experimentais y_i e os valores verdadeiros, que ainda são desconhecidos.

O sistema de equações acima pode ser escrito na forma matricial, conforme mostrado abaixo:

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1m} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{nm} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{01} \\ a_{02} \\ \vdots \\ a_{0m} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ e_n \end{pmatrix} \quad (78)$$

Ele ainda pode ser reescrito de forma sucinta como:

$$Y = XA_0 + er \quad (79)$$

Onde \mathbf{Y} é o vetor das deformações dos dados experimentais ($\varepsilon_{(x,y)}$), \mathbf{X} a matriz de planejamento ou a de coordenadas dos extensômetros, A_0 o vetor de parâmetros ou das deformações locais (\mathbf{e}) e \mathbf{er} o vetor de erros. No caso da matriz \mathbf{X} , cada linha representa um ponto de leitura, ou melhor, é um extensômetro.

Vale lembrar que se $m > n$, o problema não terá solução, pois o número de equações será menor que o número de variáveis a serem determinadas. Para fins didáticos, o vetor erro (\mathbf{er}) será desconsiderado, portanto próximo de zero, ficando somente:

$$Y = X\mathbf{e} \quad (80)$$

Lembrando que:

$$\varepsilon_{(x,y)} = X\mathbf{e} \quad (81)$$

Uma proposta para a resolução seria a multiplicação dos dois lados da igualdade pela matriz transposta da matriz X, que seria a matriz X^T .

$$X^T Y = X^T X e \quad (81)$$

Essa operação se faz necessária para que a matriz X, que é uma matriz retangular, se torne uma matriz quadrada. Com isso, a matriz resultante e pode ser invertida e assim obter-se o valor do vetor de constantes A0. Essa operação torna a multiplicação com a matriz A0 sem efeito, pois a matriz identidade é um elemento neutro da multiplicação. No fim, para se determinar a matriz A0, tem-se:

$$e = X^T \varepsilon_{(x,y)} \quad (82)$$

2.3.4 Formulação matemática do problema em estudo

Conforme foi discutido no item 2.3.3 acima, o método dos mínimos quadrados será usado para se definirem os parâmetros a1 e a0 da equação da superfície de deformação de uma seção analisada tanto do pilar quanto das estacas do pilar P5 e bloco B6 analisados.

A equação que definirá a deformação, conforme foi mostrada anteriormente, é dada por:

$$\varepsilon_{(x,y)} = \varepsilon_0 - x\varphi_x - y\varphi_y \quad (83)$$

$$\varepsilon_{(x,y)} = \langle 1 \quad -x \quad -y \rangle \begin{Bmatrix} \varepsilon_0 \\ \varphi_x \\ \varphi_y \end{Bmatrix} \quad (84)$$

$$\varepsilon_{(x,y)} = \mathbf{a}_{(x,y)} \mathbf{e} \quad (85)$$

Então, a matriz ficaria neste formato:

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{(x,y)1} \\ \varepsilon_{(x,y)2} \\ \varepsilon_{(x,y)3} \\ \vdots \\ \varepsilon_{(x,y)n} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_n & y_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_0 \\ \varphi_x \\ \varphi_y \end{pmatrix} \quad (86)$$

Sendo 'n', o número total de extensômetros utilizados.

De acordo com o que foi exposto anteriormente, serão considerados:

$$Y = \begin{pmatrix} \varepsilon_{(x,y)1} \\ \varepsilon_{(x,y)2} \\ \varepsilon_{(x,y)3} \\ \vdots \\ \varepsilon_{(x,y)n} \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_n & y_n \end{pmatrix} e e = \begin{pmatrix} \varepsilon_0 \\ \varphi_y \\ \varphi_x \end{pmatrix} \quad (87)$$

Para a resolução do sistema linear, admite-se que:

$$Y = Xe \quad (88)$$

Multiplicando-se os dois lados da igualdade pela matriz transposta de X e isolando-se Y, tem-se:

$$e = [X^T X]^{-1} X^T Y \quad (89)$$

Diferentemente do que foi mostrado no item 2.3.3, não será admitida a parcela dos erros residuais.

“[...]Com base na hipótese de seção plana (distribuição linear de deformações axiais), utilizando-se o Método dos Mínimos Quadrados (Regressão Linear espacial) é possível determinar a equação do “plano” que interpola as deformações na seção. Após a obtenção da equação deste plano em cada instante no tempo, é possível calcular as deformações correspondentes a este campo “plano” de deformações nos pontos onde os extensômetros foram instalados. Caso estes valores interpolados estejam próximos aos valores medidos, significa que a instrumentação foi bem realizada, e que a hipótese de seção plana está adequada ao caso em questão[...]” (SOUZA, 2013, p. 58).

Para fins didáticos, dividiu-se a o problema em duas etapas importantes. A primeira delas é a definição do vetor de deformações (e), pois, com ele tem se os valores de ε_0 , φ_y e φ_x para cada um dos pontos com valores de coordenadas x e y, de acordo com a função $\varepsilon_{(x,y)} = \mathbf{a}_{(x,y)} \mathbf{e}$. Nesse primeiro momento, o vetor $\varepsilon_{(x,y)}$ será composto por valores das deformações obtidas com a leitura dos extensômetros, são chamados de deformações experimentais.

A segunda etapa é a determinação dos esforços, pois com os coeficientes do vetor e definidos, pode-se encontrar o valor teórico das deformações ($\varepsilon_{(x,y)}$) e, com a matriz de rigidez K, determinar assim o vetor de esforços (F).

Para segunda extrapolação, serão utilizados como dados de entrada somente os pontos de coordenadas, pois a extrapolação anterior já fixou os valores das deformações generalizadas conforme ilustrado nas equações abaixo:

$$F = K\varepsilon \quad (90)$$

$$\begin{Bmatrix} N \\ M_x \\ M_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} EA & 0 & 0 \\ 0 & EI_x & 0 \\ 0 & 0 & EI_y \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_0 \\ \varphi_x \\ \varphi_y \end{Bmatrix} \quad (91)$$

Que para uma seção de concreto armado pode ser escrita das seguintes formas:

$$\begin{Bmatrix} N \\ M_x \\ M_y \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} E_t \int dA & -E_t \int xdA & -E_t \int ydA \\ -E_t \int xdA & E_t \int x^2dA & E_t \int xydA \\ -E_t \int ydA & E_t \int xydA & E_t \int y^2dA \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} E_{s(\varepsilon)} \sum A_s & -E_{s(\varepsilon)} \sum X_s A_s & -E_{s(\varepsilon)} \sum Y_s A_s \\ -E_{s(\varepsilon)} \sum X_s A_s & E_{s(\varepsilon)} \sum X_s^2 A_s & E_{s(\varepsilon)} \sum Y_s X_s A_s \\ -E_{s(\varepsilon)} \sum Y_s A_s & E_{s(\varepsilon)} \sum Y_s X_s A_s & E_{s(\varepsilon)} \sum Y_s^2 A_s \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_0 \\ \varphi_x \\ \varphi_y \end{Bmatrix} \quad (92)$$

$$\begin{Bmatrix} N \\ M_x \\ M_y \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} E_t \int dA & -E_t \int xdA & -E_t \int ydA \\ -E_t \int xdA & E_t \int x^2dA & E_t \int xydA \\ -E_t \int ydA & E_t \int xydA & E_t \int y^2dA \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} E_{s(\varepsilon)} \int A_s & -E_{s(\varepsilon)} \int X_s A_s & -E_{s(\varepsilon)} \int Y_s A_s \\ -E_{s(\varepsilon)} \int X_s A_s & E_{s(\varepsilon)} \int X_s^2 A_s & E_{s(\varepsilon)} \int Y_s X_s A_s \\ -E_{s(\varepsilon)} \int Y_s A_s & E_{s(\varepsilon)} \int Y_s X_s A_s & E_{s(\varepsilon)} \int Y_s^2 A_s \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_0 \\ \varphi_x \\ \varphi_y \end{Bmatrix} \quad (93)$$

Ou

$$\begin{Bmatrix} N \\ M_x \\ M_y \end{Bmatrix} = \left(\begin{bmatrix} E_t A & 0 & 0 \\ 0 & E_t I_x & 0 \\ 0 & 0 & E_t I_y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E_{s(\varepsilon)} A_s & 0 & 0 \\ 0 & E_{s(\varepsilon)} I_{xs} & 0 \\ 0 & 0 & E_{s(\varepsilon)} I_{ys} \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} \varepsilon_0 \\ \varphi_x \\ \varphi_y \end{Bmatrix} \quad (94)$$

Onde se somam as contribuições da seção de concreto e das barras de aço.

