



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DE TUCURUÍ
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA

GERÔNIO CORDEIRO DE LIMA NETO

**DESENVOLVIMENTO DE UM APLICATIVO EMPREGADO AO ENSINO DE
TEORIA ELETROMAGNÉTICA: O LABEM**

Tucuruí-PA

2022

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DE TUCURUÍ
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA

GERÔNIO CORDEIRO DE LIMA NETO

**DESENVOLVIMENTO DE UM APLICATIVO EMPREGADO AO ENSINO DE
TEORIA ELETROMAGNÉTICA: O LABEM**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Faculdade de Engenharia Elétrica, do Campus Universitário de Tucuruí, da Universidade Federal do Pará, como requisito parcial para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Elétrica.

Orientador: Dr. André Felipe S. da Cruz.

Tucuruí-PA

2022

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD
Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Pará
Gerada automaticamente pelo módulo Ficat, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)**

N469d Neto, Gerônimo Cordeiro de Lima.
Desenvolvimento de um aplicativo empregado ao ensino de
Teoria Eletromagnética: o LABEM / Gerônimo Cordeiro de Lima
Neto. — 2022.
70 f. : il. color.

Orientador(a): Prof. Dr. André Felipe Souza da Cruz
Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) - Universidade
Federal do Pará, Campus Universitário de Tucuruí, Faculdade de
Engenharia Elétrica, Tucuruí, 2022.

1. Teoria Eletromagnética. 2. Desenvolvimento de
software. 3. Java. 4. Android Studio. I. Título.

CDD 370.7



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DE TUCURUI

ATA DE DEFESA DE TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO (TCC) Nº 5 / 2022 - CTUCU (11.16)

Nº do Protocolo: 23073.075732/2022-19

Tucuruí-PA, 21 de dezembro de 2022.

ATA DE DEFESA DE TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

No dia 19 de dezembro de 2022, às 16:30 horas, reuniram-se por meio de vídeo chamada na plataforma Google Meet, a banca examinadora do Trabalho de Conclusão do Curso de Engenharia Elétrica, constituída pelo Prof. Dr. André Felipe Souza da Cruz (presidente/orientador), pelo Prof. Dr. Ewerton Ramos Granhen (membro interno) e pelo Prof. Dr. Washington César Braga de Sousa (membro interno), para avaliar o trabalho do discente **GERÔNICO CORDEIRO DE LIMA NETO**, intitulado: **?DESENVOLVIMENTO DE UM APLICATIVO EMPREGADO AO ENSINO DE TEORIA ELETROMAGNÉTICA: O LABEM?**. Após a apresentação do trabalho, o aluno foi arguido pela banca. Em seguida, a banca reuniu-se para deliberar sobre o parecer final, tendo decidido pelo resultado **APROVADO** com nota: 9,23, ou seja, conceito **EXCELENTE**. Este conceito está vinculado ao atendimento às alterações solicitadas pela banca examinadora. A sessão foi encerrada às 18:30 horas do mesmo dia, sendo lavrada a presente ata que vai assinada por mim, presidente da banca, e pelos demais membros da banca.

Tucuruí, 19 de dezembro de 2022.

(Assinado digitalmente em 27/12/2022 20:44)
ANDRE FELIPE SOUZA DA CRUZ
PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR
CTUCU (11.16)
Matrícula: ###531#4

(Assinado digitalmente em 21/12/2022 13:59)
EWERTON RAMOS GRANHEN
PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR
CTUCU (11.16)
Matrícula: ###081#9

(Assinado digitalmente em 27/12/2022 18:30)
WASHINGTON CESAR BRAGA DE SOUSA
PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR
CTUCU (11.16)
Matrícula: ###185#4

Para verificar a autenticidade deste documento entre em
<https://sipac.ufpa.br/public/documentos/index.jsp> informando seu número: **5**, ano: **2022**,
tipo: **ATA DE DEFESA DE TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO (TCC)**, data de emissão:
21/12/2022 e o código de verificação: **e6a22ed762**

Este trabalho é dedicado aos meus pais Gerônimo Jr. Cordeiro de Oliveira e Cheila G. Ferreira. E também a minha namorada Talia de Souza, grandes fontes de encorajamento e força.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço a Deus, e em segundo aos meus pais Gerônimo Oliveira e Cheila Ferreira por todo apoio, confiança, carinho e paciência em toda esta jornada. Agradeço as minhas irmãs Geovana Lima e Jaine Fernandes que também contribuíram com todo apoio. E a minha namorada Talia de Souza por sempre acreditar nas minhas capacidades.

Agradecimentos especiais ao professor Dr. André Felipe Souza da Cruz pela excelente orientação durante o projeto, que contribuiu muito para o trabalho e o meu aprendizado.

*“Então, tomou Samuel uma pedra, e a pôs entre Mispa e Sem, e chamou o seu nome Ebenézer, e disse: Até aqui nos ajudou o Senhor.
(Bíblia Sagrada, 1 Samuel 7, 12)*

RESUMO

Neste trabalho é apresentado o desenvolvimento de um aplicativo para auxiliar no ensino de Teoria Eletromagnética no curso de Engenharia Elétrica, o LABEM. Este aplicativo foi desenvolvido em linguagem Java, no software Android Studio, sendo projetado para funcionar como uma ferramenta de acesso prático e fácil na resolução de problemas teóricos presentes no livro Elementos do Eletromagnetismo, do autor Matthew N. O. Sadiku, referência base do curso de Engenharia Elétrica. Após vários testes de coerência, os resultados mostram que o aplicativo desenvolvido poderá ser utilizado pelos discentes do curso de Engenharia Elétrica, como ferramenta alternativa aos softwares de cálculo simbólico.

Palavras-chave: Teoria Eletromagnética; Desenvolvimento de software; Java; Android Studio.

ABSTRACT

This work presents the development of an application to assist in the teaching of Electromagnetic Theory in the Electrical Engineering course, LABEM. This application was developed in Java language, in the Android Studio software, being designed to work as a practical and easy access tool in the resolution of theoretical problems present in the book Elements of Electromagnetism, by the author Matthew N. O. Sadiku, base reference of the Electrical Engineering course . After several coherence tests, the results show that the developed application can be used by students of the Electrical Engineering course, as an alternative tool to symbolic calculation software.

Keywords: Electromagnetic Theory; Software development; Java; Android Studio.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Sistema de coordenadas cartesianas.	21
Figura 2 – Sistema de coordenadas cilíndricas.	23
Figura 3 – Sistema de coordenadas esféricas.	25
Figura 4 – Elementos diferenciais em coordenadas cartesianas.	27
Figura 5 – Elementos diferenciais em coordenadas cilíndricas.	27
Figura 6 – Elementos diferenciais em coordenadas esféricas.	28
Figura 7 – Vetor força coulombiana.	30
Figura 8 – Trabalho da força ao longo do caminho.	32
Figura 9 – Campo magnético devido ao elemento de corrente.	33
Figura 10 – Arquitetura padrão de projetos no Android Studio.	38
Figura 11 – IDE	39
Figura 12 – Instalação do pacote Exp4j.	42
Figura 13 – Instalação do pacote Jep e Djep.	42
Figura 14 – Instalação do pacote Symja.	43
Figura 15 – Instalação do pacote JustifyText.	43
Figura 16 – Visão geral das bibliotecas.	43
Figura 17 – Modelo da tela de abertura.	44
Figura 18 – Modelo da tela principal.	44
Figura 19 – Modelo de tela das categorias.	45
Figura 20 – Primeiro modelo de tela para as atividades.	45
Figura 21 – Segundo modelo de tela para as atividades.	46
Figura 22 – Terceiro modelo de tela para as atividades.	46
Figura 23 – Modelo tela de ajuda.	47
Figura 24 – Modelo tela de pesquisa.	47
Figura 25 – Modelo de tela da calculadora.	48
Figura 26 – Fluxograma da transição entre telas.	48
Figura 27 – Código fonte para fazer a transição entre atividades.	49
Figura 28 – Código fonte do evento onClick.	49
Figura 29 – Código fonte para recuperar os valores inseridos no campo de texto.	50
Figura 30 – Código fonte para ocultar ou visualizar um layout.	51
Figura 31 – Código fonte para criar a persistência dos valores de uma variável global.	51
Figura 32 – Código fonte para atualizar o sistema em tempo de execução.	52
Figura 33 – Resposta do exercício (1.3)-vetor a partir de dois pontos.	53
Figura 34 – Resposta do exercício (1.8-a)-produto escalar.	54
Figura 35 – Resposta do exercício (1.8-a)-norma do vetor.	55
Figura 36 – Resposta do exercício (1.8-a)-calculadora.	55

Figura 37 – Resposta do exercício (1.8-b)-produto vetorial.	56
Figura 38 – Resposta do exercício (1.8-b)-versor do vetor.	56
Figura 39 – Resposta do exercício (2.1)-cilíndrico para cartesiano.	57
Figura 40 – Resposta do exercício (2.1)-esférico para cartesiano.	58
Figura 41 – Resposta do exercício (2.5-a)-cartesiano para cilíndrico.	58
Figura 42 – Resposta do exercício (2.5-a)-cartesiano para esférico.	59
Figura 43 – Resposta do exercício (3.10-a)-gradiente cartesiano.	60
Figura 44 – Resposta do exercício (3.10-b)-gradiente esférico.	60
Figura 45 – Resposta do exercício (3.14-a)-divergente cartesiano.	61
Figura 46 – Resposta do exercício (3.14-a)-rotacional cartesiano.	61
Figura 47 – Resposta do exercício (3.14-b)-divergente cilíndrico.	62
Figura 48 – Resposta do exercício (3.14-b)-rotacional cilíndrico.	62
Figura 49 – Resposta do exemplo (4.6)- campo elétrico gerado pela primeira superfície.	63
Figura 50 – Resposta do exemplo (4.6)- campo elétrico gerado pela segunda superfície.	63
Figura 51 – Resposta do exemplo (4.6)- campo elétrico gerado por uma linha.	64
Figura 52 – Resposta do exemplo (4.6)-soma das contribuições.	64
Figura 53 – Resposta do exemplo (7.3)-campo magnético em uma espira primeiro caso.	65
Figura 54 – Resposta do exemplo (7.3)-campo magnético em uma espira segundo caso.	65

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Propriedades básicas de álgebra.	20
Tabela 2 – Propriedades básicas de álgebra, multiplicação entre vetores.	21
Tabela 3 – Softwares e hardwares usados na construção do app no Android.	40
Tabela 4 – Requisitos funcionais do LABEM.	41

LISTA DE SÍMBOLOS

A, B, C	Vetores
E	Vetor do campo elétrico
F	Vetor da força do campo elétrico
H	Vetor do campo magnético
I	Vetor densidade linear de corrente
J	Vetor densidade volumétrica de corrente
K	Vetor densidade superficial de corrente
L e l	Vetores de caminho
S	Vetor de superfície
ϵ_0	Constante de permissividade elétrica no vácuo
μ e μ_0	Constantes de permeabilidade magnética do meio e do vácuo
ρ_L, ρ_S e ρ_V	Densidades de cargas elétricas lineares, superficiais e volumétricas
R, r e r'	Vetores de posição
A_x, A_y e A_z	Componentes modulares dos vetores do sistema cartesiano
A_ρ, A_ϕ e A_z	Componentes modulares dos vetores do sistema cilíndrico
A_r, A_θ e A_ϕ	Componentes modulares dos vetores do sistema esférico
a_R	Vetor unitário na direção radial
a_x, a_y e a_z	Vetores unitários do sistema cartesiano
a_ρ, a_ϕ e a_z	Vetores unitários do sistema cilíndrico
a_r, a_θ e a_ϕ	Vetores unitários do sistema esférico
x, y e z	Variáveis do sistema cartesiano
ρ, ϕ e z	Variáveis do sistema cilíndrico
r, θ e ϕ	Variáveis do sistema esférico

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	17
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	19
2.1	Álgebra Linear	19
2.1.1	Propriedades das Operações com Vetores	19
2.2	Sistemas e Transformadas de Coordenadas	21
2.2.1	Sistema de Coordenadas Cartesianas	21
2.2.1.1	Transformação do Sistema Cartesiano para o Cilíndrico	22
2.2.1.2	Transformação do Sistema Cartesiano para o Esférico	22
2.2.2	Sistema de Coordenadas Cilíndricas	23
2.2.2.1	Transformação do Sistema Cilíndrico para o Cartesiano	23
2.2.2.2	Transformação do Sistema Cilíndrico para o Esférico	24
2.2.3	Sistema de Coordenadas Esféricas	24
2.2.3.1	Transformação do Sistema Esférico para o Cartesiano	25
2.2.3.2	Transformação do Sistema Esférico para o Cilíndrico	26
2.3	Cálculo Vetorial	26
2.3.1	Elementos Diferenciais	26
2.3.2	Gradiente de um Campo Escalar	28
2.3.3	Divergente de um Campo Vetorial	29
2.3.4	Rotacional de um Campo Vetorial	29
2.4	Campos Eletrostáticos	29
2.4.1	Lei de Coulomb	30
2.4.2	Intensidade do Campo Elétrico	30
2.4.3	Campo Elétrico de Distribuições Contínuas de Carga	31
2.4.4	Potencial Elétrico	31
2.5	Campos Magnetostáticos	33
2.5.1	Lei de Biot-Savart	33
2.5.2	Densidade de Fluxo Magnético	34
2.5.3	Lei Circuital de Ampère	34
3	AMBIENTE DE PROGRAMAÇÃO	36
3.1	Linguagem Java	36
3.2	Android Studio	37
3.2.1	Arquitetura Padrão de Projetos Android	37
3.2.2	Interface do Android Studio	38

4	IMPLEMENTAÇÃO E MODELAMENTO	40
4.1	Softwares e Hardwares Utilizados	40
4.2	Etapas de Criação do Projeto	40
4.3	Arquitetura do LABEM	41
4.3.1	Funcionalidades do LABEM	41
4.3.2	Bibliotecas Instaladas	42
4.3.2.1	Biblioteca Exp4j	42
4.3.2.2	Biblioteca Jep e Djep	42
4.3.2.3	Biblioteca Symja	43
4.3.2.4	Biblioteca JustifyText	43
4.3.3	Interfaces do Usuário	44
4.3.3.1	Layout de Abertura e da Tela Principal	44
4.3.3.2	Layout das Categorias	45
4.3.3.3	Layout das Atividades	45
4.3.3.4	Layout das Funções Auxiliares	46
4.3.3.5	Layout da Calculadora	47
4.3.4	Fluxograma da Transição entre Telas	48
4.3.5	Código Fonte do LABEM	49
4.3.5.1	Transição de Atividade	49
4.3.5.2	Evento onClick	49
4.3.5.3	Resgatando Valores do Campo de Texto	50
4.3.5.4	Ocultar ou Visualizar um Layout	50
4.3.5.5	Persistência das Configurações	50
4.3.5.6	Atualizar o Sistema em Tempo de Execução	51
5	TESTES E RESULTADOS	53
5.1	Problemas de Álgebra Linear	53
5.2	Problemas de Sistemas de Coordenadas	57
5.3	Problemas de Cálculo Vetorial	59
5.4	Problemas de Campos Eletrostáticos	63
5.5	Problemas de Campos Magnetostáticos	65
6	CONCLUSÃO	66
6.1	Trabalhos Futuros	67
	REFERÊNCIAS	68
	APÊNDICE A - CÓDIGO FONTE DO LABEM	70

1 INTRODUÇÃO

A importância das tecnologias móveis nos dias atuais é inquestionável. Através do constante aperfeiçoamento e de diversas novidades lançadas no mercado, pessoas usam e compram ainda mais essas tecnologias (FELIZZOLA,2012, p.14). Dessa forma, os aplicativos para smartphones se mostram mais presentes no cotidiano, devido a sua diversidade e praticidade de uso, característica que permite aos usuários resolverem diversos tipos de problemas. A utilização de aplicativos na educação pode ser muito positivo como uma ferramenta a mais no momento do aprendizado.

Neves, Santos e Rezende (2012, p.10), ainda destacam que:

A informática vem adquirindo maior relevância no cenário educacional, pois sua utilização como instrumento de aprendizagem e sua ação no meio social vem avançando de forma rápida através do uso dos mais diversos meios tecnológicos, como celulares modernos, tablets, ipods. Nesse sentido, a educação passa por mudanças estruturais e funcionais buscando se adequar ao uso dos recursos tecnológicos disponíveis no ambiente escolar.

Sabendo disso, as soluções que podem ser alcançadas para problemas didáticos do ambiente universitário proporcionam, uma melhor compreensão e resolução de temas bastantes abstratos, encontrados principalmente, nos primeiros anos dos cursos de engenharia. Tópicos como álgebra vetorial, sistemas e transformação de coordenadas, cálculo vetorial, campos eletrostáticos e campos magnetostáticos, presentes na disciplina de Teoria Eletromagnética I, ofertado pelo curso de Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Pará, possuem potencial para serem melhor estudadas contribuindo para uma melhor formação do engenheiro electricista.

