

**SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DO BAIXO TOCANTINS
FACULDADE DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

LUÍS OTÁVIO ANDRADE NASCIMENTO

**A MATEMÁTICA FINANCEIRA E AS ESTRATÉGIAS DE INVESTIMENTOS:
POUPANÇA E TÍTULOS PÚBLICOS FEDERAIS**

**ABAETETUBA/PA
2019**

LUÍS OTÁVIO ANDRADE NASCIMENTO

**A MATEMÁTICA FINANCEIRA E AS ESTRATÉGIAS DE INVESTIMENTOS:
POUPANÇA E TÍTULOS PÚBLICOS FEDERAIS**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Faculdade de Ciências Exatas e Tecnologia – FACET, da Universidade Federal do Pará, como requisito parcial para a obtenção do Grau de Licenciado em Matemática.

Orientadora: Prof.^a. Ma. Silvana Gomes



SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DO BAIXO TOCANTINS
FACULDADE DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA

ATA DE DEFESA DE TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

No dia 02 de setembro de 2019, às 15:29 horas, na sala 05 do Bloco de aulas da FACET do Campus Universitário de Abaetetuba, reuniu-se a banca examinadora do trabalho acadêmico de conclusão de curso de **LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**, constituída pelos professores: Osvaldo dos Santos Barros, Raimundo das Graças Carvalho de Almeida e Silvana da Costa Gomes, para avaliar o trabalho do aluno: **LUÍS OTÁVIO ANDRADE NASCIMENTO**, orientado pela docente, Silvana da Costa Gomes com o Título: **A MATEMÁTICA FINANCEIRA E AS ESTRATÉGIAS DE INVESTIMENTOS: POUPANÇA E TÍTULOS PÚBLICOS FEDERAIS**. Após a apresentação do trabalho, o aluno foi arguido pela banca, em seguida a banca reuniu-se para deliberar sobre o parecer final, tendo decidido pelo parecer **FAVORÁVEL** com média 9,0, ou seja, conceito EXCELENTE este conceito está vinculado ao atendimento às alterações solicitadas pela banca examinadora, discriminadas, no TCC impresso devolvido ao discente. A sessão foi encerrada às 16:02 horas, sendo lavrada a presente ata que vai assinada por mim, presidente da banca, e pelos demais membros da banca.

Silvana da Costa Gomes

Prof.^a. Me. Silvana da Costa Gomes
UFPA/ABAETETUBA
(Presidente / Orientador)

Osvaldo dos Santos Barros

Prof.^o. Dr. Osvaldo dos Santos Barros
UFPA/ABAETETUBA
(Membro)

Raimundo das Graças Carvalho de Almeida

Prof.^o. Me. Raimundo das Graças Carvalho de Almeida
UFPA/ABAETETUBA
(Membro)

A minha família que me deu forças para
concluir este projeto de forma satisfatória.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus primeiramente, que foi tudo que eu precisei durante todos esses anos. Devo tudo a Ele, meu PAI, meu amigo, meu protetor FIEL!

Agradeço também a minha família, que não mediu esforços para que eu concluísse essa etapa. A ela todas as recompensas serão retribuídas pois ela foi um instrumento abençoador na minha vida.

Agradeço a todos os professores, por todo os conselhos e ajuda durante os meus estudos e na elaboração do meu TCC.

Gostaria de deixar o meu profundo agradecimento a minha orientadora Prof. Ma. Silvana da Costa Gomes por todo apoio e paciência ao longo da elaboração do meu projeto final.

Matemática - a inabalável base das ciências e a abundante Fonte do Progresso nos negócios humanos.

Barrow

RESUMO

Este trabalho, de natureza qualitativa, aborda a matemática financeira no contexto das estratégias de investimentos, a fim de contribuir para um maior conhecimento a cerca dessa prática financeira, que está muito alheia da população. Nesse sentido, a abordagem desse tema é capaz de proporcionar informações, desse aparentemente mundo complexo dos investimentos. Desse modo, a matemática financeira é essencial para quem deseja conhecer e aplicar valores, já que é capaz de oferecer instrumentos de utilização das operações que envolvem juros, taxas, investimentos e outros elementos do mercado financeiro de maneira clara e objetiva. É bastante recorrente, a utilização da poupança, como a única ou melhor forma de realizar investimentos, isso porque há um grande desconhecimento sobre outras formas de investimentos. Para alcançar essa proposta, foi realizada uma revisão bibliográfica dos principais autores que abordam a questão da matemática financeira na economia, especialmente na área dos mercados financeiros. Essa abordagem se faz necessária para fundamentar a abordagem teórica realizada.

Palavras-chave: Matemática Financeira. Investimentos. Mercado Financeiro.

ABSTRACT

This qualitative study deals with financial mathematics in the context of investment strategies, in order to contribute to a better understanding of this financial practice, which is very alien to the population. In this sense, the approach to this theme is capable of providing information, from this apparently complex world of investments. Thus, financial mathematics is essential for those who want to know and apply values, since it is able to offer instruments to use operations that involve interest, rates, investments and other elements of the financial market in a clear and objective way. It is quite recurrent, the use of savings, as the only or best way to make investments, because there is a great lack of knowledge about other forms of investments. In order to reach this proposal, a bibliographical review of the main authors dealing with financial mathematics in the economy, especially in the area of financial markets, was carried out. This approach is necessary to support the theoretical approach.

Keywords: Financial Mathematics. Investments. Financial market.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Diagrama do Fluxo de Caixa.....	18
Figura 2 - Fluxo de Caixa do ponto de vista do recebedor.....	18
Figura 3 - Fluxo de Caixa do ponto de vista do banco.....	19
Figura 4 - Fluxo de Caixa do ponto de vista do investidor.....	19
Figura 5 - Fluxograma do mercado financeiro.....	25
Figura 6 - As dimensões dos investimentos.....	35
Figura 7- Investimento de renda fixa pré-fixado.....	36
Figura 8 - Investimento em renda fixa pós-fixado.....	37

LISTA DE TABELA

Tabela 1 – Aplicação na poupança	17
Tabela 2 - Período e taxa-juros simples.....	20
Tabela 3 - Período e taxa, juros compostos.....	21
Tabela 4 - Alguns Títulos Públicos Federais	27
Tabela 5 - Letra do Tesouro Nacional (LTN).....	28
Tabela 6 - Vantagens e desvantagens da poupança	33
Tabela 7 - Cálculo do VPL.....	41
Tabela 8 - Cálculo do VPL.....	42
Tabela 9 -Taxa nos 5 meses.....	44
Tabela 10 -Taxa no período de 4 meses.....	45
Tabela 11-Taxa no período de 7 meses.....	47
Tabela 12 - Histórico de preços e taxas da LTN 010116	50

LISTA DE ABREVIATURAS

LTN	Letra do Tesouro Nacional
LFT	Letra Financeira do Tesouro
NTN	Nota do Tesouro Nacional
SELIC	Sistema Especial de Liquidação e Custódia
NBC	Nota do Banco Central do Brasil
VPL	Valor Presente Líquido
TIR	Taxa Interna de Retorno
NTN-B	Notas do Tesouro Nacional - Série B Principal

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	13
CAPÍTULO I - A MATEMÁTICA FINANCEIRA NA ECONOMIA	14
1.1 CONCEITOS FUNDAMENTAIS DA MATEMÁTICA FINANCEIRA	15
1.1.1 Calendários.....	17
1.1.2 Fluxo de Caixa.....	18
1.2 TAXA DE JUROS	19
1.2.1 Taxas Proporcionais.....	20
1.2.2 Taxas Equivalentes.....	20
1.2.3 Taxa Nominal.....	22
1.2.4 Taxa Efetiva	22
1.2.5 Taxas Resultantes.....	23
1.2.6 Taxa Real	23
CAPÍTULO II - INVESTIMENTOS.....	25
2.1 MERCADO FINANCEIRO	25
2.2 TÍTULOS PÚBLICOS FEDERAIS	27
2.3 POUPANÇA.....	29
2.3.1 Um breve histórico da poupança.....	31
2.3.2 Principais Características	31
CAPÍTULO III - AVALIAÇÃO ECONÔMICA E PROJETO DE INVESTIMENTO	34
3.1 CENÁRIO DOS INVESTIMENTOS DOS BRASILEIROS	34
3.2 MÉTODOS QUANTITATIVOS DE ANÁLISE DE INVESTIMENTOS	39
3.2.1 Valor Presente Líquido (VPL)	39
3.2.2 Taxa Interna de Retorno (TIR)	40
3.3 APLICAÇÕES DE VALOR PRESENTE LÍQUIDO (VPL) E TAXA INTERNA DE RETORNO (TIR).....	41
3.4 PROBLEMAS APLICADOS NA POUPANÇA E NA LETRA DO TESOIRO NACIONAL (LTN).....	44

3.4.1 Poupança.....	44
3.4.2 Letra do Tesouro nacional (LTN).....	48
CONSIDERAÇÕES FINAIS	51
REFERÊNCIAS.....	53

INTRODUÇÃO

A pesquisa realizada neste trabalho tem como foco a matemática financeira, especificamente assuntos como taxas de mercado, juros simples e compostos, fluxo de caixa, poupança e investimentos de mercado (Títulos Públicos Federais). A proposta de uma temática como esta é proporcionar uma maior divulgação das possibilidades de investimentos, já que em termos empíricos, a poupança é a mais conhecida forma de investimento, em muitos casos, a única. Assim, o trabalho visa contribuir para que a matemática financeira, estudada nos ensinos fundamental e médio, possa ser aplicada de maneira a proporcionar a percepção entre teoria e prática.

Inicialmente para o trabalho pensou-se em pesquisar sobre mercado financeiro focado em ações da bolsa de valores, porém este tema é um tanto complexo, seria pra uma tese de mestrado. Justificando o tema em questão foi porque há alguns anos atrás trabalhei em uma empresa estatal (Alunorte que era uma coligada da Companhia Vale do Rio Doce - CVRD), e no momento de sua privatização todos os empregados que estavam trabalhando na empresa há mais de 30 dias foram agraciados com um lote de 313 ações, e na época (1997), a grande maioria dos empregados não sabiam o valor que tinha ações na bolsa de valores, com o decorrer do tempo a empresa foi crescendo e automaticamente as suas ações no mercado acompanharam, por este motivo o tema comentar sobre o mercado financeiro.

Ao analisar o contexto prático, a matemática tem vital importância não só na economia como em diversas outras áreas naturais. Na economia, a matemática é útil em diversas situações, como elaboração de um planejamento de investimento, proporciona também soluções de problemas empresariais, seja na área de recursos humanos, de produção, de comercialização, de finanças ou na própria área de administração geral. Estes exemplos mostram que a utilização de cálculos pode facilitar a vida de quem pretende atuar nas áreas da economia, pois é recorrente o uso da matemática financeira nas decisões a serem tomadas e a melhor forma de lidar com o mercado de investimentos.

Apesar do campo extenso da matemática financeira, o trabalho se detém apenas nas estratégias de investimentos, especificamente poupança e alguns Títulos Públicos Federais, não abrangendo outras áreas de mercado. Nesse sentido, a pesquisa parte da hipótese de que com base nos conhecimentos já estudados, em

matemática financeira, é possível saber discernir qual é o melhor investimento a ser realizado em um mercado financeiro. Com base nisso, o objetivo geral do trabalho é apresentar a matemática financeira como ferramenta de análise nas estratégias de investimento, especialmente na poupança e títulos públicos federais. Essa abordagem de estudo é justificada levando em consideração a relevância da matemática financeira especialmente nesse cenário da economia.

A fim de obter o objetivo proposto foi adotada a metodologia qualitativa, que fundamentada na revisão bibliográfica serviu de embasamento teórico para que todos os conceitos definidos estivessem com a coerência científica, evitando assim opiniões sem fundamentação.

O trabalho foi estruturado considerando, de maneira linear, os conceitos a serem utilizados. Assim, no primeiro capítulo é apresentada a matemática financeira na economia, visando os conceitos como calendários, fluxo de caixa e taxas (proporcionais, equivalentes, nominais, efetiva, resultantes e efetiva ou real). No segundo capítulo é abordada a conceituação de investimentos, principalmente no que se refere ao mercado financeiro, títulos públicos federais e poupança. No terceiro capítulo é desenvolvido o conceito de avaliação econômica e projeto de investimento, abordando os métodos quantitativos de análise de investimentos, estudando o Valor Presente Líquido (VPL) e a Taxa Interna de Retorno (TIR). Por fim aplicações das fórmulas relacionadas ao foco do trabalho.

