



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DO BAIXO TOCANTINS
FACULDADE DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA
CURSO DE LICENCIATURA PLENA EM MATEMÁTICA

RAFAEL DA TRINDADE BARRETO

**AS CONSTRUÇÕES GRÁFICAS DAS FUNÇÕES DO 1º, 2º GRAU, EXPONENCIAL
E LOGARÍTMICA COM A UTILIZAÇÃO DO SOFTWARE GEOGEBRA**

ABAETETUBA – PARÁ

2022

RAFAEL DA TRINDADE BARRETO

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado para obtenção do grau de Licenciatura em Matemática, Faculdade de Ciências Exatas e Tecnologia, Campus Universitário de Abaetetuba, Universidade Federal do Pará. Orientador: Prof. Dr. José Francisco da Silva Costa.

ABAETETUBA – PARÁ

2022

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD
Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Pará
Gerada automaticamente pelo módulo Ficat, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)**

da Trindade Barreto, Rafael.

As construções gráficas das funções do 1º, 2º grau, exponencial e logarítmica com a utilização do Software GeoGebra : As construções gráficas das funções do 1º, 2º grau, exponencial e logarítmica com a utilização do Software GeoGebra / Rafael da Trindade Barreto. — 2022.

38 f. : il. color.

Orientador(a): Prof. Dr. José Francisco da Silva Costa Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) - Universidade Federal do Pará, Campus Universitário de Abaetetuba, Curso de Matemática, Abaetetuba, 2022.

1. Estudo de funções do 1º e 2º grau. 2. Logarítmica. 3. Exponencial. 4. Software . 5. GeoGebra . I. Título.

CDD 510

RAFAEL DA TRINDADE BARRETO

**AS CONSTRUÇÕES GRÁFICAS DAS FUNÇÕES DO 1º, 2º GRAU, EXPONENCIAL
E LOGARÍTMICA COM A UTILIZAÇÃO DO SOFTWARE GEOGEBRA**

Trabalho de Conclusão de Curso orientado pelo Prof. Dr. José Francisco da Silva Costa, apresentado ao curso de Licenciatura Plena em Matemática da Faculdade de Ciências Exatas e Tecnologia, Campus universitário de Abaetetuba da Universidade Federal do Pará, como requisito para obtenção de grau de licenciada em Matemática.

Aprovado em: 25 / 02 / 2022.

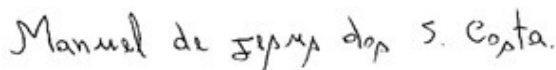
BANCA EXAMINADORA



Prof. José Francisco da Silva Costa
Presidente/Orientador



Prof. Dr. Rômulo Correa Lima
Membro Interno – FACET/CUBT



Prof. Dr. Manoel de Jesus dos Santos Costa
Membro Interno – FACET/CUBT



Prof. Ms. José Maria dos Santos Lobato Júnior
Membro Externo – IFPA-Tucuruí-PA

RESUMO

Este trabalho aborda como compreender as construções gráficas das funções do 1º, 2º grau, exponencial e logarítmica com a utilização do *software GeoGebra*. Procura-se explicar algumas propriedades dessas funções e os esboços gráficos com auxílio do *GeoGebra*. Tornar-se-á possível estudar o comportamento geométrico de cada função, compreendendo as variações das grandezas tabeladas para realização do esboço gráfico. Desenvolve-se as etapas com o *software GeoGebra*, indicando um estudo preliminar com o uso de ferramentas, restringindo-se o estudo tão somente nas construções gráficas das funções supracitadas. Verifica-se que as funções podem ser utilizadas de forma contextualizada, as funções logarítmica e exponencial por exemplo podem ser traçadas para chegar a resultados visualmente aproximados da curva de crescimento e decrescimento do número de óbitos cometidos pela pandemia, porém esse trabalho se permite apenas fazer essa aproximação visual, com o comportamento do número de óbitos em função do tempo em meses utilizando os dados certamente irá obter-se melhores resultados, porém ao que esse trabalho se propõe, já oferece um melhor entendimento das curvas traçadas no plano cartesiano. Conclui-se que é importante utilizar um recurso na melhoria da metodologia e de pesquisa em si e apesar de tudo, é preciso compreender que seja qual for a finalidade, não se pode deixar de entender os conhecimentos matemáticos, sem os quais podem dificultar o entendimento do programa.

Palavras-chaves: Estudo de Funções do 1º e 2º grau; Exponencial e Logarítmica e *Software GeoGebra*.

Rafael da Trindade Barreto

Faculdade de Ciências Exatas e Tecnologia– FACET

barretorafael2@gmail.com

José Francisco da Silva Costa

Faculdade de Formação e Desenvolvimento do Campo– FADECAM

jfsc@ufpa.br

ABSTRACT

This work addresses how to understand the graphic constructions of 1st, 2nd degree, exponential and logarithmic functions using the GeoGebra software. We try to explain some properties of these functions and the graphic sketches with the help of GeoGebra. It will become possible to study the geometric behavior of each function, understanding the variations of the tabulated quantities for the realization of the graphic sketch. The steps are developed with the GeoGebra software, indicating a preliminary study with the use of tools, restricting the study only to the graphic constructions of the aforementioned functions. It is verified that the functions can be used in a contextualized way, the logarithmic and exponential functions, for example, can be drawn to reach visually approximate results of the growth and decrease curve of the number of deaths committed by the pandemic, but this work allows only to do this visual approximation, with the behavior of the number of deaths as a function of time in months, using the data will certainly obtain better results, but what this work proposes, already offers a better understanding of the curves traced in the Cartesian plane. It is concluded that it is important to use a resource to improve the methodology and research itself and, despite everything, it is necessary to understand that whatever the purpose, one cannot fail to understand mathematical knowledge, without which it can make understanding difficult. from the program.

Keywords: Study of Functions of the 1st and 2nd degrees; Exponential and Logarithmic and GeoGebra Software.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	9
2 ESTUDO DAS FUNÇÕES.....	11
2.1 Função polinomial do 1º grau	11
2.1.1 Gráfico da função polinomial do 1º grau	11
2.2 Função polinomial do 2º grau	13
2.2.1 Raízes da função quadrática.....	13
2.2.2 Gráfico da função polinomial do 2º grau	14
2.3 Função exponencial.....	15
2.3.1 Tipos de função exponencial.....	16
2.3.2 Construção do gráfico da função crescente	17
3 SOFTWARE GEOGEBRA COMO FERRAMENTA AUXILIAR À CONSTRUÇÃO DOS GRÁFICOS DAS FUNÇÕES.....	27
3.1 Recursos utilizados pelo software GeoGebra para o traçado das funções	28
3.2.1 Interface	28
3.2.2 Barra de ferramentas	29
3.2.3 Entrada	29
3.2.3 Janela de Visualização	29
4 APLICAÇÃO DO GEOGEBRA NA CONSTRUÇÃO DOS GRÁFICOS DAS FUNÇÕES DE 1º E 2º GRAU, EXPONENCIAL E LOGARÍTMICA	32
4.1 Construção do gráfico da função polinomial de 1º grau	32
4.2 Construção do gráfico da função polinomial de 2º grau	33
4.3 Construção da função exponencial.....	33
4.4 Construção da função logarítmica	35
CONCLUSÃO.....	37
REFERÊNCIAS	38

1 INTRODUÇÃO

Diante de uma sociedade globalizada os avanços científicos tem sido desenvolvidos juntamente com os aparatos tecnológicos que buscam aprimorar trazendo benéficos significativos e promissores com a necessidade de construção de um meio em que se possa obter uma melhor qualidade de vida (VIEIRA PINTO, 2005, P. 294) Dessa maneira, o termo tecnologia bem como os avanços científicos se tornaram indispensáveis para a sociedade atual desde a aplicação do celular ao computador e ainda em tantos outros aplicativos tecnológicos tão comuns no cotidiano. As relações entre a Matemática e a Informática desenvolvem-se nos dois sentidos (PONTE, & CANAVARRO, p. 1997).

A informática desde seu princípio tem uma estreita relação com matemática, tendo em vista que desde a criação do ábaco que teve como objetivo facilitar cálculos, pode-se dizer que o mesmo foi um dos primeiros computadores. Atualmente somos rodeados por tecnologia e a mesma influencia nossas vidas de muitas formas (FERRÃO, 2013).

Tendo isso em vista, traremos a tecnologia para trabalhar as construções de gráficos, identificando e compreendendo como funciona estas, mais especificamente as funções polinomiais do 1º e 2º grau, exponencial e logarítmica utilizando o *software GeoGebra*, para tal procedimento, tendo enfoque gerar um estudo sobre o tema e ajudar a compreender esse funcionamento da matemática inserida na aplicação.

