UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARA
FACULDADE DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA
CAMPOS DE ABAETETUBA - PA

REGINA MACIEL SENA

UMA ANÁLISE DO DESENVOLVIMENTO DOS NÍVEIS DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO SEGUNDO O MODELO DE VAN HIELE DOS ALUNOS DO 9° ANO DE UMA ESCOLA PÚBLICA NO BAIRRO AVIAÇÃO EM ABAETETUBA-PA

ABAETETUBA PA
2018

REGINA MACIEL SENA

UMA ANÁLISE DO DESENVOLVIMENTO DOS NÍVEIS DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO SEGUNDO O MODELO DE VAN HIELE DOS ALUNOS DO 9° ANO DE UMA ESCOLA PÚBLICA NO BAIRRO AVIAÇÃO EM ABAETETUBA-PA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como requisito parcial para obtenção do grau de Licenciado em Matemática, apresentado a Universidade Federal do Pará pela Faculdade de Ciências Exatas e Tecnologia – Campus Abaetetuba-PA.

Área de concentração: matemática.

Orientador:

Prof. Dr. Aubedir Seixas Costa – UFPA/CUBT.

ABAETETUBA PA

2018

REGINA MACIEL SENA

UMA ANÁLISE DO DESENVOLVIMENTO DOS NÍVEIS DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO SEGUNDO O MODELO DE VAN HIELE DOS ALUNOS DO 9° ANO DE UMA ESCOLA PÚBLICA NO BAIRRO AVIAÇÃO EM ABAETETUBA-PA

A banca examinadora, abaixo listada, aprova o Trabalho de Conclusão de Curso “Uma Análise Do Desenvolvimento Dos Níveis Do Pensamento Geométrico Segundo o Modelo de Van Hiele dos Alunos do 9° Ano de uma Escola Pública no Bairro Aviação em Abaetetuba-Pá elaborado por “Regina Maciel Sena” como requisito parcial para obtenção do grau de Licenciado em Matemática, apresentado a UFPA (Universidade Federal do Pará) pela FACET (Faculdade de Ciências Exatas e Tecnologia) – Campus Abaetetuba-PA.

____

Prof. Dr. Aubedir Seixas Costa– UFPA/CUBT

____

Prof. Me. Raimundo das Graças Carvalho de Almeida – UFPA/CUBT

____

Prof. Me. Manoel Lima Corrêa – UFPA/CUBT

Abaetetuba, 18 de dezembro de 2018.

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho em primeiro lugar a Deus.

Aos meus familiares por me incentivarem sempre a esta formação acadêmica, especialmente a minha amada mãe ***Maria Guilhermina Maciel Sena****, e meu saudoso pai* ***Manoel Soares Sena.***

Ao meu querido filho ***Kewem Sena Menezes.***

Às minhas queridas irmãs, ***Eliana, Elizangela, Diana, Elizane, Erenice e Eliane*** *e irmãos,* ***Manoel e Max.***

A uma amiga mais que especial ***Rosiomar Lobato Pinheiro Rodrigues.***

Que incansavelmente, apoiaram a minha caminhada.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus pelo dom da vida e pela saúde física e mental, o que me possibilitou chegar a esse momento progressivo de realização pessoal e profissional.

Agradeço a minha a mãe, ***Maria Guilhermina Maciel Sena****, por ter acreditado em mim e não ter medido esforços para que eu alcançasse essa conquista. As minhas irmãs, irmãos e minha prima Graciete Maciel da Costa, que sempre me incentivaram a progredir nos meus estudos.*

Agradeço todos os professores que contribuíram muito para o crescimento do meu conhecimento.

Agradeço a todos os colegas e amigos que caminharam comigo nessa jornada, em especial a: Nilda Gonçalves, Ivana Miranda, Marcia Corrêa, Gleicy Moraes e Erenilson Soares, por sermos tão unidos em momentos de dificuldades.

A todos os mestres e mestras que, ludicamente ou não, no decorrer de nossas vidas, apontaram, não apenas o caminho, mas colaboraram para a construção e abertura de múltiplas trilhas de conhecimento em especial, deixo aqui meus agradecimentos ao meu orientador, ***Prof Dr. Aubedir Seixas Costa****, que com toda sua tranquilidade e grande sabedoria soube me auxiliar de maneira eficaz, estando sempre presente nos momentos em que precisei.*

"A vida é como a matemática, criamos raízes que o mundo tenta subtrair de nós, porém o que é somado de bom nos ajudará a ter a solução exata do que precisamos."

Ester Menezes

RESUMO

Considerando que a geometria está presente em quase todos os lugares em que estamos e muita das vezes passa completamente despercebida o seu ensino se torna indispensável nos currículos escolares. Partindo desse pressuposto e tendo como fundamentação teórica o modelo da Van Hiele onde diz que o processo do desenvolvimento do pensamento geométrico tem como base cinco níveis de compreensão e cinco fases de aprendizagem para o avanço entre esses níveis, o presente estudo edifica suas bases nas orientações descritas por Van Hiele para o ensino de geometria, onde sua finalidade é relatar uma prática realizada com alunos do 9° ano do Ensino Fundamental de uma escola pública da cidade de Abaetetuba - PA. Trata-se de uma pesquisa qualitativa que teve como objetivo investigar e detectar, por meio da Teoria de Van Hiele, o nível de pensamento geométrico dos aprendentes, onde foi proposto o teste de Van Hiele respeitando as características, propriedades e fases de cada nível de aprendizagem. Como conclusão a pesquisa revela as dificuldades que os alunos enfrentam quando o conteúdo e geometria o que indica que existe uma ausência do ensino da Geometria desde os anos iniciais e que esta ausência pode ser atribuída a vários fatores, alguns, inclusive, relacionados à formação docente. Por tanto a necessidade de um maior aprofundamento no ensino da geometria.

Palavras-chave: pensamento geométrico. Modelo de Van Hiele.

SUMMARY

Considering that geometry is present in almost all places where we are and often goes completely unnoticed its teaching becomes indispensable in school curricula. Based on this assumption and having as theoretical foundation the Van Hiele model where it says that the process of the development of geometric thinking is based on five levels of understanding and five stages of learning to progress between these levels, the present study builds its bases in the orientations described by Van Hiele for the teaching of geometry, where its purpose is to report a practice performed with students of the 9th grade of elementary school of a public school in the city of Abaetetuba - PA. It is a qualitative research that aimed to investigate and detect, through the Van Hiele Theory, the level of geometric thinking of the learners, where the Van Hiele test was proposed, respecting the characteristics, properties and phases of each level of learning. As a conclusion the research reveals the difficulties that students face when content and geometry indicates that there is an absence of Geometry teaching since the early years and that this absence can be attributed to several factors, some even related to teacher training. Therefore the need for a deeper understanding of the teaching of geometry.

Keywords: geometric thinking. Model of Van Hiele.

LISTA DE TABELAS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
TCC	Trabalho de Conclusão de Curso
UFPA	Universidade Federal do Pará
FACET	Faculdade de Ciências Exatas e Tecnologia
CUBT	Campos Universitário do Baixo Tocantins

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

A geometria constitui a área da matemática de fundamental importância no currículo escolar pois ela se faz presente em quase tudo que está ao nosso redor, como na planta de terrenos, na arquitetura de casas e edifícios, no artesanato, nos campos de futebol e quadras de esporte, etc. Os parâmetros curriculares nacionais apud Josênelle Cavalcante Santos (BRASIL, 1997, p.39) diz que a “Geometria ajuda o aluno a compreender, descrever e representar de forma organizada o mundo em que vive”. Mesmo com toda sua importância o que se observa e que o ensino da geometria ainda deixa muito a desejar, pois o processo de ensino e aprendizagem da Geometria sempre enfrentaram obstáculos por não propiciarem ao educando um estudo prático e contextualizado causando uma grande defasagem.

Ou seja, essa exclusão da Geometria inicia-se com a prática dos próprios professores do Ensino Básico, relacionado a alguns fatores que faz com que o Ensino Básico seja defasado e até mesmo o despreparo por consequência de uma má formação nesse ramo, como também a falta de recursos didáticos, pois a utilização de recursos didáticos no ensino da geometria pode ser um meio de facilitar e possibilitar o aluno a uma melhor compreensão dos conceitos geométricos.