Diante dessa problemática, este trabalho tem como objetivo desenvolver um aplicativo com uma interface mais simples e didática, que auxilie na resolução de problemas da disciplina de Teoria Eletromagnética I, seguindo o ensino do livro Elementos de Eletromagnetismo de Matthew N. O. Sadiku (2004), programando em Java e na IDE do Android Studio. E como objetivos específicos, tem-se: projetar e desenvolver um programa (ou App) que ajude a solucionar problemas do Sadiku, em seguida projetar e desenvolver uma interface gráfica amigável para este App e por fim fazer os testes com o resultado final da aplicação.

A estrutura deste trabalho está dividida em seis capítulos mais os apêndices. O primeiro capítulo trata de um breve histórico sobre desenvolvimento e destaque que aplicativos voltadas pra celulares vem desempenhando nos últimos anos. Além disso, enumerou-se os objetivos para esse projeto.

No segundo capítulo são apresentados os principais conceitos relacionadas com a física do Eletromagnetismo, adequados para o desenvolvimento do aplicativo.

O terceiro capítulo mostra os principais recursos da IDE do Android Studio e da linguagem Java, elaborando sobre as vantagens substanciais que são adicionados a este trabalho.

No quarto capítulo, é apresentado a modelagem e implementação do sistema criado para o Laboratório de Eletromagnetismo (ou LABEM).

No quinto capítulo, são apresentados os testes e resultados obtidos de exercícios propostos pela disciplina de Teoria Eletromagnética I. E por fim, o último capítulo, mostra as conclusões e sugestões para trabalhos futuros.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Álgebra Linear

Segundo Lima (2012 apud JACINTO, 2016, p.17), a álgebra linear é o estudo dos espaços vetoriais e das suas transformações lineares. Este é um ramo da matemática muito útil para resolver problemas espaciais de multivariáveis, além disso permite criar e solucionar problemas em planos geométricos, seja em uma ou várias dimensões, ou mesmo em espaços geométricos com diferentes formas: cartesianas, cilíndricas, esféricas e outras. Suas utilizações estão presentes em diversas áreas do cotidiano, aplicadas desde a implementação de jogos, sistemas econômicos e mesmo no estudo da meteorologia. Similarmente, pela relevância do trabalho, é essencial para as engenharias que trabalham com sistemas físicos e/ou abstratos, e que usam desta ferramenta para entender e explicar os problemas do mundo real.

Adicionalmente, de acordo com Sadiku (2004, p.20), a análise vetorial é a ferramenta matemática mais adequada para expressar e compreender o conceito de Eletromagnetismo. Consequentemente, é necessária uma atenção especial no aprendizado de suas regras e técnicas para utilizá-la adequadamente.

2.1.1 Propriedades das Operações com Vetores

Existem várias operações algébricas importantes efetuadas com vetores. Estas operações são, em geral, originada das leis da Física. A partir de agora, conheceremos algumas delas. Estudaremos, especialmente, aquelas que serão úteis para o nosso trabalho (CUNHA, 2009, p.19). Para simplificar o entendimento são apresentadas, primeiramente, as propriedades básicas de um vetor e suas interações em coordenadas cartesianas. Antes de mais nada um vetor pode ser escrito segundo o padrão definido em (2.1).

$$(A_x, A_y, A_z) \quad \text{ou} \quad A_x \mathbf{a}_x + A_y \mathbf{a}_y + A_z \mathbf{a}_z \quad (2.1)$$

Onde A_x, A_y e A_z representam as componentes de magnitudes do vetor \mathbf{A} referentes a cada um dos eixos do sistema cartesiano, e \mathbf{a}_x , \mathbf{a}_y e \mathbf{a}_z são os seus respectivos vetores unitários. Um vetor unitário por definição, agrega todas as características do vetor que o gerou, com exceção de sua magnitude, cujo o valor é unitário, como escrito por (2.2).

$$\mathbf{a}_n = \frac{\mathbf{A}}{|\mathbf{A}|} \quad (2.2)$$

A magnitude ou norma do vetor, representado por $|\mathbf{A}|$ é fixado como o valor absoluto correspondente ao comprimento do vetor \mathbf{A} , medido da extremidade superior à origem do sistema de coordenadas, como demonstrado na igualdade (2.3).

$$|\mathbf{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2} \quad (2.3)$$

Outros atributos também são possíveis dentro do escopo da análise vetorial. De acordo com Sadiku (2004, p.22), as três propriedades básicas da álgebra podem ser resumidas segundo os resultados da Tabela 1, dados quaisquer três vetores \mathbf{A} , \mathbf{B} e \mathbf{C} .

Tabela 1 – Propriedades básicas de álgebra.

Propriedade	Soma	Multiplicação
Comutativa	$\mathbf{A} + \mathbf{B} = \mathbf{B} + \mathbf{A}$	$k\mathbf{A} = \mathbf{A}k$
Associativa	$\mathbf{A} + (\mathbf{B} + \mathbf{C}) = (\mathbf{A} + \mathbf{B}) + \mathbf{C}$	$k(l\mathbf{A}) = (kl)\mathbf{A}$
Distributiva	$k(\mathbf{A} + \mathbf{B}) = k\mathbf{A} + k\mathbf{B}$	

Fonte: Sadiku (2004).

Um ponto importante é que além da multiplicação de um vetor por um escalar, também existe a ocorrência da multiplicação entre vetores, sendo o resultado um escalar ou um vetor, dependendo do tipo de operação, como listado abaixo:

1. O resultado do produto escalar (ou produto ponto) entre os vetores \mathbf{A} e \mathbf{B} , escrito como $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$, é um escalar.
2. O resultado do produto vetorial (ou produto cruzado) entre os vetores \mathbf{A} e \mathbf{B} , escrito por: $\mathbf{A} \times \mathbf{B}$, é um vetor ortogonal ao plano formado por \mathbf{A} e \mathbf{B} .

Para vetores construídos a partir de uma base ortogonal, o produto escalar pode ser calculado diretamente a partir das componentes destes vetores, como demonstrado em (2.4).

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z \quad (2.4)$$

O produto vetorial, por sua vez pode ser encontrado a partir da identidade (2.5). Numericamente a magnitude do vetor resultante é igual a área do paralelograma formado pelos vetores \mathbf{A} e \mathbf{B} , podendo ser calculado diretamente de (2.6).

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = \begin{vmatrix} \mathbf{a}_x & \mathbf{a}_y & \mathbf{a}_z \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} \quad (2.5)$$

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = (A_y B_z - A_z B_y)\mathbf{a}_x + (A_z B_x - A_x B_z)\mathbf{a}_y + (A_x B_y - A_y B_x)\mathbf{a}_z \quad (2.6)$$

Também é possível construir um quadro geral como mostrado na Tabela 1, destacando outros arranjos com vetores. Os resultados são mostrados na Tabela 2. Com ele é possível averiguar as divergências entre os diferentes tipos de multiplicação vetorial, apesar de ser apenas um resumo de todas as operações vetoriais, podemos desenvolver todo o fundamento para a parte de álgebra linear no LABEM com base nessas definições e nas anteriores, que serão muito úteis para o próximo segmento do projeto.

Tabela 2 – Propriedades básicas de álgebra, multiplicação entre vetores.

Propriedade	Produto escalar	Produto vetorial
Comutativa	$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = \mathbf{B} \cdot \mathbf{A}$	—
Associativa	—	—
Distributiva	$\mathbf{A} \cdot (\mathbf{B} + \mathbf{C}) = \mathbf{A} \cdot \mathbf{B} + \mathbf{A} \cdot \mathbf{C}$	$\mathbf{A} \times (\mathbf{B} + \mathbf{C}) = \mathbf{A} \times \mathbf{B} + \mathbf{A} \times \mathbf{C}$
Anticomutativo	—	$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = -\mathbf{B} \times \mathbf{A}$
Não Associativo	—	$\mathbf{A} \times (\mathbf{B} \times \mathbf{C}) \neq (\mathbf{A} \times \mathbf{B}) \times \mathbf{C}$

Fonte: Adaptado de Sadiku (2004).

2.2 Sistemas e Transformadas de Coordenadas

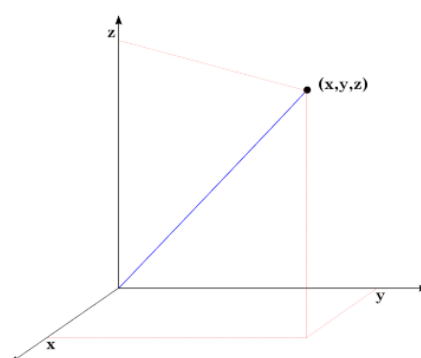
Um sistema de coordenadas é construído para se referir a posições em um espaço N-dimensional, como no espaço euclidiano, usando medidas de comprimento e ângulo, a exemplo de geometrias cilíndricas e esféricas. Um sistema de coordenadas pode ser utilizado para descrever formalmente o comportamento de qualquer sistema físico, no entanto, dependendo da escolha, a complexidade matemática pode ser maior ou menor. A nível de de ensino de graduação, destacamos a importância ou aprendizado dos sistemas de coordenadas cartesianas, cilíndricas e esféricas.

2.2.1 Sistema de Coordenadas Cartesianas

Os métodos de referência resumem-se em um ponto de origem, direção e sentido podendo ser obtido de diversas formas. O espaço cartesiano, consiste de uma geometria espacial tridimensional (x, y, z), com os seus eixos todos mutuamente perpendiculares, e os seus intervalos de variação conforme a razão (2.7). Permitindo assim determinar a posição de um objeto no espaço, como exemplificado na Figura 1.

$$\begin{aligned}
 -\infty < x < \infty \\
 -\infty < y < \infty \\
 -\infty < z < \infty
 \end{aligned}
 \tag{2.7}$$

Figura 1 – Sistema de coordenadas cartesianas.



Fonte: Bertin (2020).

Em essência, o sistema de coordenadas cartesiano (ou retangular) é ótimo para espaços do tipo tetraedro, mas nem sempre é o ideal utilizar esse método de referencia em todos os problemas. E com base nisso, e nas características da geometria cartesiana podemos inferir as suas transformações para os outros dois espaços relevantes para este estudo: os espaços cilíndricos e os esféricos.

2.2.1.1 Transformação do Sistema Cartesiano para o Cilíndrico

A razão de transformação das variáveis do sistema de coordenadas retangulares x , y e z para as variáveis do sistema de coordenadas cilíndricas ρ , ϕ e z é tratada de acordo com a definição apresentada em (2.8) e (2.9). Haja vista, que estas são obtidas superpondo os dois modelos e realizando uma análise geométrica.

$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2} \quad \phi = \text{tg}^{-1} \left(\frac{y}{x} \right) \quad z = z \quad (2.8)$$

$$x = \rho \cos \phi \quad y = \rho \sin \phi \quad z = z \quad (2.9)$$

Lembrando que também é necessário fazer a conversão dos vetores unitários para o modelo de referencia cilíndrico, de acordo com o padrão da igualdade (2.10).

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_x &= \cos \phi \mathbf{a}_\rho - \sin \phi \mathbf{a}_\phi \\ \mathbf{a}_y &= \sin \phi \mathbf{a}_\rho + \cos \phi \mathbf{a}_\phi \\ \mathbf{a}_z &= \mathbf{a}_z \end{aligned} \quad (2.10)$$

Finalmente, terminado esses passos é possível concluir a transformação entre os sistemas de coordenadas cartesiano e cilíndrico segundo a demonstração em (2.11).

$$\mathbf{A} = (A_x \cos \phi + A_y \sin \phi) \mathbf{a}_\rho + (-A_x \sin \phi + A_y \cos \phi) \mathbf{a}_\phi + A_z \mathbf{a}_z \quad (2.11)$$

2.2.1.2 Transformação do Sistema Cartesiano para o Esférico

Da mesma forma, pode-se realizar uma análise geométrica em coordenadas esféricas seguindo os passos que anteriormente foi executado para coordenadas cilíndricas com a razão de transformação das variáveis cartesianas x , y e z para as coordenadas esféricas r , θ e ϕ seguindo a disposição de (2.12) e (2.13).

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad \theta = \text{tg}^{-1} \left(\frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{z} \right) \quad \phi = \text{tg}^{-1} \left(\frac{y}{x} \right) \quad (2.12)$$

$$x = r \sin \theta \cos \phi \quad y = r \sin \theta \sin \phi \quad z = r \cos \theta \quad (2.13)$$

Não esquecendo de fazer as mudanças dos vetores unitários segundo a razão de transformação apresentado na identidade (2.14).

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_x &= \sin \theta \cos \phi \mathbf{a}_\rho + \cos \theta \cos \phi \mathbf{a}_\theta - \sin \phi \mathbf{a}_\phi \\ \mathbf{a}_y &= \sin \theta \sin \phi \mathbf{a}_\rho + \cos \theta \sin \phi \mathbf{a}_\theta + \cos \phi \mathbf{a}_\phi \\ \mathbf{a}_z &= \cos \theta \mathbf{a}_r - \sin \theta \mathbf{a}_\theta \end{aligned} \quad (2.14)$$

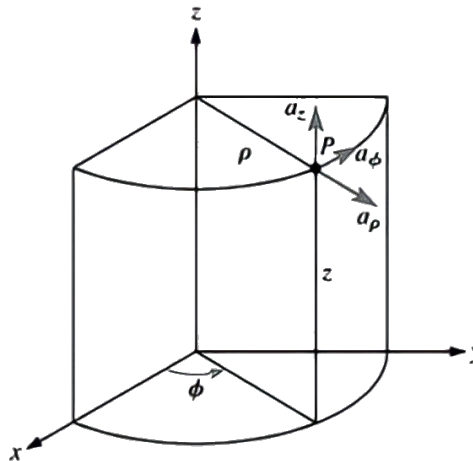
Substituindo as definições (2.12), (2.13) e (2.14) em (2.1), consegue-se observar que as transformações entre os sistemas cartesianos e esféricos se relacionam conforme demonstrado em (2.15). Onde A_x , A_y e A_z , são os resultados simbólicos das mudanças de variáveis de (2.12) e (2.13).

$$\mathbf{A} = (A_x \sin \theta \cos \phi + A_y \sin \theta \sin \phi + A_z \cos \theta) \mathbf{a}_r + (A_x \cos \theta \cos \phi + A_y \cos \theta \sin \phi - A_z \sin \theta) \mathbf{a}_\theta + (-A_x \sin \phi + A_y \cos \phi) \mathbf{a}_\phi \quad (2.15)$$

2.2.2 Sistema de Coordenadas Cilíndricas

As coordenadas cilíndricas são mais práticas ao lidar com simetria cilíndrica ou funções que dependem da distância a um eixo. Seus símbolos no espaço \mathbb{R}^3 são três variáveis que denotam-se por ρ , ϕ e z . Onde a variável ρ é a distancia de um ponto a um eixo assumindo valores de $[0, +\infty]$, ϕ é ângulo medido a partir do plano XY (supondo que estamos no eixo Oz) com um intervalo de $[0, 2\pi]$, e a variável z é a mesma que das coordenadas cartesianas, conforme mostrado na Figura 2..

Figura 2 – Sistema de coordenadas cilíndricas.



Fonte: Sadiku (2004).

