



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DE CASTANHAL
FACULDADE DE MATEMÁTICA

HILDMIR DO NASCIMENTO ROCHA

**UMA VISÃO BÁSICA ACERCA DE TEORIA DOS JOGOS E SUAS
APLICABILIDADES**

CASTANHAL - PA
2022

HILDMIR DO NASCIMENTO ROCHA

**UMA VISÃO BÁSICA ACERCA DE TEORIA DOS JOGOS E SUAS
APLICABILIDADES**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Faculdade de Matemática, do Campus Universitário de Castanhal, da Universidade Federal do Pará, como requisito parcial para obtenção do título de Licenciado(a) em Matemática.

Orientador: Prof^o. Frayzer Lima De Almeida

CASTANHAL-PA
2022

HILDMIR DO NASCIMENTO ROCHA

**UMA VISÃO BÁSICA ACERCA DE TEORIA DOS JOGOS E SUAS
APLICABILIDADES**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Faculdade de Matemática, do Campus Universitário de Castanhal, da Universidade Federal do Pará, como requisito parcial para obtenção do título de Licenciado(a) em Matemática.

Data da aprovação: ____/____/____

Conceito: _____

BANCA EXAMINADORA

Profº. Frayzer Lima De Almeida
Orientador/Profº da FACMAT-UFPA

Profº. José Geraldo Gonçalves da Silva
Membro da banca avaliadora/Profº da FACMAT-UFPA

RESUMO

Tendo em vista que a teoria dos jogos é um ramo recente da matemática seu surgimento é atribuído a primeira metade do século XX. Em 1944, o matemático John Von Neumann e o economista Oskar Morgenstern lançam o livro, considerado o pilar da teoria dos jogos, *The Theory of Games and Economic Behavior*. A teoria dos jogos estuda, analisa e modela através de ferramentas matemáticas, situações de interações e tomada de decisões estratégicas entre grupos da sociedade, instituições, nações, entre outros. Sendo assim, este trabalho pretende mostrar, através de conceitos básicos da teoria dos jogos, tais como, eliminação de estratégias estritamente dominadas e equilíbrio de Nash, que mesmo de forma intuitiva a teoria dos jogos está presente no cotidiano sendo um artifício importante para entender o comportamento estratégico onde aconteça interação entre agentes jogadores. Com a análise de alguns problemas sobre a ótica da teoria dos jogos, tais como, na exploração petrolífera, em uma competição entre dois atletas, no conflito territorial entre israelenses e palestinos e na batalha dos sexos.

Palavras-chave: teoria dos jogos; decisão estratégica; racionalidade; equilíbrio de Nash.

ABSTRACT

Given that game theory is a recent branch of mathematics, its emergence is attributed to the first half of the twentieth century. In 1944, mathematician John Von Neumann and economist Oskar Morgenstern launch the book, considered the pillar of game theory, *The Theory of Games and Economic Behavior*. Game theory studies, analyzes and models, through mathematical tools, situations of interactions and strategic decision-making between groups in society, institutions, nations, among others. Therefore, this work intends to show, through basic concepts of game theory, such as elimination of strictly dominated strategies and Nash equilibrium, that even intuitively, game theory is present in everyday life, being an important artifice to understand the strategic behavior where there is interaction between player agents. With the analysis of some problems from the perspective of game theory, such as oil exploration, a competition between two athletes, the territorial conflict between Israelis and Palestinians and the battle of the sexes.

Keywords: game theory; strategic decision; rationality; Nash equilibrium

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.....	08
CAPÍTULO 1 – EMBASAMENTO HISTÓRICO.....	09
1.1 BREVE HISTÓRICO.....	09
CAPÍTULO 2 – EMBASAMENTO TEÓRICO.....	13
2.1 O QUE É UM JOGO.....	13
2.2 CONCEITO DE JOGO.....	13
2.2.1 AGENTE OU JOGADOR.....	14
2.2.2 INTERAÇÃO OU PERFIL.....	14
2.2.3 RACIONALIDADE.....	14
2.2.4 COMPORTAMENTO ESTRATEGICO.....	14
2.3 O QUE É TEORIA DOS JOGOS E PARA QUE SERVE O SEU ESTUDO..	15
2.4 PRINCÍPIOS BÁSICOS E MATEMÁTICOS DA TEORIA DOS JOGOS... 	17
2.4.1 ELEMENTOS BÁSICOS DE UM JOGO.....	17
2.4.1.1 O CONJUNTO DOS JOGADORES.....	17
2.4.1.2 O CONJUNTO DAS ESTRATÉGIAS PURAS.....	18
2.4.1.3 PERFIL DE ESTRATÉGIAS PURAS.....	18
2.4.1.4 ESPAÇO DE ESTRATÉGIA PURA.....	18
2.4.1.5 FUNÇÃO UTILIDADE OU PAYOFF DE CADA JOGADOR.....	18
2.5 CLASSIFICAÇÃO DE JOGOS.....	19
2.5.1 JOGOS SIMUTÂNEOS.....	19
2.5.2 JOGOS SEQUENCIAIS.....	19
2.5.3 JOGOS SOMA ZERO.....	19
2.5.4 JOGOS DE SOMA NÃO ZERO.....	19
2.5.5 JOGOS COOPERATIVOS E NÃO COOPERATIVOS.....	19

2.5.6 JOGOS DE INFORMAÇÃO COMPLETA E JOGOS DE INFORMAÇÃO INCOPLETA.....	20
2.6 MODOS DE REPRESENTAÇÃO DE UM JOGO.....	20
2.6.1 FORMA ESTRATÉGICA OU NORMAL.....	20
2.6.2 FORMA ESTENDIDA.....	21
2.7 ALGUNS MÉTODOS E MECANISMOS DE ANALISAR UM JOGO.....	21
2.7.1 ESTRATÉGIA DOMINANTE E ESTRATÉGIA DOMINADA.....	22
2.7.2 ELIMINAÇÃO DE ESTRATÉGIA ESTRITAMENTE DOMINADAS.....	23
2.7.3 O EQUILÍBRIO DE NASH.....	24
CAPITULO 3 - APLICAÇÃO DE TEORIA DOS JOGOS.....	26
3.1 APLICAÇÃO 1: EXPLORAÇÃO DE PETRÓLEO.....	26
3.2 APLICAÇÃO 2: COMPETIÇÃO ENTRE DOIS ATLETAS.....	27
3.3 APLICAÇÃO 3: CONFLITO ENTRE ISRAELENSES E PALESTINOS.....	28
3.4 APLICAÇÃO 4: BATALHA DOS SEXOS.....	29
CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	30
REFERÊNCIAS.....	31

INTRODUÇÃO

A matemática apresenta uma vasta área de aplicações, posto isto, e partindo da obra lançada por John Von Neumann e Oskar Morgenstern em 1944, que na tentativa de solucionar problema na área da economia, verificaram uma semelhança entre as bases matemáticas dos modelos de jogos de estratégias com alguns procedimentos propagados na economia, desta forma, deram início a mais um ramo do emprego da matemática que ficou conhecida como a teoria dos jogos. Partindo disto, surgiu o interesse de outros pesquisadores em aprofundarem os conhecimentos dessa nova área, aparecendo nomes de relevância que contribuíram para o avanço e aprimoramento da teoria, tais como, o matemático norte-americano John F. Nash, o economista húngaro John C. Harsanyi e o matemático e economista alemão Reinhard Selten, que expandiram o campo de aplicação da teoria dos jogos não somente na economia, mas também na política, nas estratégias militares, ciências sociais etc.