> Essas dificuldades se dão em virtude da forte resistência no ensino da Geometria e deve-se também, em grande parte, ao pouco acesso pelo professor aos estudos dos conceitos geométricos na sua formação ou até mesmo pelo fato de não gostarem de Geometria.

A ideia de realizar essa pesquisa, surgiu após minha estadia nas escolas através dos estágios supervisionados que realizei pois foi a partir daí que comecei a me questionar sobre o ensino de Geometria nas escolas uma vez que em todos os estágios não presenciei nem uma aula sobre o assunto.

Partindo desse pressuposto, a ideia central foi fazer uma pesquisa sobre isso e com os resultados obtidos ter ciência de como anda o ensino da Geometria nas escolas. Para isso tinha como objetivo principal responder à pergunta: Segundo o modelo de Van Hiele, qual o nível de desenvolvimento do pensamento geométrico dos alunos no final do Ensino Fundamental? Essa pesquisa foi realizada com uma turma do 9º ano do ensino fundamental. No intuito de contemplar as aspirações iniciais deste trabalho, fez-se necessário realizar um estudo em duas etapas: a primeira, referente à análise bibliográfica, que possibilitou levantar os subsídios teóricos presentes neste trabalho, a segunda referente à coleta de dados da realidade, que permitiu uma visão mais profunda da trajetória do referido processo.

A partir de então, realizou-se uma pesquisa de campo, baseada no paradigma da pesquisa qualitativa, uma vez que o que se buscava compreender qual é o nível do pensamento geométrico dos alunos no final do Ensino Fundamental segundo o modelo de Van Hiele. Assim, a pesquisa qualitativa torna-se visível à elucidação de fenômenos sociais, “mantendo-se fiel às caracterizações da realidade”. Este tipo, de pesquisa exige um contato mais próximo ao fenômeno ocorrido, para tanto, lança-se mão de procedimentos como a pesquisa e análise, por possibilitarem a coleta dos dados mais relevantes acerca da temática em foco. Por isso, o tipo de pesquisa selecionada tornou-se indispensável na construção deste estudo. Participaram da pesquisa 32 alunos, onde foi utilizado com eles o teste de Van Hielle o mesmo usado por Evandro Cardoso Sant’Ana em seu TCC (Trabalho de Conclusão de Curso) apresentado ao Centro Universitário La Salle em Canoas – RS de 2009.

Quanto à organização, tendo como base os referenciais teóricos e os dados coletados, o presente trabalho estrutura-se a partir de três capítulos, assim distribuídos:

O capítulo I apresenta-se a fundamentação teórica onde enfatiza-se a importância da geometria, um Breve histórico de geometria, e também informações sobre a teoria de Van Hiele, responsável pelo embasamento teórico.

O capítulo II trata-se dos aspectos metodológicos da pesquisa onde encontra-se: Tipo de pesquisa; etapas da pesquisa; campo e sujeito da pesquisa e coleta de dados.

No capítulo III evidencia-se, a descrição completa da análise de dados. Onde se faz uma análise individual do nível do desenvolvimento do pensamento geométrico dos alunos de uma escola pública no bairro são Lourenço em Abaetetuba, segundo o modelo de Van Hiele, procurando detectar acertos e erros.

Na última parte faz-se as considerações finais sobre o trabalho.

CAPÍTULO I: FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

1.1 A IMPORTÂNCIA DA GEOMETRIA

O ensino da geometria é de extrema importância, pois é a dinâmica de sua aplicação que tem permitido melhorar a vida das pessoas é graças a utilização de cálculos e regras que estão baseadas no estudo da geometria que arquitetos e engenheiros desenvolvem suas obras. Se olharmos em nossa volta percebe-se o quanto ela está presente em nosso dia a dia, em casa, na rua, no trabalho, na escola, etc. Por tudo isso é imprescindível sua aplicação pois e perceptível que através do ensino de Geometria torna-se mais fácil de entender a leitura do espaço ao nosso redor.

1.2 BREVE HISTÓRICO DE GEOMETRIA

Assim como a matemática que surgiu de necessidades básicas, em especial da necessidade econômica de contabilizar diversos tipos de objetos. De forma semelhante, a origem da *geometria* (do grego *geo* =terra + *metria*= medida, ou seja, "medir terra") seu surgimento deu-se da necessidade de resolver problemas práticos de agricultura, astronomia, arquitetura e engenharia, e de fato, ainda hoje conhecimentos de geometria são aplicados nos mais variados campos do conhecimento humano, tais como: física, química, geologia, astronomia, engenharia, biologia, navegação, cartografia e fotografia. No entanto, cabe ressaltar que a geometria é considerada parte da matemática pura, pois, embora tenha começado como uma ciência prática e encontre aplicações em muitos ramos fora da matemática, ela é comumente desenvolvida abstraída da realidade, como uma teoria matemática pela qual matemáticos estudam motivados por seu apelo intrínseco.

A geometria surgiu independentemente em várias culturas antigas como um conjunto de conhecimentos práticos sobre comprimento, área e volume. Por volta do século III a.C., a geometria foi posta em uma forma axiomática por Euclides, cujo tratamento, chamado de geometria euclidiana, estabeleceu um padrão que perdurou por séculos. Arquimedes desenvolveu técnicas engenhosas para calcular áreas e volumes, antecipando em várias maneiras o moderno cálculo integral.

1.3 O MODELO DE VAN HIELE

A **Teoria de Van Hiele** ou os **Níveis de Van Hiele** ou o **Modelo de Van Hiele** constitui uma teoria do ensino e da aprendizagem de geometria, elaborado pelo casal neorlandês Van Hiele.

O modelo teve sua origem em 1957, nas dissertações de doutorado de *Dina van Hiele-Geldof* e *Pierre Van Hiele* na universidade de Utrecht, nos Países Baixos. O livro original, a partir do qual a teoria se desenvolveu chama-se *Structure and Insight: A theory of mathematics education*. Após o termino da tese de doutorado Dina faleceu porem Pierre deu continuidade e esclarecimento dos níveis, fases e propriedades do referido modelo.

O modelo de Van Hiele é um modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico, onde parte do pressuposto que o processo de aprendizagem e raciocínio geométrico dos estudantes passa por uma série de níveis sequenciais e ordenados, e para que o aluno avance e domine cada nível e necessário ele assimilar os conceitos e propriedades de cada um, e o trabalho do professor é favorecer o avanço desses alunos através de atividades orientadas.

1.4 O DESENVOLVIMENTO GEOMETRICO DE VAN HIELE

Os níveis de pensamentos geométricos de Van Hiele estão sequenciados de 0 a 4 onde descrevem os processos de pensamento geométricos do aluno, onde Segundo Fantinel (1998) Pierre diz que para o aluno avançar entre esses níveis ele precisa vivenciar essa sequência.

Nível 0 - Visualização/Reconhecimento:

Este e o nível inicial onde o aluno usa apenas a visualização identificam as figuras por sua aparência, ou seja, sabe diferenciar uma figura da outra, mas não sabe definir suas propriedades é o nível que segundo Fainguelernt (1999, p. 53), requer do aluno "à habilidade de perceber, representar, transformar, descobrir, gerar, comunicar, documentar e refletir sobre as informações visuais".

> O estudante opera em figuras geométricas, tais como triângulos e linhas paralelas através da identificação e atribuição de nomes e

> compará-los de acordo com sua aparência. A percepção é apenas visual. Um aluno que possui um raciocínio no nível 1 reconhece certas formas diferenciadas sem prestar atenção às suas partes componentes. Por exemplo, pode ser um retângulo reconhecido, porque parece "como uma porta" e não porque tem quatro lados retos e quatro ângulos retos como não há nenhuma apreciação dessas propriedades. Forma é importante e figuras podem ser identificadas pelo nome 1. (VAN HIELE, 1986 p.33 apud SANTOS, Fernando Tranquilino Marques e Santos, Marcelo Câmara.).