CAPÍTULO I - A MATEMÁTICA FINANCEIRA NA ECONOMIA

Neste primeiro capítulo são desenvolvidos conceitos que são necessários para que haja uma compreensão da amplitude da matemática no campo da economia. Apesar de serem elementares, se configuram como fundamentais nas práticas comerciais e financeiras.

1.1 CONCEITOS FUNDAMENTAIS DA MATEMÁTICA FINANCEIRA

A matemática financeira é uma ferramenta imprescindível para análise de alternativas de investimentos ou financiamentos de bens de consumo. Tem como ideia básica a simplificação das operações financeiras a um fluxo de caixa, através da empregabilidade de determinados procedimentos matemáticos (SODRÉ, 2008).

Os conceitos apresentados a seguir são fundamentais no estudo da matemática financeira, otimizando assim sua compreensão.

a) **Capital:** Corresponde ao valor inicial de uma operação financeira, expresso em unidades monetárias (PUCCINI, 2011). Esse valor inicial pode ser:

- Numerário ou depósitos bancários disponíveis;
- Valor de um título de dívida no início de um processo financeiro;
- Valor de ativos físicos (prédios, máquinas, veículos, dentre outros), ao início de um processo financeiro.

b) **Juros:** Para Reinaldo, (2005) compreendem a remuneração obtida pela utilização do capital (C), aplicada a uma certa taxa (i), durante um determinado período (n), isto é, caracteriza-se como dinheiro pago pelo uso do dinheiro emprestado.

Os juros podem ser apresentados sob duas formas. São elas:

- **Juros Simples:** São a compensação em dinheiro pelo empréstimo de um capital financeiro, a uma taxa estipulada, prazo determinado, obtida de forma exclusiva através do capital inicial (Youssef et al;2009).

Os Juros simples são calculados da seguinte maneira:

$$J = C \cdot i \cdot n$$

Onde:

C = Capital inicial

i = taxa de juros

J = Juros simples

n = número de períodos

- Juros Compostos: Caracterizam-se como os juros de um determinado período, somados ao capital inicial para cálculo de novos juros nos períodos seguintes (IEZZI,2002). Os Juros Compostos são calculados da seguinte forma:

$$M = C(1 + i)^n$$

Onde:

C = Capital inicial

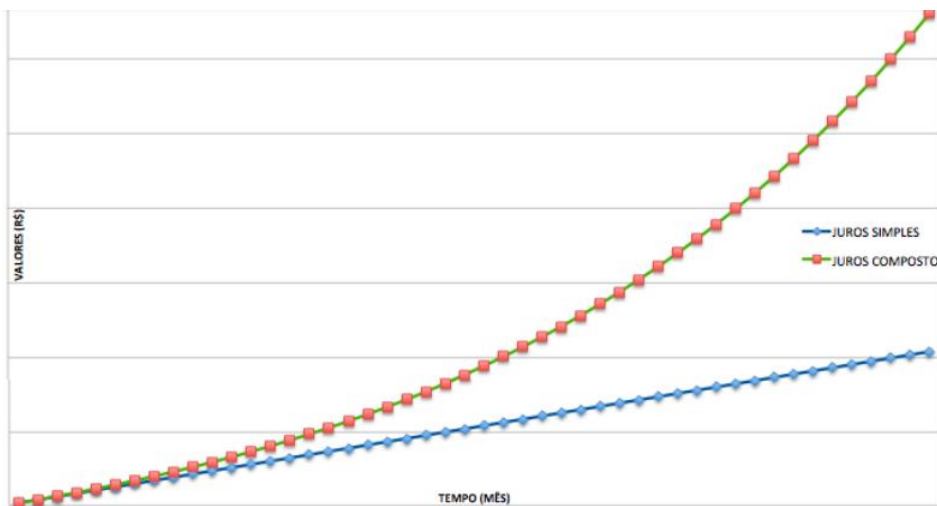
i = taxa de juros

J = Juros simples

n = número de períodos

Pode-se observar (Gráfico 1) que em termos comparativos, os juros simples apresentam crescimento linear e os juros compostos, apresentam crescimento exponencial.

Gráfico 1- Comparação Juros simples x Compostos



Fonte: RHEINHEIMER, 2015. Modificado

Segundo Sodré (2008), se a taxa mensal for mensal, trimestral ou anual, os períodos deverão ser respectivamente, atender as mesmas exigências, ou seja, os conceitos de taxas de juros e períodos deverão ser compatíveis, coerentes ou homogêneos.

Na fórmula:

$$F(i, n) = 1 + in$$

A taxa unitária de juros deverá indicar a mesma unidade de tempo que o número de períodos n , ou seja, por exemplo, caso a taxa seja $i = 0,06$ ao mês, então n deverá ser também indicado em meses.

- Montante: Corresponde a soma do capital (C) e do juro (J), acordado na operação financeira e que ocorre devido ao seu final (PUCCINI, 2011). A definição apresenta a seguinte relação:

$$M = C + J$$

Essa relação é denominada de relação básica da matemática financeira.

1.1.1 Calendários

Com intuito de simplificar o cálculo com datas, existem vários tipos de calendários na matemática financeira (VIANNA, 2018).

Os calendários mencionados serão apresentados a seguir, de acordo com Vianna (2018).

- Calendário Civil: O ano possui 365 dias e cada mês tem o número exato de dias.

- Calendário Comercial: O ano possui 360 dias e cada mês possui 30 dias.

- Calendário de Dias Úteis: Retira-se os sábados, domingos e feriados do período.

Neste tipo de calendário, emprega-se a Agenda Redoma, que facilita a contagem dos dias úteis em determinado período.

- Calendário de Operações: O dia pode ter até 36h.

Exemplo 1: Considere uma aplicação na poupança realizada em 07 de janeiro de 2019 que será resgatada em 07 de junho de 2019. Calcule o prazo dessa aplicação.

Solução:

Na tabela 1, tem-se a contagem da aplicação na poupança.

Tabela 1 – Aplicação na poupança

Meses	Dias	Total
Janeiro	24 dias (conta o primeiro dia)	24
Fevereiro	28 dias	28
Março	31 dias	31
Abril	30 dias	30
Maiο	31 dias	31
Junho	6 dias (nāo conta o último dia)	6
		150

Fonte: VIANNA, 2018. Modificado

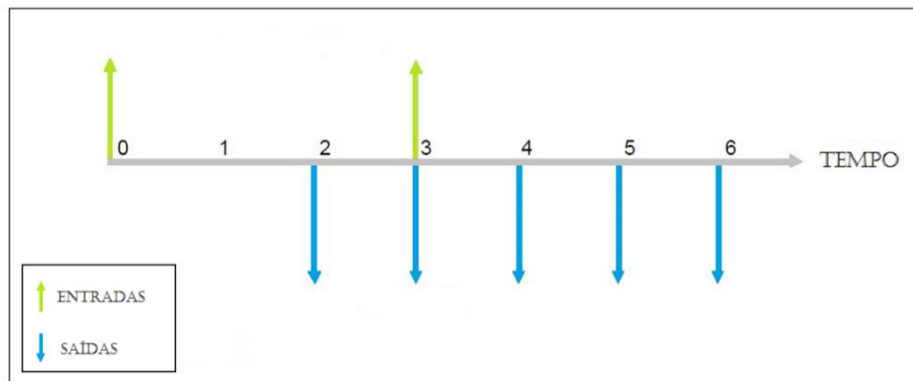
Assim, conclui-se que o prazo foi de 150 dias.

1.1.2 Fluxo de Caixa

De acordo com Sodré (2008), o fluxo de caixa é um objeto gráfico como dados sobre entradas e saídas de capital, realizadas em determinados períodos. Apresentando-se como uma linha horizontal (linha do tempo) com valores indicados nos respectivos tempos ou sob a forma de uma tabela com as mesmas indicações.

A Figura 1 apresenta o fluxo de caixa com suas respectivas entradas e saídas.

Figura 1- Diagrama do Fluxo de Caixa



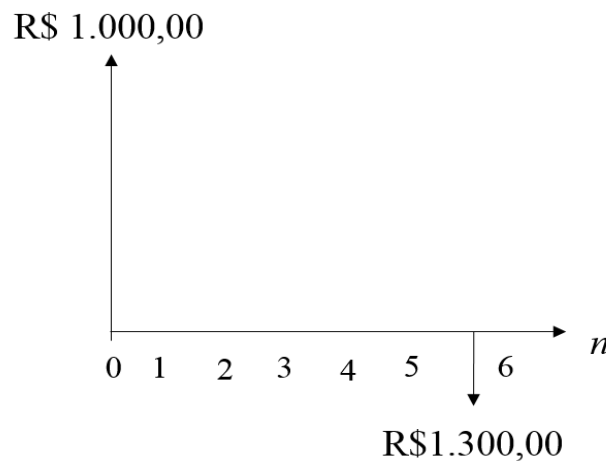
Fonte: Autor (2019)

Exemplo 2: Uma pessoa tomou em um banco um empréstimo de R\$ 1.000,00, pagando, ao final do período de 6 meses, R\$1.300,00.

Solução:

Do ponto de vista do receptor do empréstimo, tem-se o seu fluxo de caixa, representado pela figura 2.

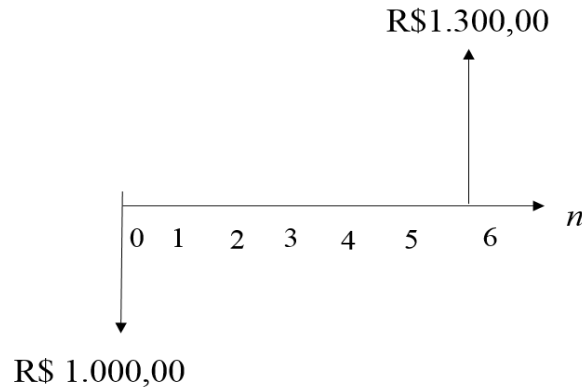
Figura 2- Fluxo de Caixa do ponto de vista do receptor



Fonte: Autor (2019)

Do ponto de vista do banco, obteve-se seu fluxo de caixa representado na figura 3.

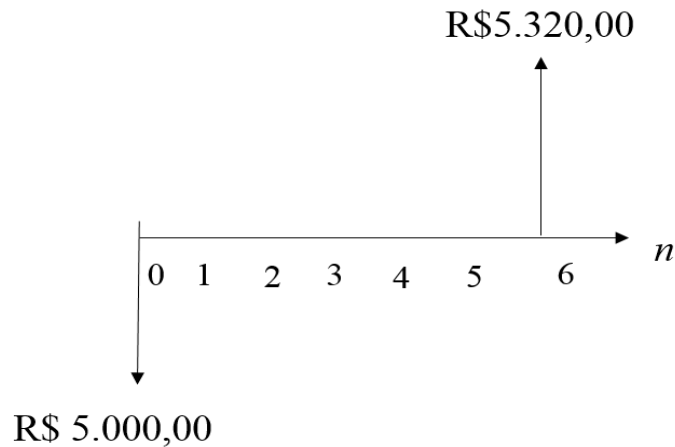
Figura 3 - Fluxo de Caixa do ponto de vista do banco



Fonte: Autor (2019)

Exemplo 3: Um investidor aplicou \$5.000,00 e resgatou \$5.320,00 após 3 meses. O fluxo de caixa no ponto de vista do investidor está representado na figura 4:

Figura 4- Fluxo de Caixa do ponto de vista do investidor



Fonte: Autor (2019)

1.2 TAXA DE JUROS

Mede o custo da unidade de capital, no período a que se refere. Sendo fixada no mercado de capitais pela variação entre as forças que regem a oferta de fundos e a procura de créditos. Ainda segundo o autor, corresponde a razão entre os juros

pagos ou recebidos e o capital aplicado, num determinado período de tempo (GOTARDELO, 2010).

1.2.1 Taxas Proporcionais

Para Vianna (2018) as taxas i_1 e i_2 são proporcionais se, com relação aos períodos n_1 e n_2 , expressos sob a mesma unidade de tempo, ocorrer:

$$\frac{i_1}{n_1} = \frac{i_2}{n_2}$$

Exemplo 4: As taxas de 48% ao ano, 24% ao semestre e 12% ao trimestre são proporcionais, pois se forem tomados meses como unidade de tempo, resultará em:

$$\frac{48\%}{12} = \frac{24\%}{6} = \frac{12\%}{3} = \frac{4\%}{1}.$$

1.2.2 Taxas Equivalentes

Duas taxas são equivalentes quando ao serem aplicadas ao mesmo capital, pelo mesmo período, serem capazes de gerar o mesmo montante (GOTARDELO, 2010).

São classificadas em dois tipos de taxas. São elas: Taxa Equivalente na Capitalização Simples e Capitalização Composta (VIANNA,2018).