A teoria dos jogos é um ramo da matemática e economia bastante abrangente, podemos vivenciar seus impactos no nosso cotidiano, mesmo de forma intuitiva, quando necessitamos exercer o processo de tomada de decisão em conflitos da vida real. Cada decisão tomada por um jogador afeta, de maneira direta, um outro jogador, gerando assim, uma gama de consequências que são sentidas por todos os participantes do jogo. Na lógica da teoria dos jogos escolhas e decisões requerem comportamento estratégico com a finalidade de alcançar um objetivo, e assim, melhorar os seus ganhos ou payoff. Sua aplicabilidade vai desde um simples jogo de dama aos mais complexos como a decisão de um chefe de Estado que impacta a vida de muita gente.

Para exemplificar esse vasto repertório de aplicações da teoria dos jogos na sociedade, destacaremos a resolução de alguns modelos de jogos com o emprego das técnicas de eliminação iterativa de estratégias estritamente dominadas e equilíbrio de Nash, sendo assim, obtendo a solução ótima para o referido jogo e, conseqüentemente, a melhor resposta para o problema proposto. Portanto, a abordagem de teoria dos jogos, nesse trabalho, ocorrerá de forma básica e objetiva, desse modo, apresentaremos uma breve introdução sobre o assunto e nosso estudo será direcionado na forma de três capítulos sendo que o capítulo 1 tratará do embasamento histórico, seguindo do capítulo 2 que enfatizará o embasamento teórico que abrirá o caminho para o capítulo 3 com quatro aplicações da teoria dos jogos, que são, na exploração petrolífera, em uma competição entre dois atletas, no conflito territorial entre israelenses e palestinos e na batalha dos sexos.

CAPÍTULO 1

EMBASAMENTO HISTÓRICO

A finalidade desse tópico é expor a dinâmica histórica acerca da criação e desenvolvimento das ideias básicas da teoria dos jogos, indispensável à consequente apresentação do embasamento teórico.

1.1 BREVE HISTÓRICO.

O surgimento da teoria dos jogos, a princípio e de forma mais objetiva, é atribuída ao matemático John Von Neumann (1903-1957) com a escrita de um artigo intitulado (“Zur Theorie der Gesellschaftsspiele”, *Mathematische Annalen* 100, 295-20) apresentado no ano de 1928, a ideia principal deste trabalho compreendia a resolução de jogos de soma zero (mais adiante vamos analisar e definir com maior ênfase os jogos de soma zero).

Figura 1-Matemático Húngaro John Von Neumann



fonte 1- <https://www3.unicentro.br/petfisica/2020/05/29/john-von-neumann-1903-1957/>

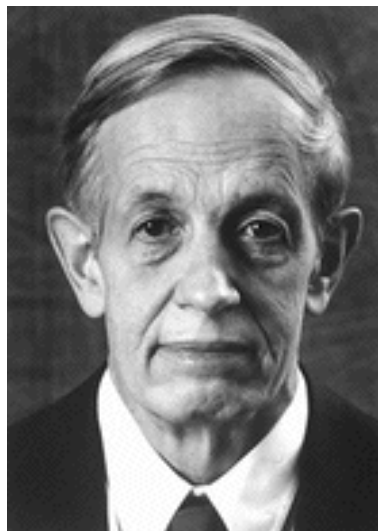
Com o propósito de aprofundar os estudos dos jogos de soma zero, John Von Neumann em conjunto com o economista Oskar Morgenstern(1902-1977) lançam, no ano de 1944, o livro *The Theory of Games and Economic Behavior*. Entretanto, é importante salientar que a contribuição para a teoria dos jogos da publicação *The Theory of Games and Economic Behavior* vai muito além do refino relacionado aos conhecimentos de jogos de soma zero, além disso, trouxeram a definição de jogos na forma extensiva, jogos cooperativos e coalisões entre jogadores, com isso, podemos considerar esta obra um dos pilares da teoria dos jogos. Porém,

mesmo com os notórios avanços que a obra *The Theory of Games and Economic Behavior* apresentam para a teoria na época, ela apresentava uma limitação grave, pois, restringia a ganhos e perdas equivalentes entre os jogadores, ou seja, em uma situação hipotética, se um jogador tem um ganho 10 consequentemente o outro jogador tem uma perda 10. Inegavelmente, essa lógica não se aplica em jogos com várias interações sociais, em que apresentam ganhos e perdas escalonadas.

Quando falamos de teoria dos jogos, instantaneamente, associamos com as interações estratégicas entre agentes jogadores, sendo assim, criar mecanismos teóricos com a finalidade de sanar as lacunas deixadas nos trabalhos anteriores eram necessários. Dessa forma, um passo importante para o aprofundamento das ideias que cercam o entendimento da teoria dos jogos aconteceu, a partir de 1950, com os trabalhos de John Forbes Nash, John Charles Harsanyi e Reinhard Selten.

Começaremos com a contribuição de John Nash, o qual, em meados de 1951 publicou um artigo chamado (“Non-Cooperative Games”, *Anlns of Mathematics* 54, 286-295). Nash apresentou a ideia do que ficou conhecido como o “equilíbrio de Nash”, essa nova visão sobre jogos, diferente da concepção de John Von Neumann, não se limitava a jogos de soma zero.

Figura 2- Matemático Norte-Americano John F. Nash



fonte 2- <https://www.somatematica.com.br/biograf/nash.php>

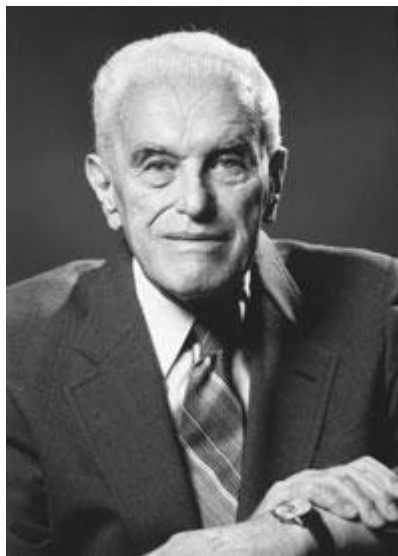
Vejamos o que nos diz Fiani (2004, p. 18) sobre a importância de John Forbes Nash para teoria dos jogos:

A contribuição de John Nash foi fundamental para o desenvolvimento da teoria dos jogos. A partir de sua noção de equilíbrio foi possível estudar uma classe

de jogos muito mais ampla do que os jogos de soma zero. Foi possível também demonstrar que, em alguns casos, quando cada jogador escolhe racionalmente aquela estratégia que seria a melhor resposta em relação à estratégia dos demais, pode ocorrer que o resultado final para todos os jogadores seja insatisfatório e que, portanto, nem sempre a busca por indivíduo pelo melhor para si resulta no melhor para todos.