Com os seus vetores em coordenadas cilíndricas pode ser escrito de forma semelhante à (2.1). Destacando principalmente o formato que discrimina os módulos e os vetores normalizados, de acordo com o padrão escrito em (2.16).

$$(A_\rho, A_\phi, A_z) \quad \text{ou} \quad A_\rho \mathbf{a}_\rho + A_\phi \mathbf{a}_\phi + A_z \mathbf{a}_z \quad (2.16)$$

2.2.2.1 Transformação do Sistema Cilíndrico para o Cartesiano

Nesse ponto faz-se a transformação inversa ao que foi executado no tópico (2.2.1.1), agora relacionando os fatores ρ , ϕ e z com as variáveis x , y e z obedecendo a disposição descrita em (2.8) e (2.9), e também em (2.17).

$$\cos \phi = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} \quad \text{sen } \phi = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} \quad (2.17)$$

Seguindo o mesmo raciocínio, mudou-se também as coordenadas do vetor unitário como mostrado em (2.10), repetindo o processo conforme o padrão em (2.18).

$$\begin{aligned}\mathbf{a}_\rho &= \cos \phi \mathbf{a}_x + \sin \phi \mathbf{a}_y \\ \mathbf{a}_\phi &= -\sin \phi \mathbf{a}_x + \cos \phi \mathbf{a}_y \\ \mathbf{a}_z &= \mathbf{a}_z\end{aligned}\quad (2.18)$$

Com isso foi finalizado a conversão de sistemas de coordenadas cilíndricas para retangulares permutando os valores da identidade (2.16) com os resultados demonstrados em (2.8), (2.9), (2.17) e (2.18). Sendo assim, a transformação do sistema cilíndrico para o cartesiano acontece segundo a razão descrita em (2.19). Lembrando que A_ρ , A_ϕ e A_z devem ser convertidos para coordenadas cartesianas seguindo o arranjo feito em (2.8) e (2.9).

$$\begin{aligned}\mathbf{A} = & \left[A_\rho \left(\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}} \right) - A_\phi \left(\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}} \right) \right] \mathbf{a}_x + \left[A_\rho \left(\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}} \right) + A_\phi \left(\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}} \right) \right] \mathbf{a}_y \\ & + A_z \mathbf{a}_z\end{aligned}\quad (2.19)$$

2.2.2.2 Transformação do Sistema Cilíndrico para o Esférico

De maneira semelhante ao raciocínio estruturado anteriormente, as mudanças entre as variáveis do sistema de coordenadas cilíndrico ρ , ϕ e z para as variáveis do sistema esférico r , θ e ϕ respeitam o arranjo posto em (2.20).

$$r = \frac{\rho}{\sin \theta} \quad \theta = \text{tg}^{-1} \left(\frac{\rho}{z} \right) \quad \phi = \phi \quad (2.20)$$

Considerando a comutação dos seus vetores normalizados conforme em (2.21).

$$\begin{aligned}\mathbf{a}_\rho &= \sin \theta \mathbf{a}_r + \cos \theta \mathbf{a}_\theta \\ \mathbf{a}_\phi &= \mathbf{a}_\phi \\ \mathbf{a}_z &= \cos \theta \mathbf{a}_r - \sin \theta \mathbf{a}_\theta\end{aligned}\quad (2.21)$$

A transformação entre esses dois sistemas são relacionadas segundo a definição final em (2.22). Pontuando que A_r , A_θ e A_ϕ simbolizam os valores que devem ser convertidos para o sistema cilíndrico com a disposição em (2.20).

$$\mathbf{A} = (A_\rho \sin \theta + A_z \cos \theta) \mathbf{a}_r + (A_\rho \cos \theta - A_z \sin \theta) \mathbf{a}_\theta + A_\phi \mathbf{a}_\phi \quad (2.22)$$

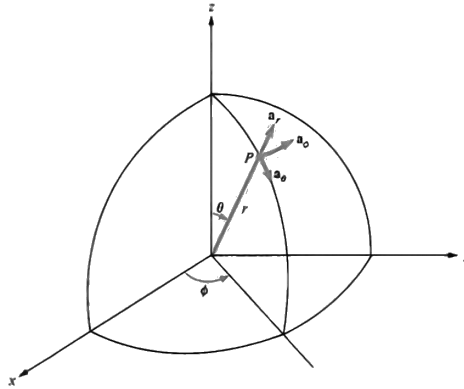
2.2.3 Sistema de Coordenadas Esféricas

Em matemática, o sistema de coordenadas esféricas (r, θ, ϕ) é usado para a representação de figuras geométricas em três dimensões \mathbb{R}^3 , com as suas variáveis sendo: a distância radial r medida $[0, +\infty]$ a partir de um ponto de origem, o ângulo zenite θ do eixo Z positivo, com um

intervalo compreendendo de $[0, \pi]$ e o ângulo azimutal ϕ medindo de $[0, 2\pi]$ a parte do eixo x positivo, como ilustrado na Figura 3, com o seu vetor sendo escrito de acordo com (2.23).

$$\mathbf{A} = A_r \mathbf{a}_r + A_\theta \mathbf{a}_\theta + A_\phi \mathbf{a}_\phi \quad (2.23)$$

Figura 3 – Sistema de coordenadas esféricas.



Fonte: Sadiku (2004).

2.2.3.1 Transformação do Sistema Esférico para o Cartesiano

A inversão das variáveis do sistema de coordenadas esférico ρ , θ e ϕ para os fatores do método de referencia cartesiano x , y e z se comportam segundo a razão de (2.12) e (2.13). E adicionalmente, bem como posto em (2.24).

$$\begin{aligned} \sen \theta &= \left(\frac{\sqrt{x^2+y^2}}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}} \right) & \cos \theta &= \left(\frac{z}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}} \right) \\ \sen \phi &= \left(\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}} \right) & \cos \phi &= \left(\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}} \right) \end{aligned} \quad (2.24)$$

Com a mudança das coordenadas dos vetores unitários sendo representadas por (2.25).

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_r &= \sen \theta \cos \phi \mathbf{a}_x + \sen \theta \sen \phi \mathbf{a}_y + \cos \theta \mathbf{a}_z \\ \mathbf{a}_\theta &= \cos \theta \cos \phi \mathbf{a}_x + \cos \theta \sen \phi \mathbf{a}_y - \sen \theta \mathbf{a}_z \\ \mathbf{a}_\phi &= -\sen \phi \mathbf{a}_x + \cos \phi \mathbf{a}_y \end{aligned} \quad (2.25)$$

Sendo assim, a transformação entre esses dois sistemas é feita segundo a igualdade em (2.26).

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= \left\{ \left[A_r \left(\frac{\sqrt{x^2+y^2}}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}} \right) + A_\theta \left(\frac{z}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}} \right) \right] \left(\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}} \right) - A_\phi \left(\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}} \right) \right\} \mathbf{a}_x + \\ &\quad \left\{ \left[A_r \left(\frac{\sqrt{x^2+y^2}}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}} \right) + A_\theta \left(\frac{z}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}} \right) \right] \left(\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}} \right) + A_\phi \left(\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}} \right) \right\} \mathbf{a}_y + \\ &\quad \left[A_r \left(\frac{z}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}} \right) - A_\theta \left(\frac{\sqrt{x^2+y^2}}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}} \right) \right] \mathbf{a}_z \end{aligned} \quad (2.26)$$

2.2.3.2 Transformação do Sistema Esférico para o Cilíndrico

Similarmente ao que foi construído anteriormente, as mudanças entre as variáveis do sistema esférico para as variáveis do sistema cilíndrico são realizadas pela razão (2.20), assim como a identidade (2.27).

$$r = \sqrt{\rho^2 + z^2} \quad \text{sen } \theta = \left(\frac{\rho}{\sqrt{\rho^2 + z^2}} \right) \quad \text{cos } \theta = \left(\frac{z}{\sqrt{\rho^2 + z^2}} \right) \quad (2.27)$$

As transformações dos vetores unitários são feitas conforme apresentado em (2.28).

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_r &= \text{sen } \theta \mathbf{a}_\rho + \text{cos } \theta \mathbf{a}_z \\ \mathbf{a}_\theta &= \text{cos } \theta \mathbf{a}_\rho - \text{sen } \theta \mathbf{a}_z \\ \mathbf{a}_\phi &= \mathbf{a}_\phi \end{aligned} \quad (2.28)$$

Finalmente, as mudanças entre esses dois sistemas são relacionadas conforme escrito em (2.29).

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} A_r \left(\frac{\rho}{\sqrt{\rho^2 + z^2}} \right) + A_\theta \left(\frac{z}{\sqrt{\rho^2 + z^2}} \right) \\ A_r \left(\frac{z}{\sqrt{\rho^2 + z^2}} \right) - A_\theta \left(\frac{\rho}{\sqrt{\rho^2 + z^2}} \right) \end{bmatrix} \mathbf{a}_\rho + A_\phi \mathbf{a}_\phi + \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix} \mathbf{a}_z \quad (2.29)$$

2.3 Cálculo Vetorial

De acordo com Garcia (2017, p.40):

Quando buscamos estudar fenômenos como a velocidade do ar em uma determinada região, as funções reais de várias variáveis não se mostram tão eficazes. É neste momento que o uso do conceito de campo vetorial se torna fundamental. Com a ajuda dos campos vetoriais temos novas possibilidades.

Nesta seção, examinaremos alguns conceitos de cálculo vetorial básicos para o eletromagnetismo e relevantes para a criação do LABEM, o aplicativo desta pesquisa.

2.3.1 Elementos Diferencias

Os elementos diferenciais de comprimento (dL), de área (dS) e volume (dV) são as aplicações usadas para fazer aproximações de problemas matemáticos e também para a descrição e solução de problemas físicos. Diferentes sistemas de coordenadas possuem elementos diferenciais que acompanham a geometria do espaço em que estão inseridos, como apresentado nas Figura 4, Figura 5 e Figura 6.

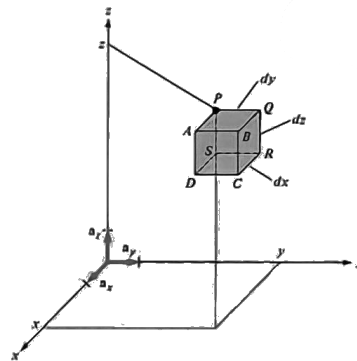
No sistema cartesiano, pode-se escrever os três diferenciais conforme o apresentado em (2.30), (2.31) e (2.32).

$$dL = dx\mathbf{a}_x + dy\mathbf{a}_y + dz\mathbf{a}_z \quad (2.30)$$

$$dS = dydz\mathbf{a}_x + dx dz\mathbf{a}_y + dx dy\mathbf{a}_z \quad (2.31)$$

$$dV = dx dy dz \quad (2.32)$$

Figura 4 – Elementos diferenciais em coordenadas cartesianas.



Fonte: Sadiku (2004).

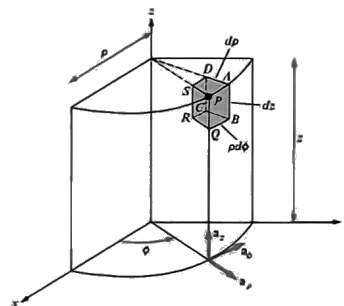
No sistema cilíndrico, se escreve os três diferenciais de acordo com (2.33), (2.34) e (2.35). Resultados da geometria do espaço, que acompanha o formato ilustrado na Figura 5.

$$d\mathbf{L} = d\rho\mathbf{a}_\rho + \rho d\phi\mathbf{a}_\phi + dz\mathbf{a}_z \quad (2.33)$$

$$d\mathbf{S} = \rho d\phi dz\mathbf{a}_\rho + d\rho dz\mathbf{a}_\phi + \rho d\rho d\phi\mathbf{a}_z \quad (2.34)$$

$$dV = \rho d\rho d\phi dz \quad (2.35)$$

Figura 5 – Elementos diferenciais em coordenadas cilíndricas.



Fonte: Sadiku (2004).

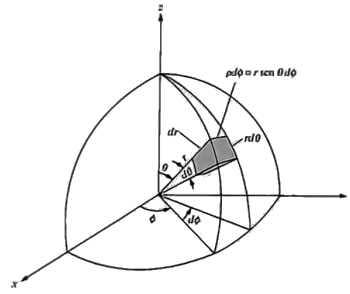
E para completar a didática desta dissertação. No sistema esférico, os diferenciais de linha, superfície e volume são compostos pelas anotações descritas em (2.36), (2.37) e (2.38), geometricamente descrito conforme a ilustração da Figura 6.

$$d\mathbf{L} = dr\mathbf{a}_r + rd\theta\mathbf{a}_\theta + r\sin\theta d\phi\mathbf{a}_\phi \quad (2.36)$$

$$d\mathbf{S} = r^2\sin\theta d\theta d\phi\mathbf{a}_r + r\sin\theta drd\phi\mathbf{a}_\theta + r drd\theta\mathbf{a}_\phi \quad (2.37)$$

$$dV = r^2\sin\theta drd\theta d\phi \quad (2.38)$$

Figura 6 – Elementos diferenciais em coordenadas esféricas.



Fonte: Sadiku (2004).

2.3.2 Gradiente de um Campo Escalar

Existem dois tipos de campos: os escalares e os vetoriais. Por definição, um campo escalar é qualquer função $V(\mathbf{r})$ que atribui um escalar a cada posição do campo. E um campo Vetorial similarmente também associa um vetor a cada localização em seu espaço vetorial.

As operações vetoriais vistas na seção (2.1.1) deste trabalho, como produto o interno e o produto vetorial, também são aplicadas a esses campos. Para observar isso, primeiro precisamos entender o operador diferencial (∇), que para meios físicos e geométricos não possui significado, sendo apenas a notação para a operação abstrata de diferenciação, no sistema cartesiano, se configura segundo o padrão em (2.39).

$$\nabla = \frac{\sigma}{\sigma_x} \mathbf{a}_x + \frac{\sigma}{\sigma_y} \mathbf{a}_y + \frac{\sigma}{\sigma_z} \mathbf{a}_z \quad (2.39)$$

Para os sistemas de referência cilíndricos e esféricos o operador vetorial assume o formato das igualdades (2.40) e (2.41), respectivamente.

$$\nabla = \frac{\sigma}{\sigma_\rho} \mathbf{a}_\rho + \frac{1}{\rho} \frac{\sigma}{\sigma_\phi} \mathbf{a}_\phi + \frac{\sigma}{\sigma_z} \mathbf{a}_z \quad (2.40)$$

$$\nabla = \frac{\sigma}{\sigma_r} \mathbf{a}_r + \frac{1}{r} \frac{\sigma}{\sigma_\theta} \mathbf{a}_\theta + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\sigma}{\sigma_\phi} \mathbf{a}_\phi \quad (2.41)$$

Definido o conceito de elementos diferenciais é possível explicar a ideia de gradiente como a alteração do valor de uma grandeza escalar, por unidade de espaço, indicando o sentido e a taxa de variação de uma função escalar. Para os sistemas de coordenadas estudados neste projeto, o gradiente é composto pelas definições (2.42), (2.43) e (2.44), respectivamente.

$$\nabla V = \frac{\sigma V}{\sigma_x} \mathbf{a}_x + \frac{\sigma V}{\sigma_y} \mathbf{a}_y + \frac{\sigma V}{\sigma_z} \mathbf{a}_z \quad (2.42)$$

$$\nabla V = \frac{\sigma V}{\sigma_\rho} \mathbf{a}_\rho + \frac{1}{\rho} \frac{\sigma V}{\sigma_\phi} \mathbf{a}_\phi + \frac{\sigma V}{\sigma_z} \mathbf{a}_z \quad (2.43)$$

$$\nabla V = \frac{\sigma V}{\sigma_r} \mathbf{a}_r + \frac{1}{r} \frac{\sigma V}{\sigma_\theta} \mathbf{a}_\theta + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\sigma V}{\sigma_\phi} \mathbf{a}_\phi \quad (2.44)$$

2.3.3 Divergente de um Campo Vetorial

Segundo Sadiku (2004, p.76), a interpretação do divergente de um campo vetorial \mathbf{A} é igual ao fluxo que corre para fora de uma superfície incremental fechada, por unidade de volume limitado por está superfície. Calculado conforme demonstrado por (2.45), (2.46) e (2.47), para as coordenadas cartesianas, cilíndricas e esféricas, respectivamente:

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = \frac{\sigma A_x}{\sigma x} + \frac{\sigma A_y}{\sigma y} + \frac{\sigma A_z}{\sigma z} \quad (2.45)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = \frac{1}{\rho} \frac{\sigma}{\sigma \rho} (\rho A_\rho) + \frac{1}{\rho} \frac{\sigma A_\phi}{\sigma \phi} + \frac{\sigma A_z}{\sigma z} \quad (2.46)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = \frac{1}{r^2} \frac{\sigma}{\sigma r} (r^2 A_r) + \frac{1}{r \text{sen } \theta} \frac{\sigma}{\sigma \theta} (A_\theta \text{sen } \theta) + \frac{1}{r \text{sen } \theta} \frac{\sigma A_\phi}{\sigma \phi} \quad (2.47)$$

2.3.4 Rotacional de um Campo Vetorial

O rotacional de um campo vetorial \mathbf{A} é um vetor cujas as componentes resultam na máxima circulação desse campo vetorial por unidade de área, com orientação perpendicular a essa área. Calculado como o produto vetorial do operador ∇ com o campo vetorial \mathbf{A} , escrito em coordenadas cartesianas segundo a descrição (2.48).

$$\nabla \times \mathbf{A} = \left(\frac{\sigma A_z}{\sigma y} - \frac{\sigma A_y}{\sigma z} \right) \mathbf{a}_x + \left(\frac{\sigma A_x}{\sigma z} - \frac{\sigma A_z}{\sigma x} \right) \mathbf{a}_y + \left(\frac{\sigma A_y}{\sigma x} - \frac{\sigma A_x}{\sigma y} \right) \mathbf{a}_z \quad (2.48)$$

E em coordenadas cilíndricas e esféricas, respectivamente pelas identidades (2.49) e (2.50).

$$\nabla \times \mathbf{A} = \left(\frac{1}{\rho} \frac{\sigma A_z}{\sigma \phi} - \frac{\sigma A_\phi}{\sigma z} \right) \mathbf{a}_\rho + \left(\frac{\sigma A_\rho}{\sigma z} - \frac{\sigma A_z}{\sigma \rho} \right) \mathbf{a}_\phi + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\sigma(\rho A_\phi)}{\sigma \rho} - \frac{\sigma A_\rho}{\sigma \phi} \right) \mathbf{a}_z \quad (2.49)$$

$$\nabla \times \mathbf{A} = \frac{1}{r \text{sen } \theta} \left[\frac{\sigma(A_\phi \text{sen } \theta)}{\sigma \theta} - \frac{\sigma A_\theta}{\sigma \phi} \right] \mathbf{a}_r + \frac{1}{r} \left[\frac{1}{\text{sen } \theta} \frac{\sigma A_r}{\sigma \phi} - \frac{\sigma(r A_\phi)}{\sigma r} \right] \mathbf{a}_\theta + \frac{1}{r} \left[\frac{\sigma(r A_\theta)}{\sigma r} - \frac{\sigma A_r}{\sigma \theta} \right] \mathbf{a}_\phi \quad (2.50)$$

2.4 Campos Eletrostáticos

Dando segmento, o campo elétrico pode ser descrito como o campo estabelecido em todos os pontos do espaço sob a influência de uma carga geradora, de forma que qualquer carga de prova ficará sujeita a uma força de interação (SCHEIBLER, 2016, p.27). Os conceitos apresentados nesta divisão se limitaram a problemas com cargas e ordenação de cargas estáticas, uma didática de coeficiente acadêmico, que foi necessário ao desenvolvimento do LABEM.