Nível 1 - Descritivo/Analítico:

Nesse nível o aluno já passou pelo nível de reconhecimento das figuras geométricas, passando agora a comparar e analisar as figuras por meio das propriedades, ou seja, por meio de uma análise informal já começa a estabelecer as características de uma figura geométrica passando a identificar e analisar suas propriedades, mas ainda não consegue estabelecer inter-relações entre elas.

> O estudante descobre propriedades/regras de uma classe de formas empiricamente, tais como dobramento, medição, analisa figuras em termos de seus componentes e relacionamentos entre os componentes. A este nível, os componentes e seus atributos são usados para descrever e caracterizar as figuras. Por exemplo, um estudante que está raciocinando analiticamente diria que um quadrado tem quatro lados iguais "e" quatro cantos "quadrados". O mesmo estudante, no entanto, não pode acreditar que uma figura pode pertencer a diversas classes gerais e tem vários nomes, por exemplo, o aluno não pode aceitar que um retângulo é um paralelogramo. A figura a este nível se apresenta como uma totalidade de suas propriedades. Um estudante pode ser capaz de afirmar uma definição, mas não terá entendimento2. (VAN HIELE,1986 p.33 apud SANTOS, Fernando Tranquilino Marques e Santos, Marcelo Câmara.).

Nível 2 - Dedução Informal:

O aluno que está nesse nível consegue perceber as relações entre as figuras, fazendo assim a distinção entre as mesmas, classificando-as em relação às suas propriedades mesmo suas propriedades sejam semelhantes. Todavia, não pode estabelecer relações acerca dos passos formais de uma demonstração.

> O estudante opera realizando as relações entre a representação figural com o que há dentro de uma figura e entre figuras relacionadas. Existem dois tipos de pensamento neste nível. Em primeiro lugar o aluno compreende as relações abstratas entre

> figuras, por exemplo, verifica as relações entre um retângulo e um paralelogramo, em segundo lugar o estudante pode usar dedução para justificar observações feitas no nível 2. O papel da definição das propriedades e da capacidade de construir provas formais não são compreendidas, embora nesse nível não é uma compreensão da essência da geometria 3. (VAN HIELE, 1986 p.34 apud SANTOS, Fernando Tranquilino Marques e Santos, Marcelo Câmara.).

Nível 3 - Dedução Formal:

No nível 3, da dedução formal, o indivíduo já possui domínio do processo dedutivo e de demonstrações. Realiza demonstrações formais das propriedades já compreendidas, diferencia postulados, teoremas e definições, sem memorizá-las. O aluno percebe que existem diferentes formas de demonstrar e de formular problemas com linguagem adequada.

> O estudante prova teoremas deduzindo e estabelecendo inter-relações entre redes de teoremas. O aluno pode manipular as relações desenvolvidas no nível 3. A necessidade de justificar os relacionamentos é compreendida e usada definições suficientes que podem ser desenvolvidos. O raciocínio neste nível inclui o estudo da geometria como uma forma de sistema matemático ao invés de uma coleção de formas4. (VAN HIELE, 1986 p.34 apud SANTOS, Fernando Tranquilino Marques e Santos, Marcelo Câmara.).

Nível 4- Rigor:

Rigor, é o quinto e último nível sugerido por Van Hiele, geralmente é o nível de um especialista em Matemática no Ensino Superior que tenha como área específica a Geometria. Agora o aluno já realiza a demonstração das propriedades geométricas entendendo e comparando as propriedades com rigor, ou seja, realizam de forma conceitual as propriedades das figuras ele compreende a abstração geométrica não-euclidiana, compara sistemas, desenvolve sistemas axiomáticos e relações topológicas mais complexas.

> O aluno estabelece teoremas em diferentes sistemas de postulados e análises e compara estes sistemas. O estudo da geometria no nível 5 é altamente abstrato e não envolve necessariamente modelos concretos ou pictóricos. A este nível, os postulados ou axiomas tornam-se objeto de intenso escrutínio rigoroso. A abstração é primordial5. (VAN HIELE, 1986 p.35 apud SANTOS, Fernando Tranquilino Marques e Santos, Marcelo Câmara.).

1.5. Principais características do modelo de Van Hiele.

Hierárquica

Cada nível obedece a uma hierarquia, isto é, para atingir cada nível é necessário passar de nível em nível, sem pular nem um. Ou seja, não se pode chegar ao nível 2 sem antes ter passado pelo nível 1.

Linguística

Cada nível tem uma linguagem, conjunto de símbolos e sistemas de relações próprios. Por exemplo, não adianta falar em propriedade com os alunos que ainda estão no nível de reconhecimento, pois eles não conhecem ainda esse significado da palavra.

Conhecimentos intrínsecos

Em cada nível, o aluno tem conhecimentos que estão intrínsecos e eles não conseguem explicar. No nível seguinte é que esses conhecimentos serão explicados.

Por exemplo, o aluno no nível de reconhecimento é capaz de reconhecer um quadrado, sem conseguir explicar porque aquela figura é um quadrado. Só quando atingir o nível de análise é que será capaz de explicar, através da exploração dos componentes do quadrado e de suas propriedades.

Nivelamento

Não há entendimento entre duas pessoas que raciocinam em níveis diferentes, ou se a instrução é dada num nível mais avançado que o atingido pelo aluno. Por exemplo: Não adianta o professor pedir a um aluno que está relacionando no nível de análise para fazer deduções, pois neste nível ele não denomina ainda o processo dedutivo.

Avanço

O progresso entre os níveis depende da instrução oferecida, isto é, o aluno só progride para o nível seguinte depois de passar por atividades específicas, que o preparem para esse avanço.

1.6 Fases de Aprendizagem

Para o desenvolvimento eficaz dessas características Van Hiele relata que o aluno tem que passar por cinco fases de aprendizagem, que se correlacionam com os seus respectivos níveis. Essas fases não estão associadas a um determinado nível, mas cada nível de raciocínio começa com atividades da primeira fase e continua com as atividades das fases seguintes. Partindo desse pressuposto a seguir abordaremos os passos que o um professor deve seguir para ajudar seus alunos a avançar nos níveis de raciocínio uma vez que, os Van Hiele afirmam que para ocorrer o progresso ao longo dos níveis depende mais da instrução recebida do que da maturidade do aluno. Assim eles propuseram uma sequência didática de cinco fases de aprendizagem que são: questionamento ou informação, orientação direta, explicitação, orientação livre e integração.

FASE 1 – Questionamento ou Informação

Aqui é o momento de diálogo entre professor e aluno para que juntos possam desenvolver atividades sobre os objetos de estudo do respectivo nível. E onde se define o vocabulário específico do nível, e o momento de observações e perguntas para que o professor possa identificar qual o conhecimento do aluno sobre o assunto a ser estudado, ou seja, e a fase de preparação para estudos seguintes.

FASE 2 - Orientação Direta

A orientação direta e quando o aluno começa a explorar as características do assunto a ser estudo em determinado nível através do material selecionado e preparado pelo professor, onde o mesmo deve conter respostas especificas e objetivas.

FASE 3 – Explicitação

Os alunos revelam seus pontos de vistas modificando-os e baseados em experiências anteriores trocam experiências, e dessa forma contribuem para cada um analisar suas ideias sobre as estruturas trabalhadas e observadas. O papel do professor somente observar e orientar o aluno através de uma linguagem adequada.

FASE 4 - Orientação Livre

Através de tarefas mais complexas e constituídas de várias etapas os alunos procuram soluções próprias que podem ser concluídas de maneiras diferentes, possibilitando diversas respostas, assim ganham experiência e autonomia.

FASE 5 – Integração

Nesta fase o papel do professor e orientar no processo de síntese, fornecendo ao aluno experiências e observações globais, fazendo com que o mesmo possa rever o que já foi aprendido, e assim formar uma visão geral da nova rede de objetos e relações para que ele possa alcançar um novo nível de pensamento.

1.7 Propriedades do Modelo de Van Hiele

Assim como identificamos as características particulares de cada nível de raciocínio do modelo de Van Hiele, e de fundamental importância entender suas propriedades. Que são elas: sequencial, avanço, intrínseco e extrínseco, linguística e combinação inadequada.

Essas propriedades são muito significativas para os educadores, uma vez que podem orientar no ensino.