Outro passo importante para a teoria dos jogos foi dado pelo economista John Charles Harsanyi, através da publicação de três artigos, sendo eles: (“Games With Incomplete Information Played by ‘Bayesian’ Playears, Parts I, II and III”, *Management Science* 14, 159-182,320-334 e 486-502), cuja ideia principal, tratava-se, de uma nova modalidade de jogos denominado “modelo de informação incompleta” ou jogos assimétricos. Sendo assim, essa nova variação de jogos diz respeito ao fato que um jogador pode ter em mãos uma quantidade maior de informações sobre o jogo do que o seu oponente.

*Figura 3- Economista Húngaro
John C. Harsanyi*



fonte 3- https://en.wikipedia.org/wiki/John_Harsanyi

Em 1965, o matemático e economista Reinhard Selten (1930-2016), por meio de um artigo publicado (“Spieltheoretische Behandlung eines Oligopolmodells mit Nachfrageträgheit”, *Zeitschrift für die gesamte Staatswissenschaft* 121, 301-324 e 667-689), descreveu uma reformulada noção de equilíbrio denominado “equilíbrio perfeito de subjogos”, logo, para um comportamento em que as estratégias usadas alcance o equilíbrio perfeito de subjogos essa solução tem que ser ótima, levando em conta todos os desembaraços do jogo em questão.

Segundo diz Fiani (2004, p. 18) “esse refinamento foi de fundamental importância em análise estratégica, pois, em jogos que envolvem compromissos e ameaças, permitiu discriminar quais compromissos e ameaças eram plausíveis e quais não eram”.

*Figura 4- Matemático e Economista
Alemão Reinhard Selten*



fonte 4- <https://www.nobelprize.org/prizes/economic-sciences/1994/selten/biographical/>

É evidentemente, que os estudos que impactaram na evolução da teoria dos jogos não se limitam aos estudiosos acima citados, sendo assim, muitos outros deram suas contribuições para o aprofundamento e aplicabilidade dessa teoria em vários campos da sociedade, como por exemplo, na economia, política, biologia, esportes e estatística.

CAPÍTULO 2

EMBASAMENTO TEÓRICO

Nesse tópico abordaremos os conceitos fundamentais que regem a teoria dos jogos e que serviram de alicerce para o entendimento lógico e claro sobre o nosso foco nesse presente estudo.

É importante, a princípio, explanar sobre conceitos relevantes envolvidos diretamente com a ideia central da teoria dos jogos, principalmente, os relacionados a tomada de decisões estratégicas, para obter fluidez e entendimento acerca de como essa teoria pode impactar os mais variados ramos da sociedade mediante as escolhas (decisões) dos agentes envolvidos no jogo. Sendo assim, surge a primeira ideia a ser estudada, que será conceituar a noção básica de jogo. Que veremos a seguir.

2.1 O QUE É UM JOGO?

O ato de “jogar”, está constantemente presente em nossas vidas, ou seja, todos nós, sem exceção, já experimentamos de forma direta e/ou indireta a experiência de um jogo, bem como, as consequências das atitudes, escolhas e tomadas de decisões feitas dentro de qualquer jogo. Contudo, vale exemplificar que jogos vai desde os mais simples como uma partida de dama, xadrez ou futebol, até aplicações mais complexas como no exemplo do “jogo político”, livre concorrência de mercado, jogo de poder entre líderes internacionais. Entretanto, exemplos aparentemente distintos em importâncias, apresentam traços e características comuns, que são de profunda relevância para ideia central do estudo, que passaremos a discutir daqui em diante.

Entender e compreender as minúcias que cercam o conceito de jogo é importante para que se possa trabalhar com ele, tais como, características de um jogo, suas interações, os agentes envolvidos, a racionalidade dos participantes do jogo, bem como, os comportamentos estratégicos dos jogadores.

2.2 CONCEITO DE JOGO.

Há a necessidade de conceituar de forma objetivas e precisa os aspectos que norteiam ideia de jogo para facilitar a aplicabilidade na teoria dos jogos.

Sendo assim, segundo Fiani (2004, p. 2): “Situações que envolvam interações entre agentes racionais que se comportam estrategicamente podem ser analisados formalmente como um jogo”.

Para que fique clara a noção de jogo, bem como, os elementos que os compõem, podemos observar a seguinte indagação.

O elemento básico em um jogo é o conjunto de *jogadores* que dele participam. Cada jogador tem um conjunto de *estratégias*. Quando cada jogador escolhe sua estratégia, temos então uma *situação* ou *perfil* no espaço de todas as situações (perfis) possíveis. Cada jogador tem interesse ou preferências para cada situação no jogo. Em termos matemáticos, cada jogador tem uma *função utilidade* que atribui um número real (o ganho ou *payoff* do jogador) a cada situação do jogo. (SARTINI, GARBUGIO, BORTOLOSSI, SANTOS e BARRETO, 2004, p. 5,6)

Analisando as duas colocações acima, observamos os surgimentos de termos aparentemente distintos, que no entanto, representam a mesma funcionalidade dentro de um jogo e constituem seus elementos básicos, tais como: os agentes que são os jogadores envolvidos em um determinado jogo, as interações que caracterizam as situações ou perfil que cada jogador apresenta no âmbito de um jogo, a racionalidade dos indivíduos representa os interesses ou preferência para alcançar um objetivo e, por fim, temos o comportamento estratégico para atingir um propósito dentro do ato de jogar. Vejamos uma descrição sobre cada elemento que compõe um jogo.

2.2.1 AGENTE OU JOGADOR.

Segundo Fiani (2004, p. 3): “um agente é qualquer indivíduos, ou grupo de indivíduo com capacidade de decisão para afetar os demais”.

2.2.2 INTERAÇÃO OU PERFIL.

Partindo da ideia de Fiani (2004) as interações que ocorrem em um determinado jogo são reflexos das atitudes e decisões, de forma individual, dos jogadores, cuja consequência dos seus atos e escolhas, afetam os demais participantes.

2.2.3 RACIONALIDADE.

Em cada jogo existe um objetivo a ser alcançado. Dizer que um jogador é racional, retrata, que o mesmo, utilizara de todos os meios e ferramentas eficazes para chegar ao propósito do jogo.

2.2.4 COMPORTAMENTO ESTRATÉGICO.

Por comportamento estratégico entende-se que cada jogador ao tomar sua própria decisão, leva em consideração o fato de que os jogadores interagem em

si, e que, portanto, sua decisão terá consequência sobre os demais jogadores, assim como as decisões dos outros jogadores terão consequência sobre ele. Obviamente, isso envolve raciocínios complexos, em que aquilo que um dos jogadores decide depende do que ele acha que os demais farão em respostas as suas ações, e que, por sua vez, depende do que os demais jogadores acham o que ele fará, e assim por diante. (FIANE, 2004, P. 4)

Em outras palavras, comportamento estratégico, pode ser entendido como a forma em que um jogador pensa e executa uma ação(decisão), sendo que, essa atitude visa a abstenção de um objetivo, tendo a noção clara, que o seu comportamento e posicionamento no jogo, irá competir e afetar os demais jogadores e vice-versa.