2.4.1 Lei de Coulomb

Segundo Hayt e Buck (2013, p.27):

Coulomb estabeleceu que a força entre dois objetos muito pequenos, separados pelo vácuo ou espaço livre por uma distância grande se comparada com seus tamanhos, é proporcional à carga de cada um deles e inversamente proporcional ao quadrado da distância entre os mesmos.

Matematicamente escrito por (2.51),

$$F = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0 R^2} \quad (2.51)$$

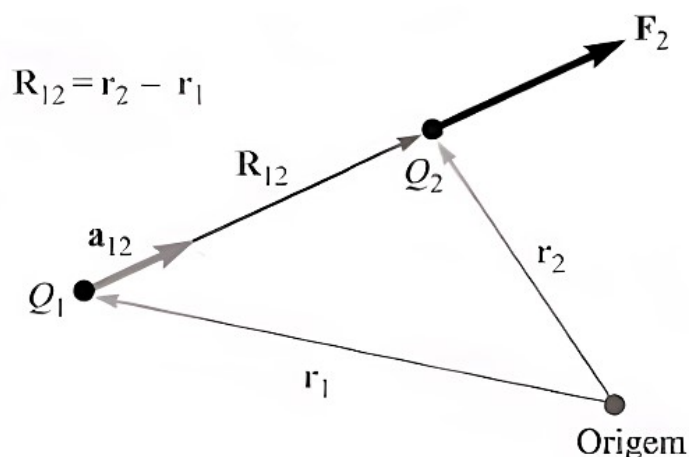
onde ϵ_0 é a constante de permissividade do vácuo, medido em farads por metro, em unidades do S.I., de acordo com (2.52).

$$\epsilon_0 = 8,854 \times 10^{-12} \approx \frac{10^{-9}}{36\pi} F/m \quad (2.52)$$

Se duas cargas pontuais Q_1 e Q_2 estão localizadas em pontos cujos vetores posição são, respectivamente, \mathbf{r}_1 e \mathbf{r}_2 , como ilustrado na Figura 7, então a força \mathbf{F}_{12} sobre a carga Q_2 devido à carga Q_1 , é descrito pela definição (2.53) (SADIKU,2004, p.108).

$$\mathbf{F}_{12} = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0 R^2} \mathbf{a}_{R_{12}} \quad (2.53)$$

Figura 7 – Vetor força coulombiana.



Fonte: Hayt; Buck (2013).

2.4.2 Intensidade do Campo Elétrico

Colocando uma carga teste na presença de uma outra carga Q , nota-se que a carga teste sofre a ação da força coulombiana gerada pela carga Q . Logo pode-se definir a intensidade do

campo elétrico \mathbf{E} , pela razão demonstrada em (2.54), como a força por carga imersa nesse campo elétrico, com a direção do vetor \mathbf{E} no mesmo sentido da força \mathbf{F} .

$$\mathbf{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^2} \mathbf{a}_R \quad (2.54)$$

2.4.3 Campo Elétrico de Distribuições Contínuas de Carga

O campo elétrico, produzido por uma distribuição de cargas pontuais em determinado ponto P pode ser calculado pela soma vetorial das contribuições de cada carga desta distribuição (SCHEIBLER, 2016, p.31). Se for visualizado agora uma região do espaço preenchida com um número imenso de cargas separados por distâncias diminutas, percebe-se que é possível substituir essa distribuição de partículas muito pequena por uma distribuição contínua e suave (HAYT;BUCK, 2013, p.33), com isso introduz-se o conceito de elemento de carga dQ e o de densidade de cargas, usualmente denotado por: densidade linear de cargas (ρ_L), densidade superficial de cargas (ρ_S) e a densidade volumétrica de cargas (ρ_V), respectivamente escrito por (2.55), (2.56) e (2.57).

$$dQ = \rho_L dl \quad Q = \int_L \rho_L dl \quad (2.55)$$

$$dQ = \rho_S dS \quad Q = \int_S \rho_S dS \quad (2.56)$$

$$dQ = \rho_V dv \quad Q = \int_V \rho_V dv \quad (2.57)$$

Substituindo o valor da carga Q pelas razões em (2.55), (2.56) e (2.57), na equação do campo elétrico demonstrado em (2.54), é possível calcular respectivamente, o campo elétrico da distribuição contínua de uma linha de carga, de uma superfície de carga e de um volume de carga, devidamente ordenado nas definições escritas em (2.58), (2.59) e (2.60), com a somatória da contribuição de cada uma dessas cargas dentro da sua distribuição correspondente.

$$\mathbf{E} = \int_L \frac{\rho_L dl}{4\pi\epsilon_0 R^2} \mathbf{a}_R \quad (2.58)$$

$$\mathbf{E} = \int_S \frac{\rho_S dS}{4\pi\epsilon_0 R^2} \mathbf{a}_R \quad (2.59)$$

$$\mathbf{E} = \int_V \frac{\rho_V dv}{4\pi\epsilon_0 R^2} \mathbf{a}_R \quad (2.60)$$

2.4.4 Potencial Elétrico

Segundo Pinheiro (2017, p.39), pode-se definir o potencial elétrico como sendo a energia potencial que seria associado a unidade de carga neste ponto. E também, de outra forma, está relacionado com o trabalho realizado por um agente externo para transportar uma carga de um ponto A a um ponto B em um campo elétrico \mathbf{E} , como ilustrado na Figura 8.

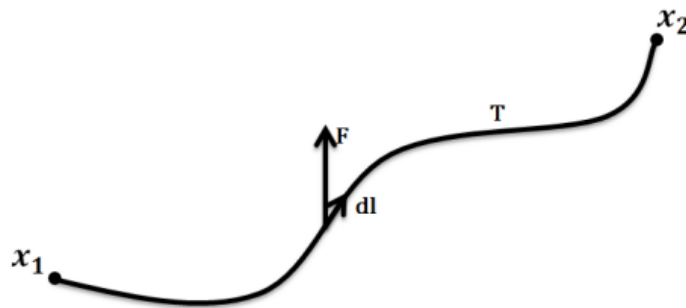
Matematicamente o potencial elétrico é descrito pela identidade em (2.61).

$$V_{AB} = - \int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} \quad (2.61)$$

Se for exemplificado o problema de calcular o potencial do ponto A ao ponto B, na presença de um campo elétrico \mathbf{E} gerado por uma carga Q na origem. A identidade representado pela razão (2.61), retorna uma solução com o formato registrado pela igualdade (2.62), onde r_B e r_A são respectivamente, as magnitudes dos vetores posição \mathbf{A} e \mathbf{B} , em relação a origem.

$$\begin{aligned} V_{AB} &= - \int_A^B \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^2} \mathbf{a}_R \cdot d\mathbf{r} \mathbf{a}_R \\ &= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A} \right] \end{aligned} \quad (2.62)$$

Figura 8 – Trabalho da força ao longo do caminho.



Fonte: Pinheiro (2017).

Analisando ainda a igualdade apresentada em (2.62), pode-se inferir o conceito de potencial absoluto, devido a uma carga Q na origem, expresso pela representação (2.63), e caso a carga se encontre fora da origem, em uma posição \mathbf{r}' qualquer, o potencial V, é calculado pela identidade (2.64).

$$V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (2.63)$$

$$V(\mathbf{r}) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \quad (2.64)$$

De acordo com Sadiku (2004, p.136), para distribuições contínuas de cargas, substituímos Q na razão (2.64) pelo elemento da carga $\rho_L dl$, $\rho_S dS$ ou $\rho_V dv$, e a soma se transforma em uma integral, tal que o potencial em \mathbf{r} pode ser escrito como as igualdades abaixo.

$$V(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_L \frac{\rho_L(\mathbf{r}') dl}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \quad (\text{Linha de carga}) \quad (2.65)$$

$$V(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_S \frac{\rho_S(\mathbf{r}') dS}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \quad (\text{Superfície de carga}) \quad (2.66)$$

$$V(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{\rho_V(\mathbf{r}') dv}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \quad (\text{Volume de carga}) \quad (2.67)$$

2.5 Campos Magnetostáticos

Segundo Halliday, Resnick e Walker (2016, p.443) é possível definir um campo magnético como uma grandeza vetorial cuja direção coincide com aquela para a qual a força é zero. E de acordo com Hayt e Buck (2013, p.180), a fonte de um campo magnético estacionário pode ser um ímã permanente, um campo elétrico variando linearmente com o tempo ou uma corrente contínua.

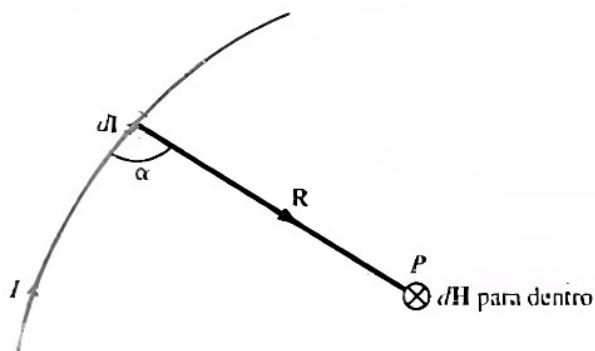
2.5.1 Lei de Biot-Savart

A lei de Biot-Savart associa a intensidade do campo magnético $d\mathbf{H}$ gerada em um ponto P com a corrente elétrica que percorre um elemento de caminho, $I d\mathbf{l}$. Expressando matematicamente o valor e o sentido do campo $d\mathbf{H}$ induzido por cargas elétricas em movimento, isto é (2.68).

$$d\mathbf{H} = \frac{I d\mathbf{l} \times \mathbf{a}_R}{4\pi R^2} = \frac{I d\mathbf{l} \times \mathbf{R}}{4\pi R^3} \quad (2.68)$$

É possível ter um melhor entendimento da igualdade (2.68) quando o problema é visualizado segundo a Figura 9.

Figura 9 – Campo magnético devido ao elemento de corrente.



Fonte: Sadiku (2004).

Note que a abordagem que foi usado para descrever o campo magnético é similar a utilizada com o campo elétrico, da seção anterior. No entanto, diferente do campo elétrico que possui cargas pontuais Q , o campo magnético não dispõe de um monopólio magnético. Embora hajam alguns estudos teóricos que estipulem a sua existência. Portanto, torna-se necessário o uso de uma distribuição de correntes, tipificado por: corrente em uma linha ($I d\mathbf{l}$), corrente em uma superfície ($\mathbf{K} d\mathbf{S}$) e corrente em um volume ($\mathbf{J} d\mathbf{v}$). Desta forma, para estimar o valor do campo vetorial \mathbf{H} em função dos elementos de corrente, a lei de Bio-Savart é descrita conforme as identidades em (2.69), (2.70) e (2.71).

$$\mathbf{H} = \int_L \frac{I d\mathbf{l} \times \mathbf{a}_R}{4\pi R^2} \quad (2.69)$$

$$\mathbf{H} = \int_S \frac{\mathbf{K} d\mathbf{S} \times \mathbf{a}_R}{4\pi R^2} \mathbf{a}_R \quad (2.70)$$

$$\mathbf{H} = \int_v \frac{\mathbf{J} dv \times \mathbf{a}_R}{4\pi R^2} \mathbf{a}_R \quad (2.71)$$

Onde segundo Sadiku (2004, p.245), \mathbf{a}_R é um vetor unitário que aponta do elemento diferencial de corrente para o ponto de interesse.

Essas equações se encontram no formato indefinido, isso porque não foi determinado a geometria de um problema específico. No entanto, estas são úteis para encontrar soluções para aplicações, como espiras, solenoides, toroides e outras configurações de bobina. Por exemplo, se resolver-se a equação do campo magnético para a geometria da espira, a solução se comporta como demonstrado em (2.72).

$$\mathbf{H} = \frac{I r^2}{2[r^2 + h^2]^{3/2}} \mathbf{a}_n \quad (2.72)$$

Com r sendo o valor do raio da espira, h a distância do centro da espira ao ponto de cálculo e \mathbf{a}_n a direção normal a superfície da espira.

2.5.2 Densidade de Fluxo Magnético

Conceitualmente, a densidade do fluxo magnético está relacionado a natureza do material em que se encontra imerso. Com efeito, existem materiais mais magnéticos que outros, e que influenciam diretamente a criação de linhas de força magnética. Por isso, a densidade do fluxo magnético \mathbf{B} é fixado como a multiplicação da permeabilidade magnética (μ) do meio pelo vetor do campo magnético \mathbf{H} , seguindo o molde da razão (2.73). Para o vácuo a constante de permeabilidade magnética (μ_0) assume o valor apresentado por (2.74), medido em henrys por metro.

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad (2.73)$$

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} H/m \quad (2.74)$$

2.5.3 Lei Circuitual de Ampère

A lei circuitual de Ampère certifica que integral de caminho fechado do campo magnético \mathbf{H} é igual a corrente I_{env} envolvida pelo caminho, de acordo com a representação (2.75).

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = I_{env} \quad (2.75)$$

Vale notar que, a identidade (2.75) pode ser um pouco modificada para ser deduzida a terceira equação de Maxwell ao ser aplicado o teorema de Stokes, transformando a integral de linha em uma integral de superfície, conforme em (2.76).

$$\int_S \nabla \times \mathbf{H} \cdot d\mathbf{S} = I_{env} = \int_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} \quad (2.76)$$

Com isso, destaca-se que:

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} \quad (2.77)$$

3 AMBIENTE DE PROGRAMAÇÃO

Nos segmentos anteriores, foi construído as noções mínimas para a elaboração do projeto, conceituando alguns recursos que serviram de base para estruturação do LABEM. E nesta etapa, será abordado à respeito do ambiente de desenvolvimento de software (ou IDE) e da linguagem de programação empregada na construção desta aplicação.

3.1 Linguagem Java

Desenvolvida pela Sun Microsystems em 1991, e disponibilizada para uso desde 1995, a sua finalidade era permitir o desenvolvimento de programas que pudessem ser instalados em qualquer aparelho. Isso porque, antes disso, havia o problema de se ter que construir vários códigos de uma mesma aplicação para se adequar a cada um dos diferentes modelos de hardware desenvolvidos pelo mercado.

Java é uma linguagem orientada a objetos, multiplataforma, e que pode ser instalado em qualquer sistema operacional que possua uma Máquina Virtual Java (JVM), como o seu interpretador de código. Além disso, optou-se por utiliza-la neste trabalho, devido a experiência prévia com essa linguagem de programação em outro projeto de extensão ao longo do período universitário.

Segundo Silva (2011, p.15):

O Java utiliza um conceito diferente, ao invés de gerar um código binário diferente para cada plataforma, é gerado um binário que pode ser executado em qualquer plataforma, dentro de uma máquina virtual. Este código binário "universal" é chamado de bytecode.

As principais vantagens do Java são:

- **Multiplataforma.** Pode ser utilizado em várias plataformas diferentes, como: Android, Windows, Linux e outros.
- **Usabilidade.** A sua instalação é acessível a vários hardwares diferentes: web, mobile, desktop, watches e outros.
- **Performance.** Possui uma variedade de ferramentas integradas a linguagem, permitindo ao desenvolvedor aumentar a complexidade dos códigos criados.
- **Gratuidade.** O Java é Open Source, ou seja, é totalmente gratuita a sua utilização.
- **Extensa Documentação.** O Java é uma linguagem bem consolidada, possuindo um arcabouço variado de estudos, pesquisas e projetos desenvolvidos se utilizando dele, facilitando com isso a sua aprendizagem e implementação.

3.2 Android Studio

O Android Studio é a plataforma oficial criada pela Google Developers para a construção de aplicações Android, sejam estas mobile, watches ou para smart tvs. Originalmente utilizava apenas linguagem Java, atualmente tem a sua disposição outras linguagens como o Kotlin. A sua IDE conta com o seu próprio editor de código, além de agregar outras ferramentas que aceleram a produtividade dos desenvolvedores de aplicativos, assim como listado abaixo.