Nesse sentido, considera-se como relevância matemática dentro de todo esse espaço tecnológico, buscando compreender qual o seu papel, pois a informática já está inserida em praticamente tudo no nosso cotidiano. Para Medina e Leineker (2015) as tecnologias são recursos que não vieram com o objetivo de substituir o homem, mas sim visa ajudar a facilitar sua vida das mais diversas formas, organizando suas atividades, seu trabalho, abrindo a possibilidade de ajudar estudos sobre os mais diversos temas.

Tendo em vista esse contexto, o trabalho aborda como objetivo geral, compreender as construções gráficas das funções polinomiais do 1º, 2º grau, exponencial e logarítmica com a utilização do *software GeoGebra*.

Para alcançar esse objetivo, desenvolve-se como específicos: Mostrar o desenvolvimento das funções polinomiais do 1º e 2º grau, as funções exponenciais e

logarítmica e os traçados no plano cartesiano; verificar que as funções exponencial e logarítmica podem ser utilizadas para avaliar o crescimento e decrescimento de número de óbitos da COVID aproximando visualmente com *Software GeoGebra* como ferramenta auxiliar à construção dos gráficos das funções.

Ao desenvolver esse estudo, compreende-se que o conceito de função demorou bastante tempo para chegar ao que temos hoje, tendo que ser aperfeiçoado ao longo da história por mais de 4000 anos de estudos até sua real formalização. Mesmo esse conceito ter começado a ser exposto realmente a partir do século XVIII ele é identificado mesmo que de forma implícita muito antes. Se acredita que este conceito tenha urgido intuitivamente, o motivo seria a necessidade de resolver questões do cotidiano onde havia a dependência entre duas grandezas distintas. (BOTELHO; REZENDE, 2011, p. 65)

Por fim, na Matemática, o conceito de função é ligado às questões de dependência entre duas grandezas variáveis. “Toda função possui uma lei de formação algébrica que relaciona dois ou mais conjuntos através de cálculos matemáticos. Dizemos que para toda função temos um conjunto denominado domínio e sua respectiva imagem”. (SILVA, Marcos Noé.)

A ideia da aplicação da tecnologia como uma ferramenta para auxiliar o ensino vem sendo cada vez mais discutida (BARCELOS; PASSERINO; BEHAR, 2010; ODORICO et al., 2012; ALBINO; SOUZA; 2016; CUNHA; TONETTI; SANAVRIA, 2016), devido à dificuldade de acesso a informações a respeito dos usuários do *Software GeoGebra* desconhecem o funcionamento da matemática dentro de sua linguagem, pois quase não existem materiais para fornecer esse tipo de conteúdo e por mais que o software seja livre, o material disponível sobre o mesmo é muito pouco intuitivo e pouco explicativo. Então este trabalho irá produzir um estudo sobre este assunto que irá contribuir para que haja mais conhecimento sobre esta área.

Para buscar os objetivos, a pesquisa irá realizar um estudo aplicado sobre os conhecimentos teóricos do *Software GeoGebra*, se utilizando da leitura de artigos, trabalhos e até o próprio manual do programa analisando todo seu funcionamento e estrutura, abordando desde suas funções mais simples até estudar o seu funcionamento.

Em seguida, será feita a construção de funções polinomiais do 1º e 2º grau dentro do *software* buscando explicar como conseguir tais resultados.

2 ESTUDO DAS FUNÇÕES

2.1 Função polinomial do 1º grau

Se chama função polinomial do 1º grau, ou função afim, a qualquer função f de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$ dada por uma lei da forma $f(x) = ax + b$, onde a e b são números reais dados e $a \neq 0$. Na função como vemos na **Equação 1**.

Equação 1 - Exemplo de função do 1º grau

$$f(x) = ax + b,$$

o número a é chamado de coeficiente de x e o número b é chamado termo constante. Veja na **Equação 2** alguns exemplos de funções do 1º grau:

Equação 2 - Exemplos de funções com destaque para a e b

$$f(x) = 2x - 1, \text{ onde } a = 2 \text{ e } b = -1$$

$$f(x) = -3x - 5, \text{ onde } a = -3 \text{ e } b = -5$$

$$f(x) = 10x, \text{ onde } a = 10 \text{ e } b = 0$$

2.1.1 Gráfico da função polinomial do 1º grau

O gráfico de uma função polinomial do 1º grau, $y = ax + b$, com $a \neq 0$, é uma reta oblíqua aos eixos Ox e Oy . Por exemplo, vamos construir o gráfico da função $y = 3x - 1$:

Como o gráfico é uma reta, basta obter dois de seus pontos e ligá-los com o auxílio de uma régua:

Para $x = 0$, temos $y = 3 \cdot 0 - 1 = -1$; portanto, um ponto é $(0, -1)$.

Para $y = 0$, temos $0 = 3x - 1$; portanto, $x = \frac{1}{3}$ e outro ponto é $(\frac{1}{3}, 0)$.

Marcamos os pontos $(0, -1)$ e $(\frac{1}{3}, 0)$ no plano cartesiano e ligamos os dois com uma reta.

Veja que para a **Tabela 1** temos a atribuição de valores para $y = 3x - 1$.

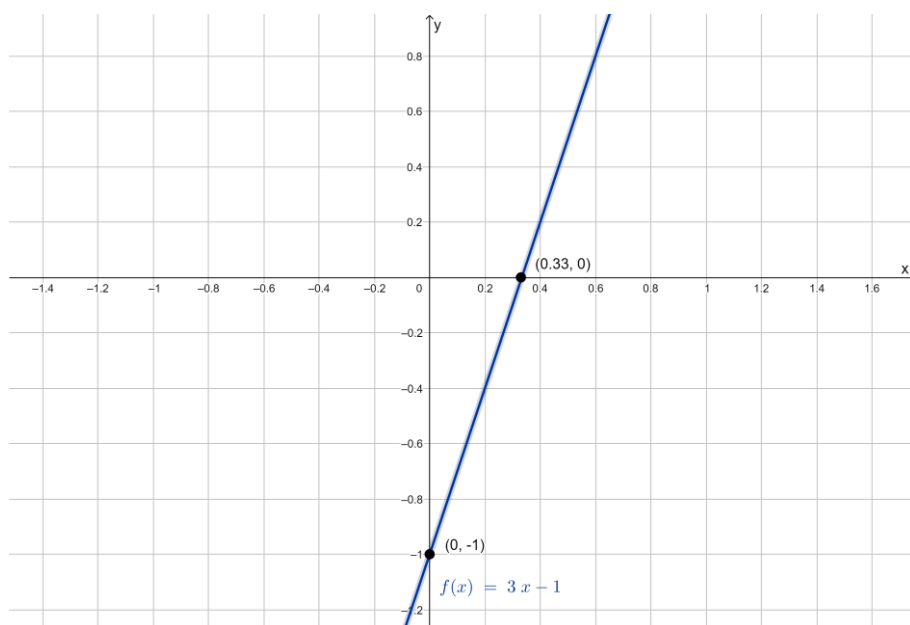
Tabela 1 - Atribuição de valores para a função $y=3x-1$

x	y
0	-1
$(\frac{1}{3})$	0

Fonte: Autoria própria

utilizando os dados da **Tabela 1**, construi-se o Gráfico da função como se observa a **Figura 1**.

Figura 1 - Gráfico da função $y=3x-1$



Fonte: Autoria própria

Verificou-se que o gráfico da função afim $y = ax + b$ é uma reta. O coeficiente de x , a , é chamado coeficiente angular da reta.

O termo constante b , é chamado coeficiente linear da reta. Na **Equação 3**, se observa para $x = 0$, temos:

Equação 3 - Exemplo de quando $a=0$

$$y = a \cdot 0 + b = b$$

Assim, o coeficiente linear é a ordenada do ponto em que a reta corta o eixo Oy .

2.2 Função polinomial do 2º grau

Chama-se função quadrática, ou função polinomial do 2º grau, qualquer função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por uma lei da forma $f(x) = ax^2 + bx + c$, onde a , b e c são números reais e $a \neq 0$. A **Equação 4** mostra alguns exemplos de funções polinomiais do 2º grau.