- Taxas Equivalentes na Capitalização Simples

Considere que um capital C aplicado por um período n de 1 ano, a taxas equivalentes descritas na tabela 2.

Tabela 2 - Período e taxa-juros simples

Período	Taxa
Ano	i_a
Semestre	i_s
Trimestre	i_t
Bimestre	i_b
Mês	i_m
Dia	i_d

Fonte: Vianna (2018). Modificado

Utilizando a fórmula dos Juros Simples:

$$M = C(1 + in)$$

Tem-se:

$$C[1 + i_a(1)] = C[1 + i_s(2)] = C[1 + i_t(4)] = C[1 + i_b(6)] = C[1 + i_m(12)] \\ = C[1 + i_d(360)].$$

Daí:

$$i_a = 2i_s = 4i_t = 6i_b = 12i_m = 360i_d.$$

Portanto, na capitalização simples, taxas equivalentes são proporcionais.

Exemplo 5: Na capitalização simples, qual é a taxa equivalente mensal à taxa de 12% ao ano?

Solução:

$$i_a = 12i_m$$

$$0,12 = 12i_m$$

$$i_m = \frac{0,12}{12} \Rightarrow i_m = 0,01 \Rightarrow i_m = 1\% \text{ ao mês}$$

- Taxas Equivalentes na Capitalização Composta

Considere que um capital é aplicado por 1 ano a taxas equivalentes descritas na tabela a seguir.

Tabela 3 - Período e taxa, juros compostos

Período	Taxa
Ano	i_a
Semestre	i_s
Trimestre	i_t
Bimestre	i_b
Mês	i_m
Dia	i_d

Fonte: Vianna (2018). Modificado

Utilizando a fórmula dos Juros Compostos

$$M = C(1 + i)^n$$

Tem-se que:

$$C(1 + i_a)^1 = C(1 + i_s)^2 = C(1 + i_t)^4 = C(1 + i_b)^6 = C(1 + i_m)^{12} = C(1 + i_d)^{360}$$

Daí:

$$(1 + i_a) = (1 + i_s)^2 = (1 + i_t)^4 = (1 + i_b)^6 = (1 + i_m)^{12} = (1 + i_d)^{360}$$

Portanto, na capitalização composta, taxas equivalentes não são proporcionais.

Exemplo 6: Na capitalização composta, qual é a taxa equivalente mensal à taxa de 12% ao ano?

Solução:

$$(1 + i_a) = (1 + i_m)^{12}$$

$$(1 + 12) = (1 + i_m)^{12}$$

$$(1,12)^{\frac{1}{12}} = [(1 + i_m)^{12}]^{\frac{1}{12}}$$

$$1 + i_m = 1,009489$$

$$i_m = 0,009489$$

$$i_m = 0,95\% \text{ ao mês}$$

1.2.3 Taxa Nominal

Ocorre quando o período de formação e incorporação dos juros ao capital não coincide com aquele a que a taxa está referida (SODRÉ, 2008).

Exemplo 7: Considere que uma quantia qualquer é emprestada e paga a juros compostos de 12% ao ano, capitalizados mensalmente.

Anteriormente já foi visto que 12% ao ano é equivalente a 0,95% ao mês. Entretanto, quando a expressão “capitalizados mensalmente” aparecer, a taxa acima caracteriza-se como Taxa Nominal.

1.2.4 Taxa Efetiva

É a taxa utilizada no cálculo dos juros, sendo que por período de capitalização é proporcional à taxa nominal. Dessa forma, a Taxa Efetiva empregada na operação é a proporcional à Taxa Nominal, adquirida através da razão da taxa pelo número de capitalizações para um período da taxa nominal.

Exemplo 8: Calcule a taxa efetiva no mesmo período da taxa nominal de 36% ao ano, capitalizada mensalmente.

Solução:

Taxa nominal: 36% ao ano, capitalizada mensalmente

Taxa efetiva mensal: $\frac{36\%}{12} = 3\%$ ao mês

$$(1 + i_a) = (1 + i_m)^{12}$$

$$(1 + i_a) = (1 + 0,03)^{12}$$

$$i_a = (1,03)^{12} - 1$$

$$i_a = 0,425761$$

$$i_a = 42,58\% \text{ ao ano}$$

1.2.5 Taxas Resultantes

Na capitalização composta, se em um determinado período tiver $n, n \in \mathbb{R}$, as taxas distintas e sucessivas, logo a taxa resultante i_r no período total, é dada por

$$M = C(1 + i)^n = C(1 + i_1)(1 + i_2)(1 + i_3) \dots (1 + i_n)$$

$$i_r = (1 + i_1)(1 + i_2)(1 + i_3) \dots (1 + i_n) - 1$$

Exemplo 9: Um capital foi aplicado da seguinte forma: Inicialmente, durante um trimestre, rendendo 8% nesse período. Em seguida, por um bimestre, com rendimento de 5% no período. Finalmente, por mais um mês, com rendimento mensal de 1%. Calcule a taxa de juros total da operação.

Solução:

$$i_r = (1 + 0,08)(1 + 0,05)(1 + 0,01) - 1 \Rightarrow i_r = 2,14\%.$$

1.2.6 Taxa Real

Denomina-se taxa efetiva ou real de juros (r), aquela que aplicada ao montante M_2 produzirá o montante M_1 . Com maior precisão reflete o ganho real de um

investimento, por considerar a perda com a desvalorização causada pela inflação do período. Escreve-se que:

$$M_1 = M_2(1 + r)$$

Substituindo e, encontrando a fórmula da Taxa Real de Juros.

$$C(1 + i) = C(1 + j)(1 + r)$$

$$(1 + i) = (1 + j)(1 + r)$$

$$\frac{(1 + i)}{(1 + j)} = (1 + r)$$

$$\frac{(1 + i)}{(1 + j)} - 1 = r$$

$$r = \frac{1 + i - 1 - j}{(1 + j)}$$

$$r = \frac{i - j}{(1 + j)}$$

Exemplo 10: Um capital aplicado por um ano rendeu 30% ao ano. No mesmo período, a taxa de inflação foi de 6%. Qual é a taxa real de juros?

Solução:

$$i = 0,3 \text{ ao ano}$$

$$j = 0,06 \text{ ao ano}$$

$$r = ?$$

$$r = \frac{i - j}{(1 + j)}$$

$$r = \frac{0,3 - 0,06}{1 + 0,06}$$

$$r = \frac{0,24}{1,06}$$

$$r = 0,226415$$

$$r = 22,64\% \text{ ao ano.}$$

CAPÍTULO II - INVESTIMENTOS

Neste capítulo são trabalhados alguns investimentos, entre eles estão o mercado financeiro, títulos públicos federais e poupança, assim como a matemática utilizada nesses investimentos.

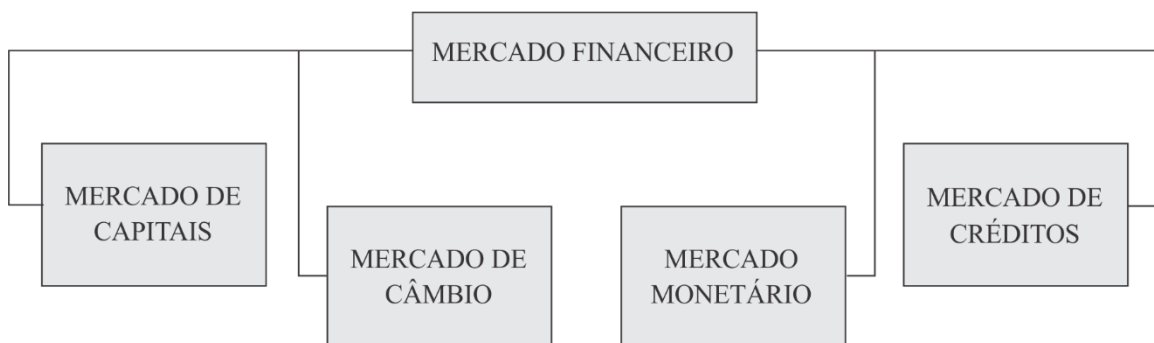
2.1 MERCADO FINANCEIRO

O local onde é realizado o intercâmbio de ativos entre agentes superavitários e agentes deficitários. O mercado financeiro tem a finalidade de proporcionar um ambiente que garanta o acesso às informações, com menor custo e maior praticidade e liberdade, isto é, sem limitações a entrada ou saída de compradores e vendedores, possibilitando o livre arbítrio para negociações e formação de preços (Carvalho, 2014).

Segundo Negreiros (2005) o mercado financeiro pode ser fragmentado em quatro mercados específicos. São eles: Capitais, Câmbio, Monetário e Crédito.

O fluxograma da Figura X apresenta as quatro ramificações do mercado financeiro. Cada uma dessas subdivisões contém suas características e particularidades próprias que serão descritos a figura 5.

Figura 5- Fluxograma do mercado financeiro



Fonte: Autor (2019)

- Mercado de Capitais: Compreende-se como o conjunto de operações caracterizadas por seu prazo médio, longo ou indeterminado. Nesse segmento do

mercado financeiro, os recursos são em geral, destinados ao financiamento de capital fixo para as empresas, sendo que o intermédio financeiro ocorre por meio das instituições financeiras não bancárias (BRINATI,2004).

De acordo com Pinheiro (2014), o mercado de capitais surgiu para atender a demanda que o mercado de crédito não era mais capaz de suprir, visando garantir condições de prazo, custo e exigibilidades, adequadas para o fluxo de recursos. Fundamenta-se em dois princípios: Contribuir para o desenvolvimento econômico (incentivo a formação da poupança privada), e a orientação de uma sociedade pluralizada (participação coletiva nas riquezas e resultados da economia).

- Mercado Cambial: Corresponde ao segmento das finanças onde são realizadas operações de compra, venda e conversão de moedas estrangeiras em nacionais e vice-versa. Esse mercado, engloba todos os agentes econômicos (operadores de comércio exterior, instituições financeiras e investidores) que possuem algum motivo para operar transações no exterior (LAGIOLA, 2011).

Segundo Fortuna (2008), o mercado de cambio divide-se entre os que produzem e os que cedem. O primeiro caracteriza-se por encaminhar recursos (dinheiro) para o país, fazendo parte desse grupo: os exportadores, tomadores de empréstimos e investimentos, turistas estrangeiros e por quem realiza transferências para o exterior. Já o segundo, denota-se por encaminhar seus recursos para o exterior, são: importadores, tomadores de empréstimos e investidores e também pelos que fazem transferência para o exterior.

- Mercado Monetário: Entende-se como uma relação intangível entre fornecedores e tomadores com prazo curto ou curtíssimo, objetivando o controle da liquidez monetária. Nesse mercado, os papeis (moeda mais importante da operação) são negociados com base na taxa de juros e as necessidades momentâneas de caixa de bancos e governos, como títulos públicos e papeis são financiadas (LIMA,2011).

Para Brinati (2004), é por meio do mercado monetário que o governo controla os meios de pagamentos, como depósitos à vista e volume de papel moeda em poder da população. Além disso, através das mediadas monetárias, tais como: recolhimento de depósitos compulsórios, redesconto e operações de “open market”, que se torna possível controlar o excesso de liquidez (dinheiro em excesso) e estreitamento de liquidez (dinheiro em escassez).

- Mercado de Crédito: Caracteriza-se como o mercado que impulsiona os agentes econômicos (pessoas físicas ou jurídicas), para condições de gasto. Em

razão da existência do crédito, a sociedade como um todo tem a possibilidade de adquirir bens ou serviços almejados, sem a necessidade de terem em mãos físicos em mãos (FERREIRA ET AL.,2017).

2.2 TÍTULOS PÚBLICOS FEDERAIS

Entre as várias formas de investimentos para pessoa física no mercado financeiro, estão os títulos públicos federais, que segundo Franco (2010) define como:

Aplicações em Títulos públicos são uma das diversas formas de investimento disponíveis para pessoa física no mercado financeiro. Os títulos públicos são papéis emitidos pelo governo federal para financiar sua dívida, então quando você está comprando um título público, você está emprestando dinheiro para o governo financiar seus gastos, como saúde, educação e segurança. (FRANCO, 2010, p. 52)

É notório observar que o risco de investimento pode ser considerado baixo, já que são investimentos garantidos pelo governo federal. O investidor pode escolher a forma de receber o valor investido, que pode ser de duas formas, a primeira com títulos pré-fixados e a segunda títulos pós-fixados, em ambos os casos o período pode ser de curto, médio ou longo prazo.

Na tabela 4 são apresentados alguns Títulos Públicos Federais e suas características.