Partindo dessa análise preliminar, podemos, de fato, adentrar no objetivo de estudo desse trabalho, cuja finalidade é apresentar uma noção básica sobre a teoria dos jogos, bem como, aplicá-la em alguns exemplos instrutivos.

2.3 O QUE É TEORIA DOS JOGOS E PARA QUE SERVE O SEU ESTUDO

Quando falamos de teoria dos jogos, de imediato, devemos associá-la ao ato de decidir sobre algo ou alguma coisa. Sendo assim, constantemente, estamos aplicando, mesmo de forma intuitivamente, os princípios que regem essa referida teoria, pois, é perceptível que na vida a cada instante nos deparamos com situações a qual temos que fazer escolhas, sendo que essas ações afetam à nós mesmos, e também outras pessoas, ou seja, trazem consequências. Entretanto, na visão da teoria dos jogos, essas escolhas devem se pautadas em outras duas características, que são, a racionalidade e a estratégia dos agentes tomadores de decisões. Sendo que, toda escolha, decisão e ação feitas no andamento de um jogo, são feitas visando o alcance de um objetivo, seja ele qual for.

Partindo da premissa acima, podemos deduzir, que de certa forma, que a teoria dos jogos nos oferece suportes e ferramentas para analisar e estudar o comportamento, em situação de embate(interação), entre agentes “jogadores”, para isso, necessitam adotar ações de forma racional, com o intuito de atingir um objetivo proposto inicialmente, para tal fim, fazem, necessariamente, o uso de decisões estratégicas.

Para o matemático Israelense Robert Aumann (2009), a teoria dos jogos é uma ciência que examina situações em que dois ou mais indivíduos ou entidades lutam por diferentes objetivos, nem sempre opostos. Sendo, que cada jogador tem consciência de que os outros também agem de forma a atingir suas metas. Na ótica da referida teoria, podemos considerar como um

indivíduo tomador de decisão não só como uma pessoa (ser humano), mas também, uma empresa, partido político, uma nação. Logicamente, que por trás de uma decisão estratégica de uma instituição, organização ou grupo há sempre uns seres pensantes.

Em sua dissertação de mestrado, Roseli Teixeira informa que a teoria dos jogos apresenta uma vasta aplicabilidade em diversos ramos das ciências, como exemplo, ela cita a utilização da tal teoria em ciência da natureza (cooperação entre animais), na ciência política (analisando as alianças partidárias), em ciências militares (estudando estratégias de combate e o panorama pre e pós-guerras), ciência da computação (surgindo, assim, um ramo chamado teoria dos jogos algorítmica), na filosofia (através do paradoxo entre moralidade e interesse próprio), jornalismo (guerra de audiência, competição para atingir público alvo) e inteligência artificial (programação de ferramentas que fazem escolhas de ações).

Ficou claro que a referida teoria dispõe, dentro da sua limitação, de uma gama de possibilidade, através do uso de modelos matemáticos, para a análise de situações em nosso cotidiano, tais como, desde uma simples brincadeira de cara ou coroa, passando pelas variações dos preços de produtos a fim de maximizar os lucros das empresas até assuntos mais complexos como a análise do conflito no Oriente Médio.

Considera que a formulação de um modelo matemático é viável sobre a ótica da teoria dos jogos, ou seja, pegar um problema prévio e transformá-lo em um jogo, e assim, investigá-lo sobre a visão da referida teoria, dá-se por entender o significado de racional.

Segundo Fiani (2004), para uma tomada de decisão ser considerada racional, o indivíduo, necessariamente, deve obedecer a seguinte sequência lógica: primeiramente devesse formular uma hipótese inicial (definir a forma de agir em busca do objetivo), em seguida, é necessário recolher informações (testar a validade da hipótese inicial), após isso, essa hipótese pode seguir válida, sofrer correção ou até mesmo ser substituída, por fim, após esse processo a hipótese inicial passa a ser tratada como hipótese final, ou seja, o agente escolheu, na visão dele, a melhor ação a seguir.

Consequentemente, tendo em vista o exposto acima, constatamos que o processo de escolhas (tomada de decisão) apresenta suas complexidades e, de certo modo, pode ser um limitador do uso da teoria dos jogos em determinadas circunstâncias, já que, ao analisarmos um caso em que fatores peculiares e acidentais, que podem afetar no resultado final, são ignorados podendo, assim, ocorrer uma discrepância entres os resultados do problema real e o abstrato (modelo proposto).

Sobre isso, podemos observar que:

Desde que respeitadas as hipóteses dessa teoria e identificadas as circunstâncias específicas do caso. Resultados muito diferente dos previstos serão obtidos caso essas hipóteses não sejam respeitadas, ou as particularidades das situações não sejam adequadamente preenchidas. Não basta, assim, conhecer a teoria: é preciso, também, conhecer os limites do conhecimento proporcionado pela teoria. (FIANE, 2004, P. 9)

É importante salientar que não é função da teoria dos jogos propor a forma de como jogar um jogo, muito menos, como agir estrategicamente no cotidiano. Entretanto, existe alguns benefícios em estudar a teoria dos jogos, veremos, a seguir, duas vantagens e utilizar tal teoria.

A primeira vantagem, segundo Fiane (2004, p. 08), é que “a teoria dos jogos ajuda a entender teoricamente o processo de decisão dos agentes que interagem”. Vale ressaltar, novamente, o caráter racional dos participantes e o estudo por meio das abstrações.

Fiane (2004, p. 14), elencou, também, como vantagem para o seu estudo da tal teoria, pois “a teoria dos jogos ajuda a desenvolver a capacidade de raciocinar estrategicamente, explorando as possibilidades de interação racional dos agentes, possibilidade estas que nem sempre corresponde a intuição”. A princípio, parece contraditória, mas pessoas ou instituições ao agirem de forma racional, em alguns casos, vão contra a sua intuição, ou seja, escolhendo uma “pior” situação em favor de uma ação estratégica.

2.4 PRINCÍPIOS BÁSICOS E MATEMÁTICOS DA TEORIA DOS JOGOS.

Agora, abordaremos algumas formulações específicas da matemática, importante para a teoria dos jogos, em que, a abordagem se dará de forma básica, já que o objetivo do trabalho é expor uma visão superficial da teoria dos jogos dada a sua grande complexidade.

2.4.1 ELEMENTOS BÁSICOS DE UM JOGO.

Com o intuito de modelar um jogo, ou seja, expor um contexto de interações estratégicas abstratas simplificada de uma realidade complexa, é necessário conhecer e mostrar os elementos básicos que compõem um jogo.