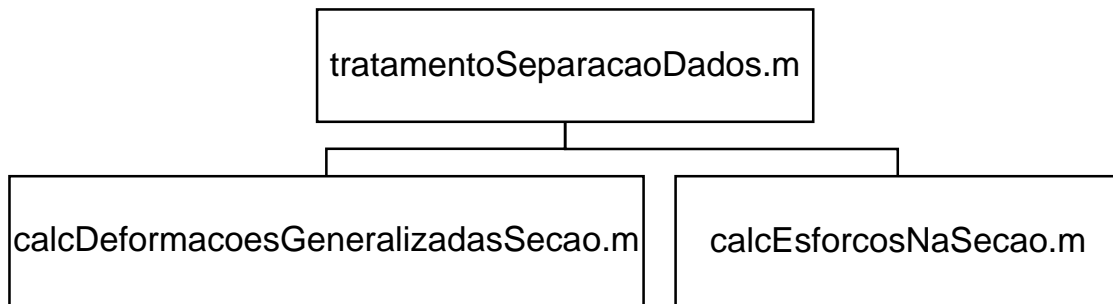
A partir daí, conforme a lei de Hooke, pode-se determinar a tensão em um dado ponto.

2.4 Implementação do programa em linguagem Matlab

Afim de se atingir um dos principais objetivos do trabalho que é o conhecimento das tensões nas seções dos elementos considerados, realizou-se o desenvolvimento de um programa em linguagem Matlab que pudesse determinar as tensões, com o uso das equações da mecânica dos sólidos e com a aplicação do Método dos mínimos quadrados.

O programa foi dividido em um principal e dois auxiliares, de modo a ser didático e de fácil compreensão, conforme mostram os fluxogramas abaixo:

Figura 31: Programas desenvolvidos



Fonte: Elaborado pelo próprio autor

Cada programa têm a sua função específica, conforme mostra a tabela abaixo:

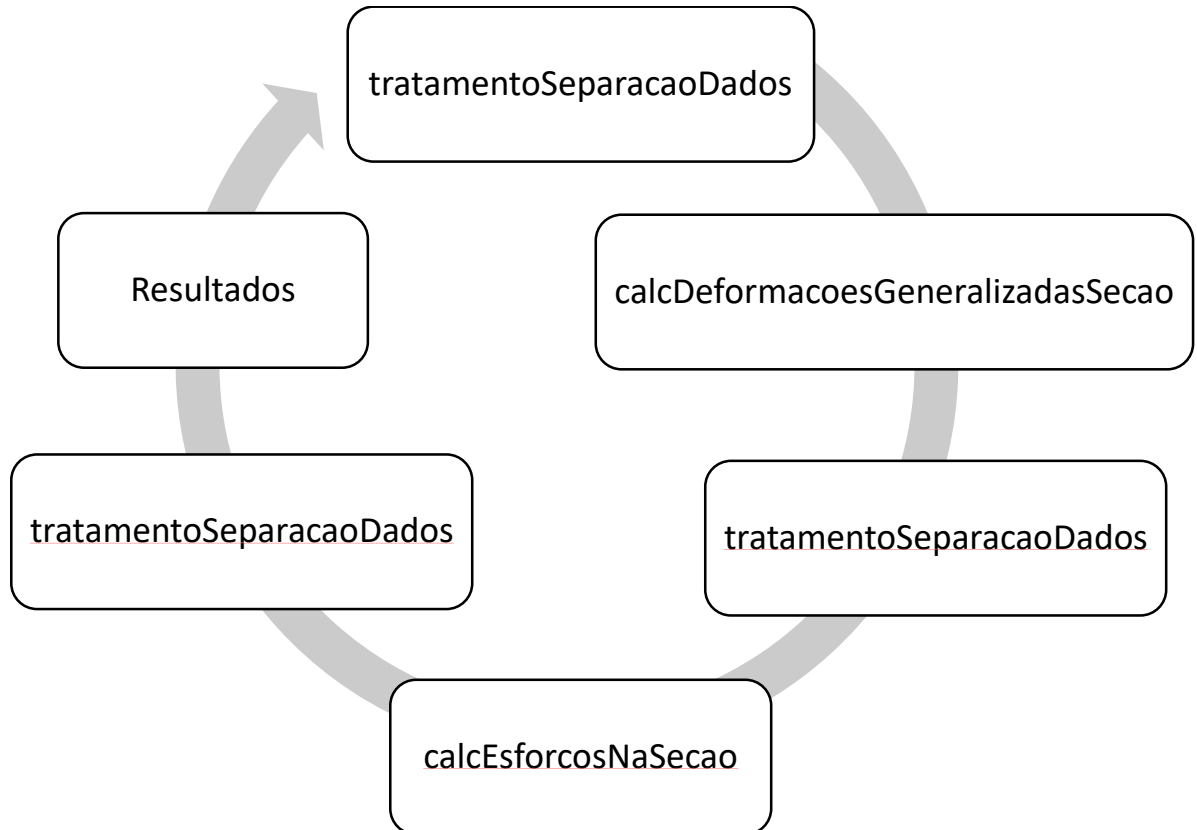
Tabela 3: Relação programas desenvolvidos e suas respectivas funções

PROGRAMA	FUNÇÃO
tratamentoSeparacaoDados.m	Tratamento, organização de dados Plotagem dos resultados
calcDeformacoesGeneralizadasSecao.m	Cálculo das deformações (ϵ_0 , φ_x e φ_y)
calcEsforcosNaSecao.m	Cálculo dos esforços (N, M_x e M_y)

Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2023)

O fluxograma abaixo mostra a sequência de operações que são realizadas pelos programas

Figura 32: Fluxograma de funcionamento dos programas



Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2023)

De acordo com o que é mostrado no item 2.3.4 para a determinação do vetor de tensões, será necessário determinar-se o vetor das deformações totais ($\epsilon(x,y)$), que é uma função que tem como variáveis as coordenadas dos extensômetros e como coeficientes o vetor e .

2.4.1 Dados de entrada

Para os dados de entrada, listou-se abaixo a forma de como eles foram manipulados:

- 8 Arquivos em formato .txt com a leitura de deformação de alguns extensômetros no perfil metálico da estaca, na superfície de concreto das estacas e na superfície do pilar;
- Arquivos em formato .txt com as coordenadas de posição dos extensômetros alocados nos elementos analisados;

- Dados do perfil metálico usado nas estacas (tipo de aço utilizado, área da seção transversal, momentos de inércia (nos eixos x e y) e módulo de elasticidade);
- Dados da armadura utilizada no pilar P5 (tipo de aço utilizado, A_s e módulo de elasticidade);
- Dados do concreto (F_{ck} superior e F_{ck} inferior).

a) Coordenadas

Para as coordenadas dos extensômetros das estacas, sejam as que estão afixadas na superfície de concreto ou as que estão no perfil metálico, devido ao número elevado de pontos, não seria prático a inserção manual de todas as coordenadas. Para isso, criou-se dois arquivos no formato .txt, e esses mesmos arquivos foram importados para o programa em linguagem matlab com o comando 'load':

- BLOCOB60005_tremcarregado;
- BLOCOB60006_tremcarregado;
- BLOCOB60008_tremcarregado;
- BLOCOB60009_tremcarregado;
- BLOCOB60011_tremcarregado;
- BLOCOB60013_tremcarregado;
- BLOCOB60015_tremcarregado;
- BLOCOB60016_tremcarregado.

Tais arquivos foram associados as variáveis: 'dados1', 'dados2', 'dados3', 'dados4', 'dados5', 'dados6', 'dados7' e 'dados8', Respectivamente.

Figura 33: um dos arquivos com os dados das leituras de deformações ao longo do tempo