Tabela 4 - Alguns Títulos Públicos Federais

TÍTULO	NOME	TIPO	TAXA
Letra do Tesouro Nacional (LTN)	Tesouro prefixado	Pré-fixado	Juros+Principal no vencimento
Notas do Tesouro Nacional - Série F (NTN-F)	Tesouro Prefixado com juros semestrais	Pré-fixado	Juros semestrais e principal no vencimento
Letras Financeiras do Tesouro (LFT)	Tesouro SELIC	Pós-fixado	Juros+Principal no vencimento
Notas do Tesouro Nacional - Série B Principal (NTN-B)	Tesouro iPCA+com juros semestrais	Pós-fixado	Juros semestrais e principal no vencimneto

Fonte: Franco, 2010. Modificado

Por ser muito extenso a abordagem dos Títulos Públicos Federais, neste trabalho é trabalhado somente as Letras do Tesouro Nacional, no que se refere as rentabilidades brutas, taxa de rentabilidade equivalente anual, montante e compra do título.

- **Letras do Tesouro Nacional (LTN)**

Segundo Ponaht, (2015):

A Letra do Tesouro Nacional (LTN) é um título público com rentabilidade prefixada, ou seja, a taxa é fixada no momento da aplicação. Quando um investidor compra uma Letra do Tesouro Nacional (LTN) já sabe quanto receberá na data de vencimento do título. Se o investidor comprar uma Letra do Tesouro Nacional (LTN) e mantiver esse investimento até a data de vencimento do título, ou seja, não fizer uma venda antecipada, receberá o valor de R\$ 1.000,00. Esse valor é denominado valor de face ou valor nominal do título. A diferença entre o valor investido na compra de uma Letra do Tesouro Nacional (LTN) e o valor de face (R\$ 1.000,00) é igual à rentabilidade do título, ou seja, os juros que o investidor receberá pela aplicação (PEREIRA, 2012, apud PONAHT, 2015, p. 56).

É interessante observar que o título emitido é de responsabilidade do Tesouro Nacional, e uma das razões da imissão é a cobertura de déficit orçamentário.

Legalmente, a LTN (Tabela 5) foi estabelecida pela Medida provisória (MP) 1.974-86, de 23/11/2000, pelo decreto no 3.540, de 11/07/00 e portaria do Ministério da Fazenda (MF) nº 214, de 14/07/00.

Tabela 5 - Letra do Tesouro Nacional (LTN)

LTN	DEFINIÇÃO	FÓRMULAS
Rentabilidade Bruta	É a taxa efetiva no período de aplicação sem considerar as deduções dos impostos e taxas sobre a aplicação.	$RB = \frac{M}{C} - 1$ -M representa o montante recebido na data de vencimento (ou o preço de venda do título). -C, é o valor investido (ou o preço de compra do título).
Taxa de rentabilidade equivalente anual	É a taxa de rentabilidade equivalente anual do título para o período de aplicação.	$i = (1 + RB)^{\frac{252}{du}} - 1$ -du são os dias úteis; -RB rentabilidade bruta.
Montante	Valor recebido na data de vencimento	$M = C \cdot (1 + i)^{\frac{du}{252}}$
Compra do título	Valor pago no início	$C = \frac{M}{(1 + i)^{\frac{du}{252}}}$

Fonte: PUCCINI, 2011. Modificado

Entre as várias operações que podem ser realizadas com as LTN, estão as vendas antecipadas. Caso o investidor deseje vender suas LTN, poderá fazê-lo sem restrições. Para isso, o tesouro nacional, diariamente apresenta em seu site os referidos valores dos preços de venda e compra dos títulos públicos disponíveis.

Outro fato a ser considerado são os impostos sobre as rentabilidades dos títulos. No caso específico, da LTN é realizada uma cobrança do imposto de renda na venda antecipada ou o vencimento do referido título, da seguinte forma:

[...] com alíquota regressiva, a depender da duração do investimento, da seguinte maneira:

- i) 22,5% para aplicações com prazo de até 180 dias;
- ii) 20% para aplicações com prazo de 181 dias até 360 dias;
- iii) 17,5% para aplicações com prazo de 361 dias até 720 dias;
- iv) 15% para aplicações com prazo acima de 720 dias. (TESOURO NACIONAL, 2014c).

Para contabilizar o valor do imposto de renda, serão considerados os dias corridos da data da aquisição da letra.

Ouro imposto que recai sobre a venda da LTN é o Imposto Sobre Operações Financeiras (IOF), que se dá obedecendo o seguinte critério:

Além do Imposto de Renda, para as aplicações em títulos públicos resgatadas em menos de 30 dias, incide também o Imposto Sobre Operações Financeiras (IOF). A Receita Federal, por meio do Decreto no 6.306, de 14/12/2007, divulgou uma tabela para cobrança de IOF sobre o rendimento bruto, nesse caso, dos títulos públicos (PONAHT, 2015, p. 63)

Assim existe um desses tributos, mas somente para o resgate da letra antes dos 30 dias. Após esse período, não haverá mais cobrança de IOF sobre o rendimento do título.

2.3 POUPANÇA

A história da caderneta de poupança remonta de 1861, a partir da criação da caixa econômica da corte, ofereceria serviços como penhor e recebimento de depósitos das classes menos abastadas. Nesse sentido:

Falar da origem das contas de poupança no Brasil é falar da primeira caixa econômica garantida pelo governo, criada no País. A origem destas duas instituições é entrelaçada. Pode-se afirmar que a caixa econômica foi criada para, principalmente, recolher os depósitos de poupança popular no Brasil. Esta associação de que estamos tratando pode ser percebida por meio da leitura de alguns trechos do decreto do Imperador Dom Pedro II criando a

Caixa Econômica da Corte. [...] é interessante notar como o discurso dos criadores da caixa voltava-se para as camadas populares. Tinha-se em mente atingir os mais pobres (LUZIO, 2014).

Durante os primeiros 60 anos de existência permaneceu como uma instituição conservadora, ou seja, sempre com as mesmas funções, sem nenhuma modernização ou dinamização, com exceção de alterações pontuais nos mecanismos de remuneração do capital (MELLO, 2009).

Define-se poupança como a parcela da renda de pessoas, empresas e instituições não utilizada no período recebido, sendo guardada para empregabilidade futura (SEABRA & FRANÇA, 2010).

Segundo Assaf Neto (2009), trata-se da suspensão do consumo no momento quando existe expectativa de gastos futuros. De maneira geral, costuma incorporar, também, parte da renda gerada, entretanto, que é não repassada financeiramente para seus proprietários.

Para Blanchard (2007, p. 53):

A poupança é adição da poupança pública e poupança privada. A Poupança pública é determinada pelos impostos menos gastos do governo e a poupança privada ou poupança dos consumidores é definida pela renda disponível subtraindo-se o consumo. (BLANCHARD, 2007, p. 53).

O autor apresenta sua definição sobre poupança. Segundo ele, nada mais é do que do que o somatório das poupanças pública e privada. Sendo a primeira derivada dos impostos menos gastos dos órgãos governamentais. Já a segunda, também denominada de poupança dos consumidores, é obtida através da renda livre pela subtração do consumo.

De acordo com Ponaht (2015), as características que fazem da poupança o tipo de investimento mais popular. São elas: fácil movimentação, capacidade de integração com a conta corrente, possibilidade de aplicação de pequenas quantias e também, a falta de conhecimento de outras formas de investimentos seguros e disponíveis para os diversificados tipos de renda.

Bresser-Pereira (2005), argumenta que a poupança é tida como um produto essencial para financiamento de investimentos. Assim quando estiver em baixa, faz-se necessário que o banco central eleve as taxas de juros, visando estimular o crescimento da poupança (atração de capitais) quando for necessário reduzir o déficit em conta corrente.

2.3.1 Um breve histórico da poupança

A origem da caderneta de Poupança remonta a 1861 com a criação da Caixa Econômica da Corte. Essa nova instituição fundamentou-se com dois objetivos claros: oferecer os serviços de penhor, dessa forma, concedendo empréstimos a prazos estipulados com a garantia dos objetos disponibilizados pelos clientes, e receber os depósitos das economias das classes menos abastadas, a juros de 6%, com liquidez imediata e sob garantia governamental (MELLO,2009).

Segundo Dutra (2009), inicialmente foi idealizada como sendo uma reserva monetária para as camadas menos favorecidas da sociedade, ou, de uma forma mais popular, como um “pé de meia” que serviria de “socorro” nos momentos mais turbulentos, inclusive como uma garantia para a velhice. Ainda conforme o autor, através da lei nº2.040 de 1871, regulamentada pelo decreto nº 5.153, as caixas poderiam receber os depósitos dos denominados “escravos de ganho”, ou seja, aqueles desenvolviam atividades que auferissem rentabilidade tanto para seus senhores como para si mesmos, sendo isto somente possível, devido as transformações sociais e econômicas que o Brasil vinha passando na segunda metade do século XIX.

2.3.2 Principais Características

Segundo a Comissão de Valores Mobiliários (2014), a poupança destaca-se como sendo o modelo de investimento mais tradicional e seguro existente. Ela permite aos investidores mais tradicionais, a garantia de aplicação de recursos com o mínimo de risco possível.

Cutait (2017) reforça este ponto de vista, destacando como o investimento que não exige valor mínimo e evidencia a isenção do Imposto de Renda e a garantia do Fundo Garantidor de Crédito - FGC como as principais razões pelo forte apelo dos investidores a esta opção.

Para Dutra (2009), a caderneta de poupança continua sendo uma das alternativas de investimento mais populares no Brasil, apesar da perda de espaço

para novas formas de investimento que veem emergindo nos últimos anos. O autor destaca a segurança como sendo umas das

As aplicações das cadernetas de poupança são realizadas segundo as normativas preestabelecidas pelo Banco Central. São consideradas um produto exclusivo do Sistema Brasileiro de Poupança e Empréstimo (SBPE), sendo seus recursos captados em depósitos de poupança distribuídos em 30% para a faixa não habitacional, 15% para depósitos compulsórios no banco central e o restante destinado para operações de financiamento imobiliário, dos quais, 80% são direcionados para financiamentos habitacionais do Sistema Financeiro da Habitação e 20% em operações de financiamentos imobiliários contratados a taxas de mercado (FORTUNA, 2013).

De acordo com Alonso (2016), apesar da poupança dispor dos benefícios de isenção de Imposto de Renda, liquidez diária e a inexistência de um valor mínimo para aplicação, esta tem como desvantagem o fato de ter a rentabilidade entrelaçada à sua data de aniversário, isto é, ao dia do mês de sua conta de abertura.

Os recursos aplicados na caderneta de poupança são remunerados mensalmente a uma taxa de 0,5% ao mês, equivalente a remuneração anual de 6,17%, mais a taxa atualizada de juros na data de aniversário da aplicação. Sua taxa referencial é informada diariamente pelo Banco Central e representa uma média dos juros dos CDBs dos maiores bancos brasileiros praticados no mercado financeiro, descontada por um percentual redutor definido pela supracitada instituição (ASSAF NETO, 2012).

Para Cutait (2017), em razão da rentabilidade da caderneta de poupança estar vinculada a taxa Selic, em momentos de decaimento dos juros básicos da economia, conseqüentemente, a poupança também irá ser penalizada.

Legalmente, a caderneta de poupança é redigida pelo art. 12 da Lei no 8.177, de 1 de março de 1991, sendo que sua redação foi dada pela Lei no 12.703, de 2012. Na redação vigente, são definidas que as pessoas físicas serão remuneradas de acordo com os seguintes critérios:

- Remuneração básica, dada pela Taxa Referencial (TR) da data de aniversário da aplicação, e
- Remuneração adicional, por juros de:
 - a) 0,5% (cinco décimos por cento) ao mês, enquanto a meta da taxa Selic ao ano, definida pelo Banco Central do Brasil, for superior a 8,5% (oito inteiros e cinco décimos por cento); ou

b) 70% (setenta por cento) da meta da taxa Selic ao ano, definida pelo Banco Central do Brasil, mensalizada, vigente na data de início do período de rendimento, enquanto a meta da taxa Selic ao ano for igual ou inferior a 8,5%(PONAHT, 2015, p. 47).

O rendimento acontece no aniversário mensal, dia de abertura da conta. O investidor deve estar bem informado das vantagens e desvantagens da aplicação (tabela 6) em poupanças, pois mediante seus objetivos, a poupança se trará uma ótima opção ou não de investimento.