2.4.1.1 O CONJUNTO DOS JOGADORES.

“Um jogador é qualquer indivíduo ou organização envolvido no processo de interação estratégica que tenha autonomia para tomar decisões.” Fiane (2004, p. 22). Em notação matemática podemos descrever um jogo como sendo um conjunto finito de jogadores, ou seja:

$$E = \{1, 2, 3, 4, \dots, n\}$$

2.4.1.2 O CONJUNTO DE ESTRATÉGIAS PURAS.

Dentro do processo de interação, um jogador, sempre objetivando o melhor resultado favorável à sua prioridade, fará o uso de ações e escolhas em momentos específicos de um jogo, formando assim, um plano de estratégias, que denominamos conjunto de estratégias puras de um jogador.

$$S_i = \{S_{i1}, S_{i2}, S_{i3}, \dots, S_{in}\}$$

$S_i \Rightarrow$ *estratégias disponíveis ao jogador i*

2.4.1.3 PERFIL DE ESTRATÉGIAS PURAS.

No contexto de um jogo, é fundamental observar o arranjo das estratégias adotadas por cada um dos participantes. Com isso, existirá um conjunto ordenado cujos elementos representam a estratégia escolhida por cada jogador, ou seja, para um jogo com n indivíduos teremos:

$$s = (s_1, s_2, s_3, \dots, s_n)$$

2.4.1.4 ESPAÇO DE ESTRATÉGIA PURA.

É o produto cartesiano formado pelos perfis das estratégias puras, para um jogo de n jogadores.

$$S = \prod_{i=1}^n S_i = S_1 \times S_2 \times S_3 \times \dots \times S_n$$

sendo que: $(s_1, s_2, s_3, \dots, s_n) \in S_1 \times S_2 \times S_3 \times \dots \times S_n$

2.4.1.5 FUNÇÃO UTILIDADE OU PAYOFF DE CADA JOGADOR.

É uma recompensa ou ganho de um jogador em decorrência da sua escolha de estratégia, segundo Fiane (2004, p. 26) “uma recompensa é aquilo que todo jogador obtém depois de terminado o jogo, de acordo com a sua própria escolha e as dos demais jogadores.”

Portanto, em notação matemática, a função utilidade para um jogador i é a associação do perfil de estratégias puras com um número real.

$$U_i : S \rightarrow \mathbb{R} \quad \text{com} \quad s \mapsto U_i(s)$$

$$U_i : S_1 \times S_2 \times S_3 \times \dots \times S_n \rightarrow \mathbb{R}$$

2.5 CLASSIFICAÇÕES DE JOGOS.

Passamos agora para uma descrição sucinta acerca de como podemos classificar os diferentes tipos de jogos, são eles: jogos simultâneos, sequenciais, soma zero, de soma não zero, cooperativos, não cooperativos, de informação completa, de informação incompleta, de informação perfeita e de informação imperfeita

2.5.1 JOGOS SIMULTÂNEOS.

São aqueles jogos em que os atores tomam as decisões concomitantemente, ou seja, as ações são coordenadas e tomadas ao mesmo tempo. Para Fiane (2004, p. 27) “jogos simultâneos são aqueles em que cada jogador ignora as decisões dos demais no momento em que toma a sua própria decisão, e os jogadores não se preocupam com consequências futuras de suas escolhas.”

2.5.2 JOGOS SEQUENCIAIS.

Um jogo é sequencial quando os participantes tem o conhecimento prévio da jogada anterior a sua, sendo assim, os movimentos seguem uma ordem combinada.

2.5.3 JOGOS DE SOMA ZERO.

Em um jogo de soma zero com a participação de dois agentes, necessariamente, a recompensa ganha por um jogador representa precisamente aquilo que o outro jogador perdeu, ou seja, o pagamento feito aos jogadores é nulo.

2.5.4 JOGOS DE SOMA NÃO ZERO.

São aqueles jogos em que, no fim do jogo, os participantes ganham/perdem vantagem não necessariamente da mesma ordem.

2.5.5 JOGOS COOPERATIVOS E NÃO COOPERATIVOS.

Segundo Fiane (2004, p. 73) “um jogo é dito não cooperativo quando os jogadores não podem estabelecer compromissos garantidos. Caso contrário, se os jogadores podem estabelecer compromissos, e esses compromissos possuem garantias efetivas, diz que o jogo é cooperativo.”, sendo assim, em jogos cooperativos as escolhas e ações visam gerar recompensas

a todos os envolvidos, em contra partida, jogos não cooperativos os indivíduos tomam decisões em benefício próprio.

2.5.6 JOGOS DE INFORMAÇÃO COMPLETA E JOGOS DE INFORMAÇÃO INCOMPLETA.

A principal característica de um jogo de informação completa é o conhecimento do payoffs do seu adversário, ou seja, a recompensa de cada jogador em relação a estratégia utilizada. Jogos de informação incompleta, em contra partida, é quando ao menos um jogador não conhece o payoff de ao menos um outro jogador concorrente, para Fiane (2004, p. 179), “um jogo é dito de informação incompleta quando as características dos jogadores não são de conhecimento comum, o que tem consequência sobre as recompensas dos jogadores, uma vez que é por intermédio dessas recompensas que expressamos, em jogo, a natureza dos jogadores.”

2.6 MODOS DE APRESENTAÇÃO DE UM JOGO.

Em ambientes de interações estratégicas, um jogo, pode ser representado de duas formas. A primeira maneira e chamada de forma estratégica ou normal já a segunda, tratasse da forma estendida.

2.6.1 FORMA ESTRATÉGICA OU NORMAL.

Geralmente essa forma é usada em jogos simultâneos.

Figura 5 - jogo em forma normal ou estratégica

		BANCO A	
		RENOVA	NÃO RENOVA
BANCO B	RENOVA	4, 4	1, 5
	NÃO RENOVA	5, 1	3, 3

fonte 5 - Fiane (2004, pg.26)

A forma estratégica ou normal, os valores referentes as ações estratégicas dos jogadores são dispostas em uma matriz, chamada matriz de payoffs, em que as linhas representam as estratégias de um jogador e as colunas retratam as ações do outro jogador, com isso, a intersecção das linhas com as colunas mostram as interações estratégicas das escolhas dos agentes envolvidos no jogo.

2.6.2 FORMA ESTENDIDA.

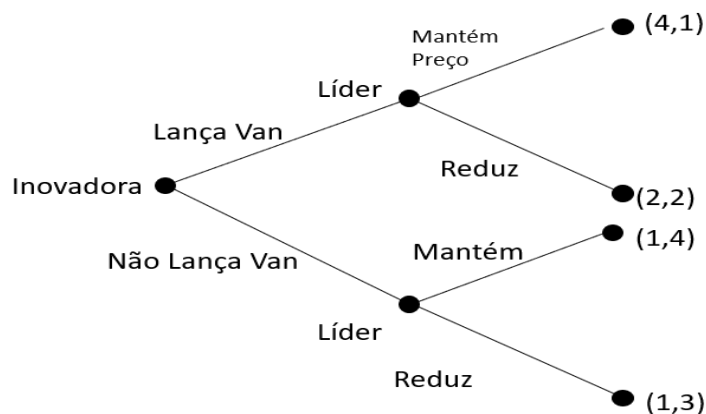
Frequentemente é utilizado em jogo sequenciais.

Em um jogo descrito na sua forma estendida, as interações entres os agentes, as estratégias, bem como, os payoffs são dispostos em um arranjo chamado arvore de decisões ou arvore de jogos. Os jogos na forma estendidas são mais complexos para serem analisados, pois, apresentam mais informações em seu interior do que os jogos na forma normal.

Fiane (2004, p. 31) cita três regras que devem ser seguidas para modelar um jogo na forma estendida, que são:

- Todo nó deve ser precedido por, no máximo, um outro nó.
- Nenhuma trajetória pode ligar um nó a ele mesmo.
- Todo nó na arvore de jogo deve ser sucessor de um único e mesmo nó.