BLOCOB60005_tremcarregadoLeg - Bloco de Notas

Arquivo Editar Formatar Exibir Ajuda

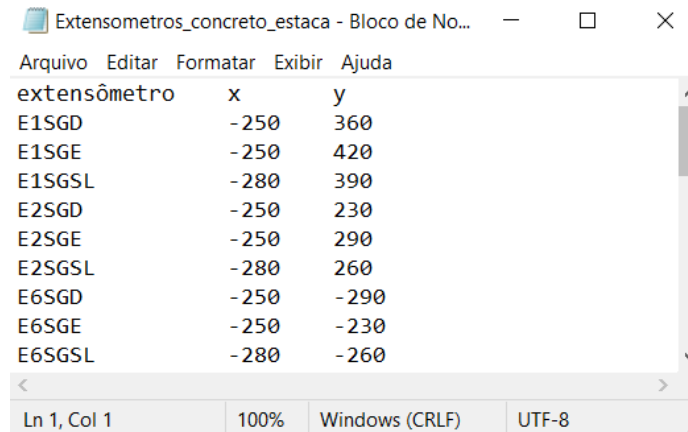
"Tempo"	"E17SGADCJS"	"E17SGAECJS"	"E17SGAESLZ"	"E18SGADCJS"	"E18SGAESLZ"
"s"	"us"	"us"	"us"	"us"	"us"
0.000000E+000	2.454892E+001	-7.393474E+003	9.191593E-001	5.520154E+000	6.642
1.000000E-002	2.340178E+001	-7.393474E+003	-4.602956E-001	5.520154E+000	5.955
2.000000E-002	2.431949E+001	-7.393474E+003	4.593410E-001	6.440220E+000	6.184
3.000000E-002	2.477835E+001	-7.393474E+003	4.593410E-001	5.750171E+000	5.955
4.000000E-002	2.409006E+001	-7.393474E+003	-4.773438E-004	5.750171E+000	5.725
5.000000E-002	2.500777E+001	-7.393474E+003	2.294318E-001	5.980187E+000	5.955
6.000000E-002	2.386063E+001	-7.393474E+003	-2.303865E-001	5.750171E+000	5.496
7.000000E-002	2.477835E+001	-7.393474E+003	4.593410E-001	6.440220E+000	6.184
8.000000E-002	2.409006E+001	-7.393474E+003	9.191593E-001	5.980187E+000	5.725
9.000000E-002	2.363121E+001	-7.393474E+003	-4.602956E-001	5.750171E+000	5.725
1.000000E-001	2.500777E+001	-7.393474E+003	1.608887E+000	6.440220E+000	6.413
1.100000E-001	2.409006E+001	-7.393474E+003	-2.303865E-001	5.750171E+000	5.725
1.200000E-001	2.454892E+001	-7.393474E+003	-4.773438E-004	6.210203E+000	5.955
1.300000E-001	2.477835E+001	-7.393474E+003	6.892501E-001	5.980187E+000	6.413
1.400000E-001	2.431949E+001	-7.393474E+003	-4.773438E-004	5.520154E+000	6.413
1.500000E-001	2.454892E+001	-7.393474E+003	4.593410E-001	6.210203E+000	6.871
1.600000E-001	2.317235E+001	-7.393474E+003	4.593410E-001	5.290138E+000	6.184
1.700000E-001	2.477835E+001	-7.393474E+003	4.593410E-001	6.670236E+000	6.413
1.800000E-001	2.500777E+001	-7.393474E+003	-4.773438E-004	5.980187E+000	6.642

Ln 1, Col 1 100% Windows (CRLF) UTF-8

Fonte: Elaborado pelo Próprio Autor(2023)

A figura acima é uma imagem apenas ilustrativa, pois o arquivo importado para o programa não apresentava as duas linhas iniciais com os títulos, pois isso dificultaria o processamento do programa. Do mesmo jeito trabalhou-se com os arquivos das coordenadas dos extensômetros das estacas. Note que as colunas x e y estão invertidas, pois a função de deformações totais se apresenta assim: $\epsilon_{(x,y)} = \epsilon_0 - \varphi_x - \varphi_y$, convencionou-se dessa forma.

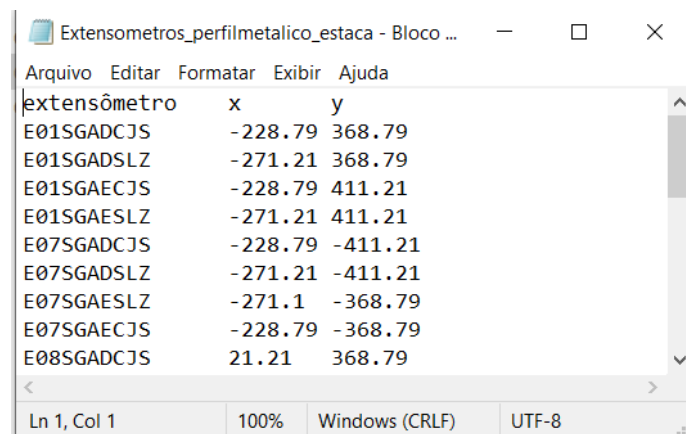
Figura 34: Coordenadas dos extensômetros afixados no concreto das estacas



extensômetro	x	y
E1SGD	-250	360
E1SGE	-250	420
E1SGSL	-280	390
E2SGD	-250	230
E2SGE	-250	290
E2SGSL	-280	260
E6SGD	-250	-290
E6SGE	-250	-230
E6SGSL	-280	-260

Fonte: Elaborado pelo Próprio Autor(2023)

Figura 35: Coordenadas dos extensômetros afixados no perfil metálico das estacas



extensômetro	x	y
E01SGADCJS	-228.79	368.79
E01SGADSLZ	-271.21	368.79
E01SGAECJS	-228.79	411.21
E01SGAESLZ	-271.21	411.21
E07SGADCJS	-228.79	-411.21
E07SGADSLZ	-271.21	-411.21
E07SGAESLZ	-271.1	-368.79
E07SGAECJS	-228.79	-368.79
E08SGADCJS	21.21	368.79

Fonte: Elaborado pelo Próprio Autor(2023)

No caso das coordenadas dos extensômetros afixados nas duas seções do pilar, as coordenadas foram inseridas manualmente no programa, levando-se em consideração as dimensões do pilar. Isso pode ser visto no anexo A, linhas 254 a 277.

b) Propriedades do concreto

b.1) Módulo de Elasticidade

Em seguida, trabalhou-se com as propriedades dos materiais da ponte, o aço e o concreto. Para o concreto, calculou-se os módulos de elasticidade máximo e mínimo de acordo com as resistências características do concreto obtidas por esclerometria, sendo: $F_{ck\sup} = 45 \text{ Mpa}$ e $F_{ck\inf} = 22,5 \text{ Mpa}$.

A partir desses valores, foram calculados os módulos de elasticidade superior e inferior:

$$E_{inf} = 0,85 \times 5600 \times \sqrt{Fck_{inf}} \times 1000 \quad (95)$$

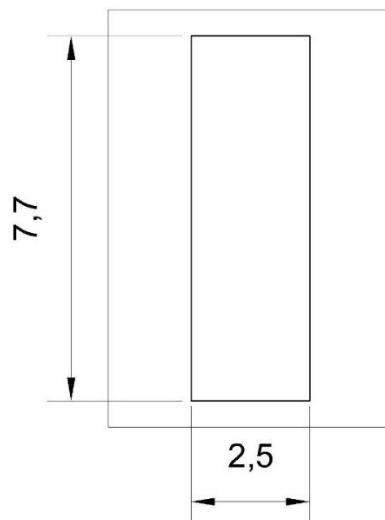
$$E_{sup} = 5600 \times \sqrt{Fck_{sup}} \times 1000 \quad (96)$$

b.2) Área da seção bruta e líquida

b.2.1) Concreto do pilar

Considerou-se a área bruta do pilar a multiplicação entre suas dimensões $b = 2,5$ metros e $h = 7,7$ metros, conforme mostrado na figura abaixo:

Figura 36: Cotas indicando as dimensões do pilar P5, em metros



Fonte: Elaborado pelo Próprio Autor(2023)

Portanto:

$$A_b = bh = 19,25m^2 \quad (97)$$

Onde A_b é a área bruta da seção do pilar; b é a largura da seção do pilar; e h é a altura da seção do pilar.

Em relação à área líquida do concreto, apenas foi subtraído da área bruta a área da armadura (A_s), portanto:

$$A_l = A_b - A_s \quad (98)$$

b.2.1) Concreto das Estacas

A área bruta do concreto das estacas é definido por:

$$A_{be} = \frac{\pi D^2}{4} \quad (99)$$

Com D sendo o diâmetro da estaca no valor de $D = 0,60 \text{ m}$, portanto:

$$A_{be} = 0,2826 \text{ m}^2$$

A área líquida do concreto da estaca é definida pela diferença entre a área bruta do concreto e a área da seção do perfil metálico, conforme mostrado abaixo:

$$A_l = A_{be} - A_{s \text{ perfil}} \quad (100)$$

. Portanto:

$$A_{\text{líquida concreto estaca}} = 0,2826 - 0,0256 = 0,257 \text{ m}^2$$

c) Propriedades do Aço

c.1) Módulo de elasticidade

Tanto o perfil metálico quanto as armaduras do pilar, foi adotado o valor de:

$$E_s = 205000 \text{ Mpa}$$

c.2) Área da seção

c.2.1) Perfil metálico das estacas

Conforme mostrado por (Souza, 2013), o perfil utilizado nas estacas é o perfil soldado CS 400X201, apresentando uma área de:

$$A_{s \text{ perfil}} = 0,0256 \text{ m}^2$$

c.2.2) Armadura do Pilar

A armadura utilizada para o dimensionamento do pilar foi, CA – 50 40 barras com Φ de 25.0mm. Portanto:

$$A_s = n^{\circ} \text{ barras} * \Phi \text{ armadura} \quad (101)$$

2.4.2 Processamento

2.4.2.1 Programa 'tratamentoSeparacaoDados.m'

Logo após a leitura dos dados das deformações e sua associação com as variáveis 'dados1' até 'dados8', conforme mostrado no item 2.4.1, associou-se os dados da matriz tridimensional em dois tipos de variáveis denominadas 'npts' e 'ncurvas'.

O primeiro deles, refere-se a informação do instante em que foi registrado a deformação pelos extensômetros, enquanto que o segundo refere-se às deformações para cada um dos extensômetros afixados em nos pontos da estrutura mostrados anteriormente.