1. Sequencial

Se faz necessário que o aluno, passe por todos os níveis, uma vez que não é possível que ele passe para o nível 2 sem ter passado pelo nível 1 ou seja para dominar o nível posterior ele precisa ter dominado o anterior.

2. Avanço

Independentemente da idade o conteúdo e o método de ensino utilizados são de fundamental importância para que haja uma progressão entre os níveis. Nenhum método de ensino permite ao aluno pular um nível, alguns acentuam o progresso, mas há alguns que retardam.

3. Intrínseco e Extrínseco

Os objetivos explícitos neste nível são aqueles que estavam implícitos no anterior.

4. Linguística

Dependendo da linguagem usada em cada nível, a relação entre os mesmos pode se modificar uma vez que cada um deles tem sua própria linguagem e um conjunto de relações interligando-os.

5. Combinação inadequada

Para que haja uma aprendizagem eficaz se faz necessário uma interligação entre professor e aluno, ou seja, eles precisam raciocinar no mesmo nível e para que isso ocorra e preciso que professor, material didático, conteúdo e vocabulário estejam no mesmo nível de raciocínio do aluno.

CAPITULO II

APECTOS METODÓLOGICOS DA PESQUISA

Neste capitulo tem-se como objetivo apresentar o tipo de pesquisa que foi usado para o desenvolvimento do presente trabalho, assim como mostra os procedimentos que foram utilizados com o intuito de responder à pergunta principal.

“Qual o nível de desenvolvimento do pensamento geométrico dos alunos no final do ensino fundamental segundo o modelo de Van Hielle? ”.

2.1 Tipo de pesquisa

O presente trabalho apresenta uma pesquisa que tem característica qualitativa, pois segundo Godoy (1995) “afirma que uma pesquisa qualitativa possui como característica seu caráter descritivo, considerando”:

> “O ambiente como fonte direta dos dados e o pesquisador como instrumento chave; o processo é o foco principal de abordagem e não o resultado ou o produto; a análise dos dados é realizada de forma intuitiva e indutivamente pelo pesquisador; não requer o uso de técnicas e métodos estatísticos; e, por fim, tem como preocupação maior a interpretação de fenômenos e a atribuição de resultados.” (GODOY, 1995, p. 58).

2.2 Etapas da pesquisa

Com o intuito de encontrar resposta para à pergunta principal “Em qual nível de Van Hiele de pensamento geométrico estão os alunos ao final do Ensino Fundamental? ”, passamos pelas seguintes etapas: definição do tema; busca do referencial teórico; escolha dos sujeitos da pesquisa; pesquisa de campo e análise de dados:

2.3 Campo e sujeito da Pesquisa

A pesquisa ocorreu em uma escola pública localizada no bairro São Lourenço no município de Abaetetuba-PA onde os testes propostos neste trabalho foram submetidos a uma turma do 9º ano do Ensino Fundamental, composta por 32 alunos tendendo como referência o modelo de Van Hiele.

2.4 Coletas de dados

Como o objetivo era usar como referência o modelo da Van Hiele para detectar qual o nível do desenvolvimento do pensamento geométrico dos alunos no final do Ensino Fundamental? ”. Foi utilizado como referência o Teste de Van Hiele (Anexo A), e através do qual foi feito uma análise dos resultados do teste para então detectar em qual nível cada aluno se encontrava. O teste ao qual os alunos foram submetidos e o mesmo que consta no livro Geometria Segundo a teoria de Van Hiele (NASSER, 1997), publicado pelo Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ), resultante de um estudo coordenado pela Dra. Em Educação Matemática Lílian Nasser, com o apoio de uma equipe de 13 professores do Projeto Fundão. Que foi usado por Evandro Cardoso Sant’Ana em seu TCC (Trabalho de Conclusão de Curso) apresentado ao Centro Universitário La Salle em Canoas – RS de 2009.

O teste e composto por 15 questões, divididas em 3 blocos com 5 questões cada, onde o primeiro bloco corresponde ao nível básico, o segundo ao nível 1 e o terceiro ao nível 2 de Van Hiele, organizados da seguinte maneira:

Bloco 1: No primeiro bloco estão as questões de 1 a 5, referentes ao nível básico. Onde essas questões exigiam do aluno habilidades: visual, verbal e lógica, ou seja, ele deve reconhecer figuras fazendo sua associação ao nome correto de cada uma, percebendo que existem diferenças e semelhanças entre as figuras mesmo que elas se apresentem em outras posições, com exceção da questão 5 que exigia apenas habilidade visual (reconhecer quando duas retas são paralelas através de informações fornecidas pela figura).

Bloco 2: O segundo bloco é composto pelas questões de 6 a 10, referentes ao nível 1. As questões 6 e 8 requer habilidade visual onde o aluno deve assinalar, entre as alternativas apresentadas, apenas as propriedades corretas de cada figura. As questões 7 e 9 exigiam habilidades visual e verbal, ou seja, o aluno tem que observar e descrever precisamente várias propriedades da figura apresentada na questão. Já a questão 10 requeria habilidade lógica (reconhecer que através das propriedades podemos diferenciar figuras) e habilidade gráfica (usar as propriedades para desenhar ou construir figuras).

Bloco 3: No terceiro e último bloco estão as questões de 11 a 15, onde a questão 11 exigia do aluno reconhecimento de propriedades comuns em diferentes tipos de figuras, ou seja, a habilidade visual. Para resolver as questões 12 e 13 o aluno precisa de habilidade verbal (avaliar as sentenças apresentadas mostrando que há inter-relações entre figuras); A questão exigia a habilidade de lógica (usar propriedade das figuras tendo em vista assim se uma classe de figuras está contida ou não em outra classe).

CAPÍTULO III

RESULTADOS

Neste capítulo encontra-se suscitado a análise da aplicação da pesquisa realizada com uma turma do 9º ano do ensino fundamental composta por 32 alunos da rede pública de ensino localizada no bairro de Aviação no município de Abaetetuba-PA, através do teste de Van Hiele, que tinha como objetivo investigar o nível de pensamento geométrico de cada aluno.

3.1 Análise dos dados

A análise dos dados ocorreu após a aplicação do teste de Van Hiele e através da correção do teste e da descrição da resposta foi possível detectar em qual nível encontravam-se os alunos, segundo o modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele.

A tabela a seguir, mostra o número de alunos que se encontram em cada nível segundo o modelo de Van Hiele.

Tabela 1

Total: 32 alunos	
Nível	*Nº de alunos*
Básico	8
Nível 1	2
Nível 2	0
Sem Nível	22

Fonte: Autoria própria, 2018.

Dos 32 alunos pesquisados, foi constatado que 22 se quer atingiram algum nível de Van Hiele, 8 alunos se enquadraram no nível básico, 2 alunos alcançaram o nível 1. Nenhum aluno atingiu o nível 2. Apenas uma pequena parte dos alunos atingiu o nível básico, no entanto fica constatado que para esses 22 alunos que não atingiram nenhum nível, o ensino da geometria foi sempre posto a segundo plano, fazendo com que seu conteúdo não tenha sido devidamente trabalhado desde as séries inicial até o final do Ensino Fundamental e como consequência disso a certeza que esses alunos foram muito prejudicados.

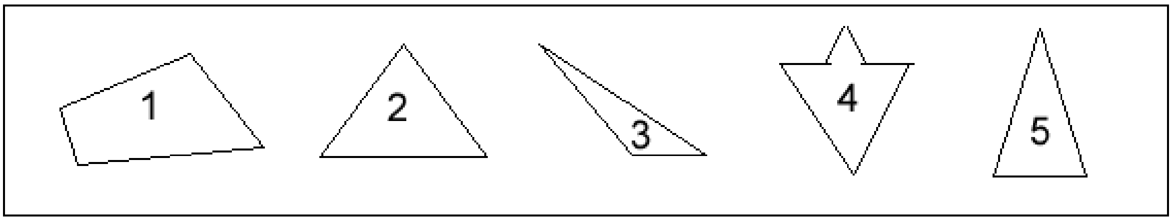
3.2 Análise individual das questões

A seguir apresenta-se, uma análise das respostas dos alunos para cada questão:

3.2.1 Respostas dos alunos referente ao Nível Básico.

A seguir está apresentado uma análise dos acertos e erros dos alunos em relação às questões numeradas de 1 a 5, que são referentes ao nível básico, que de acordo com o modelo de Van Hiele, requer que o aprendente faça a identificação, comparação e nomeação de figuras geométricas com base em sua aparência.