Figura 6- representação de um jogo na forma estendida



fonte 6 - Fiane(2004, pg.28)

2.7 ALGUNS MÉTODOS E MECANISMOS DE ANALISAR UM JOGO.

Nessa etapa do trabalho, vamos apresentar alguns conceitos, dentre vários, da teoria dos jogos usadas na resolução de um jogo, bem como, suas aplicações em situações de interação estratégica.

Vale ressaltar que cada indivíduo age com a finalidade de maximizar seus objetivos e resultados, sendo assim, resolver um jogo, na lógica da teoria dos jogos, é fazer uma previsão ou estimativa sobre o resultado do jogo após a análise das interações estratégicas.

2.7.1 ESTRATÉGIA DOMINANTE E ESTRATÉGIA DOMINADA.

Em teoria dos jogos, estratégia dominante é a melhor estratégia para um jogador, independente de qual seja a estratégia escolhida pelos outros agentes. Um agente racional vai sempre escolher a estratégia dominante.

Sendo assim, algebricamente falando, seja U_i a função utilidade que corresponde ao payoffs de um jogador i , sendo S'_i e S_i representando as estratégias do jogador i , dissemos que S'_i é fortemente dominante ou estritamente dominante em relação a S_i se:

$$U_i(S'_i, S_{-i}) > U_i(S_i, S_{-i})$$

- S_{-i} é a estratégia dos demais jogadores que não sejam o jogador i
- A desigualdade mostra que a recompensa da estratégia S'_i é superior a quaisquer outras estratégias que o jogador i tenha ao seu dispor.

Fiane (2004) lista o seguinte exemplo para demonstrar um jogo com uma estratégia estritamente dominante:

Tabela 1 - estratégia dominante

		BILHANTE	
		AUMENTAR GASTOS COM PUBLICIDADE	NÃO AUMENTAR GASTOS COM PUBLICIDADE
LIMPO	LANÇAR PRODUTO BIODEGRÁVEL	5, 5	7, 3
	NÃO LANÇAR PRODUTO	5, 4	2, 7

fonte 7 - Fiane (2004)

Note que é sempre melhor para a empresa Limpo lançar o produto biodegradável. A estratégia {lançar} domina a estratégia {Não Lançar}. Podemos dizer que o jogador Limpo possui a estratégia dominante {lançar o produto}. A estratégia {Não Lançar} é dominada por essa. Como as recompensas da estratégia lançar o produto são estritamente maiores do que as recompensas da estratégia Não Lançar, dizemos que {lançar o produto} é estritamente dominante em relação a {Não Lançar}.

Você adotaria uma estratégia dominada?

Já falamos que, pela lógica da teoria dos jogos, os indivíduos buscam maximizar seus ganhos, ou seja, potencializar os seus payoffs. Sendo assim, no ambiente de um jogo é inviável escolher uma estratégia dominada.

Partindo disso, surge um método simples para determinar a solução de um jogo simultâneo denominada de eliminação iterativa de estratégias estritamente dominadas.

2.7.2 ELIMINAÇÃO ITERATIVA DE ESTRATÉGIAS ESTRITAMENTE DOMINADAS.

Consiste no processo de eliminação das estratégias consideradas inferiores, ou seja, estritamente dominadas, até que os jogadores fiquem com apenas uma estratégia disponível, que em termos lógicos, será a solução do jogo.

Vejamos o exemplo a seguir:

Tabela 2 - Interação estratégia entre duas empresas

NOVO AUTO	CARRO NOVO		
	Lançar nova versão	Manter o preço	Reduzir o preço
Lança modelo próprio	1, 4	4, 1	1, 3
Importar da matriz	2, 2	2, 1	2, 3
Não competir	1, 1	0, 6	1, 0

fonte 8 - (FERNANDES, 2021, P. 17)

Podemos notar que a empresa carro novo não possui estratégia dominante. No caso da Novo Auto, também não há uma estratégia que seja sempre melhor do que todas as outras, não importando o que a Carro Novo faça. Observe que a estratégia não competir resulta em algo sempre pior que importar da matriz. Independentemente do que Carro Novo faça, { não competir } é estritamente dominada por { Importar da matriz }. Assim, podemos eliminar a estratégia { não competir }. Ao riscarmos a estratégia, { Não Competir }, com a Carro Novo veremos as opções dessa última empresa. Podemos notar que a estratégia Manter Preço passou a ser estritamente dominada tanto por lançar nova versão, quanto por reduzir preço. Desse modo ela também pode ser eliminada.

Tabela 3.a - Configuração após eliminação das estratégias dominadas

NOVO AUTO	CARRO NOVO	
	Lançar nova versão	Reduzir o preço
Lança modelo próprio	1, 4	1, 3
Importar da matriz	2, 2	2, 3

fonte 9 - (FERNANDES, 2021, P. 17)

Após removermos a estratégia manter preço da Carro novo, a estratégia lançar modelo próprio tornou-se estritamente dominada por importar da matriz.

Tabela 4.a - Configuração após eliminação das estratégias dominadas da tabela 3.a

NOVO AUTO	CARRO NOVO	
	Lançar nova versão	Reduzir o preço
Importar da matriz	2, 2	2, 3

fonte 10 - (FERNANDES, 2021, P. 17)

Assim, a estratégia {Lançar Nova Versão} é estritamente dominada por {Reduzir Preço} para Carro novo. O resultado final constitui um equilíbrio em estratégias estritamente dominantes (Importar da matriz, reduzir preço).

Tabela 5 - Configuração após eliminação das estratégias dominadas da tabela 4.a

NOVO AUTO	CARRO NOVO
	Reduzir o preço
Importar da matriz	2, 3

fonte 11 - (FERNANDES, 2021, P. 17)

(FERNANDES, 2021, pág. 17)

2.7.3 O EQUILÍBRIO DE NASH

O equilíbrio de Nash é utilizado para jogos, em que, não é possível identificar estratégias dominantes ou dominada, ou seja, é impossível analisar o jogo usando o artifício da eliminação de estratégias estritamente dominadas.

Sobre o equilíbrio de Nash “diz-se que uma combinação de estratégias constitui um equilíbrio de Nash quando cada estratégia é a melhor resposta possível às estratégias dos demais jogadores, e isso é verdade para todos os jogadores.” (Fiane, 2004, pg. 61). Em outras palavras, equilíbrio de Nash é um sistema que apresenta uma certa estabilidade, já que os jogadores não podem mudar suas estratégias unilateralmente, visto que, os agentes do jogo já definiram suas melhores estratégias, assim, nenhum dos jogadores não conseguira escolher uma estratégia ganhadora se os demais agentes mantiverem suas estratégias iniciais.

Matematicamente falando, tendo um perfil de estratégias puras $S^* = (S_1^*, S_2^*, \dots, S_n^*)$ será um equilíbrio de Nash caso aconteça a seguinte situação:

$$U_i(S_1^*, S_i^*, \dots, S_n^*) \geq U_i(S_1^*, S_i, \dots, S_n^*) \text{ para todo jogador } i \text{ e para toda estratégia } S_i$$

Sendo assim, tendo a convicção que os demais jogadores vão escolher a estratégia do perfil S^* , o jogador i não tem benefício caso modifique sua escolha estratégica, formalizando o mecanismo de equilíbrio de Nash. Veremos a aplicação desse equilíbrio mais adiante.