De forma semelhante ao que foi feito com os dados de deformação, a primeira coluna dos arquivos de leitura, que são referentes ao tempo foram agrupados em um único vetor, conforme visto no anexo A, linhas 143 a 144

A partir da matriz tridimensional, foi possível a obtenção de dados de alguns extensômetros selecionados. Nessa seleção, observa-se que as deformações são todos os dados da coluna ao qual se encontra, esses dados são a variação da deformação lida ao longo do tempo. Veja isso no Anexo A, linhas 148 a 179

A figura 36 abaixo mostra a relação entre os extensômetros descritos no programa com os de nomenclatura utilizada por (Souza, 2012). Como pode ser observado, eles foram colocados em forma de comentário somente para facilitar o entendimento, não interferindo no processamento dos dados.

O programa 'tratamentoSeparacaoDados.m' apresenta chamada para dois programas auxiliares, que serão comentados nos itens 2.4.2.2 e 2.4.2.3 e são o 'calcDeformacoesGeneralizadasSecao.m' e 'calcEsforcosNaSecao.m', respectivamente.

2.4.2.2 Programa 'calcDeformacoesGeneralizadasSecao.m'

Esse programa auxiliar tem por objetivo a determinação dos coeficientes ϵ_0 , φ_x e φ_y , para que assim, a equação $\epsilon_{(x,y)}$ seja definida e assim, poder determinar a deformação, desde que se conheça o valor (x, y) da coordenada do ponto a ser analisado.

Conforme é mostrado no anexo B, o programa inicialmente realiza o cálculo da matriz de coordenadas (X) com a sua transposta, sendo associado à variável 'XtX' para depois invertê-la. Isso pode ser visto nas equação (87), conforme mostrado no item 2.3.4.

Após isso, ele inverte o valor de 'XtX' e associa à variável 'invXtX' e, por fim, multiplica com a matriz de coordenadas (X) e com o vetor de deformações medidas pelos extensômetros (Y) , deixando no formato parecido com o que foi visto na equação (89).

Depois de se calcular o vetor de deformações e os dados retornam ao programa 'tratamentoSeparacaoDados.m', de onde são plotados os resultados das deformações vistas no item 2.4.3.

2.4.2.3 Programa 'calcEsforçosNaSecao.m'

Ao se determinar o vetor de deformações e, pode-se encontrar as tensões de conhecendo-se as propriedades dos materiais que compõem a estrutura analisada. No item 2.4.1, referente à entrada de dados, foi mostrado como foram obtidos os valores da área da seção transversal (sejam eles, o pilar ou uma das estacas), o momento de inércia e, no caso da figura 39 abaixo os módulos de elasticidade superior e inferior. Eles são necessários para as matrizes de rigidez, tanto do concreto quanto para o aço.

Conforme é mostrado no Anexo C, pode se observar o cálculo das tensões, que é o produto do vetor de deformações e com a matriz de rigidez, sendo ela a soma das parcelas das rigidezes das parcelas do concreto e do aço.

De forma semelhante ao que ocorreu com o programa 'calcDeformacoesGeneralizadasSecao.m', retorna-se ao programa 'tratamentoSeparacaoDados.m' com os dados das tensões calculados.

2.4.3 Dados de saída

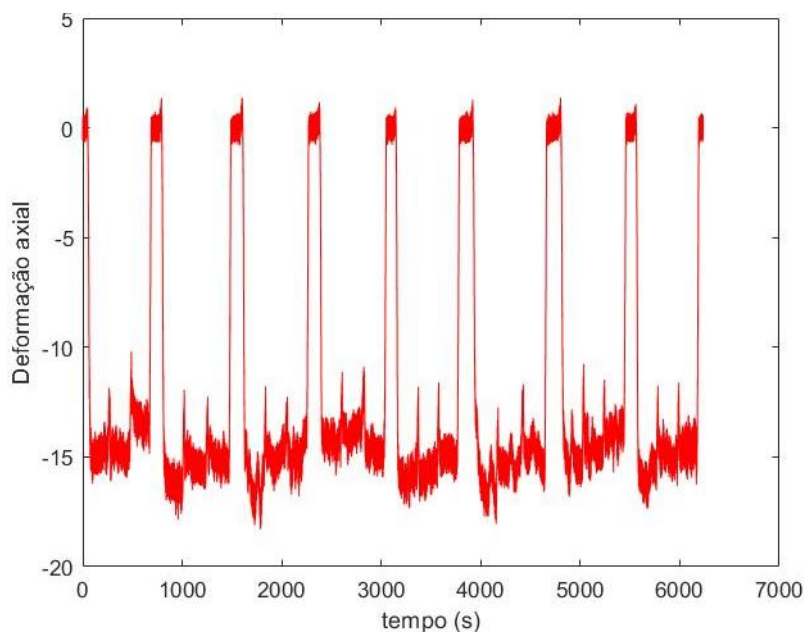
Com o cálculo realizado pelos programas 'calcDeformacoesGeneralizadasSecao.m' e 'calcEsforçosNaSecao.m', foram obtidos dois grupos de resultados, sendo classificados em dois grupos: as deformações e as tensões.

2.4.3.1 Vetor de Deformações (\mathbf{e})

Com o retorno ao programa 'tratamentoSeparacaoDados.m', foram obtidos os valores de ϵ_0 , φ_x e φ_y . como pode-se ver na figura abaixo, foram atribuídos a cada variável os seus valores calculados no programa auxiliar 'calcDeformacoesGeneralizadasSecao.m'. Sendo: $\text{eps0} = \epsilon_0$, $\text{phix} = \varphi_x$ e $\text{phiy} = \varphi_y$. Isso é mostrado no Anexo A, linhas 289 a 293.

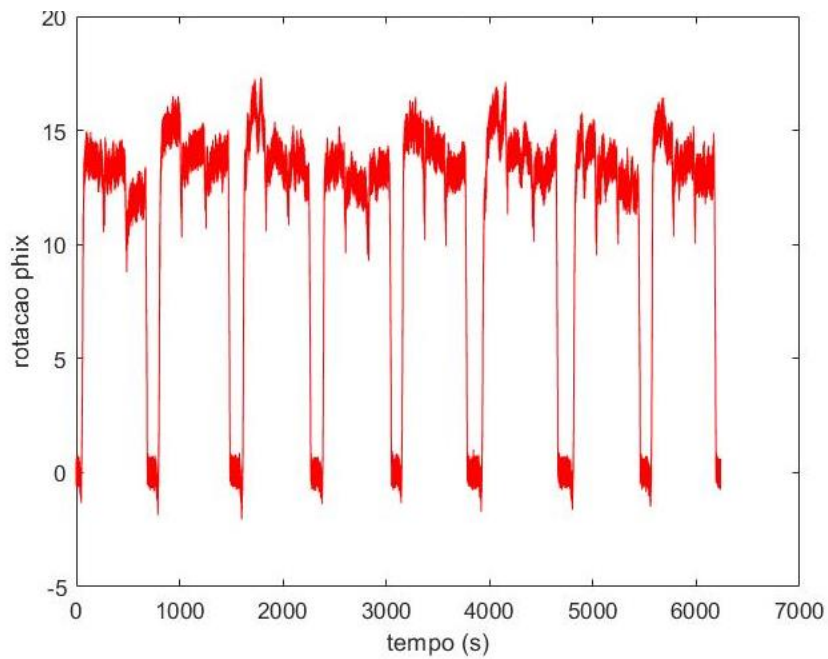
Com isso, plotou-se os resultados dessas deformações ao longo do tempo, conforme pode ser visto abaixo nas figuras 37, 38 e 39.

Figura 37: Diagrama da deformação axial do pilar (ϵ_0) ao longo do tempo em segundos.



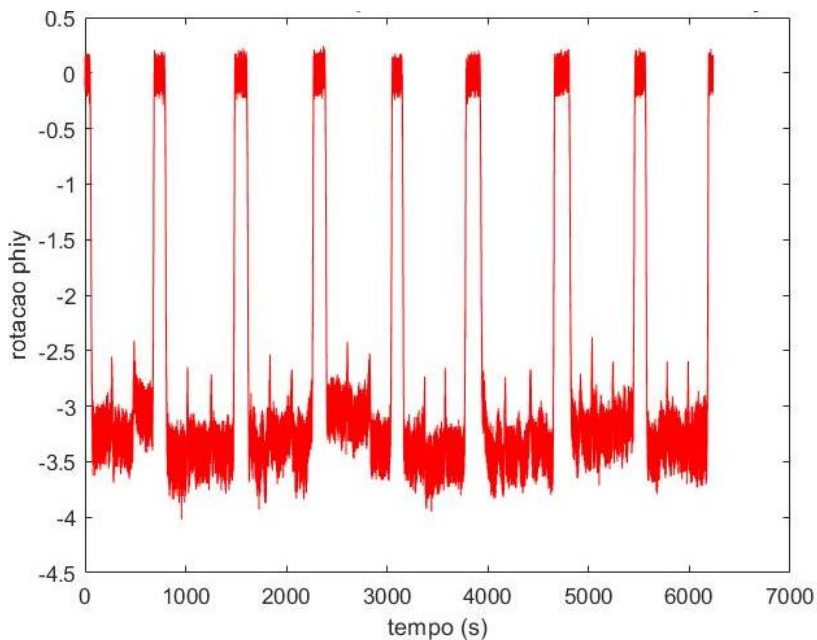
Fonte: Elaborado pelo Próprio Autor(2023)

Figura 38: Diagrama de curvatura em torno do eixo x (ϕ_x) do pilar ao longo do tempo em segundos



Fonte: Elaborado pelo Próprio Autor(2023)

Figura 39: Diagrama de curvatura em torno do eixo y (ϕ_y) do pilar ao longo do tempo em segundos.