Tabela 6 - Vantagens e desvantagens da poupança

	VANTAGEM	DESvantAGEM
POUPANÇA	<ul style="list-style-type: none"> - Isenção de cobrança de Imposto de Renda (IR) sobre a remuneração; - Não incidência de Imposto sobre Operações Financeiras (IOF); - O dinheiro depositado na poupança possui garantia de investimento pelo Fundo Garantidor de Crédito (FGC). 	<p style="text-align: center;">-</p> <p>Se o investidor sacar o dinheiro antes da data de aniversário do depósito na conta ele não receberá os juros do período.</p>

Fonte: PONAHT, 2015. Modificado

De maneira geral, a poupança apresenta mais vantagens em sua aplicação do que desvantagens. No entanto, a escolha dessa aplicação dependerá do objetivo do investidor.

CAPÍTULO III - AVALIAÇÃO ECONÔMICA E PROJETO DE INVESTIMENTO

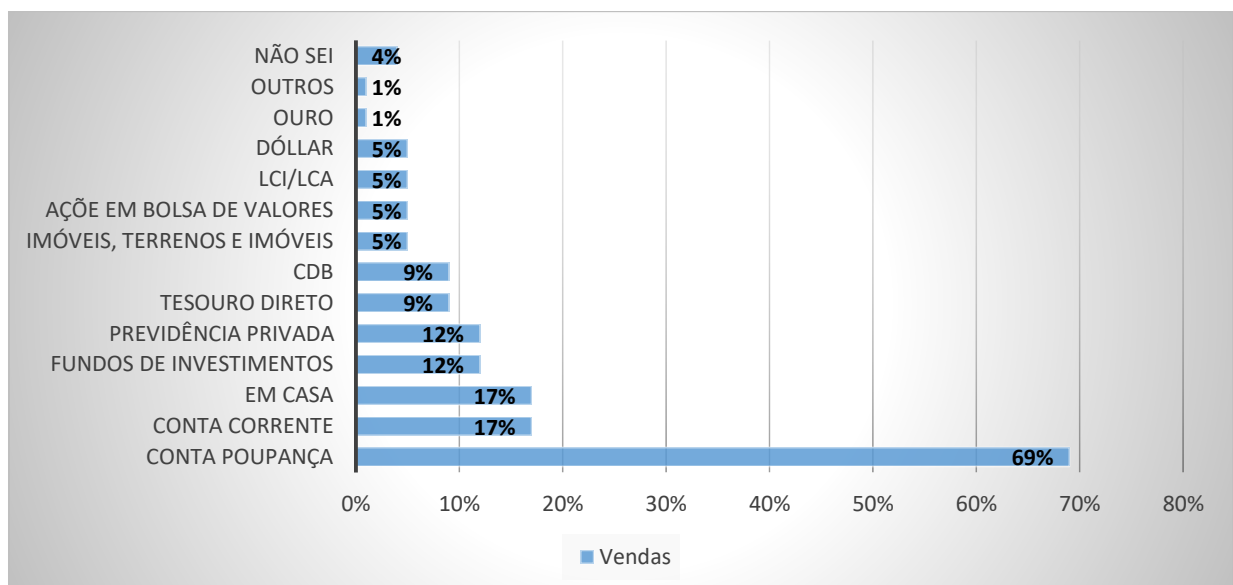
No presente capítulo são apresentadas as várias opções de investimentos. O conhecimento das dimensões dos investimentos são imprescindíveis para que a pessoa ou empresa interessada em investir tome a melhor decisão em escolher o investimento.

3.1 CENÁRIO DOS INVESTIMENTOS DOS BRASILEIROS

A proposta natural de quem dispõe de um recurso financeiro são os investimentos, mas para realizar tal investimento são necessários planejamentos e conhecimentos. Sem planejamento e conhecimento, o investidor ficará sem segurança para discernir entre as várias opções existentes e não conseguirá realizar boas escolhas. A vantagem de quem investe, com planejamento, está no fato de que suas chances de poder realizar projetos, de médio a longo prazo, são aumentados consideravelmente, isso porque em meios às variações de mercado, devido as turbulências econômicas, seu investimento está seguro.

De todas as formas de realizar um investimento, segundo uma pesquisa realizada pela Confederação Nacional de Dirigentes lojistas (CNDL) em 2018, as pessoas optam pela poupança, seguida da conta corrente (Gráfico 2).

Gráfico 2 - Formas de guardar a reserva financeira



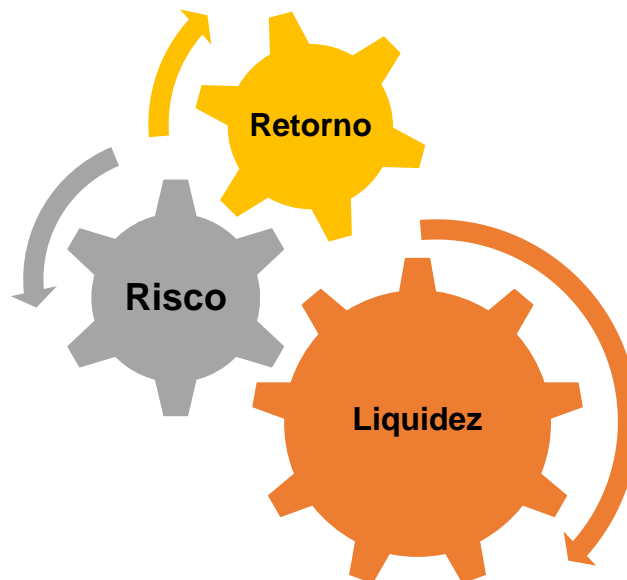
Fonte: Confederação Nacional de Dirigentes lojistas (CNDL), 2018. Modificado

Esses investimentos apresentados pelo gráfico 2, são representações que se configuram da seguinte forma, de todas as pessoas entrevistadas pela pesquisa apenas, 14,6% realizam investimento há menos de 6 meses e 31,3% já realizam a mais de um ano. Existe um fator que considera o porquê que muitas pessoas não se interessam por aplicações de investimentos

- **Conhecendo as dimensões dos investimentos**

Basicamente, os investimentos podem ser dimensionados conforme o tipo de atributos, que estão intimamente ligados conforme a figura 6.

Figura 6- As dimensões dos investimentos



Fonte: Autor (2019)

Basicamente, todo investimento está inerente a essas três dimensões e conhecê-las é importantíssimo no mundo dos investimentos. A seguir serão apresentados aspectos que irão definir cada uma das dimensões.

- RETORNO

Quando se realiza um investimento, o primeiro objetivo que se deseja obter é o retorno do investimento. A natureza do retorno pode ser de dois aspectos, de renda fixa ou renda variável, isso depende da natureza do investimento. Assim:

Nos investimentos de renda fixa, a remuneração, ou sua forma de cálculo, é previamente definida no momento da aplicação. Se o investidor conhece exatamente o valor que receberá no vencimento, o título é chamado de renda fixa pré-fixado. Caso contrário, se apenas a forma de cálculo da remuneração é conhecida, o investimento é de renda fixa pós-fixado. Nesse caso, consegue-se apenas uma estimativa de qual será o valor resgatado no vencimento (PORTAL DO INVESTIDOR, 2018, p. 6).

O investidor deve estar ciente do tipo de retorno que se obterá mediante seu investimento. Um investidor consciente não enfrentará problemas futuros, pois saberá justamente o que receber após o prazo estabelecido do investimento.

Como exemplo de investimento de renda fixa, toma-se hipoteticamente uma empresa de beneficiamento de açaí, em Abaetetuba, que por questões financeiras decide buscar investidores para aumentar a produção de açaí. Supondo que a empresa ofereça um título no valor de R\$ 900 hoje e que “garante” um retorno de R\$ 1.000, num período de um ano. Nesse exemplo, o investidor sabe quanto receberá pelo título no período de um ano, assim, o título negociado é considerado um investimento de renda fixa pré-fixado (Figura 7).

Figura 7- Investimento de renda fixa pré-fixado



Fonte: PORTAL DO INVESTIDOR, 2018.

É interessante observar que independente dos lucros da empresa, o investidor ganhará o foi acordado no início¹.

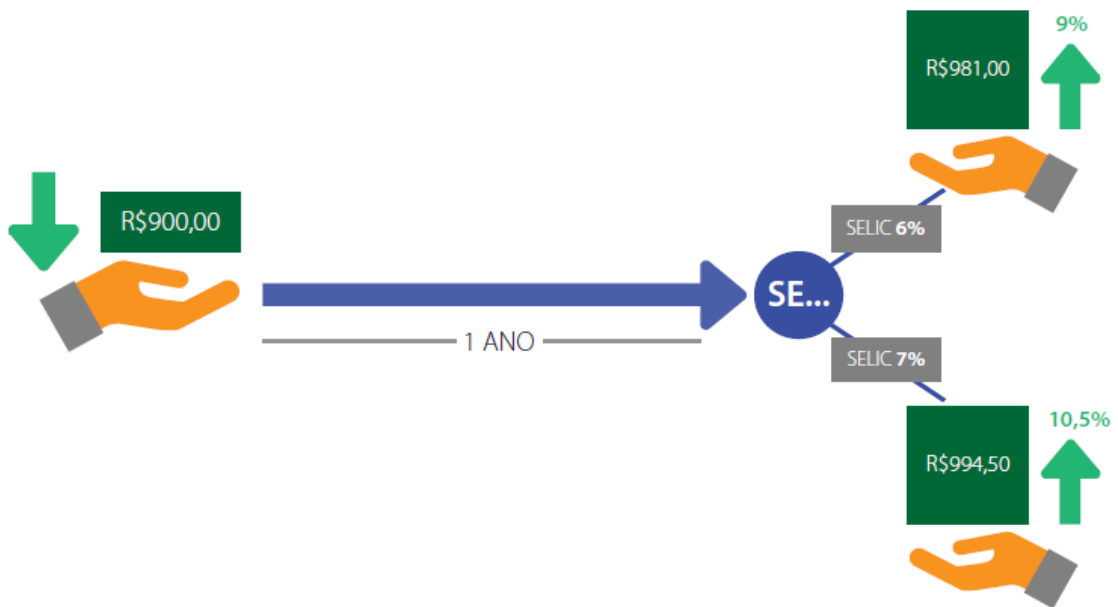
¹ Os investimentos de renda fixa são muito comuns no mercado, eis alguns:

-CDB: O Certificado de Depósito de Bancário é um título de investimento que não tem necessidade de um lastro (garantia) para ser emitido.

-LCI: A Letra de Crédito Imobiliário só pode ser emitida pela instituição a partir de um lastro (garantia), que são os financiamentos imobiliários concedidos pelo banco que emite a LCI.

No caso de investimento em renda fixa pós-fixado, tem-se a seguinte situação. Consideremos a mesma empresa do exemplo anterior proponha aos investidores um uma rentabilidade de 150% referente a taxa de mercado, ou seja, um título de R\$ 900 hoje, à uma taxa de 6% da SELIC, a empresa pagará pelo título, no vencimento, a taxa de 9%, retornando ao investidor o valor de R\$ 981,00. No caso da taxa ser outra, 7% por exemplo, o título renderá R\$ 994,50 (Figura 8).

Figura 8- Investimento em renda fixa pós-fixado



Fonte: PORTAL DO INVESTIDOR, 2018.

O que o investidor receberá estará de acordo com a variação da taxa de mercado, é por isso que nesse tipo de investimento não se pode definir o quanto irá ser resgatado.

- RISCO

Em qualquer operação de investimento, há sempre a presença do risco. O investidor deve ter ciência que ao realizar um investimento, sua maior intenção é resgatar o que foi investido acrescido de uma taxa, no entanto isso nem sempre pode acontecer. Existem vários fatores que contribuem para que o investimento realizado

-LCA: Similar à LCI, sua emissão tem como lastro os financiamentos concedidos pelo banco ao setor do agronegócio. (Disponível em: economia.uol.com.br/financas-pessoais/noticias/redacao/taxas-saiba-escolher.htm?cmpid=copiaecola. Acesso em: 15 de jul. 2019.

possa ser resgatado de maneira que não se esperava. Entre os vários riscos existentes, destacam-se:

a) Risco de Mercado

Esse tipo de risco está intimamente ligado ao mercado e sua complexa movimentação, já que as oscilações são constantes. Os elementos desse cenário são:

O PIB, a taxa de desemprego, a renda, a inflação, os juros, o câmbio, de questões políticas e de confiança, e também de aspectos inerentes ao próprio negócio ou ao segmento em que se está investindo. Todos esses fatores possuem estreita relação com a formação de preços dos ativos de investimentos, de maneira que variações neles, ou em suas expectativas, provocam oscilações no valor dos títulos (PORTAL DO INVESTIDOR, 2018, p. 10).