CAPITULO 3

APLICAÇÃO DE TEORIA DOS JOGOS

Nesse tópico apresentaremos algumas aplicações, bem como, soluções de jogos utilizando as ferramentas debatidas no capítulo anterior, tendo em vista, os mecanismos para modelagem de jogos enfatizados na teoria dos jogos.

3.1 APLICAÇÃO 1: EXPLORAÇÃO DE PETRÓLEO.

Vamos analisar a seguinte problematização, em um depósito de petróleo existe um total de 4 milhões de barris/ano e que o preço do barril custa \$ 20 dólares, o custo de bombeamento é \$ 20 milhões de dólares. Duas empresas ganharam a concessão de explorar essa área, sendo que, caso, forem usadas tubulação larga o custo é de \$ 29 milhões de dólares, em contra partida, se fizerem o uso de tubulação estreita o custo vai ficar, em torno, de \$ 16 milhões de dólares, ou seja, o jogo aqui é decidir qual tubulação será usada para maximizar o lucro das duas empresas.

Partindo disso, temos que:

Caso as duas empresas usem tubulação estreita, como não haverá vantagem, os custos e lucros serão rigorosamente iguais, ou seja:

$$\text{custos} = \frac{\$ 20 \text{ milhões}}{2} + \$ 16 \text{ milhões} = \$ 26 \text{ milhões de dolares};$$

$$\text{receita} = 2 \text{ milhões} * \$20 \text{ dolares} = \$ 40 \text{ milhões de dolares};$$

$$\text{lucro} = \$ 14 \text{ milhões de dolares}$$

Caso as duas empresas usem tubulação larga, como não haverá vantagem, os custos e lucros serão rigorosamente iguais, ou seja:

$$\text{custos} = \frac{\$ 20 \text{ milhões}}{2} + \$ 29 \text{ milhões} = \$ 39 \text{ milhões de dolares};$$

$$\text{receita} = 2 \text{ milhões} * \$20 \text{ dolares} = \$ 40 \text{ milhões de dolares};$$

$$\text{lucro} = \$ 1 \text{ milhões de dolares}.$$

Agora, caso uma das empresas decida usar a tubulação larga (vamos admitir que seja a empresa A) e a outra decida usar a tubulação estreita (empresa B), ou seja, nesse modelo a empresa A extrai e tem um custo 3 vezes maior do que a empresa B, sendo assim:

Empresa A

$Custos = \$ 15 \text{ milhões} + 29 \text{ milhões} = \$ 44 \text{ milhões de dolares};$

$receita = 3 \text{ milhões} * \$20 \text{ dolares} = \$ 60 \text{ milhões de dolares};$

$lucro = \$ 16 \text{ milhões de dolares.}$

Empresa B

$Custos = \$ 5 \text{ milhões} + 16 \text{ milhões} = \$ 21 \text{ milhões de dolares};$

$receita = 1 \text{ milhões} * \$20 \text{ dolares} = \$ 20 \text{ milhões de dolares};$

$lucro = - \$ 1 \text{ milhão de dolares.}$

Tabela 6 - O jogo entre empresas petrolíferas

Exploração de petróleo.		EMPRESA B	
		T. Estreita	T. Larga
EMPRESA A	T. Estreita	14 , 14	-1 , 16
	T. Larga	16 , -1	1 , 1

fonte 12 - Próprio autor

Levando em conta a empresa A, verifica-se que o uso da tubulação larga é sempre vantajoso em relação a tubulação estreita, o mesmo aplica-se para a empresa B, logo a solução do jogo é o perfil de estratégias (larga, larga) com um payoff de (1,1).

3.2 APLICAÇÃO 2: COMPETIÇÃO ENTRE DOIS ATLETAS.

Dois atletas estão em preparação para enfrentarem-se em uma disputa esportiva, visando a melhor preparação para o embate ambos procuram aprimorar suas capacidades físicas conforme a tabela de disposição da tabela de payoff abaixo.

Tabela 7 - O jogo da disputa esportiva.

		JOGADOR 1		
		MUSCULAÇÃO	FUNCIONAL	ESTEIRA
JOGADOR 2	FORÇA	5 , -1	4 , 2	0 , 0
	CÁRDIO	4 , 4	3 , 3	2 , 0

fonte 13 - Próprio autor

Analisando o perfil do jogador 2, em todas as situações possíveis, não compensa encolher o treino de esteira, ou seja, esse perfil estratégico é uma estratégia dominada do jogador 2. Sendo assim, podemos usar o método de eliminação de estratégias dominadas para eliminá-lo. Agora pensando do ponto de vista do jogador 1, é mais favorável escolher a opção treino de força, pois, cardio é uma estratégia dominada do jogador 1.

Tabela 8 - Eliminação iterada de estratégias dominada da tabela 7

		JOGADOR 1	
		MUSCULAÇÃO	FUNCIONAL
JOGADOR 2	FORÇA	5, -1	4, 2

fonte 14 - Próprio autor.

Analisando a tabela acima, já sabemos que o jogador 1 vai escolher treino de força, agora, em relação ao jogador 2 e mais vantagem escolher o treino funcional onde tem um payoff de 2, logo, a solução desse jogo é o perfil de estratégias {força, funcional}, onde apresenta um payoff (4, 2), após aplicação do método de eliminação iterada de estratégias dominadas.

3.3 APLICAÇÃO 3: CONFLITO ENTRE ISRAELENSES E PALESTINOS.

O conflito entre Israel e a Palestina é motivado pela disputa sobre a posse do território palestino e está no centro dos debates políticos diplomáticos da atualidade.

Jogos com essa problematização, de conflito entre nações, existe um contrassenso entre cooperação e interesse próprio, ou seja, o fato de um jogador querer sempre o melhor ao seu favor gera uma situação que não são favoráveis para ambos.

Tabela 9 - Representação simples do conflito israelo-palestino

Conflito territorial.		ESTRATÉGIA DA PALESTINA	
		COOPERAÇÃO	CONFRONTAÇÃO
ESTRATÉGIA DE ISRAEL	COOPERAÇÃO	3, 3	1, 4
	CONFRONTAÇÃO	4, 1	2, 2

fonte 15 - Correa (2001, pág. 16)

Partindo do clima de tensão entre as duas partes, Correia (2001) cria uma representação simplificada de um jogo que exhibe esse conflito.

A análise desse jogo mostra que, de acordo com suas preferências, os jogadores adotarão uma postura de confronto. Independentemente de os palestinos cooperarem ou não, os israelenses adotarão o confronto. Isso fica evidente pelas maiores recompensas que são obtidas por Israel na segunda linha quando comparadas à primeira. Analogamente, independentemente de os israelenses cooperarem ou não, os palestinos adotarão o confronto. Isso fica evidente através das maiores recompensas que são obtidas pela Palestina na segunda coluna quando comparadas à primeira. Observa-se, portanto, que a estratégia {Confrontação} é estritamente dominante em relação à estratégia {Cooperação} tanto para Israel como para a Palestina (CORREA, 2001).