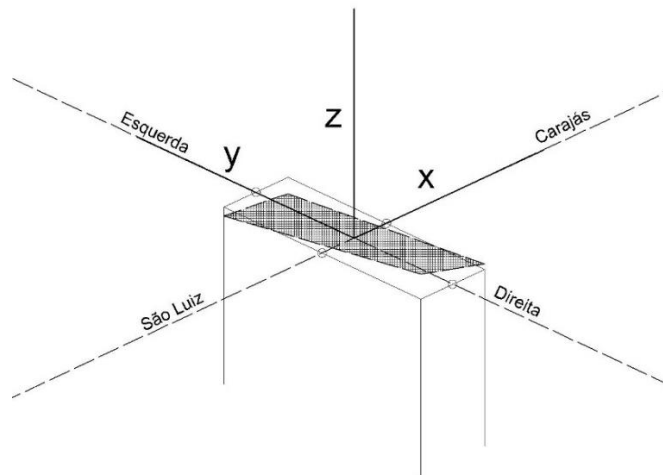


Fonte: Elaborado pelo Próprio Autor(2023)

Na figura 40 abaixo pode-se observar as três deformações em um mesmo gráfico. A Oscilação mostrada em intervalos regulares demonstram a passagem dos vagões.

Como era esperado, a deformação axial apresenta valor negativo, indicando a compressão sofrida. Em relação às rotações, observa-se que um deles está positivo e outro negativo, isso pode indicar que as rotações na seção do pilar ocorreram da seguinte forma:

Figura 40: Ilustração das deformações combinadas na seção do pilar



Fonte: Elaborado pelo Próprio Autor(2023)

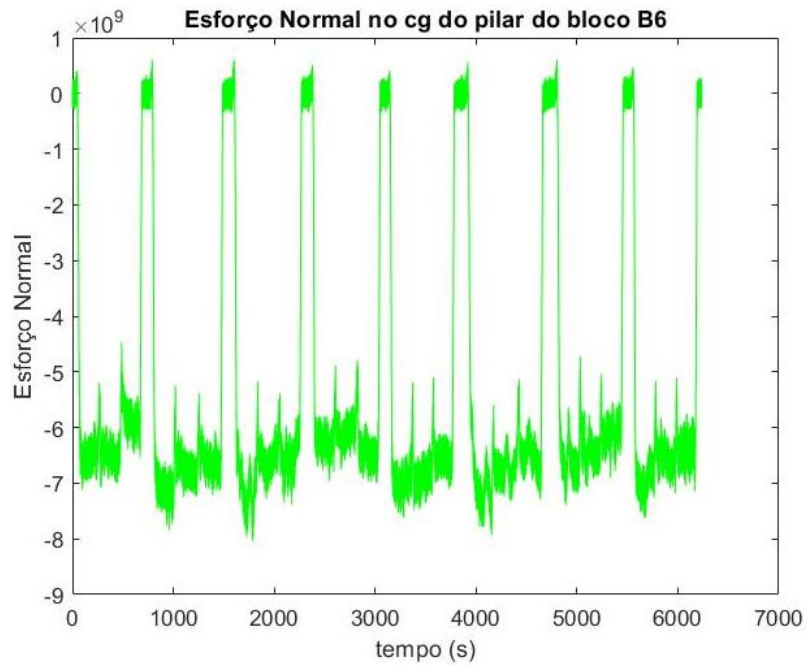
2.4.3.2 vetor de Tensões (F)

A partir da obtenção dos valores de ϵ_0 , ϕ_x e ϕ_y e assim se calcular as deformações com a função $\epsilon_{(x,y)}$, que no programa 'calcDeformacoesGeneralizadasSecao.m' é representado por 'Y', e com dados das propriedades dos materiais, pode-se determinar as tensões.

E da mesma forma como foi feito no item 2.4.3.1, as tensões foram atribuídas às variáveis N , M_x e M_y a partir dos valores do vetor de esforços 'F'. isso é mostrado no Anexo A, linhas 319 a 321.

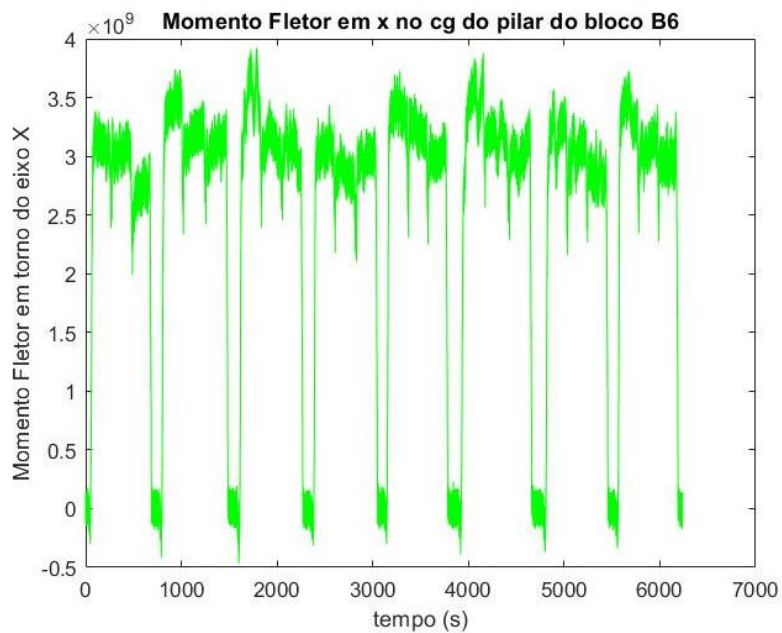
Com isso, pode-se observar o comportamento dos esforços ao longo do tempo. As figuras 41, 42 e 43 mostram os valores do Esforço Normal, Momento em torno do eixo x e Momento em torno do eixo y, respectivamente.

Figura 41: Esforço Normal aplicado no CG do pilar P5, no Bloco B6



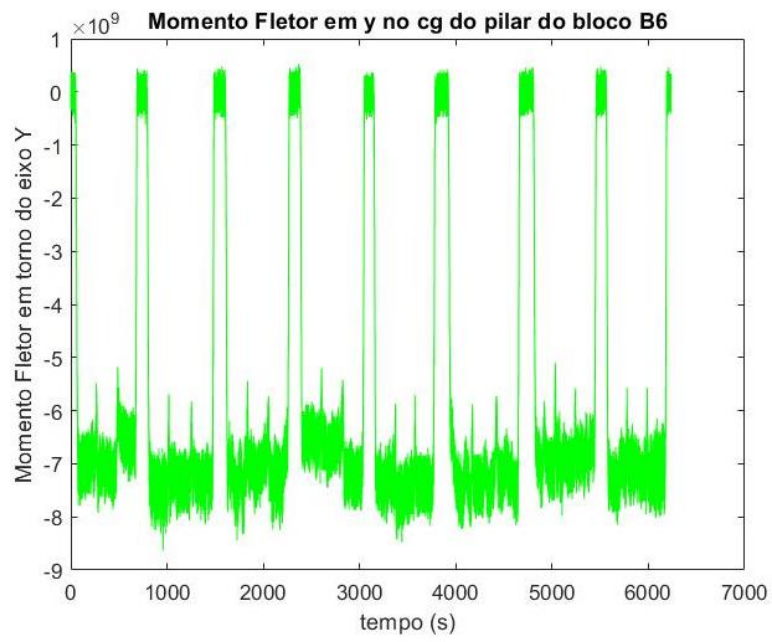
Fonte: Elaborado pelo Próprio Autor(2023)

Figura 42: Momento Fletor em torno do eixo X aplicado no pilar P5 do Bloco B6



Fonte: Elaborado pelo Próprio Autor(2023)

Figura 43: Momento Fletor em torno do eixo Y aplicado no pilar P5 do Bloco B6



Fonte: Elaborado pelo Próprio Autor(2023)

3 – CONCLUSÕES

Afim de se mensurar as tensões nos elementos do Bloco B6 da estrutura da ponte ferroviária sobre o Rio Mearin, que sofreu acidente durante a sua manutenção, utilizou-se de conceitos da mecânica dos sólidos, mais especificamente a flexão composta juntamente com o Método dos Mínimos Quadrados tendo como ferramenta programas em linguagem MatLAB para que se determinasse as tensões nos elementos estruturais aos quais foram afixados extensômetros após o acidente.