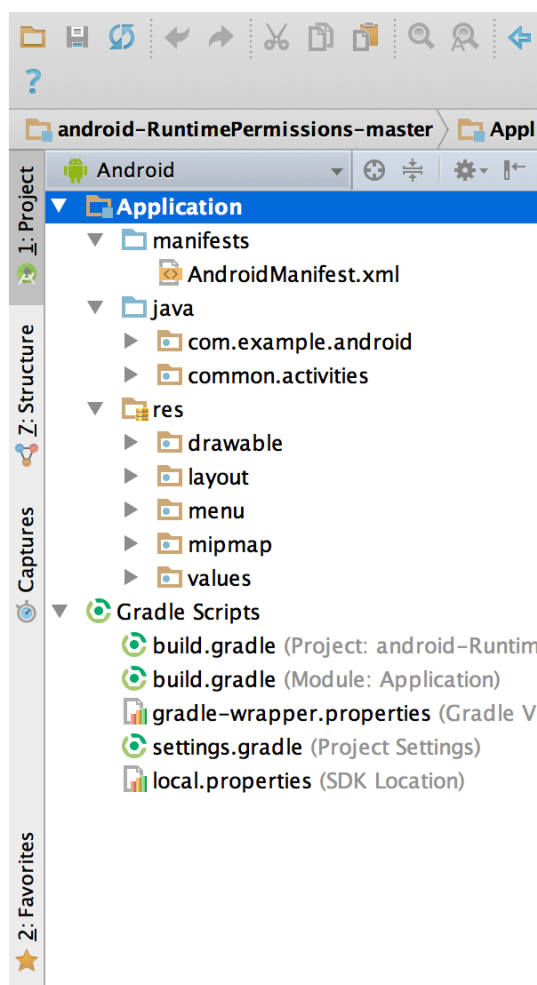
- Alta velocidade de compilação do código fonte.
- Emulador integrado, um ponto bastante interessante, pois permite ao desenvolvedor testar a sua aplicação em vários modelos de smartphones virtuais.
- Ajuste em tempo de execução, que permite fazer alteração no código fonte do app, e visualizar as mudanças sem a necessidade de reiniciar a aplicação no emulador ou no aparelho físico.
- Ferramentas de previsão de código, que evita do programador escrever massivamente cada linha de código manualmente, pois a própria IDE faz uma sugestão de código para o programador.
- Ferramenta de detecção de erros e de código fontes redundantes. Esta ultima é essencialmente usada, como o próprio nome sugere, para fazer simplificações no código fonte, aumentando a performance devido a um código mais enxuto e limpo.

3.2.1 Arquitetura Padrão de Projetos Android

Os projetos criados com a IDE do Google possuem a mesma estrutura básica, constituídos com um ou mais módulos essenciais: módulos de app, módulos de biblioteca e módulos de app engine. Estes por sua vez são os contêiners para os recursos, as bibliotecas e os arquivos que serão utilizados para criação e gestão dos objetos dentro do aplicativo. Por padrão, todo novo projeto iniciado no Android Studio, apresenta uma arquitetura de pastas e sub pastas, para melhorar a visualização da aplicação por completo, como mostrado na Figura 10, com as principais pastas sendo nomeadas de manifest, java e recursos.

A pasta java tem a funcionalidade de guardar os códigos fontes e as classes do aplicativo, essenciais para a criação e operação de tarefas ou threads. A pasta recursos contém as imagens, os telas de layouts, os arquivos de texto e o estilos utilizados para criar os templates do usuário. E a pasta manifest arquiva as informações necessárias para a compilação do Android.

Figura 10 – Arquitetura padrão de projetos no Android Studio.



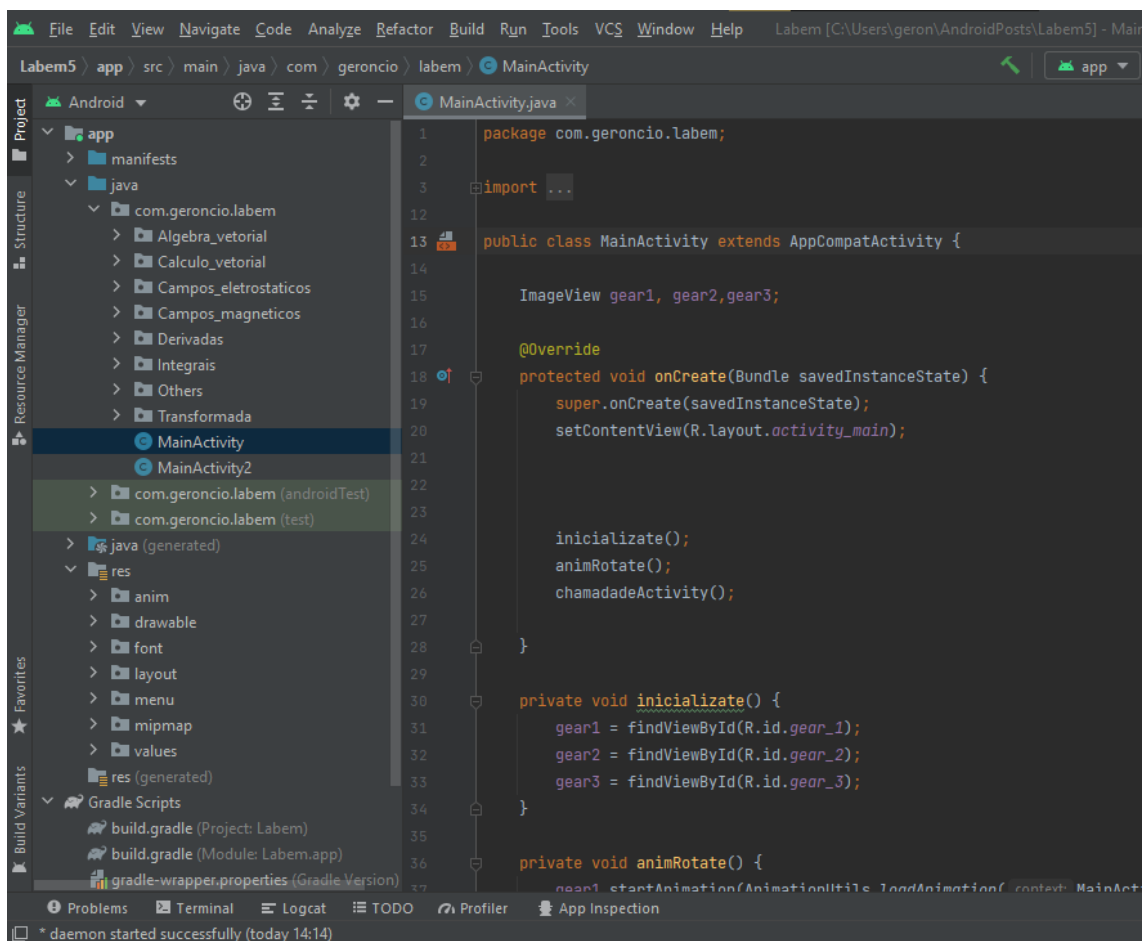
Fonte: Developers do Android (2022).

3.2.2 Interface do Android Studio

A interface de ambiente de desenvolvimento integrado do Android Studio acompanha o formato da Figura 11, ele integra varias funcionalidades que auxiliam os desenvolvedores na criação e gestão dos trabalhos para o sistema Android. Os mais relevantes são a barra de ferramentas, que permite o usuário a ter acesso a vários gadgets da plataforma, a barra de status ajuda a fazer o monitoramento dos processos de instalação e debug dos aplicativos de forma dinâmica. Também inclui a janela de ferramentas nos mostra quais são as bibliotecas e pacotes que instalamos para o funcionamento do projeto. E a mais expressiva de todas as funcionalidade do Android studio é a janela do editor, a seção especifica que permite a criação e modificação dos códigos do projeto.

Essa interface ainda possui um auto grau de flexibilidade, podendo ser ocultado alguns segmentos e outros podem ser ampliados para aumentar a área de tela, melhorando o ambiente de trabalho para o desenvolvedor.

Figura 11 – IDE .



```
1 package com.geroncio.labem;
2
3 import ...
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13 public class MainActivity extends AppCompatActivity {
14
15     ImageView gear1, gear2, gear3;
16
17     @Override
18     protected void onCreate(Bundle savedInstanceState) {
19         super.onCreate(savedInstanceState);
20         setContentView(R.layout.activity_main);
21
22
23
24         inicializate();
25         animRotate();
26         chamadadeActivity();
27
28     }
29
30     private void inicializate() {
31         gear1 = findViewById(R.id.gear_1);
32         gear2 = findViewById(R.id.gear_2);
33         gear3 = findViewById(R.id.gear_3);
34     }
35
36     private void animRotate() {
37         gear1.startAnimation(AnimationUtils.loadAnimation(context, MainAct
```

* daemon started successfully (today 14:14)

Fonte: Autoria própria, 2022.

4 IMPLEMENTAÇÃO E MODELAMENTO

Continuando com o projeto, este capítulo mostrará a implementação utilizada para a construção do LABEM, descrevendo os materiais e métodos aplicados para o desenvolvimento do aplicativo no Android.

4.1 Softwares e Hardwares Utilizados

Na tabela a seguir, está descrito os materiais e aparelhos necessários para a modelagem deste projeto, bem como a sua finalidade e relevância.

Tabela 3 – Softwares e hardwares usados na construção do app no Android.

Materiais	Descrição	Funcionalidade
Samsung Galaxy A11	Smartphone com sistema Android 10.0, tela de 5.5 polegadas	Foi usado para fazer os testes durante a fase de construção do aplicativo
Android Studio	Android Studio 2021 versão 3.1.17	É a IDE oficial do Google para o desenvolvimento de aplicativos para Android.
Android SDK	Android SDK Manager versão 28	É o kit de desenvolvimento que deve ser instalado para permitir o desenvolvimento de aplicativos para o sistema Android.
Photoscape	Editor de imagens versão 3.7	Editor utilizado para ajustar o tamanho e a forma das imagens.
Background Eraser	Editor de imagens versão 1.3.1	Editor utilizado para recortar o fundo das imagens.

Fonte: Autoria própria, 2022.

Não foram incluídos na Tabela 3, os livros e artigos que serviram como base para a lógica de funcionamento do aplicativo, da revisão bibliográfica. Mas que, foram essenciais para a sua modelagem, pois são estes que dispõem dos conceitos e das soluções que foram construídas.

4.2 Etapas de Criação do Projeto

Ao considerar o desafio de uma aplicação orientada às faculdades de engenharia, com foco especial nos conteúdos exclusivos do curso de Engenharia Elétrica, é indispensável organizar bem as etapas que conduzem à concretização dos objetivos propostos para este trabalho. Por isso, abaixo estão listados os resumos das atividades realizadas no projeto:

- (a) Analisar as ferramentas e as tecnologias necessárias para a criação de aplicativos.
- (b) Definir a estrutura do aplicativo.
- (c) Selecionar as ferramentas e os pacotes que foram usados para a finalização do projeto.
- (d) Desenvolver um formato padrão para a tela de interface dos usuários.

- (e) Desenvolvimento do código fonte e das classes que operam por traz da tela de interface.
- (f) Testar aplicação finalizada.

4.3 Arquitetura do LABEM

O processo de desenvolvimento de um aplicativo é complexo e se inicia antes do programador começar a escrever os códigos que irão modela-lo, antes, é necessário organizar todas as ideias que farão parte do aplicativo.

4.3.1 Funcionalidades do LABEM

Os requisitos de um projeto são a base para se desenvolver qualquer sistema, sendo que esta base deve apresentar ideias concisas e simples, que consigam descrever qual será a meta a ser alcançada. De acordo com Sommerville (2011, p.103),

O projeto de arquitetura está preocupado com a compreensão de como um sistema deve ser organizado e com a estrutura geral desse sistema. O resultado do processo de projeto de arquitetura é um modelo de arquitetura que descreve como o sistema está organizado em um conjunto de componentes de comunicação.

A Tabela 4 organiza as funcionalidades que foram incorporadas ao LABEM.

Tabela 4 – Requisitos funcionais do LABEM.

Funcionalidades	Descrição
Barra de Navegação	Permitir que o usuário tenha acesso de forma integrada a várias ferramentas do aplicativo.
Barra de Pesquisa	Recurso que auxilia o usuário na busca de ferramentas do Labem.
Calculadora científica	Integrar dentro do aplicativo uma calculadora que seja projetada para calcular problemas de engenharia e matemática.
Configurações	Permiti que o usuário altere os parâmetros definidos dentro do app.
Pagina de Ajuda	Seção desenvolvida para explicar a forma de utilização do aplicativo.
Passo a Passo	Funcionalidade criada para mostrar como chegar no resultado do cálculo.
Seção de Recomendação	Tem a função de apresentar os apps mais procurados de cada categoria.
Separação por Categoria	Organizar as ferramentas em categoria segundo a didática do Sadiku (2004), para facilitar a visualização do aplicativo
Tratamento de Erros	Ter a capacidade de contornar erros de cálculo sem a necessidade de fechamento abrupto do app.

Fonte: Autoria própria, 2022.

4.3.2 Bibliotecas Instaladas

Uma biblioteca no sistema Android é um arquivo que contém os blocos necessários para criação dos aplicativos, podendo conter classes, recursos e código-fonte, por isso são os tipos de arquivos que podem ser chamados dentro de uma aplicação como um módulo dependente do app. Excluindo as bibliotecas que por padrão são criadas automaticamente, quando se inicia um novo projeto, ainda utilizou-se alguns recursos externos.

4.3.2.1 Biblioteca Exp4j

É uma pequena biblioteca construída pela colaboração de muitos desenvolvedores e ofertada pela Maven com licença Apache, com capacidade de avaliar expressões escritas em formato de String, ou texto, resolver a equação, desde que seja atribuído um valor para a variável, e apresentar o resultado no formato float, ou número de ponto flutuante.

Para fazer a instalação desse pacote na aplicação, basta ir na seção Module.app do Gradle do projeto e colar o código da Figura 12. A versão utilizada dentro do trabalho, foi a versão 0.4.8, disponível no site da objectThunter.

Figura 12 – Instalação do pacote Exp4j.

```
implementation 'net.objecthunter:exp4j:0.4.8'
```

Fonte: Autoria própria, 2022.

4.3.2.2 Biblioteca Jep e Djep

As extensões do pacote Jep e Djep foram construídos para interpretar equações matemáticas e ter a capacidade de trabalhar com diferenciação de equações simbólicas escritas em texto. Além disso, possui uma classe para simplificar equações, que pode ser chamada para encurtar os resultados. Para instala-lo no LABEM, o download dessas bibliotecas deve ser feito previamente, e os arquivos deverão ser transferidos para dentro da nova pasta não nativa do Android, nomeada de libs, criada dentro da pasta app. Posteriormente, é necessário acessar na seção Module.app do Gradle do projeto e endereçar o arquivo como demonstrado no código da Figura 13.

Figura 13 – Instalação do pacote Jep e Djep.

```
implementation files('libs/djep-1.0.0.jar')  
implementation files('libs/jep-2.3.1.jar')  
implementation files('libs/jsr305.jar')
```

Fonte: Autoria própria, 2022.

4.3.2.3 Biblioteca Symja

O symja é um pacote java para trabalhar com expressões simbólicas, adaptado para o sistema Android, junto com as suas bibliotecas auxiliares. É possível utilizá-lo para fazer operações com integrais dentro do ambiente do aplicativo, mas antes, é preciso instalá-lo seguindo os passos de instalação da biblioteca Jep e Djep, endereçando de acordo com a Figura 14.

Figura 14 – Instalação do pacote Symja.

```
implementation files('libs/symja-2017-03-06.jar')
implementation files('libs/log4j-over-slf4j-1.7.2.jar')
implementation files('libs/slf4j-android-1.6.1-RC1.jar')
```

Fonte: Autoria própria, 2022.

4.3.2.4 Biblioteca JustifyText

O justifyText é uma pequena biblioteca desenvolvida exclusivamente para servir como um objeto para escrever textos com alinhamento justificado com o intuito de melhorar a estética visual dos aplicativos. Para fazer a instalação desse pacote na sua aplicação, basta ir na seção Module.app do Gradle do projeto e adicionar o código da Figura 15.

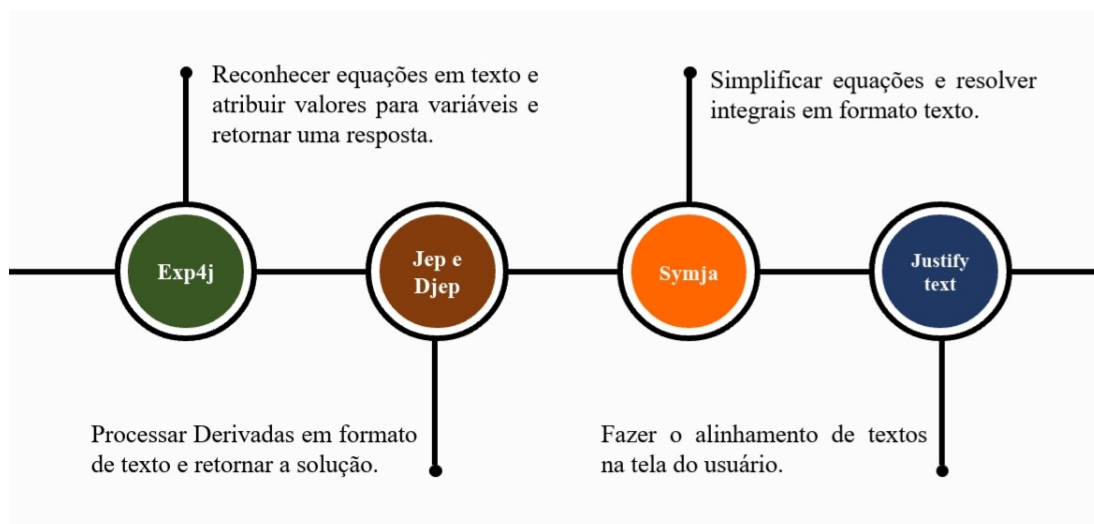
Figura 15 – Instalação do pacote JustifyText.

```
implementation 'me.biubiubiu.justifytext:library:1.1'
```

Fonte: Autoria própria, 2022.