Questão 1. Assinale o (s) triângulo (s):



A tabela abaixo, ilustra o número de alunos que acertaram e erraram a questão 1.

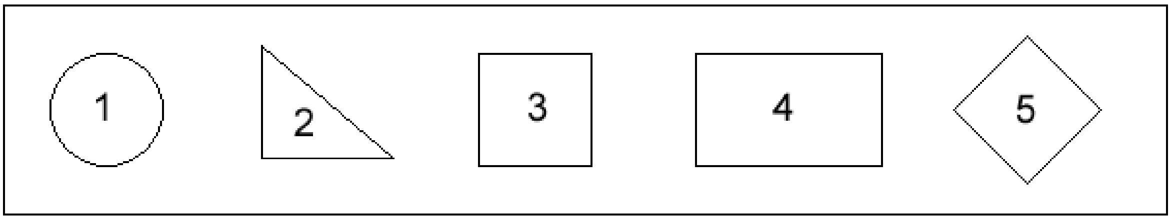
Tabela 2 – Questão 1

Total: 32 alunos			
	acertos	*erros*	*Não responderam*
Nº de alunos	9	23	0

fonte: Autoria própria, 2018.

A análise mostra que houve mais erros do que acertos nessa questão pois dos 32 alunos pesquisados somente 9 acertaram marcando corretamente as figuras 2, 3 e 5. Por outro lado, 23 alunos erraram. Se torna perceptível a dificuldade desses alunos de identificar os triângulos quando os mesmos estão juntos de outros polígonos. Alguns alunos marcaram a figura 4, e a maioria não marcaram a figura 3, provavelmente, por não saberem que qualquer figura que tenha três lados é um triângulo.

Questão 2. Assinale o (s) quadrado (s):



A tabela abaixo ilustra o número de alunos que acertaram e erraram a questão 2.

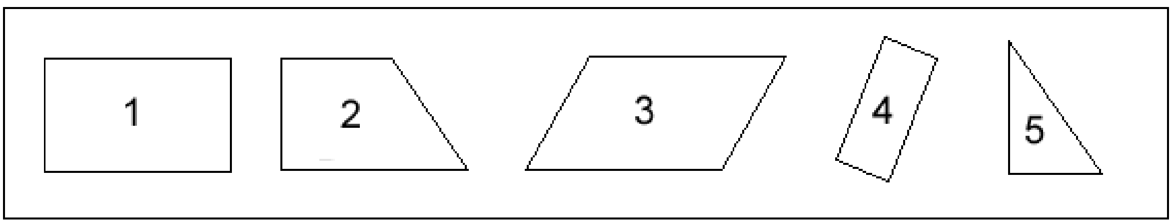
Tabela 3 – Questão 2

Total: 32 alunos			
	Acertos	*erros*	*Não responderam*
Nº de alunos	12	20	O

fonte: Autoria própria, 2018.

Após a análise constatou-se que 12 alunos acertaram a segunda questão marcando corretamente as figuras 3 e 5. Já os que erraram foram 20 alunos por que marcaram somente a figura 3, pois não identificaram a figura de número 5 como sendo quadrado e alguns alunos por marcarem a figura de número 4 não percebendo que uma das condições para que um polígono seja um quadrado e que ele possua quatro lados iguais.

Questão 3. Assinale o (s) retângulo (s):



A tabela abaixo, ilustra o número de alunos que acertaram e erraram a questão 3.

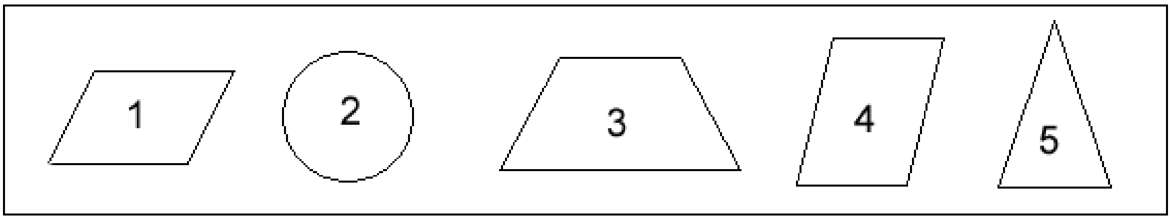
Tabela 4 – Questão 3

Total: 32 alunos			
F	*Acertos*	*erros*	*Não responderam*
Nº de alunos	6	24	2

fonte: Autoria própria, 2018.

A análise da questão de número 4 evidenciou que, dos 32 alunos pesquisados apenas 6 marcaram as figuras corretas que eram correspondentes aos números 1 e 4. 24 desses alunos erraram a questão 3, grande parte por não terem marcado a figura de número 4 outros por terem marcado a figura de número 2, alguns por marcarem a figura 3 e até quem errou por ter marcado a figura de número 5 o que leva a crer que há quem não saiba diferenciar um retângulo de um triangulo. Importante ressaltar que 2 alunos não marcaram nem uma figura.

Questão 4. Assinale o (s) paralelogramo (s):



A tabela abaixo, ilustra o número de alunos que acertaram e erraram a questão 4.

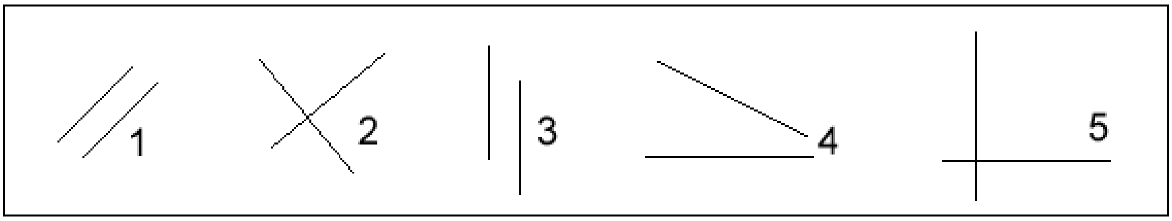
Tabela 5 – Questão 4

Total: 32 alunos			
	Acertos	*erros*	*Não responderam*
Nº de alunos	7	24	1

fonte: Autoria própria, 2018.

Com a análise da questão 4, percebeu-se que apenas 7 dos 32 alunos marcaram corretamente as figuras de número 1 e 4. Entretanto, 24 alunos erraram a questão 4 uma quantidade significativa por terem marcado a figura de número 3, outros por que não marcaram a figura de número 4. E apenas 1 aluno não respondeu provavelmente por não saber o que é um paralelogramo. Com tudo fica evidente que muitos alunos não sabem reconhecer nem nomear figuras.

Questão 5: Assinale os pares de retas paralelas:



A tabela abaixo, ilustra o número de alunos que acertaram e erraram a questão 5.

Tabela 6 – Questão 5

Total: 32 alunos			
	Acertos	*erros*	*Não responderam*
Nº de alunos	8	24	0

fonte: Autoria própria, 2018.

Ao analisarmos as respostas correspondente a questão de número 5, constatamos que 8 alunos acertaram a questão, marcando corretamente as figuras de número 1 e 3 e que 24 alunos erraram a questão a maioria por ter marcado somente a figura de número 1, outros por terem marcado a figura 2 e 4 e alguns por terem marcado a figura 5. O que ficou claro nessa questão e que muitos alunos não têm noção de paralelismo.

3.2.2 Respostas dos alunos referente ao Nível 2

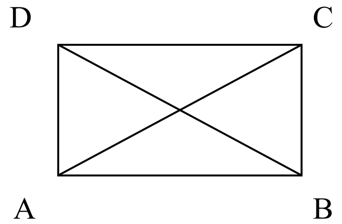
As questões de número 6 até a número 10 são as que compõem o segundo bloco e são referentes ao nível 2 de Van Hiele, que por sua vez tem como característica analisar os componentes e reconhecer as propriedades de uma figura geométrica e assim encontra soluções de problemas

A seguir estão descritos a análise dos acertos e erros dos alunos em relação às questões numeradas de 6 a 11.