Equação 4 - Exemplos de funções quadráticas

$$f(x) = 3x^2 - 2x + 1, \text{ onde } a = 3, b = -2 \text{ e } c = 1$$

$$f(x) = x^2 - 3, \text{ onde } a = 1, b = 0 \text{ e } c = -3$$

$$f(x) = 2x^2 + 4x + 1, \text{ onde } a = 2, b = 4 \text{ e } c = 1$$

$$f(x) = -x^2 + 4x, \text{ onde } a = -1, b = 4 \text{ e } c = 0$$

$$f(x) = -3x^2, \text{ onde } a = -3, b = 0 \text{ e } c = 0$$

2.2.1 Raízes da função quadrática

A função polinomial do 2º grau é definida como demonstra a **Equação 5**

Equação 5 - Definição de uma função polinomial do 2º grau

$$a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$$

Na **Equação 6** está a definição onde as raízes que determinam os valores que zeram a equação, são dadas por:

Equação 6 - Raízes que determinam os valores que zeram a equação

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

na **Equação 7** define o valor de Δ ,

Equação 7 - Definição do valor de Δ

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

2.2.2 Gráfico da função polinomial do 2º grau

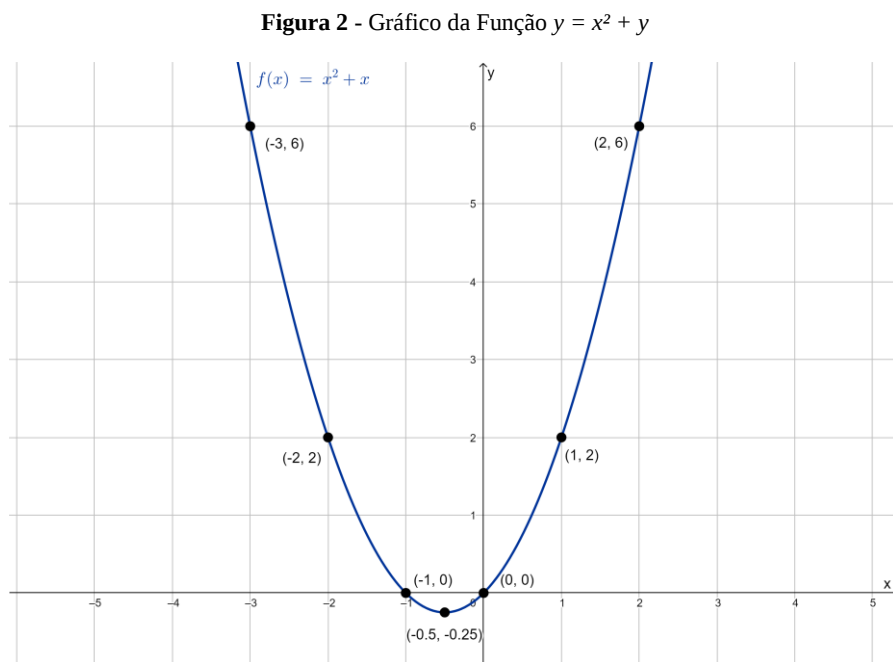
O gráfico de uma função polinomial do 2º grau, $y = ax^2 + bx + c$, com $a \neq 0$, é uma curva chamada parábola. A construção do gráfico da função $y = x^2 + x$, primeiro atribui-se a x alguns valores, depois se calcula o valor correspondente de y como está na **Tabela 2**, em seguida, ligam-se os pontos obtidos.

Tabela 2 - Atribuição de valores para x e y da Função $y = ax^2 + bx + c$

x	y
-3	6
-2	2
-1	0
$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$
0	0
1	2
2	6

Fonte: Acervo do autor

Os valores obtidos são necessários para construir o gráfico de $y = x^2 + x$ assim como na **Figura 2**.



Fonte: Acervo do autor

Observação:

Ao construir o gráfico de uma função quadrática $y = ax^2 + bx + c$, notaremos sempre que:

- I. se $a > 0$, a parábola tem a concavidade voltada para cima;
- II. se $a < 0$, a parábola tem a concavidade voltada para baixo;

2.3 Função exponencial

A função exponencial ocorre quando, em sua lei de formação, a variável está no expoente. A definição de função exponencial é uma função cujo domínio é o conjunto dos números reais, e o contradomínio é o conjunto dos números reais positivos não nulos, descrito por $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^*_{+}$. **Equação 8** mostra sua lei de formação pode ser descrita por:

Equação 8 - Lei de formação de uma função exponencial

$$f(x) = a^x$$

em que a é um número real positivo diferente de 1.

Na **Equação 9** temos exemplos de funções exponenciais:

Equação 9 - Exemplos de funções exponenciais

$$f(x) = 3^x$$

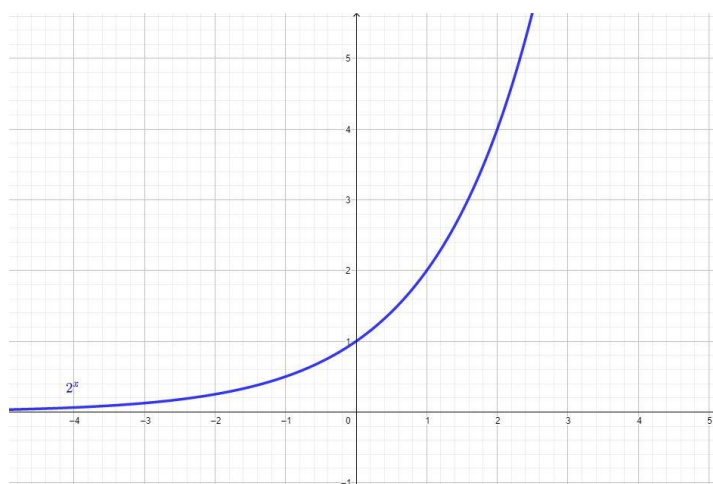
$$f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$$

2.3.1 Tipos de função exponencial

As funções exponenciais podem ser classificadas em dois casos. Levando em consideração o comportamento da função, ela pode ser crescente ou decrescente.

Uma função exponencial é dita crescente se, à medida que o valor de x aumenta, o valor de $f(x)$ também aumenta, ou seja, $a > 1$ a função será crescente. A **Figura 3** mostra o exemplo de uma função $f(x) = 2^x$ cujo gráfico é crescente.

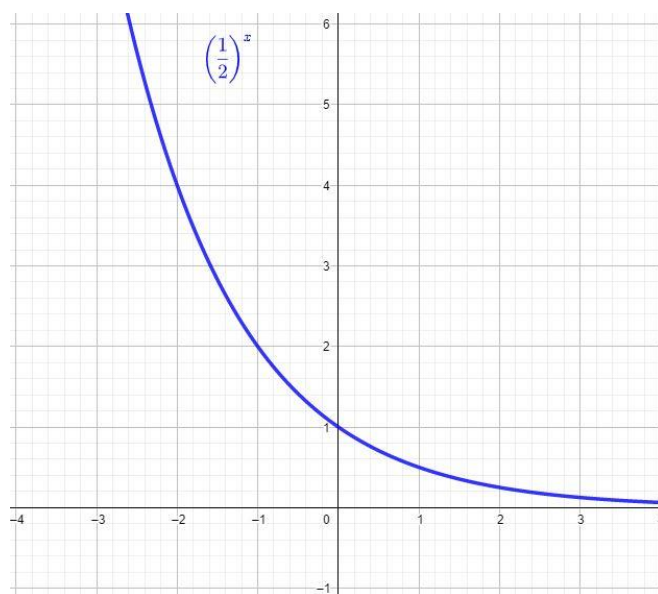
Figura 3 - Gráfico da Função exponencial crescente $f(x) = 2^x$



Fonte: Autoria própria

Uma função exponencial é considerada decrescente se, à medida que o valor de x aumenta, o valor de $f(x)$ diminui. Isso ocorre quando $0 < a < 1$, nota-se na **Figura 4** o exemplo da função decrescente $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$.

Figura 4 - Gráfico da Função exponencial decrescente $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$



Fonte: Autoria própria

2.3.2 Construção do gráfico da função crescente

Para representar o gráfico de uma função exponencial, é necessário encontrar a imagem para alguns valores do domínio. O gráfico de uma função exponencial tem como característica um crescimento bem maior que o das funções lineares, se for crescente, ou um decrescimento bem mais rápido, quando for decrescente. O gráfico de uma função exponencial sempre estará no primeiro e segundo quadrantes do plano cartesiano, podendo ser crescente, quando a for um número maior do que 1, ou decrescente, quando a for um número positivo menor do que 1.

Exemplo: Na **Equação 10** seja a função

Equação 10 - Exemplo de uma Função exponencial crescente $f(x) = 2^x$

$$f(x) = 2^x$$

Como $a > 1$, a função é crescente. Para a construção do gráfico, vamos atribuir alguns valores para x conforme consta na **Tabela 3** a seguir:

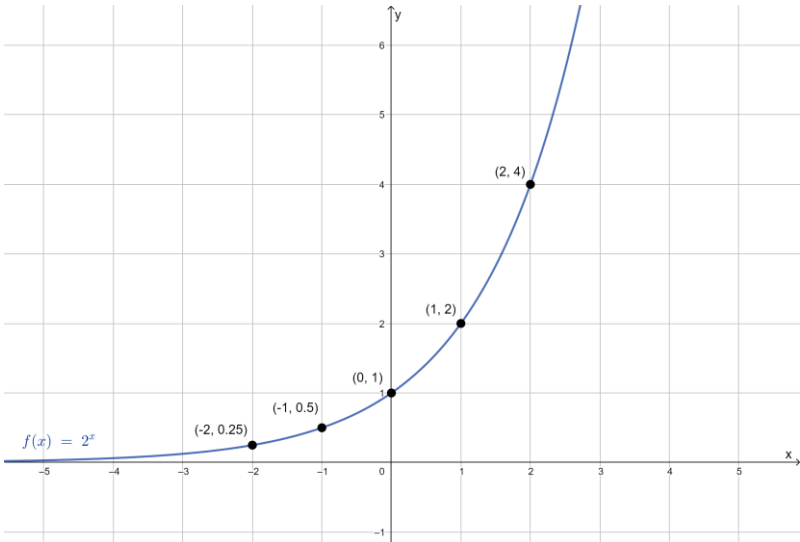
Tabela 3 - Atribuição de valores para x da Função $f(x) = 2^x$

x	$f(x) = 2^x$	(x, y)
-2	$f(x) = 2^{-2} = \frac{1}{4}$	$A = \left(-2, \frac{1}{4}\right)$
-1	$f(x) = 2^{-1} = \frac{1}{2}$	$B = \left(-1, \frac{1}{2}\right)$
0	$f(x) = 2^0 = 1$	$C = (0, 1)$
1	$f(x) = 2^1 = 2$	$D = (1, 2)$
2	$f(x) = 2^2 = 4$	$E = (2, 4)$

Fonte: Autoria própria

Agora com alguns pontos da função, é basta marcá-los no plano cartesiano e traçar a curva da função exponencial como demonstra a **Figura 5**.