Todas as bibliotecas instaladas até o momento no LABEM podem ser resumidas segundo o padrão da Figura 16.

Figura 16 – Visão geral das bibliotecas.



Fonte: Autoria própria, 2022.

4.3.3 Interfaces do Usuário

A interface do usuário é o espaço no qual ocorrem as interações com o aplicativo, compreendendo todas as telas, botões, textos e caixas de texto, dentre outros. E onde foi utilizado os recursos de design para melhorar a experiência de usabilidade no projeto.

4.3.3.1 Layout de Abertura e da Tela Principal

Nas Figuras (17) e (18) são ilustrados os resultados para a tela de abertura e para a tela principal do LABEM, respectivamente.

Figura 17 – Modelo da tela de abertura.



Fonte: Autoria própria, 2022.

Figura 18 – Modelo da tela principal.

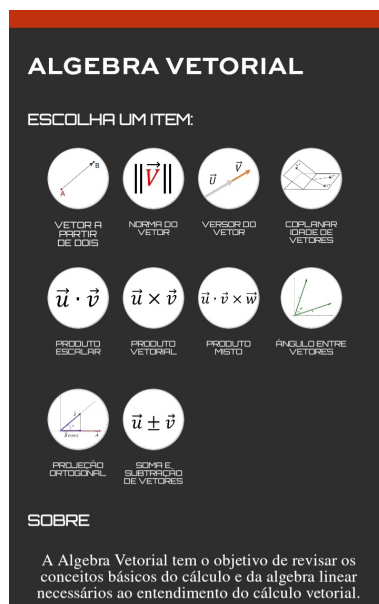


Fonte: Autoria própria, 2022.

4.3.3.2 Layout das Categorias

Na Figura 19, está o design do modelo de tela escolhido e desenvolvido para as seções de categorias. Onde cada imagem circular, é um botão de uma atividade capaz de solucionar um problema específico de um assunto dentro da categoria em que esta inserido.

Figura 19 – Modelo de tela das categorias.



Fonte: Autoria própria, 2022.

4.3.3.3 Layout das Atividades

Nas Figuras (20), (21) e (22), estão registrados os designs que foram construídos para serem as telas das atividades, sendo preenchidas com caixas de texto para que sejam inseridos os valores das variáveis referentes ao problema em que se encontra contido.

Figura 20 – Primeiro modelo de tela para as atividades.

Fonte: Autoria própria, 2022.

Figura 21 – Segundo modelo de tela para as atividades.

CARTESIANO PARA ESFÉRICO

PREENCHA: Calcular

U(x,y,z) = _____

P (x,y,z) = (__ , __ , __)

RESULTADO:

Um sistema de coordenadas esférico é conveniente quando tratamos problemas com simetria esférica. Um ponto P, em coordenadas esféricas, é representado por (r, θ, φ) .

PASSO A PASSO: 👁

Fonte: Autoria própria, 2022.

Figura 22 – Terceiro modelo de tela para as atividades.

CAMPO MAGNÉTICO EM UMA LINHA

PREENCHA: Calcular

Quant. de corrente (A) = _____

A linha de corrente é:

Finita Infinita

A componente infinitesimal dL é na direção:

dx dy dz

Pos. da linha = (__ , __)

Pos. de cálculo = (_x , _y , _z)

RESULTADO:

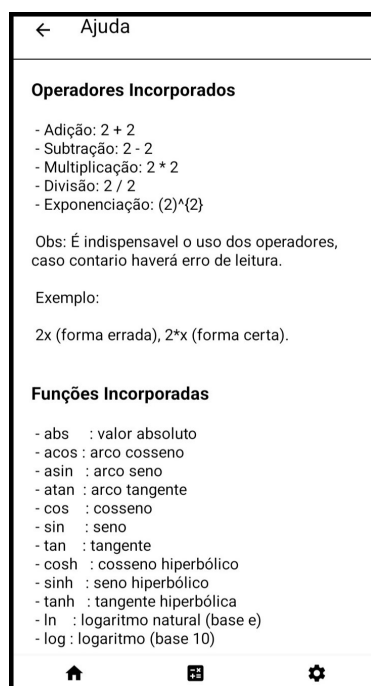
Os campos magnéticos podem ser gerados pelo movimento de cargas elétricas com uma distribuição contínua de corrente ao longo de uma geometria, podendo ser linear, superficial ou volumétrica.

Fonte: Autoria própria, 2022.

4.3.3.4 Layout das Funções Auxiliares

Uma tela auxiliar contém uma ferramenta que tem a responsabilidade de melhorar a experiência de uso do aplicativo, através de uma dinâmica complementar para um exercício em uma ferramenta do aplicativo. Nas Figuras (23) e (24) estão registrados os designs construídos para as telas de ajuda e de pesquisa, respectivamente.

Figura 23 – Modelo tela de ajuda.



Fonte: Autoria própria, 2022.

Figura 24 – Modelo tela de pesquisa.

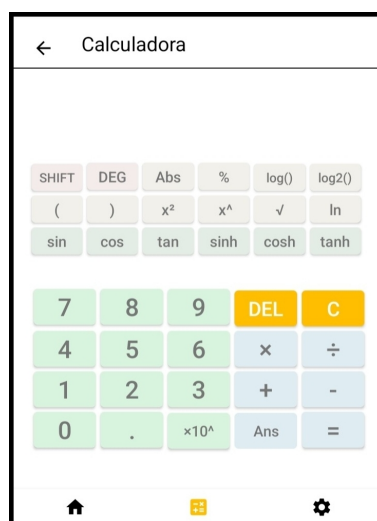


Fonte: Autoria própria, 2022.

4.3.3.5 Layout da Calculadora

Desenvolveu-se um layout para uma calculadora científica voltada para os estudantes do curso de engenharia elétrica, como ilustrado na Figura 25.

Figura 25 – Modelo de tela da calculadora.

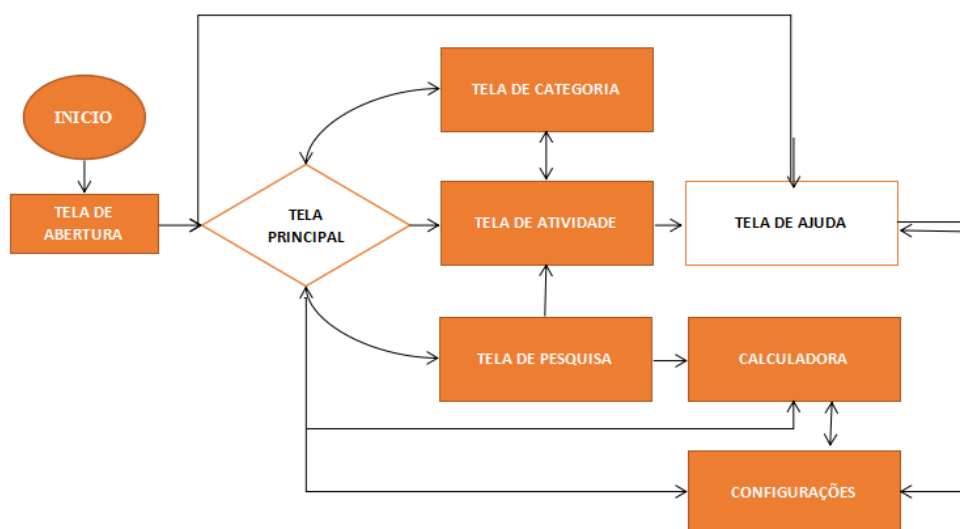


Fonte: Autoria própria, 2022.

4.3.4 Fluxograma da Transição entre Telas

Finalmente todos os tipos de tela podem interagir segundo o fluxograma ilustrado na Figura 26.

Figura 26 – Fluxograma da transição entre telas.



Fonte: Autoria própria, 2022.

Como pode ser observado, a dinâmica deste fluxograma incorpora uma flexibilidade de movimento no LABEM, isso é importante, uma vez que permite ao usuário alternar entre diferentes atividades sem que haja a necessidade de encerrá-las. Um exemplo disso, pode ocorrer quando o usuário necessitar acessar outros recursos do aplicativo com a segurança de não perder todo o cálculo que foi executado e as entradas de variáveis pré-inseridas na caixa de texto, mantendo uma persistência dos dados das atividades.

4.3.5 Código Fonte do LABEM

O código fonte pode ser definido como uma lista de tarefas condicional escrita para o computador, através de uma linguagem de programação. No sistema dessa aplicação, foi usado o Java para gerir o comportamento do projeto estrutural do LABEM. E para simplificar a amostragem da mecânica usada na construção do código fonte, utilizou-se o conceito de código descartável, desenvolvido por McConnell em 1996, que consiste em um código teste que exemplifique pontos críticos para o sucesso do trabalho.

4.3.5.1 Transição de Atividade

Uma atividade, como uma definição incompleta, pode ser associado as telas que aparecem dentro do aplicativo. Um aplicativo, consiste de uma transição mutua entre as varias atividades e classes. E para se obter esta transição entre as telas, foi utilizada a classe Intent (Figura 27) um objeto que pode ser chamado para encaminhar uma ação a outro componente ou atividade dentro do aplicativo.

Figura 27 – Código fonte para fazer a transição entre atividades.

```
Intent i = new Intent(getApplicationContext(), MainActivity2.class);
startActivity(i);
finish();
```

Fonte: Autoria própria, 2022.

4.3.5.2 Evento onClick

O evento onClick é criado para executar um trecho de código condicional, que só deve ser executado quando o usuário pressiona a, imagem, o botão, o texto ou em qualquer objeto que tenha esse evento onClick habilitado. Conforme ilustrado na Figura 28.

Figura 28 – Código fonte do evento onClick.

```
// Definimos uma variavel botão
ImageButton produtovetorial;

// ligamos esse botão a um objeto na tela do usuário
produtovetorial = findViewById(R.id.produtovetorial);

// Evento clicar botão

produtovetorial.setOnClickListener(view -> {

    // É aqui dentro que definimos a ação que vai acontecer
    // ao acionarmos o evento onClick

});
```

Fonte: Autoria própria, 2022.

4.3.5.3 Resgatando Valores do Campo de Texto

O LABEM foi projetado para responder as ações do usuário dentro das atividades, depois de feita a inserção de valores de entrada não nulos. Prescindindo que o aplicativo fosse capaz de repassar as entradas fornecida nas caixas de texto para as variáveis ocultas na classe executada, conforme a (Figura 29).

Figura 29 – Código fonte para recuperar os valores inseridos no campo de texto.

```
// criei a variável de duas caixas de texto  
EditText p1_x, p1_y;  
  
// criei uma variavel do tipo ponto flutuante que vai receber  
// o valor de uma caixa de texto de numeros.  
Double p1x = 0;  
  
// criei uma variavel do tipo texto que vai receber  
// o valor de uma caixa de texto de letras.  
String p1y = null;  
  
// Liguei as variaveis com os objeto que aparecem na tela do  
// usuário.  
p1_x = findViewById(R.id.p1_x);  
p1_y = findViewById(R.id.p1_y);  
  
// Passando os valores que os usuário digita, para as variaveis  
// que eu defini.  
p1x = Double.parseDouble(p1_x.getText().toString());  
p1y = p1_y.getText().toString();
```

Fonte: Autoria própria, 2022.

4.3.5.4 Ocultar ou Visualizar um Layout

Quando se executa um recurso do LABEM, a aplicação retorna os resultados e a sua versão estendida. Como a intenção deste projeto é auxiliar os estudos do aluno, no primeiro momento a resposta estendida fica oculta do usuário, para incentivar o mesmo a buscar entender e aprender os conteúdos brevemente estudados no capítulo de Revisão. Por isso, a resposta estendida precisava ser ocultada e disponível quando acionada pelo evento onClick, a solução é o código da Figura 30.

4.3.5.5 Persistência das Configurações

Esse trecho de código foi usado para fazer com que as alterações feitas nas configurações do aplicativo fossem salvas e preservadas, para evitar que sempre que o programa fosse reiniciado, este voltasse ao seu estado original (Figura 31).

Figura 30 – Código fonte para ocultar ou visualizar um layout.

```

ImageButton passos;// criei uma variavel botão
TextView passosresult // criei uma variavel texto
LinearLayout layoutpassos;//criei uma variavel do tipo Layout ou tela.

// criei uma variavel de numeros inteiros e defini seu valor inicial igual a 1.
int counter = 1;

// Liguei as variaveis aos objetos na tela do usuário.
passos =findViewById(R.id.passos);
layoutpassos = findViewById(R.id.layoutpassos);
passosresult = findViewById(R.id.passosresult);

// oeração condicional
if (counter == 1){
    //Mostrar passos visivel
    passos.setOnClickListener(view -> { // evento onClick
        passos.setImageResource(R.drawable.ic_eye_vermelhoestacao);
        LinearLayout.LayoutParams layoutParams = (LinearLayout.LayoutParams) layoutpassos.getLayoutParams();
        layoutParams.height = 400;
        layoutpassos.setLayoutParams(layoutParams);
        counter = 0;
    });
}
else{
    //passos oculto
    passos.setOnClickListener(view -> { // evento onClick
        passos.setImageResource(R.drawable.ic_eye_lightblack);
        LinearLayout.LayoutParams layoutParams = (LinearLayout.LayoutParams) layoutpassos.getLayoutParams();
        layoutParams.height = 0;
        layoutpassos.setLayoutParams(layoutParams);
        counter = 1;
    });
}
}

```

Fonte: Autoria própria, 2022.

Figura 31 – Código fonte para criar a persistência dos valores de uma variável global.

```

// criei uma variavel do sistema Android que pega uma
// informação salva na pasta do aplicativo.
SharedPreferences preferences;

// criei uma variavel do sistema Android que salva um valor
// na pasta do aplicativo
SharedPreferences.Editor editor;

// esse trecho salva o texto '2' na pasta do aplicativo,
//com o titulo de 'Numberdecimals'
editor = preferences.edit();
        editor.putString("Numberdecimals","2");
        editor.commit();

// esse trecho procura na pasta do aplicativo algum arquivo salvo,
//com o titulo de 'Numberdecimals', e se existir repassa o seu valor
// para a string decimaismum.
preferences = getSharedPreferences("Labem", Context.MODE_PRIVATE);
decimaismum = preferences.getString("Numberdecimals","3");

```

Fonte: Autoria própria, 2022.

4.3.5.6 Atualizar o Sistema em Tempo de Execução

O Android inicia uma aplicação no aparelho móvel executando uma lista de instruções pré-definidas. Porém, isso gera um atraso na atualização das variáveis globais do sistema, caso o seu valor seja alterado. O aplicativo só percebe essa alteração quando a atividade é reiniciada. Para evitar esse problema, foi adicionado essa seção de código da Figura 32 em cada atividade com uma variável que precisa sempre com o seu valor sendo monitorado.

Figura 32 – Código fonte para atualizar o sistema em tempo de execução.

```
// variavel que terá seu valor verificado em tempo real
DecimalFormat df = new DecimalFormat("#0.0");

// secção do código que verifica se houve mudanças
// e notifica o sistema se necessário.
@Override
protected void onResume(){
    super.onResume();

    preferences = getSharedPreferences("Labem", Context.MODE_PRIVATE);
    decimaisnum = preferences.getString("Numberdecimals","3");

    if (decimaisnum.equals("2")){
        df = new DecimalFormat("#0.00");
    }
    if (decimaisnum.equals("3")){
        df = new DecimalFormat("#0.000");
    }
    if (decimaisnum.equals("4")){
        df = new DecimalFormat("#0.0000");
    }
}
}
```

Fonte: Autoria própria, 2022.

5 TESTES E RESULTADOS

Para avaliar o aplicativo (LABEM) desenvolvido neste trabalho, como um instrumento auxiliar capacitado para a matéria de Teoria Eletromagnética I, foram realizados extensivos testes com exercícios dos capítulos 1 ao 7, propostos pelo livro de Elementos de Eletromagnetismo de Matthew N. O. Sadiku, 3^o edição (2004).

5.1 Problemas de Álgebra Linear

Problema 1.3 Os vetores posição dos pontos M e N são $\mathbf{a}_x - 4\mathbf{a}_y - 2\mathbf{a}_z$ e $3\mathbf{a}_x - 5\mathbf{a}_y - \mathbf{a}_z$, respectivamente. Determine o vetor distância de M a N.