A análise dos relatórios teve um papel fundamental para o entendimento do problema de estudo e também a nomenclatura adotada para a localização dos extensômetros. Além dos relatórios, foram necessários os dados presentes em 8 arquivos no formato '.txt' extraídos do equipamento aquisitor de dados com as informações nas deformações medidas pelos extensômetros ao longo de determinado intervalo de tempo.

Dessa forma, com dados de entrada como as leituras das deformações dos extensômetros e com os pontos x e y das coordenadas dos mesmos, elaborou-se um programa principal e dois auxiliares que determinassem primeiramente a organização e tratamento dos dados e os cálculos das deformações para posteriormente se calcular-se as tensões.

Para se chegar nessa etapa, precisou-se aprofundar os estudos em programação, haja vista que esse assunto não foi contemplado em nenhuma disciplina durante a graduação e essa linguagem mostrou-se ser bastante simples de ser executada. Foi necessário a sua utilização pois o volume de dados era demasiadamente grande, tornando-se inviável solucionar de forma manual o problema em questão. Outro fator foi a escolha do método matricial para a resolução por método dos mínimos quadrados, haja vista que a linguagem MatLAB é voltada principalmente para operações matriciais.

O relatório apontou, em uma análise preliminar, que a estrutura estava submetida à flexão composta, para isso tomou-se conhecimento das principais relações para a determinação da deformação com base nos esforços combinados de compressão e momento fletor. O primeiro deles, gerando uma deformação ϵ_0 ,

enquanto que o segundo gera φ_x ou φ_y (vai depender do eixo a ser analisado). Primeiramente, buscou-se mostrar a aplicação em um plano de referência (no caso, o plano y-z), afim de que se compreendesse posteriormente a aplicação da flexão composta em mais um plano além deste (o plano x-z).

Com o aprendizado da linguagem de programação, foi possível a implementação do método dos mínimos quadrados através da leitura, tratamento e processamento dos dados de entrada, bem como a verificação segura de que o modelo matemático estaria próximo das deformações reais. Portanto, a implementação do programa foi bem sucedida, por isso, foi possível atingir ao objetivo do trabalho, que era a obtenção das tensões.

Como proposta para futuras pesquisas, a partir deste trabalho, pode-se considerar:

- Realizar o mesmo procedimento, porém utilizando outro método numérico diferente do método dos mínimos quadrados para encontrar uma função de interpolação para $\varepsilon_{(x,y)}$;
- Com a definição da equação de superfície de deformações $\varepsilon_{(x, y)}$, extrapolar os resultados de deformações e tensões para outras seções e até outros elementos quaisquer da estrutura (incluindo os elementos da superestrutura) a fim de se conhecer as deformações e tensões em pontos onde necessariamente não teriam extensômetros instalados.

4 – BIBLIOGRAFIA

Agência Nacional de Transportes Terrestres - ANTT. Informações Estrada de Ferro Carajás. [Online] [Citado em: 19 de Abril de 2023.]

https://portal.antt.gov.br/resultado/-/asset_publisher/m2By5inRuGGs/content/id/2428888.

Almeida, Valério da Silva, Greco, Marcelo e Maciel, Daniel Nelson. 2019. *Resistência dos Materiais, um Guia Prático*. Rio de Janeiro : Elsevier Editora LTDA, 2019.

Andolfato, Rodrigo Piernas, Camacho, Jefferson Sidney e Brito, Gilberto Antônio de. 2004. *Extensometria Básica*. Ilha Solteira : s.n., 2004.

Associação Nacional dos Transportadores Ferroviários. [Online] [Citado em: 20 de Abril de 2023.] <https://www.antf.org.br/mapa-ferroviario/>.

company, HBM. 2022. Como um strain gauge elétrico funciona? *HBM*. [Online] 15 de setembro de 2022. <https://www.hbm.com/pt/7328/video-como-um-strain-gauge-eletrico-funciona/>.

— **2022.** Lista de Termos relacionados à Medição de Deformação. *HBM*. [Online] 15 de setembro de 2022. <https://www.hbm.com/pt/7113/glossario-sobre-medicao-de-deformacao/>.

— **2022.** O circuito de ponte de Wheatstone. *HBM*. [Online] 15 de setembro de 2022. <https://www.hbm.com/pt/7163/circuito-de-ponte-de-wheatstone/>.

Diário do Pará. 2020. [Online] 11 de Fevereiro de 2020. [Citado em: 26 de Abril de 2023.]

Frazão Guimarães, H. C e Ávila, J. A. 2001. *Resistência dos Materiais*. Rio de Janeiro : ime, 2001.

Helene, Otaviano Augusto Marcondes. 2006. *Método dos Mínimos Quadrados com Formalismo Matricial*. São Paulo : Livraria da Física, 2006.

Marcelino, Mateus Levi. 2020. Aplicação da Ponte de Wheatstone com Extensômetros Elétricos: Instrumentação de um Link para Medições das Forças de Tração e Compressão. *Semana Acadêmica*. 2020.

Moreira, Domicio Falcão. 1977. *Análise Matricial das Estruturas*. Rio de Janeiro : Editora Universidade de São Paulo, 1977.

Prazeres, Plínio Glauber Carvalho dos, Gomes, Jair José dos Santos e Souza, Remo magalhães de. 2003. Aplicação de Métodos Numéricos na Análise Computacional de Seções de Concreto Armado Submetidas à Flexão composta Reta. *V Simpósio EPUSP Sobre Estruturas de Concreto*. Junho de 2003, pp. 1 - 20.

Souza, Remo Magalhães de. 2012. *RELATÓRIO TÉCNICO - R01 - Monitoração das Estacas do Bloco B6*. Belém : s.n., 2012.

— **2012.** *RELATÓRIO TÉCNICO – R02 – Avaliação do Efeito de Passagem de Trens de Teste nas Estacas do Bloco B06*. Belém : s.n., 2012.

— **2012.** *RELATÓRIO TÉCNICO – R03 – Avaliação dos Esforços nas Estacas do Bloco B06 Devidos a Passagem de Trens de Minério Carregado*. Belém : s.n., 2012.

— **2012.** *RELATÓRIO TÉCNICO – R04 – Avaliação dos Esforços nas Estacas do Bloco B06 Devidos a Passagem de Trens de Minério Carregado com 95% de carga máxima*. Belém : s.n., 2012.

— **2012.** *RELATÓRIO TÉCNICO – R05 – Revisão 1 – Verificação do Comportamento Linear do Sistema Pilar/Bloco/Estacas Devidos a Passagem de Trens de Minério Carregado com 95% de carga máxima*. Belém : s.n., 2012.

— **2013.** *RELATÓRIO TÉCNICO FINAL - Trabalhos de Análises, Monitoração e Reforço das Fundações do Vão Metálico da Ponte Sobre o Rio Mearim, OAE13, devido ao acidente ocorrido em 16/03/2012.* Belém : s.n., 2013.

VALE. Trem de passageiros. *Vale.* [Online] [Citado em: 18 de Abril de 2023.]
[https://vale.com/pt/trem-de-passageiros.](https://vale.com/pt/trem-de-passageiros)

Weber, Albano Luiz. 2008. Metrologia e Instrumentação. Caxias do Sul : s.n., 2008.

— **2008.** Metrologia e Instrumentação. 2008.

ANEXOS

Anexo A – Programa ‘tratamentoSeparacaoDados.m’

```

1. function tratamentoSeparacaoDados
2. .
3. close all;
4. .
5. % realiza a leitura dos dados nos arquivos txt
6. dados1 = load ('BLOCOB60005_tremcarregado.txt');
7. dados2 = load ('BLOCOB60006_tremcarregado.txt');
8. dados3 = load ('BLOCOB60008_tremcarregado.txt');
9. dados4 = load ('BLOCOB60009_tremcarregado.txt');
10.     dados5 = load ('BLOCOB60011_tremcarregado.txt');
11.     dados6 = load ('BLOCOB60013_carregado.txt');
12.     dados7 = load ('BLOCOB60015_tremcarregado.txt');
13.     dados8 = load ('BLOCOB60016_tremcarregado.txt');
14.     .
15.     [npts1, ncurvas1] = size(dados1);
16.     [npts2, ncurvas2] = size(dados2);
17.     [npts3, ncurvas3] = size(dados3);
18.     [npts4, ncurvas4] = size(dados4);
19.     [npts5, ncurvas5] = size(dados5);
20.     [npts6, ncurvas6] = size(dados6);
21.     [npts7, ncurvas7] = size(dados7);
22.     [npts8, ncurvas8] = size(dados8);
23.     .
24.     % % zera sinais com problema
25.     % % sg19, coluna 20, trem6
26.     % for i=1: npts6
27.     %     dados6(i,20)= 0.0;
28.     %     dados6(i,30)= 0.0;
29.     % end
30.     %
31.     .
32.     % tara os sinais
33.     .
34.     %intervalos em pontos utilizado para calculo do
        zero inicial e final
35.     dti = 500;
36.     dtf = dti;
37.     .
38.     tempil = dados1(1,1);
39.     tempf1 = dados1(npts1,1);