Vale ressaltar, que de acordo com Correa (2001), os episódios contínuos de violência entre os beligerantes e a incapacidade de se chegar a um consenso de paz mostram que as conclusões chegadas a partir desse modelo simplificado parecem ser compatíveis com a realidade.

3.4 APLICAÇÃO 4: BATALHA DOS SEXOS.

Esse jogo compõe-se de dois jogadores, um homem e uma mulher, que combinam de saírem juntos. O objetivo desse jogo é definir um local de encontro comum, dentre as preferências de ambos conforme a tabela abaixo.

Tabela 10 - Representação jogo batalha dos sexos.

BATALHA DOS SEXOS		MULHER		
		BAR	FUTEBOL	CINEMA
HOMEM	BAR	6 , 4	4 , 3	4 , 2
	FUTEBOL	2 , 1	5 , 5	2 , 2
	CINEMA	1 , 1	1 , 3	3 , 6

fonte 16 - Próprio autor.

Analisando as estratégias e payoff da tabela 10, nota-se que a mulher ao escolher bar o homem também escolhe bar ou vice-versa, caso a mulher opte por futebol o homem também opta por futebol ou vice-versa, agora, no entanto, caso a mulher decida cinema o homem escolhe bar e se o homem escolhe o cinema a mulher também prefere cinema, ou seja, nem o homem quanto a mulher possuem estratégias dominantes, posto isso, suas escolhas dependeram da decisão do outro. Sendo assim, podemos obter um equilíbrio de Nash nas estratégias {bar, bar} e {futebol, futebol} com os respectivos payoff {6, 4} e {5, 5}.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Levando em conta a ampla abrangência e aplicabilidade da teoria dos jogos em eventos da sociedade e baseado no que foi exposto e debatido nesse trabalho, podemos concluir que, a referida teoria apresenta uma base sólida para modelar jogos em que o comportamento de indivíduos ou grupos sociais requerem tomadas de decisões estratégicas, ou seja, criar mecanismos que permitam estudar as ações de agentes jogadores utilizando a rigidez matemática.

Interações entre pessoas, empresas ou governos (jogadores) ocorrem a todo momento na vida social, decisões importantes são tomadas a cada instante, cada agente faz a sua escolha visando seu maior benefício, porém a teoria dos jogos deixa claro a relação de interdependências das situações estratégicas, em outras palavras, a ação de cada jogador, modificar o resultado do outro jogador e, conseqüentemente, do jogo.

Métodos como a eliminação iterativa de estratégias estritamente dominadas e o equilíbrio de Nash são instrumentos importantes para análise básica de alguns problemas relacionados a interação entre indivíduos em que utilizam estratégias puras. Um jogo em equilíbrio de Nash pode existir mais de uma solução ótima, em que, nenhum jogador sente motivado em mudar sua escolha estratégica se os demais agentes não trocarem também. Um jogador racional vai sempre escolher uma estratégia dominante, ou seja, que lhe trará melhor resultado, sendo assim, utilizará a eliminação iterativa de estratégias estritamente dominadas para alcançar resultado de um jogo.

Este trabalho é uma apresentação básica de conceitos relacionados à teoria dos jogos e algumas de suas aplicações em situações de interatividade em sociedade. Por exemplo, na aplicação sobre empresas de exploração petrolífera, tabela 6, é possível constatar que a empresa A descartou a utilização de tubulação estreita, dada a possibilidade da empresa B escolher o uso de tubulação larga, o que acarretaria à empresa A um prejuízo de \$ 1 milhão de dólares. O mesmo, ocorreria com a empresa B, caso escolhesse também a utilização de tubulação estreita.

Na preparação de dois atletas que irão se enfrentar em uma disputa esportiva, tabela 7, verifica-se que após aplicar o método da eliminação iterativa de estratégias dominadas, em que, as estratégias fracas(dominadas) são descartadas, o jogador 1 vai optar pelo treino de força, agora, em relação ao jogador 2 é mais vantagem escolher o treino funcional, sendo assim, a solução ótima e o payoff (4, 2).

Já na aplicação sobre o conflito territorial entre israelenses e palestinos, figura 3, constatou-se que a estratégia de confrontação impera em relação à estratégia de cooperação entre ambos os territórios, o que está de acordo com a realidade, uma vez que é possível constatar, por anos, nas mídias episódios contínuos de violência entre as referidas nações, não chegando assim em um acordo de paz.

Com relação a batalha dos sexos é um jogo composto por um casal, tabela 10, que definem suas preferências entre futebol, bar e cinema, após a análise das interações estratégicas observasse que o equilíbrio de Nash é obtido em duas interações estratégicas, são elas, {bar, bar} e {futebol, futebol} com os respectivos payoff {6, 4} e {5, 5}.

REFERÊNCIAS

CHALUB, F. A. C. C. **Introdução à Teoria dos Jogos**. Disponível em:

<http://w3.impa.br/~zubelli/BIOMATH2004/jogos2.pdf> Acesso em: 01 mar 2022

CORREA, Hector. **Game Theory as an Instrument for the Analysis of International Relations**. Disponível em: https://www.ritsumeai.ac.jp/ir/isaru/assets/file/journal/14-2_hector.pdf. Acesso em: 20 mai. 2021

FERNANDEZ, Rodrigo Nobre. **Notas de Aula de Teoria dos Jogos**. Disponível em: <https://docplayer.com.br/162008614-Notas-de-aula-de-teoria-dos-jogos-rodrigo-nobre-fernandez.html>. Acesso em: 20 mai. 2021

FIANI, Ronaldo. **Teoria dos Jogos: para cursos de administração e economia**. 2.ed. São Paulo: Elsevier, 2004.

Introdução à Teoria de Jogos - O que é a Teoria de Jogos

<http://www1.eeg.uminho.pt/economia/caac/pagina%20pessoal/Disciplinas/Disciplinas%2004/jogos.pdf> Acesso em: 21 junho 2021

TEIXEIRA, Roseli Rocha. **Situações de conflito: Uma aplicação de teoria dos jogos em sala de aula**. 2018. Dissertação (Mestrado em Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) -Instituto de Matemática e Estatística, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2018

SARTINI, B. A., et al. **Uma Introdução a Teoria dos Jogos**. - Disponível em:

<https://www.ime.usp.br/~rvicente/IntroTeoriaDosJogos.pdf> Acesso em: 01 mar 2022

TAVARES, N. A. V. **possibilidades de aplicação da teoria dos jogos ao conflito israelo-palestino: uma discussão do conceito de oferta final de arbitragem**. 62 f. Trabalho de conclusão de curso (bacharelado em direito) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2014.

<https://www3.unicentro.br/petfisica/2020/05/29/john-von-neumann-1903-1957/> Acesso em: 15 abril 2022

<<https://www.somatematica.com.br/biograf/nash.php>> Acesso em: 15 abril 2022

<https://en.wikipedia.org/wiki/John_Harsanyi> Acesso em: 15 abril 2022

<https://www.nobelprize.org/prizes/economic-sciences/1994/selten/biographical/> Acesso em:
15 abril 2022