Resposta: (Figura 33). Neste exemplo, foi empregado o conceito de subtração de vetores para calcular o vetor distância de M a N, conforme a identidade (5.1) a (5.3).

$$P_1 = (x_1, y_1, z_1) \text{ e } P_2 = (x_2, y_2, z_2) \quad (5.1)$$

$$\mathbf{U} = P_2 - P_1 = (x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1) \quad (5.2)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{U} &= [(3) - (1), (5) - (-4), (-1) - (-2)] \\ \mathbf{U} &= (2, 9, 1) \end{aligned} \quad (5.3)$$

Figura 33 – Resposta do exercício (1.3)-vetor a partir de dois pontos.

VETOR A PARTIR DE DOIS PONTOS

PREENCHA: Calcular

$P_1 = (\underline{1} , \underline{-4} , \underline{-2})$

$P_2 = (\underline{3} , \underline{5} , \underline{-1})$

RESULTADO:

$\vec{U} = (2,000 , 9,000 , 1,000)$

PASSO A PASSO: 👁

$\vec{U} = P_2 - P_1$
 $P_1 = (x_1, y_1, z_1)$ e $P_2 = (x_2, y_2, z_2)$
 $\vec{U} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1)$

$\vec{U} = [(3,000) - (1,000) ; (5,000) - (-4,000) ; (-1,000) - (-2,000)]$
 $\vec{U} = (2,000 ; 9,000 ; 1,000)$

Fonte: Autoria própria, 2022.

Problema 1.8 Se $A = 4\mathbf{a}_x - 6\mathbf{a}_y + \mathbf{a}_z$ e $B = 2\mathbf{a}_x + 5\mathbf{a}_z$, determine:

(a) $A \cdot B + 2|B|^2$

(b) O vetor perpendicular e unitário a ambos os vetores A e B .

Resposta (a): Figuras (34), (35) e (36). Nesta questão, foi necessário navegar entre diferentes ferramentas do LABEM para conseguir calcular a resposta para o problema. Primeiro, calculou-se o produto interno de $A \cdot B$ usando a igualdade (2.4). Em seguida determinou-se a norma do vetor B utilizando a identidade (2.3) e por fim foi inserido os resultados anteriores na calculadora instalada dentro do aplicativo, para resolver o expoente e a soma, conforme a razão (5.4) a (5.7).

$$A \cdot B = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2 \quad (5.4)$$

$$A \cdot B = 4 * 2 + (-6) * 0 + 1 * 5 = 13 \quad (5.5)$$

$$|B| = \sqrt{2^2 + 0^2 + 5^2} = 5.385 \quad (5.6)$$

$$A \cdot B + 2|B|^2 = 13 + 2 * (5.385)^2 = 70.9964 \quad (5.7)$$

Figura 34 – Resposta do exercício (1.8-a)-produto escalar.

$\vec{u} \cdot \vec{v}$ PRODUTO ESCALAR

PREENCHA: Calcular

$\vec{U}1 (x,y,z) = (\underline{4} , \underline{-6} , \underline{1})$

$\vec{U}2 (x,y,z) = (\underline{2} , \underline{0} , \underline{5})$

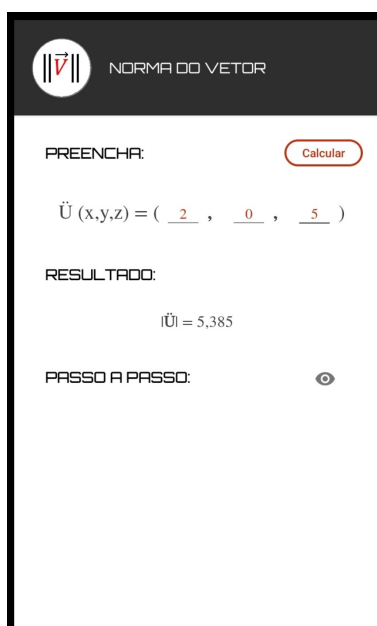
RESULTADO:

$\vec{U}1.\vec{U}2 = 13,000$

PASSO A PASSO: 👁

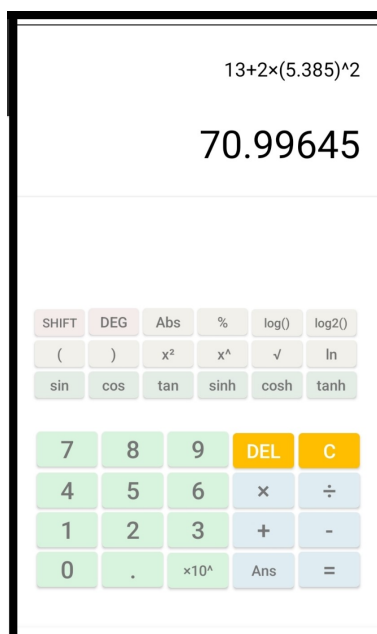
Fonte: Autoria própria, 2022.

Figura 35 – Resposta do exercício (1.8-a)-norma do vetor.



Fonte: Autoria própria, 2022.

Figura 36 – Resposta do exercício (1.8-a)-calculadora.



Fonte: Autoria própria, 2022.

Resposta (b): Figuras (37). e (38). Foi calculado o produto vetorial de $\mathbf{A} \times \mathbf{B}$ com a igualdade (2.6), e finalizou-se determinando o versor do vetor resultante do produto vetorial com a identidade (2.2), conforme demonstrado por (5.8) a (5.11).

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = (A_y B_z - A_z B_y)\mathbf{a}_x + (A_z B_x - A_x B_z)\mathbf{a}_y + (A_x B_y - A_y B_x)\mathbf{a}_z \quad (5.8)$$

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = [(-6) * (5) - (1) * (0)]\mathbf{a}_x + [(1) * (2) - (4) * (5)]\mathbf{a}_y + [(4) * (0) - (-6) * (2)]\mathbf{a}_z \quad (5.9)$$

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = -30\mathbf{a}_x - 18\mathbf{a}_y + 12\mathbf{a}_z \quad (5.10)$$

$$\frac{-30\mathbf{a}_x - 18\mathbf{a}_y - 12\mathbf{a}_z}{\sqrt{(-30)^2 + (-18)^2 + (12)^2}} = -0.81\mathbf{a}_x - 0.48\mathbf{a}_y + 0.324\mathbf{a}_z \quad (5.11)$$

Figura 37 – Resposta do exercício (1.8-b)-produto vetorial.

$\vec{u} \times \vec{v}$ PRODUTO VETORIAL

PREENCHA: Calcular

$\vec{U}1 = (\underline{4} , \underline{-6} , \underline{1})$

$\vec{U}2 = (\underline{2} , \underline{0} , \underline{5})$

RESULTADO:

$\vec{U}1 \times \vec{U}2 = (-30,00)\hat{a}_x + (-18,00)\hat{a}_y + (12,00)\hat{a}_z$

Fonte: Autoria própria, 2022.

Figura 38 – Resposta do exercício (1.8-b)-versor do vetor.

\vec{u} VERSOR DO VETOR

PREENCHA: Calcular

$\vec{U}1 = (\underline{-30} , \underline{-18} , \underline{12})$

RESULTADO:

$\hat{U} = (-0,811 , -0,487 , 0,324)$

Fonte: Autoria própria, 2022.

5.2 Problemas de Sistemas de Coordenadas

Problema 2.1 Converta os seguintes pontos para coordenadas cartesianas.

(a) $P_1 = (5, 120^\circ, 0)$

(b) $P_3 = (10, 3\pi/4, \pi/2)$

Resposta: Figuras (39) e (40). Com este problema utilizou-se da identidade (2.9) na questão (a) para converter o ponto em coordenadas cilíndricas para um ponto em coordenadas cartesianas. Primeiro foi necessário transformar o ângulo de graus para radiano, de outra forma o LABEM vai resolver incorretamente. E usando a igualdade (2.13), para permutar do sistema esférico para o retangular na questão (b). Com isso as questões (a) e (b) tem as suas soluções descritas conforme apresentado em (5.12) a (5.18).

$$x = \rho \cos \phi \quad y = \rho \sen \phi \quad z = z \quad (5.12)$$

$$\mathbf{P}_1 = \rho \cos \phi \mathbf{a}_x + \rho \sen \phi \mathbf{a}_y + z \mathbf{a}_z \quad (5.13)$$

$$\mathbf{P}_1 = 5 \cos(2.094) \mathbf{a}_x + 5 \sen(2.094) \mathbf{a}_y + 0 \mathbf{a}_z = -2.5 \mathbf{a}_x + 4.33 \mathbf{a}_y \quad (5.14)$$

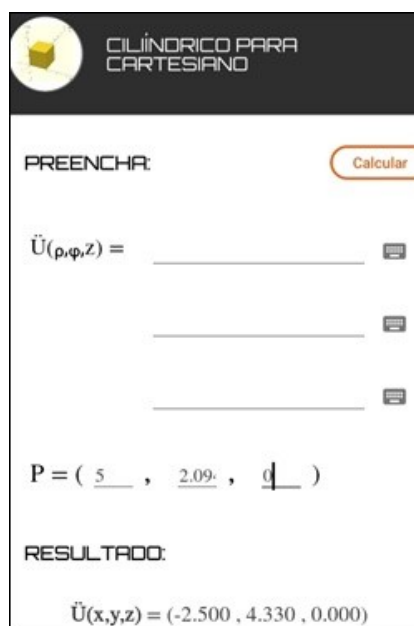
$$x = r \sen \theta \cos \phi \quad y = r \sen \theta \sen \phi \quad z = r \cos \phi \quad (5.15)$$

$$\mathbf{P}_3 = r \sen \theta \cos \phi \mathbf{a}_x + r \sen \theta \sen \phi \mathbf{a}_y + r \cos \phi \mathbf{a}_z \quad (5.16)$$

$$\mathbf{P}_3 = 10 \sen(2.356) \cos(1.57) \mathbf{a}_x + 10 \sen(2.356) \sen(1.57) \mathbf{a}_y + 10 \cos(1.57) \mathbf{a}_z \quad (5.17)$$

$$\mathbf{P}_3 = 0.001 \mathbf{a}_x + 7.07 \mathbf{a}_y - 7.07 \mathbf{a}_z \quad (5.18)$$

Figura 39 – Resposta do exercício (2.1)-cilíndrico para cartesiano.



CILÍNDRICO PARA CARTESIANO

PREENCHA: Calcular

$\ddot{U}(\rho, \phi, z) =$ _____

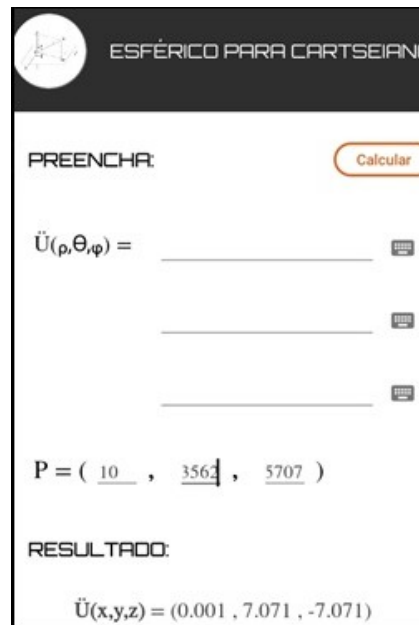
$P = (5 , 2.09 , 0)$

RESULTADO:

$\ddot{U}(x, y, z) = (-2.500 , 4.330 , 0.000)$

Fonte: Autoria própria, 2022.

Figura 40 – Resposta do exercício (2.1)-esférico para cartesiano.



ESFÉRICO PARA CARTESIANO

PREENCHA: Calcular

$\vec{U}(\rho, \theta, \varphi) =$ _____

$P = (10 , 356.1 , 5707)$

RESULTADO:

$\vec{U}(x,y,z) = (0.001 , 7.071 , -7.071)$

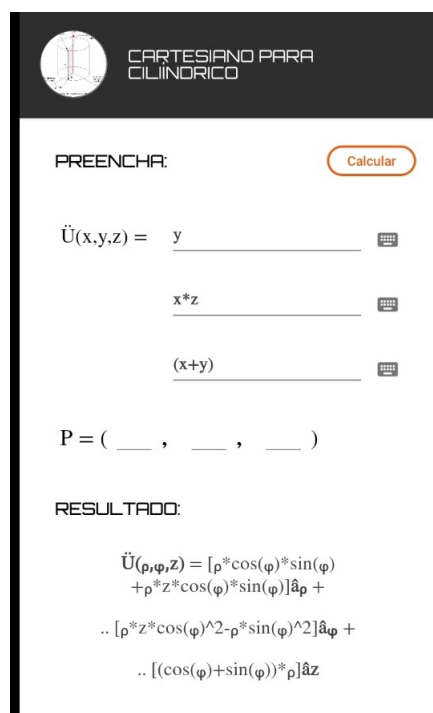
Fonte: Autoria própria, 2022.

Problema 2.5 Transforme o seguinte vetor em coordenadas cartesianas para coordenadas cilíndricas e esféricas:

(a) $\mathbf{Q} = (y)\mathbf{a}_x + (xz)\mathbf{a}_y + (x+y)\mathbf{a}_z$

Resposta (a): Figuras (41) e (42).

Figura 41 – Resposta do exercício (2.5-a)-cartesiano para cilíndrico.



CARTESIANO PARA CILINDRICO

PREENCHA: Calcular

$\vec{U}(x,y,z) =$ y _____

$x*z$ _____

$(x+y)$ _____

$P = (_ , _ , _)$

RESULTADO:

$\vec{U}(\rho, \varphi, z) = [\rho * \cos(\varphi) * \sin(\varphi) + \rho * z * \cos(\varphi) * \sin(\varphi)] \hat{a}_\rho +$
 $.. [\rho * z * \cos(\varphi)^2 - \rho * \sin(\varphi)^2] \hat{a}_\varphi +$
 $.. [(\cos(\varphi) + \sin(\varphi)) * \rho] \hat{a}_z$

Fonte: Autoria própria, 2022.

Figura 42 – Resposta do exercício (2.5-a)-cartesiano para esférico.

CARTESIANO PARA ESFÉRICO

PREENCHA: Calcular

$\ddot{U}(x,y,z) =$

$P = (\quad , \quad , \quad)$

RESULTADO:

$$\ddot{U}(\rho, \theta, \varphi) = [(\cos(\varphi) + \sin(\varphi)) * \rho * \cos(\theta) * \sin(\theta) + \rho * \sin(\theta)^2 * \cos(\varphi) * \sin(\varphi) + \rho^2 * \sin(\theta)^2 * \cos(\theta) * \cos(\varphi) * \sin(\varphi)] \hat{a}_\rho + [(-\cos(\varphi) - \sin(\varphi)) * \rho * \sin(\theta)^2 + \rho^2 * \cos(\theta)^2 * \cos(\varphi) * \sin(\theta) * \sin(\varphi) + \rho * \cos(\theta) * \cos(\varphi) * \sin(\theta) * \sin(\varphi)] \hat{a}_\theta + [-\rho * \sin(\varphi)^2 * \sin(\theta) + \rho^2 * \cos(\varphi)^2 * \cos(\theta) * \sin(\theta)] \hat{a}_\varphi$$

Fonte: Autoria própria, 2022.

5.3 Problemas de Cálculo Vetorial

Esta seção foi separada para alguns problemas de cálculo vetorial com foco nos conceitos de gradiente, divergente e rotacional. Porém foi excluída a demonstração escrita devido as resoluções serem bastante extensas.

Problema 3.10 Determine o gradiente dos seguintes campos escalares:

(a) $V = e^{2x+3y} \cos 5z$ (b) $H = r^{-2} \cos \theta \cos \phi$

Resposta: (Figura 43). Para resolver os exercícios das questões (a) e (b) foi aplicado as definições (2.42) e (2.44) da seção de revisão bibliográfica que calcula o gradiente de uma função cartesiana e uma função esférica, respectivamente.

Figura 43 – Resposta do exercício (3.10-a)-gradiente cartesiano.

GRADIENTE CARTESIANO

PREENCHA: Calcular

$V(x,y,z) = e^{(2*x+3*y)*\cos(5*z)}$

$P = (_ , _ , _)$

RESULTADO:

$\nabla V = [2.0 * e^{(2.0*x+3.0*y)*\cos(5.0*z)}] \hat{a}_x$
 $+ [3.0 * e^{(2.0*x+3.0*y)*\cos(5.0*z)}] \hat{a}_y$
 $+ [-5.0 * e^{(2.0*x+3.0*y)*\sin(5.0*z)}] \hat{a}_z$

PASSO A PASSO: 👁

Fonte: Autoria própria, 2022.

Figura 44 – Resposta do exercício (3.10-b)-gradiente esférico.

GRADIENTE ESFÉRICO

PREENCHA: Calcular

$V(\rho,\phi,z) = \rho^{-2} * \cos(\Theta) * \cos(\phi)$

$P = (_ , _ , _)$

RESULTADO:

$\nabla V = [(-2.0 * \cos(\Theta) * \cos(\phi)) / \rho^{3.0}] \hat{a}_\rho$
 $+ [(-\cos(\phi) * \sin(\Theta)) / \rho^{3.0}] \hat{a}_\Theta$
 $+ [(-\cos(\Theta) * \sin(\phi)) / (\rho^2 * \rho * \sin(\Theta))] \hat{a}_\phi$

PASSO A PASSO: 👁

Fonte: Autoria própria, 2022.