Questão 6. No retângulo ABCD, as linhas AC e BD são chamadas diagonais.

Assinale a (s) alternativa (s) verdadeira (s) para todos os retângulos:

a) Têm 4 ângulos retos.
b) Têm lados opostos paralelos.
c) Têm diagonais do mesmo comprimento.
d) Têm os quatro lados iguais.
e) Todas são verdadeiras.



A tabela abaixo ilustra o número de alunos que acertaram e erraram a questão de número 6.

Tabela 7 – Questão 6

Total: 32 alunos			
	Acertos	*erros*	*Não responderam*
Nº de alunos	3	27	2

fonte: Autoria própria, 2018.

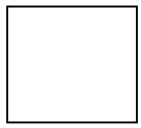
Com a análise dos resultados foram obtidos que somente 3 alunos dos 32 marcaram corretamente as alternativas a, b e c, e 27 erraram, a maioria por que marcou apenas uma opção o que e teve 2 alunos que não marcaram nem uma opção o que fica evidente com tantos erros e que muitos alunos não sabem o que são lados paralelos, diagonais, ou seja, não conseguem atribuir propriedades a um retângulo.

Questão 7. Dê três propriedades dos quadrados:

1.____

2.____

3.____



A tabela abaixo, ilustra o número de alunos que acertaram e erraram a questão 7.

Tabela 8 – Questão 7

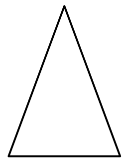
Total: 32 alunos			
	Acertos	*erros*	*Não responderam*
Nº de alunos	4	8	20

fonte: Autoria própria, 2018.

Após a análise dos resultados, concluiu-se que dos 30 alunos pesquisados 4 acertaram, 8 erraram e 20 não responderam, ou seja, a maioria não respondeu, o que leva acreditar que esses alunos nunca estudaram propriedades de figuras geométricas, os 3 alunos que responderam à questão de número 7 de forma correta, deram com exemplo, *"tem quatro lados iguais", "tem ângulos retos", "tem diagonais do mesmo comprimento".* Já os 7 que erraram alguns escreveram *"base", "comprimento", "largura"* *outros "quadrado", "triangulo", "retângulo"*.

Questão 8. Todo triângulo isóscele tem dois lados iguais. Assinale a afirmativa verdadeira sobre os ângulos do triângulo isósceles:

a) Pelo menos um dos ângulos mede 60º.
b) Um dos ângulos mede 90º.
c) Dois ângulos tem a mesma medida.
d) Todos os três ângulos têm a mesma medida.
e) Nenhuma das afirmativas é verdadeira.



A tabela abaixo, ilustra o número de alunos que acertaram e erraram a questão 8.

Tabela 9 – Questão 8

	Total: 32 alunos		
	Acertos	*erros*	*Não responderam*
Nº de alunos	17	12	3

fonte: Autoria própria, 2018.

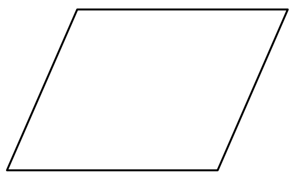
Com a análise dos resultados foram obtidos, que dos 32 alunos, 17 acertaram marcando a opção c com correta “Dois ângulos tem a mesma medida”. 12 alunos erraram alguns por que marcaram *a* opção a outros a *d* e 3 alunos não marcaram nem uma opção o que tudo indica não conhecerem o que é um triângulo isósceles.

Questão 9. Dê três propriedades dos paralelogramos:

1.____

2.____

3.____



A tabela abaixo, ilustra o número de alunos que acertaram e erraram a questão 9.

Tabela 10 – Questão 9

Total: 32 alunos			
	Acertos	*erros*	*Não responderam*
Nº de alunos	1	5	26

fonte: Autoria própria, 2018.

Analisando as respostas obteve-se que apenas 1 aluno dos 32 acertou essa questão. O aluno que acertou questão de número 9 deu como resposta as seguintes propriedades: *" tem lados opostos paralelos", "suas diagonais de cruzam no ponto médio", "tem quatro ângulos"*. 5 alunos erraram essa questão escrevendo *"base"*, *"altura"* e *"comprimento"* e 26 alunos, ou seja, a maioria deles deixou a questão em branco. Ficou evidenciado que os alunos desconhecem por completo o paralelogramo e suas propriedades.

Questão 10. Dê um exemplo de um quadrilátero cujas diagonais não tem o mesmo comprimento:

A tabela abaixo, ilustra o número de alunos que acertaram e erraram a questão 10.

Tabela 11 – Questão 10

Total: 32 alunos			
	Acertos	*erros*	*Não responderam*
Nº de alunos	5	14	13

fonte: Autoria própria, 2018.

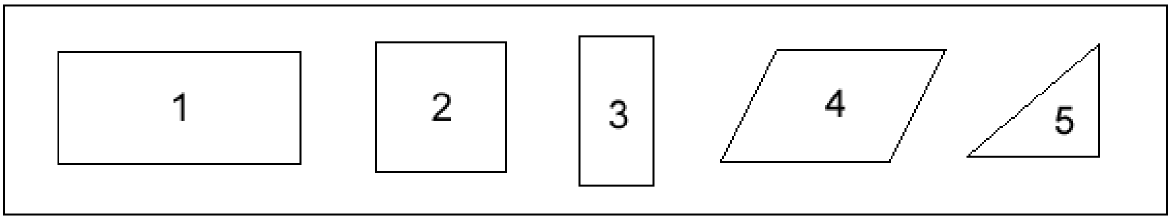
Tendo com base na análise foi obtido que, dos 32 alunos apenas 5 acertaram a questão desenhado um quadrilátero com diagonais de tamanho diferentes, 14 desses alunos erram a questão desenhando retângulos, paralelogramos e triângulos, e 13 deixaram a questão em branco provavelmente por não saberem o que é um quadrilátero.

3.2.3 Respostas dos alunos referente ao Nível 3

O terceiro e último bloco e formado pelas questões numeradas de 11 a 15 que são correspondentes ao nível 3 segundo o modelo de van Hiele. Esse nível tem como característica a percepção de que uma propriedade pode decorrer de outra: argumentação lógica informal e ordenação de classes de figuras geométricas.

A seguir está uma descrição das questões numeradas de 11 a 15 que foi feita após a análise de acertos e erros dos alunos.

Questão 11. Assinale a (s) figura (s) que pode (m) ser considerada (s) retângulos



A tabela abaixo, ilustra o número de alunos que acertaram e erraram a questão 11.

Tabela 12 – Questão 11

Total: 32 alunos			
	Acertos	*erros*	*Não responderam*
Nº de alunos	2	25	5

fonte: Autoria própria, 2018.

Foi constatado após a análise de dados da questão 11, que dos 32 alunos pesquisados apenas 2 acertaram a questão marcando as figuras 1, 2 e 3, 30 erraram a maioria por marcaram apenas a figura 1 e 3, o que tudo indica e que esses não reconhecem o quadrado como sendo um retângulo.

Questão 12. Os quatro ângulos A, B, C e D de um quadrilátero ABCD são todos iguais:

a) Pode-se afirmar que ABCD é um quadrado?
____

b) Porquê?____

c) Que tipo de quadrilátero é esse?___________________________________

A tabela abaixo ilustra o número de alunos que acertaram e erraram a questão 12.

Tabela 13 – Questão 12

Total: 32 alunos			
	Acertos	*erros*	*Não responderam*
Nº de alunos	2	10	20

fonte: Autoria própria, 2018.

Apenas 2 dos 32 alunos acertaram essa questão dando como resposta: “Não. Porque não tem os lados iguais. É um retângulo”. 10 erraram essa questão respondendo: “Sim, porque tem todos os lados iguais. E um quadrado”, “sim porque os quadriláteros têm os mesmos tamanhos. É um quadrado”, e 20 ou seja a maioria deixaram a questão totalmente em branco.

Questão 13. Pode-se afirmar que todo retângulo é um paralelogramo? Por quê?

A tabela abaixo, ilustra o número de alunos que acertaram e erraram a questão 13.