O investidor ciente das muitas variáveis presentes no cenário de mercado, deve ter a maior atualização de tudo que acontece, pois qualquer mudança em um desses elementos irá ter transformações significativas no risco de investimento.

b) Risco de crédito

Ao investir em títulos, o investidor na prática, está fornecendo empréstimo ao emissor do título, é um dinheiro que será usado para movimentar o empreendimento. O natural é o investidor receber o que foi investido mais o acréscimo de juros sob certo período.

Mas pode acontecer de o emissor, por alguma razão, não honrar a sua dívida com o investidor. Portanto, sempre existe o risco de o tomador da dívida, o emissor do título, não pagar ao investidor os juros combinados ou mesmo parte ou o total da dívida. Esse risco é chamado de risco de crédito (PORTAL DO INVESTIDOR, 2018, p. 10).

Por isso, antes de qualquer acerto de investimento, o investidor deve ter conhecimento da possibilidade da efetivação de pagamento do emissor, deve estar por dentro do cenário de mercado, dos históricos do emissor em relação às vendas de títulos. Toda essa informação será crucial para que o investidor tome a decisão de realizar ou não o investimento.

c) Risco Legal e Operacional

Um fato que o investidor deve ter é o conhecimento sobre a situação jurídica, documental do emissor. Caso esses dados não estejam em coerência com a

legalidade, o investidor terá perdas significativas, não conseguindo o resultado esperado do investimento. Assim:

O risco legal, como o nome sugere, tem relação com possíveis questões legais que podem causar problemas no cumprimento das condições pactuadas. Defeitos jurídicos, por exemplo, que impeçam ou dificultem o exercício dos direitos estabelecidos nos títulos ou contratos, permitindo ao devedor ou tomador não honrar as obrigações assumidas (PORTAL DO INVESTIDOR, 2018, p. 10).

É de responsabilidade do investidor ter todas as informações pertinentes sobre o emissor para poder realizar o investimento.

- LIQUIDEZ

Em termos simples, liquidez pode ser entendido como a facilidade de resgatar o investimento realizado, sem perdas consideráveis, ou seja, um valor que seja justo. Ao realizar um investimento, o investidor tem que ficar atento a essa dimensão, já que em algum momento o investidor queira se desfazer de seu investimento e para isso terá que ter facilidade de negociar sua parte no negócio. Quanto mais facilidade de negociar, mais liquidez.

3.2 MÉTODOS QUANTITATIVOS DE ANÁLISE DE INVESTIMENTOS

Por meio dos métodos de investimentos é possível conhecer, de maneira quantitativa, a sistematização dos investimentos de maneira a consolidar as várias situações de investimentos que envolvem tempo futuro.

3.2.1 Valor Presente Líquido (VPL)

Segundo Puccini (2011):

O VPL nada mais é do que o valor presente de fluxo de caixa já definido anteriormente, ou seja, é a soma algébrica dos valores presentes de todos os componentes do fluxo de caixa (a soma dos valores presentes das entradas de caixa menos a soma dos valores presentes das saídas de caixa). A taxa de desconto a ser utilizada nos cálculos é a taxa de atratividade da organização (PUCCINI, 2011, p. 165).

Considerando os projetos de fluxos de caixa convencionais com uma única saída inicial de caixa, tem-se:

$$VPL = \left[\frac{PMT_1}{(1+i)} + \frac{PMT_2}{(1+i)^2} + \dots + \frac{PMT_n}{(1+i)^n} \right] - PV$$

Utilizando o somatório, tem-se

$$VPL = \left[\sum_{k=1}^n \frac{PMT_j}{(1+i)^k} \right] - PV$$

De modo que,

- PMT_k – são os fluxos esperados de entrada de caixa no período k ($1 \leq k \leq n$), ou seja, fluxos operacionais líquidos de caixa gerados pelo investimento;

- PV é a saída de caixa (investimento) na origem ($t = 0$); e

- i é a taxa de atratividade do investimento usada para atualizar o fluxo de caixa.

Para o investidor escolher nesse tipo de investimento, deve considerar que: tem-se que considerar que “aceitam-se projetos com um VPL maior ou igual a zero e rejeitam-se projetos com VPL negativo”. (PUCCINI, 2011, p. 166).

Em termos objetivos deve-se ter:

$$VPL \geq 0$$

Algumas considerações sobre o VPL (PUCCINI, 2011):

- Os projetos com VPL maior ou igual a zero devem ser aceitos, rejeitando-se aqueles com VPL negativo.

- O VPL indica a riqueza gerada pelo projeto. Um VPL positivo significa que o estoque de capital (riqueza) da organização aumentará e o inverso ocorrerá quando o VPL for negativo.

- O modelo pressupõe o reinvestimento automático das entradas de caixa geradas a uma taxa de juros igual à taxa de atratividade. Esse pressuposto é razoável, pois, em princípio, pode-se aceitar que as organizações têm a capacidade de gerar projetos de investimentos com retorno minimamente igual à sua taxa de atratividade.

3.2.2 Taxa Interna de Retorno (TIR)

É a taxa de desconto que torna nulo o valor presente líquido de um fluxo de caixa.

Assim,

$$VPL = \left[\frac{PMT_1}{(1+i)} + \frac{PMT_2}{(1+i)^2} + \dots + \frac{PMT_n}{(1+i)^n} \right] - PV = 0$$

O resultado dessa equação será o i (taxa) que deverá ser comparado à taxa de atratividade. Para critério de decisão, deve-se ter:

$$TIR \geq \text{taxa mínima de atratividade}$$

Algumas considerações sobre o TIR (PUCCINI, 2011):

- Pressupõe implicitamente o reinvestimento das entradas de caixa intermediárias à própria taxa interna de retorno encontrada (i). Esse pressuposto é uma hipótese muito forte, pois se a taxa interna de retorno do projeto for muito alta, pode-se ter dificuldade de encontrar outros projetos com taxas tão elevadas para o reinvestimento.

- Quando os projetos apresentam mais de uma saída de caixa, os fluxos de caixa associados não são convencionais (existe mais de uma inversão de sinal) e a solução da equação da taxa interna de retorno pode conduzir a uma única taxa interna de retorno, a múltiplas taxas internas de retorno ou, até mesmo, à inexistência de solução (caso em que não existiria nenhuma TIR) e isso é fonte de problemas que demandam tratamentos especiais.

3.3 APLICAÇÕES DE VALOR PRESENTE LÍQUIDO (VPL) E TAXA INTERNA DE RETORNO (TIR)

1) Uma organização fez um desembolso inicial de \$ 3.000,00 esperando receber \$ 700,00 ao final de um ano, \$ 900,00 ao final de dois anos, \$1.400,00 ao final de três anos e \$ 1.700,00 ao final de quatro anos. Determine o seu VPL supondo uma taxa de atratividade de 10% aa.

Solução:

A tabela 7, mostra o processo para obtenção deste problema.

Tabela 7 - Cálculo do VPL

ANO	PV	PMT _k	PV _k
0	-3000		-3000
1		700	636,36
2		900	743,80
3		1400	1051,84

4		1700	1161,12
VPL do projeto ($=\sum PV_k$)			593,12

Fonte: PUCCINI, 2011. Modificado

$$VPL = \left[\frac{PMT_1}{(1+i)} + \frac{PMT_2}{(1+i)^2} + \dots + \frac{PMT_n}{(1+i)^n} \right] - PV$$

$$VPL = \left[\frac{700}{(1+0,1)} + \frac{900}{(1+0,1)^2} + \frac{1400}{(1+0,1)^3} + \frac{1700}{(1+i)^4} \right] - 3000 = \$ 593,12$$

O resultado nos indica que o projeto é aceitável, já que $VPL \geq 0$.

2) Um projeto envolve um desembolso inicial de \$ 5.000,00 e prevê entradas de caixa de \$ 1.500,00 pelos próximos cinco anos. A organização tem um custo de capital de 10% aa. Determine o valor presente líquido desse projeto e decida sobre sua aceitação.

Solução:

Baseado nas informações do problema, constrói-se a tabela 8.

Tabela 8 - Cálculo do VPL

ANO	PV	PMT _k	PV _k
0	-5000		-5000
1		1500	1363,63
2		1500	1239,66
3		1500	1126,97
4		1500	1024,52
5		1500	931,38
VPL do projeto ($=\sum PV_k$)			686,16

Fonte: PUCCINI, 2011. Modificado

$$VPL = \left[\frac{PMT_1}{(1+i)} + \frac{PMT_2}{(1+i)^2} + \dots + \frac{PMT_n}{(1+i)^n} \right] - PV$$

$$VPL = \left[\frac{1500}{(1+0,1)} + \frac{1500}{(1+0,1)^2} + \frac{1500}{(1+0,1)^3} + \frac{1500}{(1+0,1)^4} + \frac{1500}{(1+i)^5} \right] - 5000 = \$ 686,16$$

O resultado nos indica que o projeto é aceitável, já que $VPL \geq 0$.

3) Uma organização fez um desembolso inicial de \$ 3.000,00 esperando receber \$ 700,00 ao final de um ano, \$ 900,00 ao final de dois anos, \$ 1.400,00 ao final de três anos e \$ 1.700,00 ao final de quatro anos. Determine a taxa interna de retorno. A taxa de atratividade é de 10% aa.

Solução:

Aplicando a fórmula, tem-se:

$$\left[\frac{700}{(1+i)} + \frac{900}{(1+i)^2} + \frac{1400}{(1+i)^3} + \frac{1700}{(1+i)^4} \right] - 3000 = 0$$

$$\left[\frac{700}{(1+i)} + \frac{900}{(1+i)^2} + \frac{1400}{(1+i)^3} + \frac{1700}{(1+i)^4} \right] = 3000$$

$$\log \left[\frac{7}{(1+i)} + \frac{9}{(1+i)^2} + \frac{14}{(1+i)^3} + \frac{17}{(1+i)^4} \right] = \log 30$$

$$\text{TIR} = 17,5363\% \text{ aa.}$$

4) Um projeto envolve um desembolso inicial de \$ 5.000,00 e prevê entradas de caixa de \$ 1.500,00 pelos próximos cinco anos. Determine a taxa interna de retorno desse projeto e decida sobre sua aceitação.

Solução:

Aplicando a fórmula, tem-se:

$$\left[\frac{1500}{(1+i)} + \frac{1500}{(1+i)^2} + \frac{1500}{(1+i)^3} + \frac{1500}{(1+i)^4} + \frac{1500}{(1+i)^5} \right] - 5000 = 0$$

$$\left[\frac{15}{(1+i)} + \frac{15}{(1+i)^2} + \frac{15}{(1+i)^3} + \frac{15}{(1+i)^4} + \frac{15}{(1+i)^5} \right] = 50$$

$$\log \left[\frac{3}{(1+i)} + \frac{3}{(1+i)^2} + \frac{3}{(1+i)^3} + \frac{3}{(1+i)^4} + \frac{3}{(1+i)^5} \right] = \log 10$$

$$\text{TIR} = 15,24\%.$$

3.4 PROBLEMAS APLICADOS NA POUPANÇA E NA LETRA DO TESOURO NACIONAL (LTN)

3.4.1 Poupança

1) Um investidor pessoa física depositou na conta poupança uma quantia de R\$ 2.300,00 por 5 meses. A meta da taxa Selic no período manteve-se em 10,4% a.a. Os valores da TR mensais estão indicados na tabela 9.

Tabela 9 -Taxa nos 5 meses

1º mês	2º mês	3º mês	4º mês	5º mês
0,1126%	0,0537%	0,0266%	0,0459%	0,0604%

Fonte: PUCCINI, 2011. Modificado

Considerando que o investidor não tenha realizado saque nesse período, determine:

- o valor disponível para saque após os cinco meses de aplicação;
- a taxa efetiva acumulada no período.

Solução:

Como a meta da taxa Selic no período estava acima de 8,5%, a remuneração da poupança era igual a TR mais 0,5% a.m.