```

```

40.     tempi2 = dados2(1,1);
41.     tempf2 = dados2(npts2,1);
42.     tempi3 = dados3(1,1);
43.     tempf3 = dados3(npts3,1);
44.     tempi4 = dados4(1,1);
45.     tempf4 = dados4(npts4,1);
46.     tempi5 = dados5(1,1);
47.     tempf5 = dados5(npts5,1);
48.     tempi6 = dados6(1,1);
49.     tempf6 = dados6(npts6,1);
50.     tempi7 = dados7(1,1);
51.     tempf7 = dados7(npts7,1);
52.     tempi8 = dados8(1,1);
53.     tempf8 = dados8(npts8,1);
54.     .
55.     for i = 2: ncurvas1
56.         %
57.         % obtem o zero e o ruído dos sinais
58.         .
59.         trechoi1 = dados1(1:dti,i);
60.         zeroi1 = mean(trechoi1);
61.         trechoi2 = dados2(1:dti,i);
62.         zeroi2 = mean(trechoi2);
63.         trechoi3 = dados3(1:dti,i);
64.         zeroi3 = mean(trechoi3);
65.         trechoi4 = dados4(1:dti,i);
66.         zeroi4 = mean(trechoi4);
67.         trechoi5 = dados5(1:dti,i);
68.         zeroi5 = mean(trechoi5);
69.         trechoi6 = dados6(1:dti,i);
70.         zeroi6 = mean(trechoi6);
71.         trechoi7 = dados7(1:dti,i);
72.         zeroi7 = mean(trechoi7);
73.         trechoi8 = dados8(1:dti,i);
74.         zeroi8 = mean(trechoi8);
75.         .
76.         trechof1 = dados1(npts1-dtf:npts1,i);
77.         zerof1 = mean(trechof1);
78.         trechof2 = dados2(npts2-dtf:npts2,i);
79.         zerof2 = mean(trechof2);
80.         trechof3 = dados3(npts3-dtf:npts3,i);
81.         zerof3 = mean(trechof3);
82.         trechof4 = dados4(npts4-dtf:npts4,i);
83.         zerof4 = mean(trechof4);
84.         trechof5 = dados5(npts5-dtf:npts5,i);
85.         zerof5 = mean(trechof5);
86.         trechof6 = dados6(npts6-dtf:npts6,i);

```

```

87.     zerof6 = mean(trechof6);
88.     trechof7 = dados7(npts7-dtf:npts7,i);
89.     zerof7 = mean(trechof7);
90.     trechof8 = dados8(npts8-dtf:npts8,i);
91.     zerof8 = mean(trechof8);
92.     .
93.     % remove tendencia
94.     coef1 = (zerof1-zeroi1)/(tempf1-tempi1);
95.     coef2 = (zerof2-zeroi2)/(tempf2-tempi2);
96.     coef3 = (zerof3-zeroi3)/(tempf3-tempi3);
97.     coef4 = (zerof4-zeroi4)/(tempf4-tempi4);
98.     coef5 = (zerof5-zeroi5)/(tempf5-tempi5);
99.     coef6 = (zerof6-zeroi6)/(tempf6-tempi6);
100.    coef7 = (zerof7-zeroi7)/(tempf7-tempi7);
101.    coef8 = (zerof8-zeroi8)/(tempf8-tempi8);

102.    .
103.    for j = 1: npts1
        i. tj1 = dados1(j,1);
        ii. dados1(j,i) = dados1(j,i)-zeroi1 -
            tj1*coef1;
104.    end
105.    .
106.    for j = 1: npts2
        i. tj2 = dados2(j,1);
        ii. dados2(j,i) = dados2(j,i)-zeroi2 -
            tj2*coef2;
107.    end
108.    .
109.    for j = 1: npts3
        i. tj3 = dados3(j,1);
        ii. dados3(j,i) = dados3(j,i)-zeroi3 -
            tj3*coef3;
110.    end
111.    .
112.    for j = 1: npts4
        i. tj4 = dados4(j,1);
        ii. dados4(j,i) = dados4(j,i)-zeroi4 -
            tj4*coef4;
113.    end
114.    .
115.    for j = 1: npts5
        i. tj5 = dados5(j,1);
        ii. dados5(j,i) = dados5(j,i)-zeroi5 -
            tj5*coef5;
116.    end
117.    .

```

```

118.   for j = 1: npts6
        i. tj6 = dados6(j,1);
        ii. dados6(j,i) = dados6(j,i)-zeroi6 -
            tj6*coef6;
119.   end
120.   .
121.   for j = 1: npts7
        i. tj7 = dados7(j,1);
        ii. dados7(j,i) = dados7(j,i)-zeroi7 -
            tj7*coef7;
    b. end
122.   .
123.   for j = 1: npts8
        i. tj8 = dados8(j,1);
        ii. dados8(j,i) = dados8(j,i)-zeroi8 -
            tj8*coef8;
124.   end
125.   .
126.   %     dados1(:,i) = dados1(:,i)- dados1(1,i);
127.   %     dados2(:,i) = dados2(:,i)- dados2(1,i);
128.   %     dados3(:,i) = dados3(:,i)- dados3(1,i);
129.   %     dados4(:,i) = dados4(:,i)- dados4(1,i);
130.   end
131.   .
132.   dados = [dados1(:,1:32);
        i. dados2(:,1:32);
        ii. dados3(:,1:32);
    iii. dados4(:,1:32);
        iv. dados5(:,1:32);
        v.  dados6(:,1:32);
        vi. dados7(:,1:32);
    vii. dados8(:,1:32)];
133.   .
134.   temp1 = dados1(:,1);
135.   temp2 = dados2(:,1) + temp1(npts1);
136.   temp3 = dados3(:,1) + temp2(npts2);
137.   temp4 = dados4(:,1) + temp3(npts3);
138.   temp5 = dados5(:,1) + temp4(npts4);
139.   temp6 = dados6(:,1) + temp5(npts5);
140.   temp7 = dados7(:,1) + temp6(npts6);
141.   temp8 = dados8(:,1) + temp7(npts7);
142.   .
143.   temp = [temp1,
        i. temp2,
        ii. temp3,
    iii. temp4,
        iv. temp5,

```

```

    v. temp6,
    vi. temp7,
    vii. temp8];
144. .
145. nptst = size(temp,1);
146. reta = ones(nptst,1);
147. .
148. % separacao dos dados de cada extensometros
149. sg01 = dados(:,2); %
150. sg02 = dados(:,3); %
151. sg03 = dados(:,4); %
152. sg04 = dados(:,5); %
153. sg05 = dados(:,6); %
154. sg06 = dados(:,7); %
155. sg07 = dados(:,8); %
156. sg08 = dados(:,9); %
157. sg09 = dados(:,10); %
158. sg10 = dados(:,11); %
159. sg11 = dados(:,12); %
160. sg12 = dados(:,13); %
161. sg13 = dados(:,14); %
162. sg14 = dados(:,15); %
163. sg15 = dados(:,16); %
164. sg16 = dados(:,17); %
165. sg17 = dados(:,18); %
166. sg18 = dados(:,19); %
167. sg19 = dados(:,20); %
168. sg20 = dados(:,21); %
169. sg21 = dados(:,22); %
170. sg22 = dados(:,23); %
171. sg23 = dados(:,24); %
172. sg24 = dados(:,25); %
173. sg25 = dados(:,26); %
174. sg26 = dados(:,27); %
175. sg27 = dados(:,28); %
176. sg28 = dados(:,29); %
177. sg29 = dados(:,30); %
178. sg30 = dados(:,31); %
179. sg31 = dados(:,32); %
180. .
181. % SG      DESCRICAO
182. % 20      E01SGADCJS
183. % 21      E01SGADSLZ
184. % 23      E01SGAECJS
185. % 22      E01SGAESLZ
186. % 16      E07SGADCJS
187. % 17      E07SGADSLZ