Figura 5 - Gráfico da Função $f(x) = 2^x$



Fonte: Acervo do autor

2.3.2 Construção do gráfico da função decrescente

Agora para construção do gráfico da função: $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

Nesse caso, a função é decrescente, já que sua base é um número entre 0 e 1. Logo, na **Tabela 4** temos:

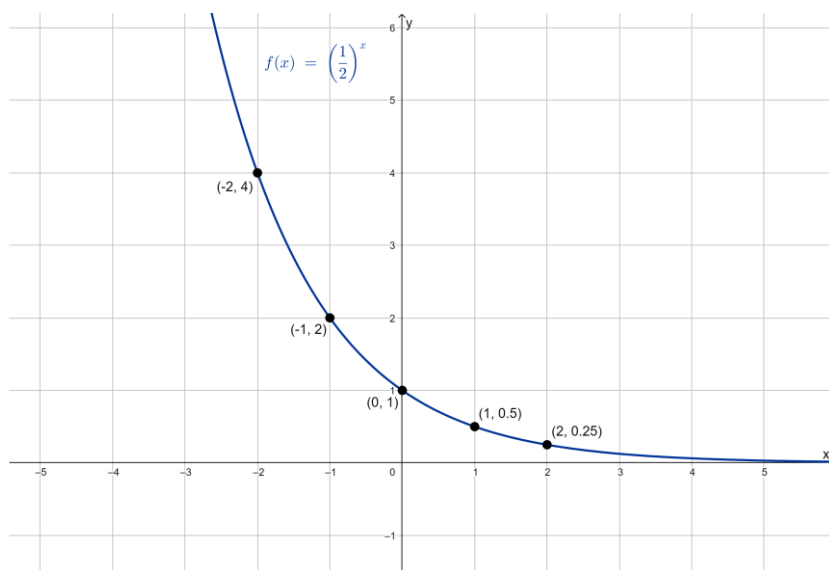
Tabela 4 - Atribuição de valores para x da Função $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

x	$f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$	(x, y)
-2	$f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x = 4$	$A = (-2, 4)$
-1	$f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x = 2$	$B = (-1, 2)$
0	$f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x = 1$	$C = (0, 1)$
1	$f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x = \frac{1}{2}$	$D = \left(1, \frac{1}{2}\right)$
2	$f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x = \frac{1}{4}$	$E = \left(2, \frac{1}{4}\right)$

Fonte: Autoria própria

Após encontrar alguns valores numéricos, é possível representar no plano cartesiano o gráfico da função como mostra a **Figura 6**:

Figura 6 - Gráfico da função decrescente $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$



Fonte: Autoria própria

2.3.4 Propriedades da função exponencial

1ª Propriedade:

Em uma função exponencial qualquer, independentemente do valor de sua base a , temos que $f(0) = 1$. Afinal, sabemos que essa é uma propriedade de potência, ou seja, todo número elevado a 0 é 1. Isso significa que o gráfico vai interceptar o eixo vertical no ponto $(0,1)$ sempre.

2ª Propriedade:

A função exponencial é injetora. Dados x_1 e x_2 tal que $x_1 \neq x_2$, então as imagens também serão diferentes, ou seja, $f(x_1) \neq f(x_2)$, o que significa que, para cada valor da imagem, existe um único valor no domínio que corresponde a essa imagem.

Ser injetiva significa que, para valores diferentes de y , existirá um único valor de x que faz com que $f(x)$ seja igual a y .

3ª Propriedade:

É possível saber o comportamento da função de acordo com o valor da sua base. O gráfico será crescente se a base for maior que 1 ($a > 1$) e decrescente se a base for menor que 1 e maior que 0 ($0 < a < 1$).

2.4 Função logarítmica

Uma função é tida como logarítmica quando $f: \mathbb{R}_{*+} \rightarrow \mathbb{R}$, ou seja, o domínio é o conjunto dos números reais positivos e não nulos e o contradomínio é o conjunto dos números reais, além disso, a **Equação 11** mostra sua lei de formação que é:

Equação 11 - Exemplo explicado de uma função logarítmica $f(x) = \log_a x$

$$f(x) = \log_a x$$

$$f(x) \rightarrow \text{variável dependente}$$

$$x \rightarrow \text{variável independente}$$

$$a \rightarrow \text{base do logaritmo}$$

Por definição, em uma função, a base do logaritmo tem que ser um número positivo e diferente de 1 como nos exemplos da **Equação 12**.

Equação 12 - Exemplos de funções logarítmicas

$$f(x) = \log_2 x$$

$$f(x) = \log_5 x$$

$$f(x) = \log x$$

$$f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$$

2.4.1 Domínio da função logarítmica

Para que a função seja contínua, por definição, o domínio de uma função logarítmica é o conjunto dos números reais positivos não nulos, isso significa que x sempre será um número positivo, o que o gráfico da função restrito ao primeiro e quarto quadrantes.

Caso x pudesse admitir um valor negativo (sendo assim o domínio não teria as restrições), encontraríamos situações de indeterminação, pois é impossível que uma base negativa elevada a um número qualquer tenha como resultado um número positivo, o que contraria a definição de função.

Por exemplo, supondo $x = -2$, então $f(-2) = \log_2 -2$, não havendo valor algum que faça com que $2^y = -2$. No entanto, na definição de função, para todo elemento no domínio, precisa existir um elemento correspondente no contradomínio. Assim, é importante que o domínio seja $\mathbb{R}_{*+}$ para que exista a função logarítmica.

2.4.2 Gráfico da função logarítmica

Existem duas possibilidades de comportamento para o gráfico de uma função logarítmica, podendo ser crescente ou decrescente assim como na Função exponencial.

Para verificar se a função é crescente ou decrescente, é necessário analisar o valor da base do logaritmo como é dado na Equação 13:

Equação 13 - Função logarítmica

$$f(x) = \log_a x$$

- Se $a > 1 \rightarrow f(x)$ é crescente. (Quando a base do logaritmo é um número maior que 1, a função é crescente.)
- Se $0 < a < 1 \rightarrow f(x)$ é decrescente. (Quando a base do logaritmo é um número entre 0 e 1, então a função é decrescente.)

2.4.3 Construção do gráfico da função logarítmica crescente

Para construção do gráfico, vamos atribuir valores para x e encontrar o correspondente em y da função:

Equação 14 - Função Logarítmica crescente

$$f(x) = \log_2 x$$

Atribuindo valores a x , obtém-se valores de $f(x)$, como mostra a **Tabela 4** a seguir.