Problema 3.14 Encontre a divergência e o rotacional dos seguintes vetores:

(a) $\mathbf{A} = e^{xy} \mathbf{a}_x + \sin xy \mathbf{a}_y + \cos^2 xz \mathbf{a}_z$

(b) $\mathbf{B} = \rho z^2 \cos \phi \mathbf{a}_\rho + z \sin^2 \phi \mathbf{a}_z$

Resposta (a): Figuras (45) e (46). Calculou-se o divergente e o rotacional da função vetorial usando as identidades (2.45) e (2.48), respectivamente.

Figura 45 – Resposta do exercício (3.14-a)-divergente cartesiano.

The screenshot shows a mobile application interface titled "DIVERGENTE CARTESIANO". It features a circular icon with a grid pattern. Below the title, there is a "PREENCHA:" section with a "Calcular" button. The input fields are filled with the following expressions: $e^{(x*y)}$, $\sin(x*y)$, and $(\cos(x*z))^2$. Below these, there is a point $P = (_ , _ , _)$. The "RESULTADO:" section displays the calculated divergence: $\nabla \cdot \vec{A} = e^{(x*y)*y} + x*\cos(x*y) - 2.0*x*\cos(x*z)*\sin(x*z)$.

Fonte: Autoria própria, 2022.

Figura 46 – Resposta do exercício (3.14-a)-rotacional cartesiano.

The screenshot shows a mobile application interface titled "ROTACIONAL CARTESIANO". It features a circular icon with a grid pattern. Below the title, there is a "PREENCHA:" section with a "Calcular" button. The input fields are filled with the following expressions: $e^{(x*y)}$, $\sin(x*y)$, and $(\cos(x*z))^2$. Below these, there is a point $P = (_ , _ , _)$. The "RESULTADO:" section displays the calculated curl: $\nabla \times \vec{A} = [0.0]\hat{a}_x + [2.0*z*\cos(x*z)*\sin(x*z)]\hat{a}_y + [-e^{(x*y)*x} + y*\cos(x*y)]\hat{a}_z$.

Fonte: Autoria própria, 2022.

Resposta (b): Figuras (47) e (48). Para a questão (b) foi necessário aplicar as igualdades (2.46) e (2.49) do segundo capítulo deste trabalho, respectivamente.

Figura 47 – Resposta do exercício (3.14-b)-divergente cilíndrico.

The screenshot shows a digital workspace titled "DIVERGENTE CILÍNDRICO". It contains a "PREENCHA:" section with a "Calcular" button. The vector field $\vec{A}(\rho, \varphi, z)$ is defined as:

$$\vec{A}(\rho, \varphi, z) = \begin{pmatrix} \rho * z^2 * \cos(\varphi) \\ 0 \\ z * (\sin(\varphi))^2 \end{pmatrix}$$

The point P is given as $P = (\quad , \quad , \quad)$. The "RESULTADO:" section shows the divergence calculation:

$$\nabla \cdot \vec{A} = \sin(\varphi)^2 + (2.0 * \rho * z^2 * \cos(\varphi)) / \rho$$

The "PASSO A PASSO:" section is currently hidden.

Fonte: Autoria própria, 2022.

Figura 48 – Resposta do exercício (3.14-b)-rotacional cilíndrico.

The screenshot shows a digital workspace titled "ROTACIONAL CILÍNDRICO". It contains a "PREENCHA:" section with a "Calcular" button. The vector field $\vec{A}(\rho, \varphi, z)$ is defined as:

$$\vec{A}(\rho, \varphi, z) = \begin{pmatrix} \rho * z^2 * \cos(\varphi) \\ 0 \\ z * (\sin(\varphi))^2 \end{pmatrix}$$

The point P is given as $P = (\quad , \quad , \quad)$. The "RESULTADO:" section shows the curl calculation:

$$\nabla \times \vec{A} = \begin{bmatrix} (2.0 * z * \cos(\varphi) * \sin(\varphi)) / \rho \\ 2.0 * \rho * z * \cos(\varphi) \\ (\rho * z^2 * \sin(\varphi)) / \rho \end{bmatrix} \hat{a}_\rho + \dots$$

The result is presented as a sum of three terms in the \hat{a}_ρ , \hat{a}_φ , and \hat{a}_z directions.

Fonte: Autoria própria, 2022.

5.4 Problemas de Campos Eletrostáticos

Exemplo 4.6 Os planos $x = 2$ e $y = 3$ estão carregados com $10nC/m^2$ e $15nC/m^2$, respectivamente. Se a linha $x = 0, z = 2$ estiver carregada com $10\pi nC/m^2$, determine E em $(1,1-1)$ devido as três distribuições de carga.

Resposta: Figuras (49), (50) e (51). Para calcular a resposta do campo elétrico E devido a contribuição das duas placas e a linha, foi necessário calcular a contribuição individual de cada elemento e somar os resultados.

Figura 49 – Resposta do exemplo (4.6)- campo elétrico gerado pela primeira superfície.

CAMPO ELÉTRICO EM UMA SUPERFÍCIE DE CARGA

PREENCHA: Calcular

A superfície de carga é :

Finita Infinita

A componente infinitesimal dS é na direção :

$dydz$ $dx dz$ $dx dy$

Dens. de carga (C/m^2) =

Pos. da superfície = ()

Pos.de cálculo = (, ,)

RESULTADO:

$\vec{E} = 565,487(-\hat{a}_x) \text{ V/m}$

Fonte: Autoria própria, 2022.

Figura 50 – Resposta do exemplo (4.6)- campo elétrico gerado pela segunda superfície.

CAMPO ELÉTRICO EM UMA SUPERFÍCIE DE CARGA

PREENCHA: Calcular

A superfície de carga é :

Finita Infinita

A componente infinitesimal dS é na direção :

$dydz$ $dx dz$ $dx dy$

Dens. de carga (C/m^2) =

Pos. da superfície = ()

Pos.de cálculo = (, ,)

RESULTADO:

$\vec{E} = 848,230(-\hat{a}_y) \text{ V/m}$

Fonte: Autoria própria, 2022.

Figura 51 – Resposta do exemplo (4.6)- campo elétrico gerado por uma linha.

CAMPO ELÉTRICO EM UMA LINHA DE CARGA

PREENCHA: Calcular

Dens. de carga (C/m) = $10 * \pi * 10^{-9}$

A linha de carga é :

Finita Infinita

A componente infinitesimal dL é na direção :

dx dy dz

Pos. da linha = (0 , 2)

Pos. de cálculo = (1 , 1 , -1)

RESULTADO:

$\vec{E} = 56,549\hat{a}_x + -169,646\hat{a}_z$ V/m

Fonte: Autoria própria, 2022.

As soluções das figuras (49), (50) e (51) são respectivamente $-565,487\mathbf{a}_x$, $-848,230\mathbf{a}_y$ e $56,549\mathbf{a}_x - 169,646\mathbf{a}_z$. Assim sendo, somando as contribuições obtém-se o campo total como ilustrado na Figura 52.

Figura 52 – Resposta do exemplo (4.6)-soma das contribuições.

SOMA E SUBTRAÇÃO DE VETORES

PREENCHA: Calcular

$\mathbf{U}(x,y,z) = (\underline{56.5} , \underline{0} , \underline{-169})$

$\mathbf{V}(x,y,z) = (\underline{-565} , \underline{-848} , \underline{0})$

RESULTADO:

$\mathbf{U} + \mathbf{V} = -508,851\hat{a}_x + -848,230\hat{a}_y + -169,646\hat{a}_z$

PASSO A PASSO: 👁

Fonte: Autoria própria, 2022.

5.5 Problemas de Campos Magnetostáticos

Exemplo 7.3 Uma espira circular localizada em $x^2 + y^2 = 9$, $z = 0$, é percorrido por uma corrente de 10 A ao longo de a_ϕ . Determine \mathbf{H} em $(0,0,4)$ e $(0,0,-4)$.

Resposta: Figuras (53) e (54).

Figura 53 – Resposta do exemplo (7.3)-campo magnético em uma espira primeiro caso.

CAMPO MAGNÉTICO EM UMA ESPIRA

PREENCHA: Calcular

Quant. de corrente (A) =

A espira esta com o seu eixo centralizado na direção:

dx dy dz

Pos. da Espira (m) = ()

Raio. da espira (m) =

Pos. de cálc. (m) = (, ,)

RESULTADO:

$H = 0,360\hat{a}_z \text{ A/m}$

Fonte: Autoria própria, 2022.

Figura 54 – Resposta do exemplo (7.3)-campo magnético em uma espira segundo caso.

CAMPO MAGNÉTICO EM UMA ESPIRA

PREENCHA: Calcular

Quant. de corrente (A) =

A espira esta com o seu eixo centralizado na direção:

dx dy dz

Pos. da Espira (m) = ()

Raio. da espira (m) =

Pos. de cálc. (m) = (, ,)

RESULTADO:

$H = 0,360\hat{a}_z \text{ A/m}$

Fonte: Autoria própria, 2022.

Observando o resultado das figuras (53) e (54), encontra-se que o valor do campo magnético medido nos pontos $(0,0,4)$ e $(0,0,-4)$ são iguais em magnitude, direção e sentido.

6 CONCLUSÃO

O aplicativo LABEM foi desenvolvido para ajudar os alunos do curso de engenharia elétrica com a disciplina de Teoria Eletromagnética I. Construído para ser intuitivo e de fácil usabilidade, acompanhando o discente enquanto este está nos primeiros anos do curso, melhorando a didática do ensino. Principalmente, para aqueles que não dispõem de um notebook ou computador.

No caráter de implementação foram alcançados bons resultados com uma aplicação que incorpora as soluções inseridas nos conceitos revisados no capítulo de referências bibliográficas. É estruturado usando as mais recentes tecnologias disponibilizadas pela plataforma de código livre do Android Studio. Sendo vital para o projeto a organização de etapas a serem seguidas e completadas.

Outra mecânica que contribuiu imensamente com esse projeto foi o conceito de domínio, que é construir blocos idênticos. Dentro da elaboração do projeto, construindo um escopo para cada atividade com o mesmo esqueleto acelerando o desenvolvimento do aplicativo final. Outro ponto positivo, é a própria IDE do Android, que disponibiliza uma documentação completa sobre as suas tecnologias, sempre atualizando conforme surgem novas bibliotecas e pacotes.

Com relação às dificuldades ao longo do desenvolvimento do LABEM, tem-se um destaque para a linguagem Java que apresenta uma deficiência ao processar expressões simbólicas. Isso porque a maneira que o java reconhece uma função matemática, em um texto dentro das bibliotecas instaladas no projeto, é por comparação, acarretando de se fazer uma correção com as equações inseridas nas atividades com o propósito de certificar-se o padrão correto das entradas. No entanto, optou-se seguir com o Java devido ao conforto e a experiência prévia com a linguagem e pelo extenso material de apoio disponível nos formatos de livros e comunidades com outros programadores.

Como resultado construiu-se o LABEM, um dos poucos aplicativos para smartphones disponibilizados gratuitamente para qualquer pessoa no Brasil, que possua uma implementação voltada para o meio acadêmico das faculdades de engenharias, em especial a engenharia elétrica. Com um conteúdo a nível de graduação capaz de proporcionar aos futuros alunos do curso uma experiência mais agradável com a matéria de Teoria Eletromagnética, contribuindo para melhorar a aprendizagem e diminuir os índices de reprovação da disciplina. Isso porque, o discente pode estar estudando em qualquer ambiente, sem a necessidade de um notebook, computador ou internet, simplesmente brincando com os recursos do aplicativo e assimilando as experiências de erros e acertos na sua formação.

6.1 Trabalhos Futuros

O modelo está finalizado, mas sempre há espaços para melhorias, principalmente porque a todo momento novas tecnologias estão surgindo. Como melhorias para o futuro ficaram os processos listados a seguir:

- Estender o aplicativo para Teoria Eletromagnética II.
- Melhorar o processamento simbólico e as simplificações dos resultados.
- Desenvolver outros recursos para os conteúdos de Eletromag I.
- Adicionar a função de construção de gráfico da solução. Um recurso visual bastante versátil para trabalhos e estudos.

REFERÊNCIAS

BERTIN, MARIO C. **Mecânica Clássica: Sistemas de Coordenadas e Referenciais**, 2020. Instituto de Física, Universidade Federal da Bahia. Disponível em: <https://www.authorea.com/users/41793/articles/434560-mecânica-clássica-sistemas-de-coordenadas-e-referenciais>. Acessado em: 09 nov. 2022.

CUNHA, Francisco G. M. **Fundamentos de Álgebra**, 2009 p.174. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará, Universidade Aberta do Brasil, Fortaleza, 2009. Disponível em: <https://doceru.com/doc/x5xv0ss>. Acessado em: 09 nov. 2022.

DEVELOPERS do Android. Conheça o Android Studio, 10 nov. 2022. Android Developers. Disponível em: developer.android.com/static/studio/images/intro/project-android-view2-12x.png. Acessado em: 15 nov. 2022.

FELIZZOLA, H. B. **Desenvolvimento de Aplicativo Mobile para Pesquisa de Informações sobre Transportes Públicos**, 2012. p. 88. TCC (Graduação) - Curso de Ciência da Computação, Universidade Federal do Rio grande do sul, Porto Alegre, 2012. Disponível em: <http://hdl.handle.net/10183/54131>. Acessado em: 27 out. 2022.

GARCIA, Cleber H. **Os Teoremas do Cálculo Vetorial**, 2017. TCC (Graduação) - Curso de Matemática, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2017. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/96548>. Acessado em: 13 nov. 2022.

HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; WALKER, J. **Fundamentos de Física Volume 3 Eletromagnetismo**, 10° Ed. LTC, Rio de Janeiro, 2016, p.812.

HAYT, William H. Jr.; BUCK, Jhon A. **Eletromagnetismo**. 8° edição. Porto Alegre: AMGH, 2013, p.610.

JACINTO, Rodrigo S. **Notas de Aula de Cálculo Vetorial**, 2016. TCC (Graduação) - Curso de Licenciatura em Matemática a Distância, Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2016. Disponível em: <http://repositorio.ufpb.br/jspui/handle/123456789/1086>. Acessado em: 08 nov. 2022.

NEVES, E. F.; SANTOS, M.P.; REZENDE, S. M. **O Uso de Softwares Educacionais no Ensino Aprendizagem: Um Estudo de Caso na Escola Municipal Jader Fontenelle Barbalho no Município de Xinguara**, 2012. TCC (Graduação) - Curso de Sistemas de Informação, Universidade Federal da Pará, Xinguara, 2012. Disponível em: <https://faceel.unifesspa.edu.br/images/works/TCC/2012/O-USO-DE-SOFTWARES-EDUCACIONAIS-NO-ENSINO-APRENDIZAGEM.pdf>. Acessado em: 10 nov. 2022.

PINHEIRO, Antonio C. A. **Uma Análise da Força Elétrica e do Potencial Elétrico por Séries Infinitas**, 2017. TCC (Graduação) - Curso de Licenciatura Plena em Física, Faculdade de Educação, Ciências e Letras de Iguatu, Iguatu, 2017. Disponível em: http://www.uece.br/ppgcc/wp-content/uploads/sites/34/2021/08/monografia_Antonio-Charles-Alves-Pinheir.pdf. Acessado em: 14 nov. 2022.

SADIKU, Matthew N. O. **Elementos do Eletromagnetismo**. 3ª edição. Porto Alegre: Bookman, 2004, p.685.

SCHEIBLER, D. **Cálculo de Distribuição de Campo Elétrico em Subestação de Alta Tensão**, 2016. TCC (Graduação) - Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2016. Disponível em: <https://lume.ufrgs.br/handle/10183/157863>. Acessado em: 14 nov. 2022.

SILVA, Eduardo N. S. **Desenvolvimento do Framework Java-Fácil**, 2011. TCC (Graduação) - Departamento de Engenharia, Instituto Municipal de Ensino Superior de Assis, Assis, 2011. Disponível em: <https://cepein.femanet.com.br/BDigital/arqTccs/0911060212.pdf>. Acessado em: 16 nov. 2022.

SOMMERVILLE, I. **Engenharia de Software**, 9ª edição. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2011, p.544.

APÊNDICE A - CÓDIGO FONTE DO LABEM

O código fonte de uma aplicação é uma sequência instruções escritas pelo desenvolvedor de software para modelar o comportamento da máquina, usando uma linguagem de programação, composta de declarações, loops, funções e outras definições que são traduzidos para linguagem de máquina através de um compilador. Para o LABEM o seu código-fonte foi escrito usando a linguagem Java, que pode ser acessado pela URL abaixo que redirecionará para uma página pública no Github , podendo ser utilizado integralmente ou em partes para futuros trabalhos de terceiros, sem quaisquer restrições.

Código fonte do Labem :

<<https://github.com/Geroncio-06/Labem-App-Android-Mobile>>