```

```

188.    % 18    E07SGAESLZ
189.    % 19    E07SGECJS
190.    % 26    E08SGADCJS
191.    % 25    E08SGADSLZ
192.    % 24    E08SGAECJS
193.    % 27    E08SGAESLZ
194.    % 29    E08SGCJS
195.    % 30    E08SGE
196.    % 31    E08SGSLZ
197.    % 12    E14SGADCJS
198.    % 11    E14SGADSLZ
199.    % 10    E14SGAECJS
200.    % 9     E14SGAESLZ
201.    % 1     E17SGADCJS
202.    % 8     E17SGADSLZ
203.    % 2     E17SGAECJS
204.    % 3     E17SGAESLZ
205.    % 4     E18SGADCJS
206.    % 7     E18SGADSLZ
207.    % 6     E18SGAECJS
208.    % 5     E18SGAESLZ
209.    % 14    PS2C
210.    % 13    PS2D
211.    % 15    PS2E
212.    % 28    PS2SLZ
213.    .
214.    figure(1); % Plotagem dos extensômetros da seção
        s2 do pilar
215.    plot (temp, sg28, 'r-', temp, sg15, 'g-', temp,
        sg13, 'b-', temp, sg14, 'm-');
216.    %plot (temp, sg28, 'r-', temp, sg15, 'g-');
217.    hold on;
218.    grid on;
219.    legend ('P5S2SLZ', 'P5S2E', 'P5S2D', 'P5S2CJS');
220.    %legend ('P5S2SLZ', 'P5S2E');
221.    title('Extensômetros na seção 2 do Pilar P5');
222.    xlabel('tempo (s)');
223.    ylabel('Deformação (um/m)');
224.    .
225.    %plotagem de verificação dos resultados
        preliminares dos dados dos
226.    %extensômetros do pilar
227.    .
228.    %I_propriedades dos materiais
229.    % a_Propriedades do aço na estaca
230.    Asest = 0.0256 %m^2 - área definida por tabela
        de perfis

```

```

231. Iys = 7.613e-4 %m^4 - momento te inercia definido
    por tabela de perfil
232. Ixs = 2.668e-4 %m^4 - momento de inércia definido
    por tabela de perfil
233. .
234. % b_Propriedades do aço na armadura do pilar
235. Nbar = - %número de barras
236. DimArm =
237. As = (pi*DimArm^2)/4
238. Asp = Nbar*As
239. Iyp = YY %m^4
240. Ixp = XX %m^4
241. .
242. % c_Área e momento de inercia da armadura do
    pilar
243. As = 0.0256; % m2
244. Iys = 7.613e-4; % m4
245. Ixs = 2.668e-4; % m4
246. .
247. % d_Propriedades do concreto das estacas
248. fckEinf= 22.5; %MPa - obtido por esclerometria
249. fckEsup= 45.0; %MPa - obtido por esclerometria
250. EcEinf = 0.85*5600*sqrt(fckEinf)*1000; % kN/m^2
251. EcEsup = 5600*sqrt(fckEsup)*1000; % kN/m^2
252. Es = 205000000; % kN/m^2
253. .
254. % e_Área e momento de inercia da secao bruta do
    pilar (VERIFICAR)
255. % dimensoes do pilar
256. base = 2.5;
257. altura = 7.7;
258. Act = base*altura;
259. Ixct = base*altura^3/12.0;
260. Iyct = altura*base^3/12.0;
261. .
262. % f_area e momento de inercia da secao liquida de
    concreto do pilar
263. Ac = Act - As;
264. Ixc = Ixct - Ixs;
265. Iyc = Iyct - Iys;
266. .
267. % vetor de pontos de medicao (medidas de
    deformacoes nos extensometros)
268. Y = [sg28';
    a. sg15';
    b. sg13';
    c. sg14'];

```

```

269. .
270. %coordenadas extensômetros pilar
271. % posicoes em relacao ao eixo do pilar
272. dxp = base/2;
273. dyp = altura/2;
274. .
275. % coordenadas dos extensômetros no pilar
276. coordsp = [-dxp 0;
              0 dyp;
              1 0 -dyp;
              ii. dxp 0];
277. .
278. np = size(Y,1);
279. vlp = ones(np,1);
280. X = [vlp coordsp];
281. .
282. % Coordenadas dos extensômetros nas estacas
    (concreto e perfil metálico)
283. .
284. % coordconcr =
    load('Extensometros_concreto_estaca.txt');
    i. %a importação dessas coordenadas pode ser
        feito de modo similar a
    ii. %importação dos dados das deformações lidas
        pelos extensômetros.

285. % coordaco =
    load('Extensometros_perfilmetalico_estaca.txt');
286. .
287. % chamada da rotina que calcula as deformacoes
    generalizadas na secao do
288. % pilar
289. [e] = calcDeformacoesGeneralizadasSecao(Y,X);
290. .
291. eps0 = e(1,:); %todos os valores da primeira
    linha e todas as colunas
292. phix = e(2,:); %todos os valores da segunda
    linha e todas as colunas
293. phiy = e(3,:); %todos os valores da terceira
    linha e todas as colunas
294. .
295. figure(2); %plotagem da deformação axial (e0)
296. plot(temp, eps0, 'r-'); %grafico def axial x
    tempo na cor vermelha
297. titulo = 'Deformação axial no CG do pilar do
    bloco B6';
298. title(titulo);

```

```

299. xlabel('tempo (s)');
300. ylabel('Deformação axial');
301. .
302. figure(3); %plotagem da rotação no eixo x
303. plot(temp, phix, 'r-');
304. titulo = 'rotacao da secao do pilar do bloco B6';
305. title(titulo);
306. xlabel('tempo (s)');
307. ylabel('rotacao phix');
308. .
309. figure(4); %plotagem da rotação do pilar no eixo
    y
310. plot(temp, phiy, 'r-'); %grafico rot y x tempo na
    cor vermelha
311. titulo = 'Rotacao da secao do pilar do bloco B6
    em torno do eixo y';
312. title(titulo);
313. xlabel('tempo (s)');
314. ylabel('rotacao phiy');
315. .
316. % chamada da rotina que calcula os esforcos
    (N,Mx,My) na secao transversal
317. [F] =
    calcEsforcosNaSecao(e, EcEinf, EcEsup, Es, Ac, As, Ixc, Iyc,
    Ixs, Iys);
318. .
319. N = F(1, :)'; %seleção de esforços normais,
    primeira linha e todas as colunas
320. Mx = F(2, :)'; %
321. My = F(3, :)';
322. .
323. figure(7); %plotagem do esforço normal na seção
    (N) ao longo do tempo;
324. plot(temp, N, 'g-'); %grafico esforço normal x
    tempo na cor verde
325. titulo = 'Esforço Normal no cg do pilar do bloco
    B6';
326. title(titulo);
327. xlabel('tempo (s)');
328. ylabel('Esforço Normal');
329. .
330. figure(8); %plotagem do momento em X na seção
    (Mx) ao longo do tempo;
331. plot(temp, Mx, 'g-'); %grafico esforço normal x
    tempo na cor verde
332. titulo = 'Momento Fletor em x no cg do pilar do
    bloco B6';

```

```
333. title(titulo);
334. xlabel('tempo (s)');
335. ylabel('Momento Fletor em torno do eixo X');
336. .
337. figure(9); %plotagem momento em Y na seção (My)
    ao longo do tempo;
338. plot(temp, My, 'g-'); %grafico esforço normal x
    tempo na cor verde
339. titulo = 'Momento Fletor em y no cg do pilar do
    bloco B6';
340. title(titulo);
341. xlabel('tempo (s)');
342. ylabel('Momento Fletor em torno do eixo Y');
343. .
344. End
```

Anexo B – Programa ‘calcDeformacoesGeneralizadasSecao.m’

```
1. % rotina que calcula as deformacoes generalizadas no
   pilar
2. % por meio do metodo dos minimos quadrados
3. .
4. function [e] = calcDeformacoesGeneralizadasSecao(Y,X)
5. .
6. XtX = X'*X;           %cálculo do produto do matriz de
   coordenadas multiplicado pela sua transposta
7. invXtX = inv(XtX); %cálculo do inverso do produto
   entre matriz de coordenadas pela sua transposta
8. .
9. e = invXtX*X'*Y;     %cálculo do produto do resultado
   da operação acima pela matriz coordenads transposta e
   vetor de deslocamentos medidos por extensômetros
10. .
11. return
```

Anexo C – Programa ‘calcEsforçosNaSecao.m’

```

1. % rotina que calcula os esforços internos na secão
   transversal
2. .
3. function [Finf,Fsup] =
   calcEsforçosNaSecao (e, EcEinf, EcEsup, Es, Ac, As, Ixc, Iyc,
   Ixs, Iys)
4. .
5. % Cálculo da matriz de rigidez da secão de concreto
   (propriedade inferior)
6. Kcinf = [EcEinf*Ac  0      0;
           i. 0      EcEinf*Iyc  0;
           ii. 0      0      EcEinf*Ixc];
7. .
8. % Cálculo da matriz de rigidez da secão de concreto
   (propriedade superior)
9. Kcsup = [EcEsup*Ac  0      0;
           i. 0      EcEsup*Iyc  0;
           ii. 0      0      EcEsup*Ixc];
10. .
11. % Cálculo da matriz de rigidez da secão de aço
12. Ks = [Es*As  0      0;
        i. 0      Es*Iys  0;
        ii. 0      0      Es*Ixs];
13. .
14. % Cálculo dos esforços na secão (propriedade
   inferior)
15. Finf = (Kcinf+Ks)*e;
16. .
17. % Cálculo dos esforços na secão (propriedade
   superior)
18. Fsup = (Kcsup+Ks)*e;
19. .
20. return

```