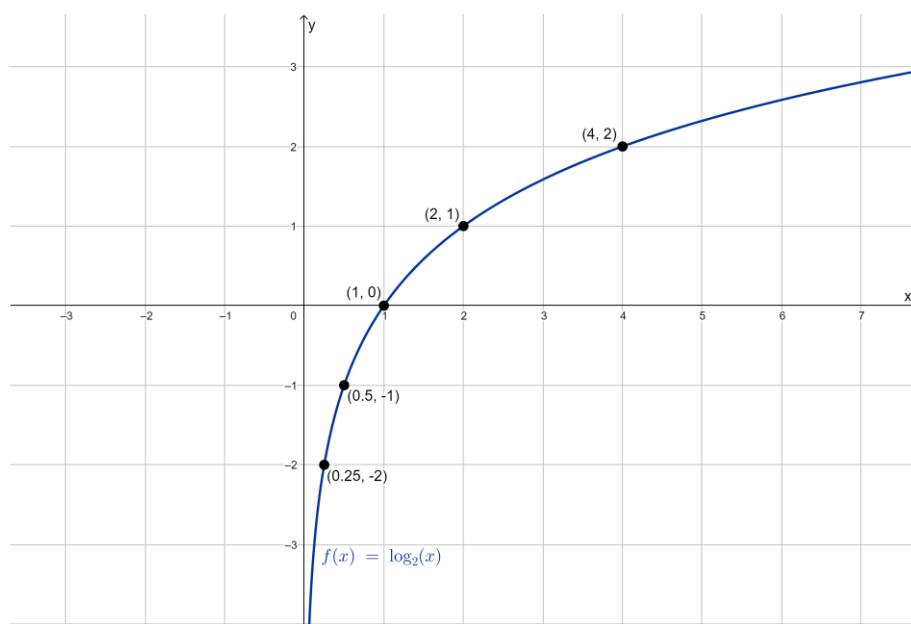
Tabela 4 - Valores atribuídos à x da função $f(x) = \log_2 x$

x	$f(x) = \log_2 x$	(x, y)
4	$f(4) = \log_2 4 = 2$	$A = (4, 2)$
2	$f(2) = \log_2 2 = 1$	$B = (2, 1)$
1	$f(1) = \log_2 1 = 0$	$C = (1, 0)$
$\frac{1}{2}$	$f\left(\frac{1}{2}\right) = \log_2 \frac{1}{2} = -1$	$D = \left(\frac{1}{2}, -1\right)$
$\frac{1}{4}$	$f\left(\frac{1}{4}\right) = \log_2 \frac{1}{4} = -2$	$E = \left(\frac{1}{4}, -2\right)$

Fonte: Autoria própria

Marcando-se os pontos no plano cartesiano, é possível realizar-se a representação gráfica como na **Figura 7**.

Figura 7 - Esboço gráfico da função logarítmica crescente $f(x) = \log_2 x$



Fonte: Autoria própria

Como a base era maior que 1, então é possível perceber que o gráfico da função se comporta de forma crescente.

2.4.4 Construção do gráfico da função logarítmica decrescente

Seja a função dada como mostra a **Equação 14**.

Equação 15 - Função logarítmica decrescente

$$f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$$

Atribuindo alguns valores numéricos como na **Tabela 5**, teremos:

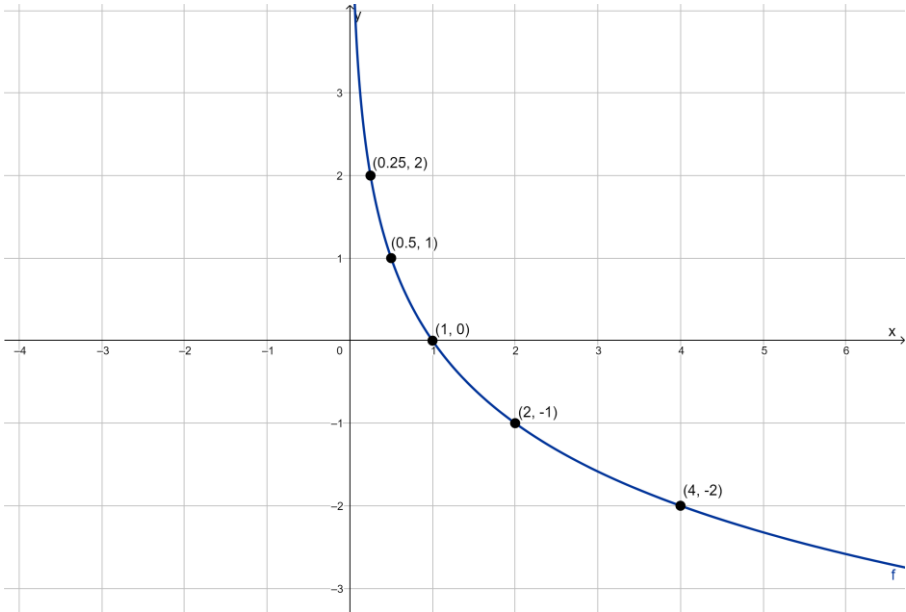
Tabela 5 - Valores atribuídos na função $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$

x	$f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$	(x, y)
4	$f(4) = \log_{\frac{1}{2}} 4 = -2$	$A = (4, -2)$
2	$f(2) = \log_{\frac{1}{2}} 2 = -1$	$B = (2, -1)$
1	$f(1) = \log_{\frac{1}{2}} 1 = 0$	$C = (1, 0)$
$\frac{1}{2}$	$f\left(\frac{1}{2}\right) = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{2} = 1$	$D = \left(\frac{1}{2}, 1\right)$
$\frac{1}{4}$	$f\left(\frac{1}{4}\right) = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{4} = 2$	$E = \left(\frac{1}{4}, 2\right)$

Fonte: Autoria própria

Realizando a marcação dos pares ordenados no plano cartesiano, encontraremos a seguinte curva:

Figura 8 - Esboço gráfico da função logarítmica decrescente $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$



Fonte: Autoria própria

É importante perceber que quanto maior o valor de x , menor será sua imagem x , o que torna esse gráfico decrescente de uma função logarítmica. Isso ocorre porque a base é um número entre 0 e 1.

3 SOFTWARE GEOGEBRA COMO FERRAMENTA AUXILIAR À CONSTRUÇÃO DOS GRÁFICOS DAS FUNÇÕES

O *software GeoGebra* foi criado no ano de 2001 pelo desenvolvedor Markus Hohenwarter, onde o mesmo disponibilizou o *software* livre e gratuito, de maneira a atingir o maior número de pessoas possíveis, o *software* está disponível na internet através do *site* www.geogebra.org.

GeoGebra é um *software* de matemática dinâmica para todos os níveis de ensino que reúne Geometria, Álgebra, Planilha de Cálculo, Gráficos, Probabilidade, Estatística e Cálculos Simbólicos em um único pacote fácil de se usar. O *GeoGebra* possui uma comunidade de milhões de usuários em praticamente todos os países. O *GeoGebra* se tornou um líder na área de *softwares* de matemática dinâmica, apoiando o ensino e a aprendizagem em Ciência, Tecnologia, Engenharia e Matemática. (GEOGEBRA, 2021, Online)

Listando algumas características do GeoGebra

- Geometria, Álgebra e Planilha de Cálculo estão interconectadas e são totalmente dinâmicas
- Interface fácil de se usar e, ainda assim, com muitos recursos poderosos
- Ferramentas de desenvolvimento para a criação de materiais didáticos como páginas web interativas
- Disponível em vários idiomas para nossos milhões de usuários ao redor do mundo
- *Software* de Código Aberto disponível gratuitamente para usuários não comerciais

Tendo em vista a carência de conteúdos abordando este tema, essa pesquisa irá contribuir gerando um material que servirá para enriquecer mais esta área de conhecimento, servindo tanto para os usuários do *Software GeoGebra* como para as demais pessoas que gostam de tecnologia.

3.1 Recursos utilizados pelo software GeoGebra para o traçado das funções

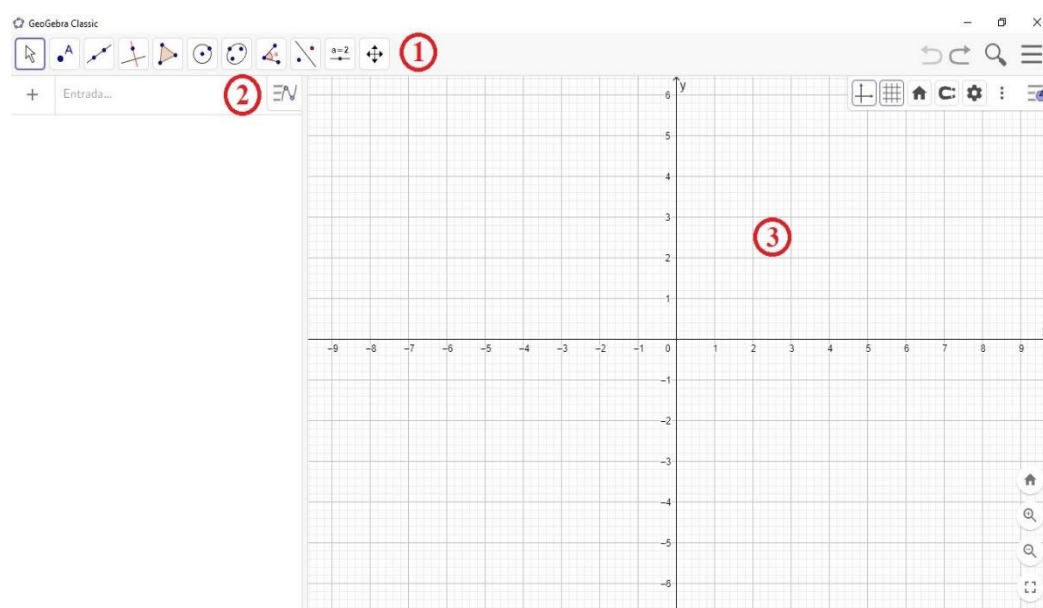
Segundo o manual do *Software*, apresentamos o *GeoGebra* em linhas gerais. Fazemos uma breve abordagem de seu desenvolvimento, apresentamos sua interface e algumas de suas funcionalidades.