São dados:

$$\left\{ \begin{array}{l} C_0 = 2300 \\ n = 5 \text{ meses} \\ i = 0,5\% \text{ a.m} \\ i_1 = 0,1126\% \text{ a.m} \\ i_2 = 0,0537\% \text{ a.m} \\ i_3 = 0,266\% \text{ a.m} \\ i_4 = 0,0459\% \text{ a.m} \\ i_5 = 0,0604\% \text{ a.m} \\ \text{Meta da taxa SELIC} = 10,4\% \text{ a.a} \\ 10,4\% > 8,5\% \end{array} \right.$$

$$M_n = C_0 \cdot (1 + i) \cdot (1 + i_1) \cdot (1 + i)(1 + i_2) \cdot (1 + i)(1 + i_3) \cdot (1 + i) \cdot (1 + i_4) \cdot (1 + i) \cdot (1 + i_5)$$

$$M_n = C_0(1 + i)^5 \cdot (1 + i_1)(1 + i_2) \cdot (1 + i_3) \cdot (1 + i_4) \cdot (1 + i_5)$$

$$M_5 = 2300(1,005)^5 \cdot (1,001126) \cdot (1,000537) \cdot (1,000266) \cdot (1,000459) \cdot (1,000604)$$

$$M_n = 2365,14$$

Para determinar a taxa efetiva acumulada toma-se a seguinte equação:

$$I = (1 + i). (1 + i_1). (1 + i)(1 + i_2). (1 + i)(1 + i_3). (1 + i). (1 + i_4). (1 + i). (1 + i_5) - 1$$

$$I = (1 + i)^5. (1 + i_1)(1 + i_2). (1 + i_3). (1 + i_4). (1 + i_5) - 1$$

$$I = (1,005)^5. (1,001126). (1,000537). (1,000266). (1,000459). (1,000604) - 1$$

$$I = 2,83\%$$

Uma forma alternativa de calcular a mesma taxa é utilizando a seguinte relação:

$$I = \frac{M_n}{C_0} - 1$$

$$I = \frac{2365,14}{2300} - 1$$

$$I = 0,0283 \approx 2,83\%$$

- 2) Maira aplicou na caderneta de poupança uma quantia de R\$ 3.500,00 por 4 meses. A meta da taxa Selic no período manteve-se em 8,5% a.a. Os valores da TR mensais estão indicados na tabela 10.

Tabela 10 -Taxa no período de 4 meses

1º mês	2º mês	3º mês	4º mês
0,1032%	0,0598%	0,0344%	0,0421%

Fonte: PUCCINI, 2011. Modificado

Considerando que o investidor não tenha realizado saque nesse período, determine:

- o montante disponível para saque no final do período;
- a taxa efetiva acumulada no período.

Solução:

Dado que a meta da taxa Selic no período era 8,5%, a remuneração da poupança era igual a TR mais 70% da meta da taxa Selic. Então, temos as seguintes informações:

$$\left\{ \begin{array}{l} C_0 = 3500 \\ n = 4 \text{ meses} \\ i = 0,085 \cdot 0,7 = 0,0595 = 5,95\% \text{ a. a} \\ i_1 = 0,1032\% \text{ a. m} \\ i_2 = 0,598\% \text{ a. m} \\ i_3 = 0,0344\% \text{ a. m} \\ i_4 = 0,0421\% \text{ a. m} \end{array} \right.$$

A taxa mensal equivalente a 5,95% a.a é igual a:

$$1 + I = (1 + i)^n$$

$$1 + 0,0595 = (1 + i)^{12}$$

$$i = 1,0595^{\frac{1}{12}} - 1 \Rightarrow i = 0,0048 = 0,48\% \text{ a. m.}$$

$$M_4 = C_0 \cdot (1 + i) \cdot (1 + i_1) \cdot (1 + i)(1 + i_2) \cdot (1 + i)(1 + i_3) \cdot (1 + i) \cdot (1 + i_4)$$

$$I = C_0(1 + i)^4 \cdot (1 + i_1)(1 + i_2) \cdot (1 + i_3) \cdot (1 + i_4)$$

$$M_4 = 3500 \cdot (1,0048)^4 \cdot (1,0048) \cdot (1,0048) \cdot (1,001032) \cdot (1,000344) \cdot (1,000421)$$

$$M_4 \approx 3576,24$$

Podemos determinar a taxa efetiva acumulada no período utilizando a equação.

$$I = \frac{M_n}{C_0} - 1$$

$$I = \frac{3576,24}{3500} - 1$$

$$I = 0,0217 \approx 2,17\%$$

3) Vinícius aplicou R\$ 5.000,00 na caderneta de poupança por 7 meses. A meta da taxa Selic nos três primeiros meses permaneceu em 8,0% a.a. e nos quatro últimos meses, 9,5% a.a. Na tabela 11, tem-se os valores da TR para este período.

Tabela 11-Taxa no período de 7 meses

1º mês	2º mês	3º mês	4º mês	5º mês	6º mês	7º mês
0,0886%	0,0795%	0,0533%	0,0809%	0,0807%	0,1054%	0,1192%

Fonte: PUCCINI, 2011. Modificado

De acordo com as informações da tabela 11, e considerando que não houve saque durante o período de aplicação, calcule:

- o montante resgatado por Vinícius após os sete meses de aplicação;
- a taxa efetiva acumulada no período.

Solução:

(a) Nos três primeiros meses a meta da taxa Selic era inferior a 8,5%, portanto, a remuneração era igual a 70% da meta da taxa Selic mais TR.

$$70\% \text{ de } 8,0\% = 0,70 \times 0,08 = 0,056 = 5,6\% \text{ a.a.}$$

Convertendo a taxa para sua equivalente ao mês, temos:

$$1 + I = (1 + i)^n$$

$$1 + 0,056 = (1 + i)^{12}$$

$$i = 1,056^{\frac{1}{12}} - 1$$

$$i = 0,0045 = 0,45\% \text{ a. m.}$$

Logo, para os três primeiros meses temos os seguintes dados:

$$\left\{ \begin{array}{l} C_0 = 5000 \\ n = 3 \text{ meses} \\ i = 0,45\% \text{ a. a} \\ i_1 = 0,0886\% \text{ a. m} \\ i_2 = 0,0795\% \text{ a. m} \\ i_3 = 0,0533\% \text{ a. m} \end{array} \right.$$

$$M_3 = C_0 \cdot (1 + i) \cdot (1 + i_1) \cdot (1 + i)(1 + i_2) \cdot (1 + i)(1 + i_3)$$

$$M_3 = C_0(1 + i)^3 \cdot (1 + i_1)(1 + i_2) \cdot (1 + i_3)$$

$$M_3 = 5000 \cdot (1,0045)^3 \cdot (1,0045) \cdot (1,00886) \cdot (1,000795) \cdot (1,000533)$$

$$M_4 \approx 5079,03$$

Para os quatro meses restantes, como a meta da taxa Selic era superior a 8,5%, a remuneração era igual a 0,5% mais TR. São dados, então:

$$\left\{ \begin{array}{l} M_3 = 5079,03 \\ i = 0,5\% \text{ a. m} \\ i_4 = 0,0809\% \text{ a. m} \\ i_5 = 0,0807\% \text{ a. m} \\ i_6 = 0,1054\% \text{ a. m} \\ i_7 = 0,1192\% \text{ a. m} \end{array} \right.$$

$$M_7 = M_3 \cdot (1 + i) \cdot (1 + i_4) \cdot (1 + i)(1 + i_5) \cdot (1 + i)(1 + i_6) \cdot (1 + i)(1 + i_7)$$

$$M_7 = M_3(1 + i)^4 \cdot (1 + i_4)(1 + i_5) \cdot (1 + i_6) \cdot (1 + i_7)$$

$$M_7 = 5079,03 \cdot (1,005)^4 \cdot (1,000809) \cdot (1,000807) \cdot (1,001054) \cdot (1,001192)$$

$$M_7 \approx 5201,41$$

Em relação à taxa efetiva acumulada, temos:

$$I = \frac{M_n}{C_0} - 1 \Rightarrow I = \frac{5201,41}{5000} - 1 \Rightarrow I = 0,0402 \approx 4,02\%$$

3.4.2 Letra do Tesouro nacional (LTN)

1) Um investidor comprou uma Letra do Tesouro Nacional (LTN) no dia 08 de fevereiro de 2013, com vencimento em 1 de janeiro de 2016, por R\$ 783,13 e pretende mantê-la até o vencimento. Determine nesse caso:

- a) a rentabilidade bruta da aplicação no período;
- b) a rentabilidade equivalente anual.

Solução:

a) Considerando os dados do problema

$$\begin{cases} C = 783,13 \\ M = 1000 \end{cases}$$

Temos que:

$$RB = \frac{M}{C} - 1 \Rightarrow RB = \frac{1000}{783,13} - 1$$

$$RB = 0,2769 = 27,69\% \text{ ao período.}$$

b) Para calcular a taxa de rentabilidade anual são necessários os dias úteis.²

$$\begin{cases} \text{Data inicial} = 13/02/2013 \\ \text{Data final} = 1/01/2016 \\ \text{Dias úteis} = 728 \end{cases}$$

$$i = (1 + RB)^{\frac{252}{du}} - 1$$

$$i = (1 + 0,2769)^{\frac{252}{728}} - 1$$

$$i = 0,0882 = 8,82\% \text{ a. a}$$

2) Um investidor comprou uma Letra do Tesouro Nacional (LTN) à taxa de 11,87% a.a. e manteve esse título até o vencimento. Considerando que o prazo da operação foi de 347 dias úteis, calcule o valor de compra do título (capital investido na aplicação).

Solução:

Substituindo os dados do problema na equação

$$C = \frac{M}{(1 + i)^{\frac{du}{252}}}$$

Tem-se:

$$C = \frac{1000}{(1 + 0,1187)^{\frac{347}{252}}}$$

$$C = \frac{1000}{(1,1187)^{\frac{347}{252}}} \Rightarrow C = 856,88.$$

² Usando a função DIATRABALHOTOTAL do Excel, fica fácil fazer essa contagem. Basta inserir na coluna A da planilha as datas de todos os feriados nacionais entre a data de liquidação (13/02/2013, inclusive) e a data de vencimento do título (01/01/2016, exclusive), na célula B2 a data inicial (13/02/2013, data da liquidação) e na célula C2 a data final (1/1/2016, data de vencimento do título). Aplicando a função na célula D2, obtém-se o resultado da contagem, 728 dias úteis.

3) Venda antecipada - Marcelo comprou uma Letra do Tesouro Nacional (LTN) no dia 08 de fevereiro de 2013 ao preço de R\$ 783,13 e precisou vendê-la antecipadamente no dia 10 de janeiro de 2014 por R\$ 801,33. A tabela 12 informa o histórico de preços e taxas da LTN de 02.01 a 27.01.2014. Calcule:

- a) a taxa de rentabilidade bruta no período;
- b) a taxa de rentabilidade equivalente anual da aplicação no período.

Tabela 12 - Histórico de preços e taxas da LTN 010116³

Dia	Taxa Compra (%a.m)	Taxa Venda (% a.a)	Pu ⁴ Compra(R\$)	Pu Venda(R\$)	Pu Base(R\$)
02/01/2014	11,76	11,82	801,32	800,47	800,11
03/01/2014	11,80	11,86	801,11	800,25	799,90
06/01/2014	11,78	11,84	801,75	800,89	800,54
07/01/2014	11,83	11,89	801,39	800,54	800,18
08/01/2014	11,75	11,81	802,88	802,03	801,67
09/022014	11,84	11,90	801,96	801,11	800,76
10/01/2014	11,86	11,91	802,03	801,33	800,97
13/01/2014	11,80	11,85	803,24	802,53	802,18
14/01/2014	11,83	11,88	803,17	802,47	802,11
15/01/2014	11,89	11,94	802,68	801,98	802,62
16/01/2014	11,82	11,87	804,02	803,32	802,66
17/01/2014	11,94	11,99	802,70	802,00	801,64
20/01/2014	11,85	11,90	804,32	803,62	803,26
21/01/2014	11,98	12,03	802,86	802,17	801,81
22/01/2014	12,07	12,12	801,97	801,28	800,92
23/01/2014	12,05	12,10	802,61	801,92	801,56
24/01/2014	12,30	12,35	799,53	798,85	798,48
27/01/2014	12,19	12,24	801,41	800,72	800,36

Fonte: Dados extraídos do TESOURO NACIONAL. Modificado

Solução:

Tem-se que:

$$\begin{cases} C = 783,13 \\ M = 801,33 \end{cases}$$

$$RB = \frac{M}{C} - 1 \Rightarrow RB = \frac{801,33}{783,13} - 1 \Rightarrow RB \approx 0,0232 = 2,32\%$$

Período da aplicação neste exemplo foi de 231 dias úteis. Então, pode-se calcular a rentabilidade equivalente anual do período.

$$i = (1 + RB)^{\frac{252}{du}} - 1 \Rightarrow i = (1 + 0,0232)^{\frac{252}{231}} - 1 \Rightarrow i \approx 0,0253 = 2,53\%$$

Observe que a rentabilidade anual da aplicação no período foi de 2,53% a.a., enquanto se o investidor mantivesse a aplicação até o vencimento obterá uma rentabilidade de 8,82% a.a.

³ Os seis dígitos após o nome do título indicam a data de vencimento.