Tabela 14 – Questão 13

F Total: 32 alunos			
	Acertos	*erros*	*Não responderam*
Nº de alunos	4	3	25

fonte: Autoria própria, 2018.

Após a análise dessa questão detectou-se que apenas 4 alunos acertaram a questão respondendo: “sim, por que ele tem os lados paralelos iguais”, 3 alunos erram dando como resposta “Não, porque não tem as diagonais do mesmo comprimento”, “Sim, porque tem duas diagonais do mesmo tamanho”, “Não, por que elas são diferentes umas das outras”, e a grande parte dos alunos num total de 24 alunos deixaram a questão totalmente em branco provavelmente por desconhecerem o que é um paralelogramo.

Questão 14. Considere as afirmativas:

(I) A figura X é um retângulo.

(II) A figura X é um triângulo.

Assinale a afirmativa verdadeira:

a) Se I é verdadeira, então II é verdadeira.
b) Se I é falsa, então II é verdadeira.
c) I e II não podem ser ambas verdadeiras.
d) I e II não podem ser ambas falsas.
e) Se II é falsa, então I é verdadeira.

A tabela abaixo ilustra o número de alunos que acertaram e erraram a questão 14.

Tabela 15 – Questão 14

Total: 32 alunos			
	Acertos	*erros*	*Não responderam*
Nº de alunos	8	18	6

fonte: Autoria própria, 2018.

Dos 32 alunos que foram submetidos ao teste somente 5 acertaram essa questão marcando corretamente a opção c. Por outro lado, 19 alunos erraram e 4 não marcaram nem uma das opções. Essa questão exigia muito mais do que conhecimentos geométricos, exigia também habilidades verbal e lógica até mesmo para o entendimento do enunciado para os alunos.

Questão 15. Assinale a afirmativa que relaciona corretamente as propriedades dos retângulos e dos quadrados:

a) Qualquer propriedade dos quadrados também é válida para os retângulos.
b) Uma propriedade dos quadrados nunca é propriedade dos retângulos.
c) Qualquer propriedade dos retângulos também é válida para os quadrados.
d) Uma propriedade dos retângulos nunca é propriedade dos quadrados.
e) Nenhuma das afirmativas anteriores.

A tabela abaixo, ilustra o número de alunos que acertaram e erraram a questão 15.

Tabela 16 – Questão 15

F	**Total: 32 alunos**		
o n	*Acertos*	*erros*	*Não responderam*
Nº de alunos	5	20	7

fonte: Autoria própria, 2018.

Após a análise dos dados constatou-se que somente 5 alunos responderam corretamente essa questão marcando a opção c. Dos 32 alunos, 20 erraram e 7 não marcaram nem uma das opções. Consideramos que para os alunos essa questão tevê um grau alto de dificuldade, pois, eles desconhecem a inclusão de classes e um número de acertos significativo. Vale ressaltar que não podemos afirmar que os 5 que acertaram a questão fizeram consciente uma vez que a questão que não exige justificativa.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Considerando-se que o ensino da geometria é de grande importância para o nosso cotidiano, esse trabalho tinha como objetivo principal analisar qual o nível de desenvolvimento do pensamento geométrico dos alunos no final do ensino fundamental. Para tal feito foi aplicado um teste aos alunos baseado nos níveis 0, 1 e 2 de Van Hiele, de forma que foi possível detectar em qual nível encontrava-se cada um dos 32 alunos que participaram dessa pesquisa.

Diante dos dados coletados e analisados por meio dessa pesquisa, foi obtido o seguinte: 8 dos 32 alunos pesquisados enquadram-se no nível básico pois das 5 questões referentes ao nível básico responderam corretamente 3 delas, 2 alunos no nível 1 pois também responderam corretamente 3 das 5 questões referentes a este nível, nenhum aluno enquadrou-se no nível 2, e 22 alunos não se enquadram em nenhum nível. Com tudo foi possível detectar a grande dificuldade que os alunos enfrentam quanto ao conteúdo da Geometria, pois nem um aluno sequer conseguiu responder corretamente todas as questões referentes ao nível básico que se refere a identificação, comparação e nomenclatura de figuras geométricas, com base em sua aparência global, e esses conteúdos podem e devem ser trabalhados desde as séries iniciais, um fator que chamou muita atenção e que em todas as questões houve mais erros do que acertos o que leva acreditar que a maior parte dos alunos pesquisados não conhecem as figuras geométricas.

Portanto, o objetivo do presente trabalho foi alcançado: com a análise do teste resolvido pelos alunos foi possível ter um conhecimento inicial do nível de desenvolvimento do pensamento geométrico de uma turma de alunos no final do ensino fundamental, utilizando o modelo de aprendizagem de van Hiele. Após a pesquisa realizada, é possível afirmar que as causas das dificuldades dos alunos referentes à Geometria, estão relacionadas ao ensino básico, pois a pesquisa revela uma defasagem nos anos iniciais mostrando que os alunos não tiveram um ensino adequado do conteúdo, e que o ensino da geometria ainda é deixado a segundo plano.

Portanto o presente estudo revela a realidade hoje sobre o ensino da Geometria nas escolas, mostrando que os professores de matemática trabalharam muito pouco geometria com seus alunos ou nunca trabalharam ao longo dos anos, talvez por falta de formação acadêmica dos professores, por falta de cobrança por parte pedagógica das escolas ou falta de vontade dos professores, pois para que o aluno tenha um bom desempenho na aprendizagem, depende do ensino, ou seja, se faz necessária uma boa formação por parte do professor para que haja condições de elaboração de atividades adequadas utilizando linguagem apropriada para a progressão de níveis de ensino.

Diante disso e perceptível a necessidade de um maior aprofundamento em estudos e aplicações sobre o ensino aprendizagem da Geometria, onde o professor faça uso de materiais que prendam a atenção do aluno com o tangran, o geoplano entre outros fazendo assim com que o aluno tenha um melhor aprendizagem, e o modelo de van Hiele dá orientação aos professores de como melhorar o ensino de geometria, favorecendo assim os estudantes, ele ajuda o professor a identificar formas de raciocínio do aluno verificando em que nível ele se encontra, ou seja, o modelo oferece ao professor ferramentas adequadas para ajudar o aluno a progredir e de fato aprender geometria.

REFERÊNCIAS

CALDEIRA, A. D.; SILVEIRA, E.; MAGNUS, M. C. M. Modelagem matemática: alunos em ação. In: ALMEIDA, L. M. W. de; ARAÚJO, J. de L.; BISOGNIN, E. (Coord.). **Práticas de modelagem matemática na educação matemática**. Londrina: Eduel, 2011. cap. 3.

NASSER, L. SANT'ANNA, N.F.P (coordenadoras). **Geometria segundo a teoria de Van Hiele**. Instituto de matemática – UFRJ. Projeto Fundão. Rio de Janeiro, 1997.

RODRIGUES, Alessandra Coelho. **O Modelo de Van Hiele de Desenvolvimento do Pensamento Geométrico.** Trabalho de Conclusão de curso. Universidade Católica de Brasília, 2007. Disponível em: www.ucb.br/sites/100/103/TCC/22007/AlessandraCoelhoRodrigues.pdf. Acesso em: 12 maio 2017.

RODRIGUES, Schirlane dos Santos Aguiar **A teoria de van Hiele aplicada aos triângulos: uma sequência didática para o 8° ano do ensino fundamenta**l / Schirlane dos Santos Aguiar Rodrigues. – Campos dos Goytacazes, 2015.

SANT'ANA, Evandro Cardoso. **Geometria segundo modelo de Van Hiele: uma análise do nível de pensamento geométrico dos alunos ao final do ensino fundamental.** Centro Universitário La Salle. Canoas, 2009.