O *GeoGebra* é um *software* com finalidades didáticas para ser utilizado em situações de ensino e aprendizagem de matemática. Com ele é possível realizar cálculos aritméticos, algébricos e utilizar múltiplas representações gráficas de objetos matemáticos. Markus Hohenwarter da Universidade de Salzburgo foi quem idealizou o projeto do *software GeoGebra* e é um de seus principais desenvolvedores em conjunto com Yves Kreis da Universidade de Luxemburgo. Os desenvolvedores do *GeoGebra* permitem que ele seja baixado do *site* oficial (www.geogebra.org) e instalado em computadores com sistemas operacionais diversos.

3.2.1 Interface

Interface do GeoGebra ao ser carregado apresenta a seguinte configuração padrão como mostra a **Figura 9**.

Figura 9 - Interface do *Software GeoGebra 6*



Fonte: Autoria própria

3.2.2 Barra de ferramentas

Concentra todas as ferramentas úteis para construir pontos, retas, figuras geométricas, obter medidas de objetos construídos, entre outros. Cada ícone dessa barra esconde outros ícones que podem ser acessados clicando com o mouse (**Figura 10**).

Figura 10 - Barra de ferramentas



Fonte: Autoria própria

3.2.3 Entrada

Campo de entrada para digitação de comandos (**Figura 11**).

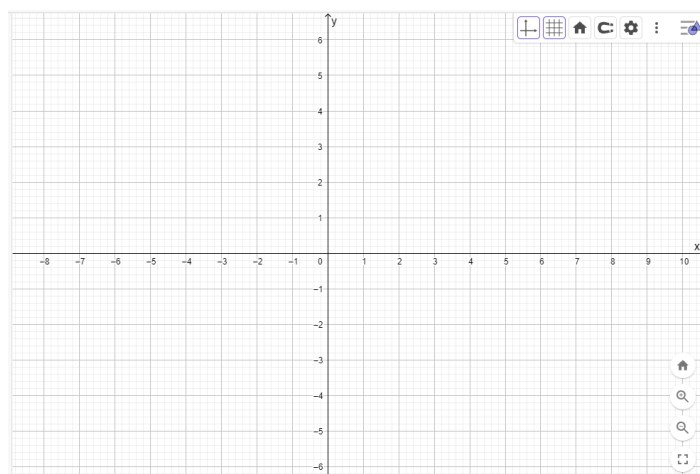
Figura 11 - Campo de Entrada



Fonte: Autoria própria

3.2.3 Janela de Visualização

Área de visualização gráfica (**Figura 12**) de objetos que possuam representação geométrica e que podem ser desenhados com o mouse usando ícones da Barra de Ícones ou comandos digitados na *Entrada*.

Figura 12 - Área de visualização

Fonte: Autoria própria

Visto as funções estudadas acima, para construirmos os gráficos de cada uma das funções dentro do *software GeoGebra*, foram utilizados o recurso ferramenta *entrada*. Essa ferramenta é utilizada para digitar a função, após isso o *GeoGebra* automaticamente reconhece a função e já a constrói e mostra para o usuário sua visualização.

Exemplo:

O gráfico da função $f(x) = x^2 + 2x - 1$ será construído no *GeoGebra* da seguinte maneira.

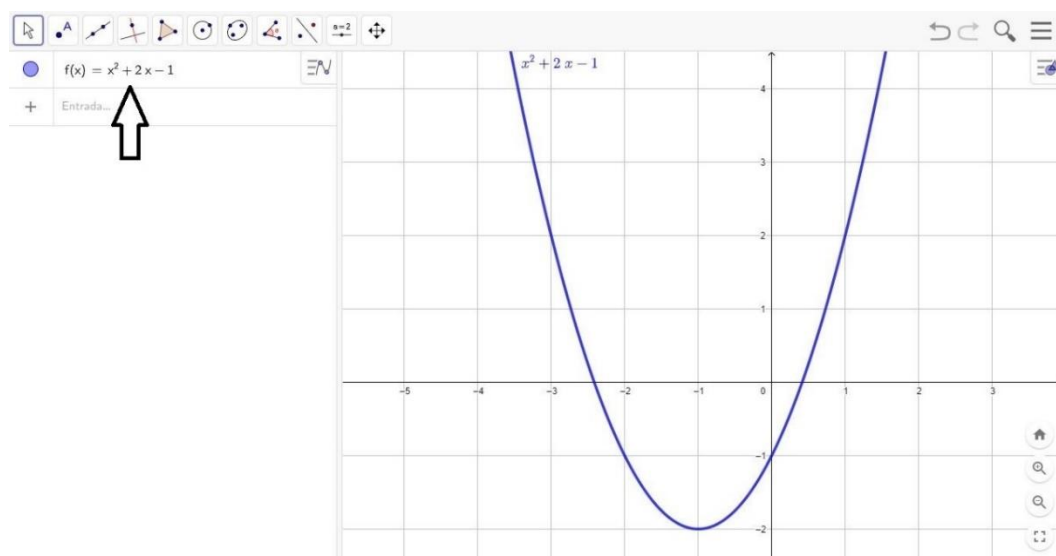
Na ferramenta *Entrada* é digitada a função desejada, que nesse caso é (**Equação 16**):

Equação 16 - Exemplo de uma função quadrática

$$f(x) = x^2 + 2x - 1$$

Após digitar a função, é só apertar a tecla "*Enter*" no teclado do computador, logo ao lado é possível notar que o *GeoGebra* automaticamente construiu o gráfico da função desejada (**Figura 13**).

Figura 13 - gráfico da função $f(x) = x^2 + 2x - 1$



Fonte: Autoria própria

Temos assim a criação do gráfico da função, em caso de outras funções, basta digitar a função que se deseja obter os gráficos.

4 APLICAÇÃO DO GEOGEBRA NA CONSTRUÇÃO DOS GRÁFICOS DAS FUNÇÕES DE 1º E 2º GRAU, EXPONENCIAL E LOGARÍTMICA

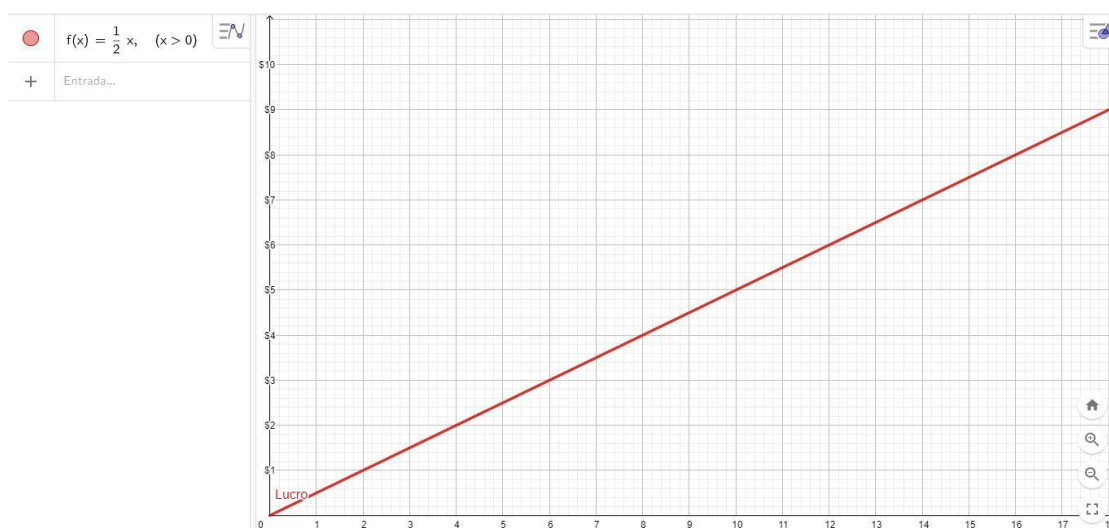
O cotidiano estar-se repleto de exemplos de aplicações de funções matemáticas. Segundo Lorenzato (2010) A matemática encontra-se presente em todos os campos de conhecimento. Os mais diversos ramos das ciências utilizam funções na busca de respostas aos problemas apresentados. Serão mostrados os usos diversos das funções.

4.1 Construção do gráfico da função polinomial de 1º grau

Sabendo que em uma fábrica que trabalha com venda de picolé, onde o valor unitário é R\$ 0,50, tem seu lucro dado pela quantidade de picolés que são vendidos.