⁴ Preço Unitário (PU) do título.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A Matemática financeira é uma das mais importantes ferramentas da sociedade moderna, pois apropriar-se dos conceitos e procedimentos matemáticos básicos contribui para a formação do futuro cidadão que se engajará no mundo do trabalho, das relações sociais, culturais, políticas e econômicas. A visão da Matemática como uma maneira de pensar, como um processo em permanente evolução (não sendo algo pronto e acabado que apenas deve ser estudado), permite ao aluno, dinamicamente, a construção e apropriação do conhecimento. Permite também que a compreenda no contexto histórico e sociocultural em que esta ciência foi desenvolvida e continua se desenvolvendo.

Ao desenvolver o presente trabalho, foi possível verificar que o conhecimento matemático financeiro apresenta aplicações desde problemas do ensino fundamental, até a aplicações mais complexas no mercado financeiro. Mas, o que ficou evidente foi que esse conhecimento não se restringe apenas a pessoas que cursam ou cursaram graduação em alguma área financeira, é um conhecimento da prática cotidiana, já que as pessoas todos os dias estão realizando investimentos de seus recursos.

Por meio das consultas bibliográficas, evidenciou-se que a forma de investimentos mais comum ainda é a poupança, infelizmente ainda não se tem um conhecimento mais apurado dos diversos tipos de investimentos que uma pessoa pode realizar. Isso quer dizer que se pode investir com segurança e com uma rentabilidade maior que a poupança. Um bom exemplo disso são as Letras do Tesouro Nacional (LTC), que por meio de duas formas, pré-fixado ou pós-fixada, o investidor garante um bom retorno do valor empregado.

Em relação ao objetivo geral do trabalho que era apresentar a matemática financeira como ferramenta de análise nas estratégias de investimento, especialmente na poupança e títulos públicos federais, o mesmo foi alcançado, possibilitando meios confiáveis de escolher qual é o melhor investimento, isso é claro considerando o perfil de cada investidor e de seus objetivos a alcançar por meio dos investimentos, ou seja, existe investimento conforme a característica de cada pessoa sendo ela conservadora, que não gosta de correr riscos ou ousada que está disposta a assumir os riscos nos investimentos.

Diante de tais colocações pode-se concluir que a matemática no contexto das ciências econômicas, cria através de seu uso a habilidade no que diz respeito a tomar decisões, quer seja na análise de investimento, nas análises dos demonstrativos estatísticos, nas apreciações mercadológicas, programas financeiros ou planejamentos econômicos, ela sempre está presente. A matemática configura instrumento elementar, ampliando a perspectiva do matemático, do economista e do administrador, permitindo estruturação de técnicas mais arrojadas, assim como planejamentos mais consistentes do emprego dos mais variados recursos.

Num período de ampla competição de mercado, aperfeiçoar os resultados e minimizar os riscos é a competência mais requisitada aliada, obviamente, à criatividade e versatilidade do profissional. Portanto, apesar de ser uma disciplina temida por grande parte dos estudantes, a matemática é indispensável. É necessário vencer o temor e colocá-la ao nosso lado, desenvolvendo nossas habilidades para tornarmo-nos profissionais diferenciados.

REFERÊNCIAS

- ASSAF NETO, A. **Mercado Financeiro**. 8ª ed. São Paulo: Atlas, 2009.
- ASSAF NETO, Alexandre. **Matemática financeira e suas aplicações**. 10. ed. São Paulo: Atlas, 2008.
- ASSAF NETO, Alexandre; LIMA, Fabiano Guasti. **Curso de administração financeira**. São Paulo, Atlas, 2008.
- BANCO CENTRAL DO BRASIL (BACEN), 2019. **Poupança**. Disponível em: <<http://www4.bcb.gov.br/pec/poupanca/poupanca.asp>> Acesso em 16 mai. 2019
- BELO, Haroldo da Costa. **Matemática Financeira**, Rio de Janeiro, 2010.
- BLANCHARD, O. **Macroeconomia**. 4ª ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2007.
- BRESSER-PEREIRA, L.C. **Macroeconomia pós-plano real: as relações básicas**, 2005.
- BRINATI, Aloisio Antonio Zago. **O mercado de ações**. Dissertação (Mestrado em Finanças e Gestão Corporativa), Universidade Cândido Mendes, Rio de Janeiro, 2004.
- CARVALHO, Francisco Bonadio de. **A Importância do Mercado de Capitais: considerações das teorias econômica e financeira**. Monografia apresentada a Universidade Estadual Paulista – Departamento de Economia da Faculdade de Ciências e Letras, Araraquara, 2014.
- CENÁRIO DA POUPANÇA E DOS INVESTIMENTOS DOS BRASILEIROS**. Confederação Nacional de Dirigentes lojistas (CNDL). Disponível em: <https://www.spcbrasil.org.br/pesquisas/indice/5136> 2018. Acesso em: 14 de jun. 2019.
- CORREA, Joseilton S. **Operando na Bolsa de Valores Utilizando uma Análise Técnica**, Novatec, 2008.
- DUTRA, Leonardo dos Santos Teixeira. **TÍTULOS DE CAPITALIZAÇÃO E POUPANÇA: SEMELHANÇAS E DIFERENÇAS QUE INFLUENCIAM O PEQUENO INVESTIDOR**. Monografia apresentada a Universidade Candido Mendes – Instituto a vez do mestre, Rio de Janeiro, 2009.
- FARIA, Rogério Gomes. **Matemática Comercial e Financeira**. São Paulo:
- FERREIRA, Caroline Agostinho; JUNIOR, Pedro Dos Santos Portugal; SILVA; Sheldon William; PORTUGAL, Nilton dos Santos. **Novas evoluções do mercado de crédito: Uma análise sobre as Fintechs**. VI SIMPÓSIO INTERNACIONAL DE FONSECA, J. J. S. **Metodologia da pesquisa científica**. Fortaleza: UEC, 2002. Apostila.
- FORTUNA, E. **Mercado financeiro: produtos e serviços**. 16. ed. Rio de Janeiro: Qualitymark Ed., 2005.

FORTUNA, Eduardo. **Mercado financeiro: produtos e serviços**. 19. Ed. Rio de Janeiro: Qualitymark, 2013.

FRANCO, Wilson Oliveira. **Desmistificando os títulos públicos**. [s.l]:Faculdade Santa Cruz, 2010. Disponível em: <http://www.santacruz.br/v4/download/janelaeconomica/2010/13_Desmistificando_os_Titulos_Publicos.pdf> acesso em: 01 jun. 2019.

GARCIA, Márcio G. P; DIDIER Tatiana. TAXA DE JUROS, RISCO CAMBIAL E RISCO BRASIL*, **Revista Pesquisa e Planejamento Econômico/ppe**, v.33 | n.2 | ago 2003

GOMES, Fátima Rocha. **A Bolsa de Valores brasileira como fonte de informações financeiras**. **Perspect. cienc. inf.**, Belo Horizonte, v. 2, n. 2, p. 189 - 202, jul./dez.1997.

GONÇALVES, Marcos Allan; CONTI, Idelmo Sanderson. **Fluxo de Caixa Ferramenta estratégica e base de apoio ao processo decisório nas micro e pequenas empresas**. *Revista de Ciências Gerenciais*, v.15, nº. 21, p.173-190, 2011.

GOTARDELO, Davi Riani. **Apostila de Matemática Financeira**. Universidade Rural do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2010.

GUERRA, Fernando; TANEJA, Inder Jeet. **Matemática Financeira**. Universidade Federal de Santa Catarina – Departamento de Ensino de Graduação a Distância Centro Socioeconômico, Santa Catarina,2014.

IEZZI, G. **Matemática**. Volume Único. São Paulo: Atual, 2002.

JÚNIOR, Roberto José Medeiros. **Matemática Financeira**. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia, Paraná, 2012.

KORBES, Paulo José. **Bolsas de valores e estratégias de investimentos**. 2003.

LACOMBE, Francisco José Masset. **Dicionário de Negócios**. São Paulo: Saraiva, 2009.

LAGIOLA, Umbelina Cravo Teixeira. **Fundamentos de mercado de capitais**. 3ª Ed. São Paulo: Atlas, 2011.

LAKATOS, Eva Maria; MARCONI, Marina de Andrade. **Fundamentos de metodologia científica**. 7. ed. São Paulo: Atlas, 2010. 320 p.

LIMA, Fabio Uchôas de. **Mercado Financeiro**. São Paulo, 2011.

LUZIO, N. W. Um Pouco da História da Poupança na Caixa Econômica Federal. 2014. Disponível em: http://downloads.caixa.gov.br/arquivos/poupanca/historia_da_poupanca/HISTPOUP.pdf. Acesso em: 18 jun. 2019.

MATHIAS, Washington Franco; GOMES, José Maria. **Matemática Financeira**. São Paulo: Atlas, 2009.

MELLO, Conrado Amoedo de. **“O problema da indexação dos Rendimentos da Caderneta de Poupança em um cenário de taxas de juros decrescentes”**. Monografia apresentada a Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2009.

NEGREIROS, Ricardo Daniel Gomes de. **A nova fase das aberturas de capital no brasil**. Monografia apresentada a Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro – Departamento de Economia, Rio de Janeiro, 2005.

NETO, Osvaldo Fernandes Carvalho. **Matemática Comercial e Financeira**. Universidade Aberta do Brasil – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará, Ceará, 2013.

PEREIRA, F. **Títulos Públicos sem Segredos: guia para investimentos no tesouro direto**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2012.

PINHEIRO, J. L. **Mercado de capitais**. Fundamentos e técnicas. 7 ed. São Paulo: Atlas, 2014. 607 p.

PONAHT, Osmar. **Aplicação da matemática em investimentos financeiros: caderneta de poupança e títulos públicos**. 2015.

PORTAL DO INVESTIDOR. Disponível em: https://www.investidor.gov.br/.../export/.../apostila_06-bef-investimentos.pdf. Acesso em: 15 de jul. 2019.

PUCCINI, Abelardo de Lima. **Matemática financeira: objetiva e aplicada**. 7. ed. São Paulo: Saraiva, 2004.

PUCCINI, Aberlado Lima. **Matemática financeira objetiva e aplicada**. São Paulo: Saraiva, 2008.

PUCCINI, Ernesto Coutinho. **Matemática financeira e análise de investimentos**— Florianópolis: Departamento de Ciências da Administração / UFSC; [Brasília]: CAPES: UAB, 2011.

PUCCINI, Ernesto Coutinho. **Matemática Financeira e Análise de Investimentos**. Universidade Federal de Santa Catarina, Santa Catarina, 2011.

Reinaldo, Cristiano. **Curso de Matemática Financeira**. Conselho Regional de Contabilidade – CRC, Ceará, 2005.

RHEINHEIMER, Juliana Mercedes, artigo científico: **Juros simples x juros compostos com o uso de planilhas eletrônicas**. Disponível em: <https://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/134139/000984297.pdf?sequence=1>. Acesso em: 14 de abr. 2019.

SANTOS, José Vieira dos. **Mercado de Capitais**. Revista de Contabilidade, Rio de Janeiro, v.6, .2, 2001.

SEABRA, Rafael; FRANÇA, César. **Tudo Sobre a poupança**. Pernambuco,2010.

SOBRINHO, José Dutra Vieira. **Taxa de Juros: Nominal, Efetiva ou Real?**. *Revista de Administração de Empresas*, São Paulo; vol. 21, n.1, jan-mar 1981.

SODRÉ, Ulysses. **Matemática Comercial e Financeira**. Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2008.

TESOURO NACIONAL. **Cálculo da Rentabilidade dos Títulos Públicos ofertados no Tesouro Direto**: Lft. Brasília, DF, 2014. Disponível em: http://www3.tesouro.gov.br/tesouro_direto/download/metodologia/lft.pdf. Acesso em: 16 jun. 2019.

TESOURO NACIONAL. **Metodologia de cálculo dos títulos públicos ofertados no tesouro direto**: Notas do tesouro nacional, série f – ntn-f. Brasília, DF, 2014. Disponível em: <http://www3.tesouro.gov.br/tesourodireto/download/metodologia/ntnf.pdf>. Acesso em: 02 jun. 2019.

TESOURO NACIONAL. **Quais são os custos do programa?** impostos. Brasília, DF, 2014. Disponível em: <http://www.tesouro.fazenda.gov.br/quais-sao-os-custos-do-programa-i>. Acesso em: 19 jul. 2019.

VIANNA, Renata de Moura Issa. **MATEMÁTICA FINANCEIRA**. Universidade Federal da Bahia, Salvador,2018.

ZDANOWICZ, José Eduardo. **Fluxo de caixa: uma decisão de planejamento e controle financeiro**.8.ed. Porto Alegre: Editora Sagra Luzzato,2000.