SANTOS, Josênelle Cavalcante. **Uma análise do nível do desenvolvimento do pensamento geométrico de alunos concluintes do Curso de Licenciatura em Matemática contribuições da teoria de van Hiele** / Josênelle Cavalcante Santos. - 2015. Trabalho de conclusão de curso Campina Grandes-PB, 2015

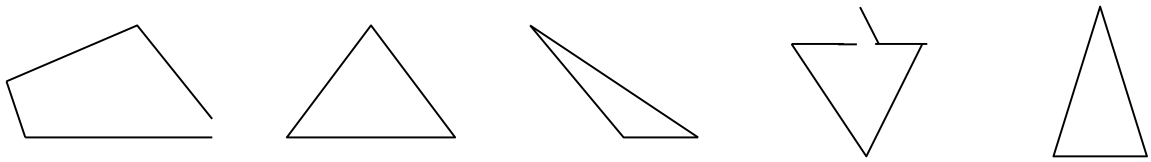
SANTOS, Fernando Tranquilino Marques e Santos, Marcelo Câmara. **Níveis do pensamento geométrico de van Hiele com alunos do 6º ano do ensino fundamental.**

SILVA, D. K. da; DALTO, J. O. Modelagem matemática na formação de professores: compartilhando uma experiência. In: ALMEIDA, L. M. W. de; ARAÚJO, J. de L.; BISOGNIN, E. (Org.). **Práticas de modelagem matemática na educação matemática**. Londrina: Eduel, 2011. cap. 9.

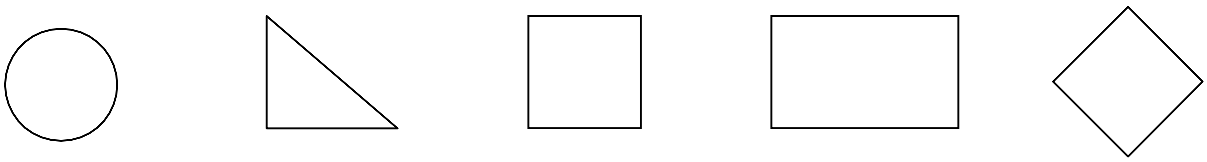
SZUMSKI, Eliana Guimarães LA GUARDIA, Giuliano Gadioli **A GEOMETRIA NA FORMAÇÃO DOCENTE: CONTEXTUALIZANDO E CONSTRUINDO SABERES.**

ANEXO A – TESTE DE VAN HIELE

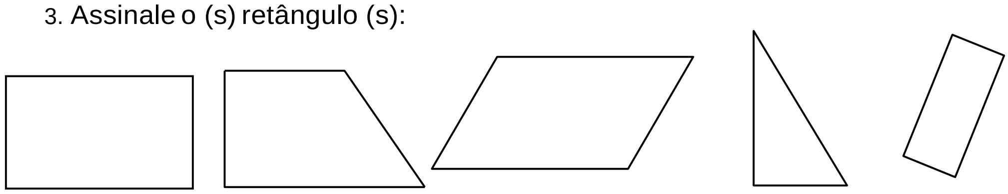
1. Assinale o (s) triângulo (s):



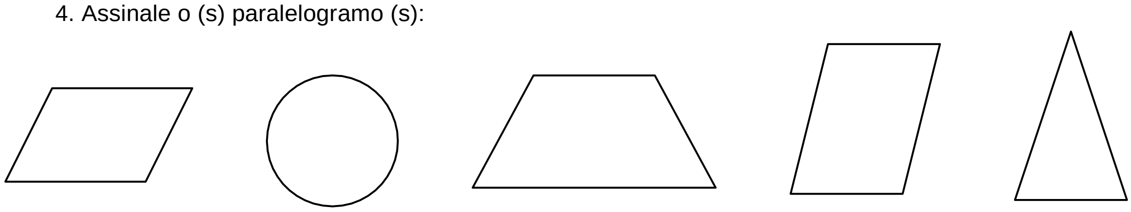
2. Assinale o (s) quadrado (s):



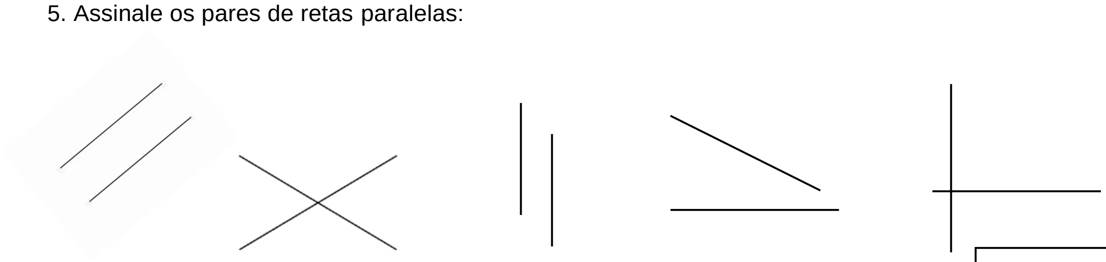
3. Assinale o (s) retângulo (s):



4. Assinale o (s) paralelogramo (s):



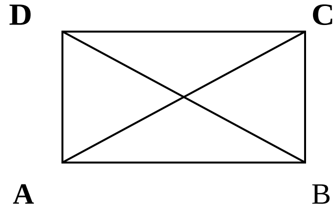
5. Assinale os pares de retas paralelas:



Básico: S N

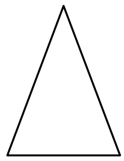
6. No retângulo ABCD, as linhas AC e BD são chamadas diagonais. Assinale a (s) alternativa (s) verdadeira (s) para todos os retângulos:

a) Têm 4 ângulos retos.
b) Têm lados opostos paralelos.
c) Têm diagonais do mesmo comprimento.
d) Têm os quatro lados iguais.
e) Todas são verdadeiras.

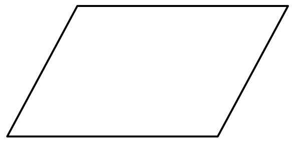


7. Dê três propriedades dos quadrados:
   1. ______________________________
   2. ______________________________
   3. ______________________________

8. Todos triângulos isósceles têm dois lados iguais. Assinale a afirmativa verdadeira sobre os ângulos do triângulo isósceles:
   a) Pelo menos um dos ângulos mede 60°.
   b) Um dos ângulos mede 90°.
   c) Dois ângulos têm a mesma medida.
   d) Todos os três ângulos têm a mesma medida.
   e) Nenhuma das afirmativas é verdadeira.



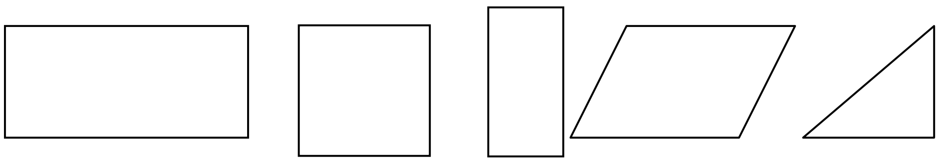
9. Dê três propriedades dos paralelogramos:
   1. ______________________________
   2. ______________________________
   3. ______________________________



10. Dê um exemplo de um quadrilátero cujas diagonais não têm o mesmo comprimento. Desenhe este quadrilátero.

Nível 1:	S N

11. Assinale a(s) figura(s) que pode(m) ser considerada(s) retângulos:



12. Os quatro ângulos A, B, C e D de um quadrilátero ABCD são todos iguais.
   a) Pode-se afirmar que ABCD é um quadrado? ______________________________
   b) Por quê? ______________________________
   ____
   c) Que tipo de quadrilátero é ABCD? ______________________________

13. Pode-se afirmar que todo retângulo é também um paralelogramo? ______________________________

Por quê? ______________________________
____

14. Considere as afirmativas:
(I) A figura X é um retângulo.
(II) A figura X é um triângulo.

Assinale a afirmativa verdadeira:

a) Se I é verdadeira, então II é verdadeira.
b) Se I é falsa, então II é verdadeira.
c) I e II não podem ser ambas verdadeiras.
d) I e II não podem ser ambas falsas.
e) Se II é falsa, então I é verdadeira.

15. Assinale a afirmativa que relaciona corretamente as propriedades dos retângulos e dos quadrados:
a) Qualquer propriedade dos quadrados é também válida para os retângulos.
b) Uma propriedade dos quadrados nunca é propriedade dos retângulos.
c) Qualquer propriedade dos retângulos também é válida para os quadrados.
d) Uma propriedade dos retângulos nunca é propriedade dos quadrados.
e) Nenhuma das afirmativas anteriores.

Nível 2:	S N