Temos para seu lucro a função: $f(x) = \frac{1}{2}x$, onde $f(x)$ representa o lucro da empresa na venda de picolés, onde, 0,5 reais ou cinquenta centavos representa o valor de cada sorvete e x representa a quantidade. Representando a função no *GeoGebra*, temos (**Figura 14**):

Figura 14 - Gráfico da função $f(x) = \frac{1}{2}x$ do 1º grau com o auxílio do *GeoGebra*



Fonte: Autoria própria

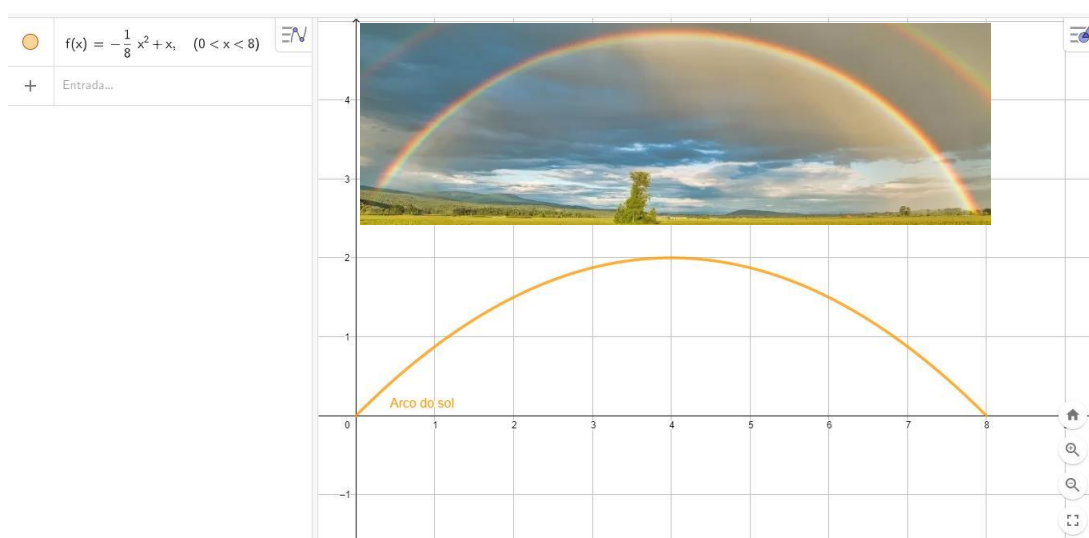
Para tal gráfico, foi inserido na guia “*entrada*” do *GeoGebra* a função $f(x) = \frac{1}{2}x$, com $(x > 0)$, pois para obter o lucro só interessa os valores positivos, após inserido esses

valores, basta apertar a tecla “Enter” no computador e o *software* construirá a função e a visualização da mesma que nesse caso foi uma reta crescente.

4.2 Construção do gráfico da função polinomial de 2º grau

Sabemos que um arco-íris forma um arco no céu em determinada região. Para representar o arco que o arco-íris forma nessa situação, é dada função $f(x) = -\frac{1}{8}x^2 + x$, função essa obtida através de tentativa e erro, no *GeoGebra* temos a seguinte situação (**Figura 15**):

Figura 15 - Gráfico da função $f(x) = -\frac{1}{8}x^2 + x$ para a representação de um arco-íris



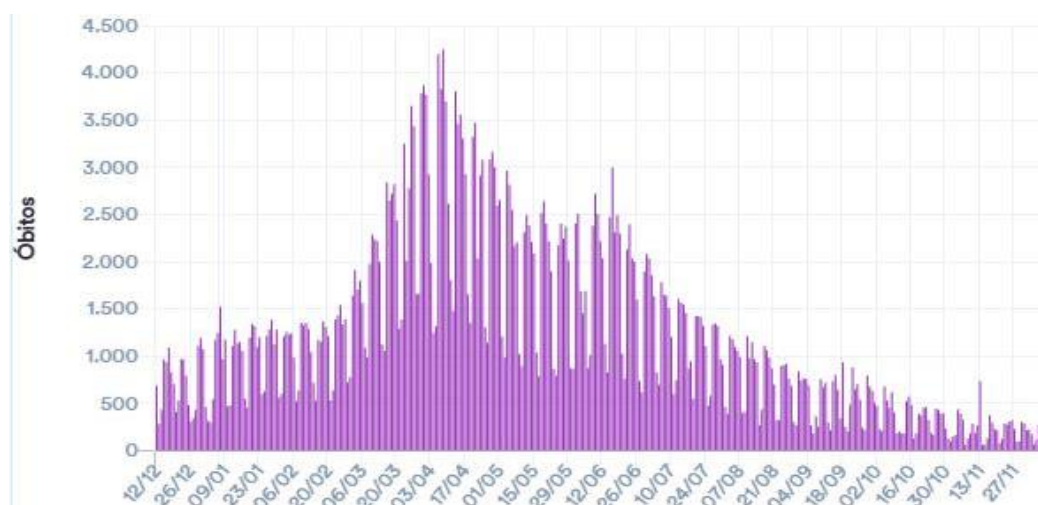
Fonte: <https://www.uol.com.br/tilt/colunas/pergunta-pro-jokura/2021/10/04/por-que-o-arco-iris-tem-forma-de-arco.htm>

Para o gráfico, foi inserido na guia “Entrada” do *GeoGebra* a função $f(x) = -\frac{1}{8}x^2 + x$, com $(0 < x < 8)$, pois só estamos interessados em saber o arco que o arco-íris faz em determinada região. Para isso só utilizaremos os valores deste intervalo cuja a função foi dada.

4.3 Construção da função exponencial

Na função exponencial podemos comparar a curva de óbitos causados pela COVID 19 no Brasil no ano de 2020 aproximando visualmente (**Figura 16**).

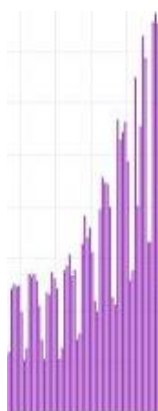
Figura 16 - Óbitos causados pela pandemia em 2020 no Brasil



Fonte: Secretaria Estaduais de Saúde, Brasil 2020.

Em um recorte mais específico entre 06/02 a 03/04 tem-se (**Figura 17**)

Figura 17 - Gráfico do período 06/02 à 03/04

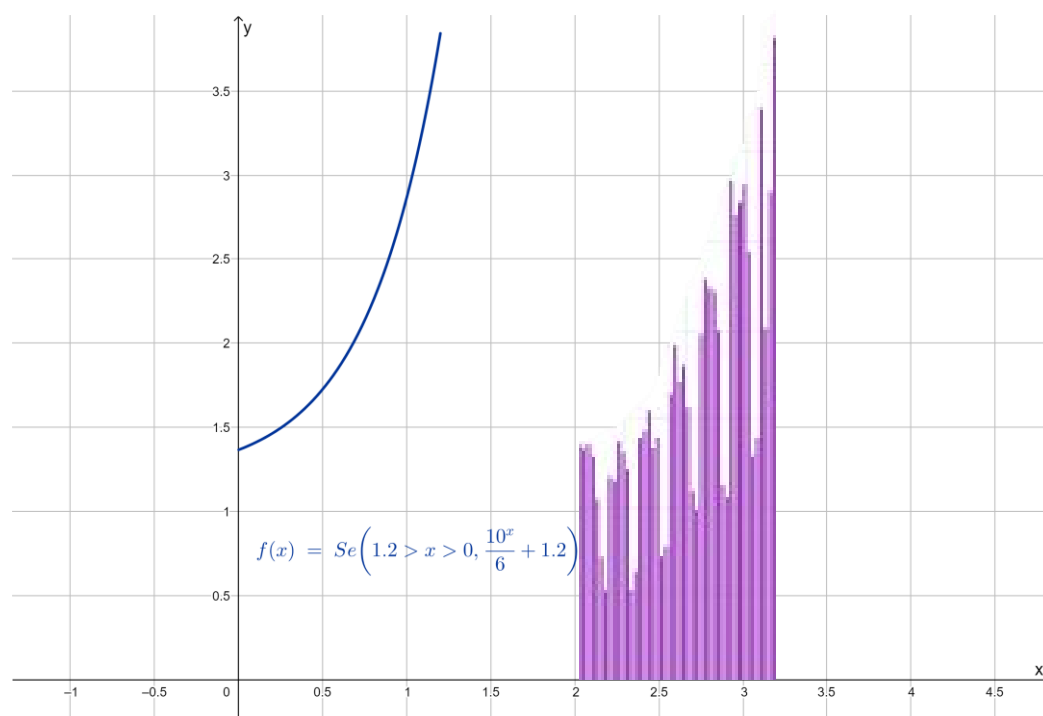


Fonte: Secretaria Estaduais de Saúde, Brasil 2020.

Como o objetivo é fazer apenas um traçado que se aproxime visualmente desse recorte gráfico. Para isso, utilizando função exponencial no *GeoGebra*, temos que adicionar na ferramenta “*Entrada*” a função $f(x) = \frac{10^x}{6} + 1,2$, ($1,2 > x > 0$) e clicar a tecla “*Enter*” no computador. Com ($1,2 > x > 0$) temos a função iniciando só com os valores positivos para x . Tomando que o eixo y representa a quantidade de óbitos e que para cada unidade no eixo y corresponde à 1000, logo 1 no eixo y corresponde à 1000, 1.5 corresponde à 1.500 e assim por

diante. Vale destacar que para obter a função, foi utilizado o método de ajuste de curva através de tentativa e erro para aproximar visualmente a curva do gráfico, veja que comparando lado a lado, notamos a semelhança visual nos gráficos (**Figura 18**).

Figura 18 - Construção da função exponencial



Fonte: Autoria própria

4.4 Construção da função logarítmica

Também utilizando o gráfico de óbitos por COVID, mais especificamente no intervalo que corresponde entre 26/06 à 18/09 (**Figura 19**).

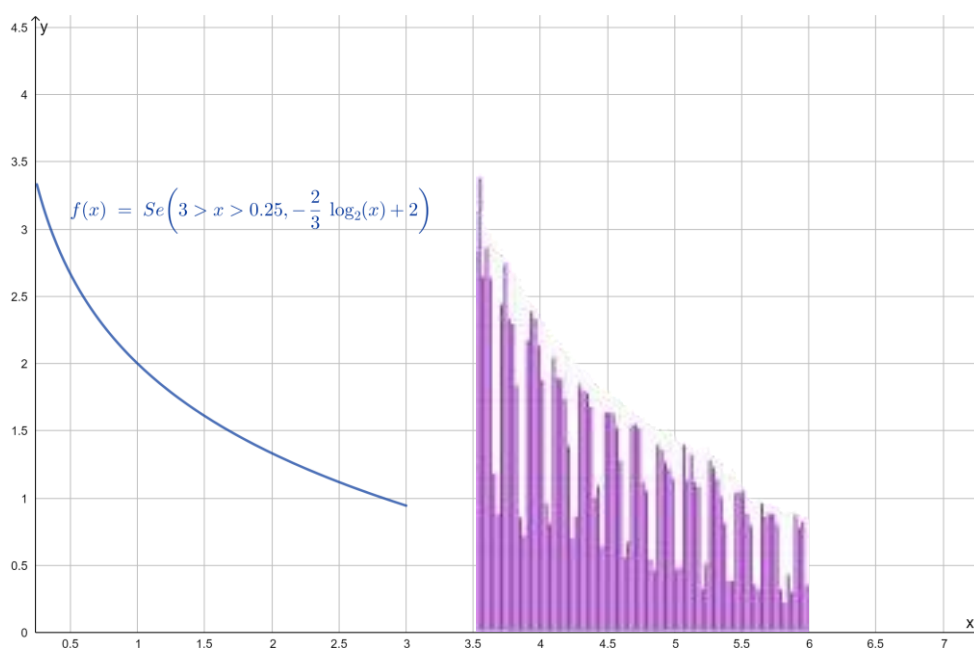
Figura 19 - Gráfico de óbitos no período de 26/06 à 18/09



Fonte: Secretaria Estaduais de Saúde, Brasil 2020.

Novamente, como o objetivo é traçar o gráfico para que o mesmo seja visualmente aproximado, podemos traçar a curva do número de óbitos causados pela COVID utilizando uma função logarítmica decrescente. Para encontrar a função que descreve visualmente o decrescimento foi utilizado o método de tentativa e erro. Após encontrada, digitamos na ferramenta “*Entrada*” a função $f(x) = -\frac{2}{3}\log_2 x + 2$, ($4 > x > 0,5$) e em seguida apertamos a tecla “*Enter*” no computador. Para aproximar ainda mais, foi feito ajuste de curva até chegar ao resultado visual obtido através de tentativa e erro.

Figura 20 - Construção da função logarítmica



Fonte: Autoria própria

Nota-se que houve certa proximidade visual entre o gráfico correspondente ao período entre 26/06 à 18/09 e o qual foi construído no *GeoGebra*.

CONCLUSÃO

Tendo em vista o contexto abordado, verificou-se que construir funções polinomiais de 1º, 2º grau, exponencial e logarítmica no *software GeoGebra* é bastante simples, visto que, o *software* é muito intuitivo, precisando apenas que o usuário insira a função desejada na ferramenta “*Entrada*” do programa, assim que isso é feito, mostrou-se que o comando de construir foi desenvolvido clicando a tecla “*Enter*” e o *software*, automaticamente, construía o gráfico das funções utilizadas.

Vale destacar que este trabalho apenas buscou construir as funções polinomiais de 1º, 2º grau, exponencial e logarítmica no *software GeoGebra* de maneira que as mesmas se aproximassem visualmente das situações utilizadas que em uma pesquisa mais aprofundada utilizados dados terão resultados ainda melhores se aproximando não só visualmente como foi o caso. Um exemplo interessante de aplicação observada ao longo do trabalho, foi o uso das funções logarítmicas e exponencial numa situação real e atual que foi utilizar essas duas funções supracitadas no cálculo de números aproximados de óbitos acometidos com a pandemia da COVID no ano de 2020 no Brasil. Apesar de os resultados necessitar de uma análise numérica abrangente que pudesse aproximar ainda mais as curvas de óbitos, no entanto o uso das funções exponencial e logarítmica podem ser usadas para verificar que a partir de um certo intervalo temporal da curva, os óbitos tiveram um comportamento que visualmente se aproxima de uma exponencial, no caso do aumento da COVID e um decréscimo que se aproxima visualmente de uma curva logarítmica que ocorreu no número de mortes no determinado período.

REFERÊNCIAS

ALVES, Flávia. “O USO DE SOFTWARES PARA O ENSINO DE FUNÇÕES”, UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ. 2018.

Capítulo 3 do livro Ponte, J. P., & Canavarro, P. (1997). Matemática e novas tecnologias. Lisboa: Universidade Aberta.

COSTA, Ivana Paula Lira da. **A utilização do software GeoGebra como ferramenta didática no processo de ensino e aprendizagem: uma aplicação para alunos e professores da rede pública de ensino**. 2017. Tese de Doutorado. Universidade Federal do Oeste do Pará.

CLARA, Maria Santos Do Amaral Cardoso e DA SILVA Aleandra Figueira-Sampaio. “DIFICULDADES PARA O USO DA INFORMÁTICA NO ENSINO: PERCEPÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA APÓS 40 ANOS DA INSERÇÃO DIGITAL NO CONTEXTO EDUCACIONAL BRASILEIRO”, Universidade Federal de Uberlândia, 2018.

COMPUTADORES E CALCULOS SÃO COMPATÍVEIS? SUPERPROF. Disponível em: <<https://www.superprof.com.br/blog/numeros-e-tecnologia-o-que-eles-tem-em-comum/>> Acesso em: 27 de junho de 2019.

GRAVINA, M. A.; SANTAROSA, L. M. A aprendizagem da matemática em ambientes informatizados. In: IV CONGRESSO RIBIE. Brasília, 1998. Disponível em: <http://www.academia.edu/8369213/A_APRENDIZAGEM_DA_MATEM%C3%81TICA_E_M_AMBIENTES_INFORMATIZADOS>. Acesso em: 06 de janeiro de 2022.

GEOGEBRA. Manual do Usuário. Disponível em: <<http://www.geogebra.at/>> Acesso em: 29 de junho de 2019.

HOHENWARTER, M. GeoGebra. www.geogebra.org.br, 2007. Acesso em: 16 dezembro 2021.

HOHENWARTER, M. GeoGebra. **www.geogebra.org.br**, 2007. Acesso em: 16 de dezembro de 2021.

HOHENWARTER, M.; HOHENWARTER, J. GeoGebra. **www.geogebra.org**, 24 mar. 2009. ISSN Ajuda GeoGebra Manual Oficial da Versão 3.2. Disponível em: <https://www.geogebra.org/help/docuPT_PT.pdf>. Acesso em: 16 de dezembro de 2021.

J. P. Ponte (Org.), O computador na educação matemática (pp. 11-27). Lisboa: APM.

OLIVEIRA, Raul Rodrigues de. "Função polinomial"; *Brasil Escola*. Disponível em: <https://brasilestola.uol.com.br/matematica/funcao-polinomial.htm>. Acesso em 15 de fevereiro de 2022.

OLIVEIRA, Raul. "Função exponencial"; *Brasil Escola*. Disponível em: <https://brasilestola.uol.com.br/matematica/funcao-exponencial-1.htm>. Acesso em 15 de fevereiro de 2022.

Pavelle, R., Rothstein, M., & Fitch, J. (1991). Álgebra por computador.

SILVA, Marcos. "Introdução à Função"; *Brasil Escola*. Disponível em: <https://brasilecola.uol.com.br/matematica/introducao-funcao.htm>. Acesso em 14 de fevereiro de 2022.

SILVA, Marcos. "Função Logarítmica "; *Brasil Escola*. Disponível em: <https://brasilecola.uol.com.br/matematica/funcao-logaritmica.htm>. Acesso em 15 de fevereiro de 2022.

Site: <www.geogebra.org> acesso em 18 de dezembro de 2021