



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DO BAIXO TOCANTINS
FACULDADE DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA
CURSO DE LICENCIATURA PLENA EM MATEMÁTICA**

**ALEX BRENDON FERREIRA NOGUEIRA
EMANOEL THOMPSON SANTOS DA COSTA**

A UTILIZAÇÃO DO TRIÂNGULO RETÂNGULO NA ASTRONOMIA

**ABAETETUBA-Pará
2022**

ALEX BRENDO FERREIRA NOGUEIRA
EMANOEL THOMPSON SANTOS DA COSTA

A UTILIZAÇÃO DO TRIÂNGULO RETÂNGULO NA ASTRONOMIA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado para obtenção do grau de Licenciatura em Matemática, Faculdade de Ciências Exatas e Tecnologia, Campus Universitário de Abaetetuba, Universidade Federal do Pará.

Orientador: Prof. Dr. Rômulo Corrêa Lima.

ABAETETUBA-Pará
2022

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBDSistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Pará

Gerada automaticamente pelo módulo Ficat, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

N778u Nogueira, Alex Brendo Ferreira.
A utilização do triângulo retângulo na astronomia / Alex
Brendo Ferreira Nogueira, Emanuel Thompson Santos da Costa . —2022.
22 f. : il.

Orientador(a): Prof. Dr. Rômulo Corrêa Lima
Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) - Universidade Federal do
Pará, Campus Universitário de Abaetetuba, Curso de Matemática, Abaetetuba,
2022.

1. Triângulo retângulo. 2. Trigonometria. 3. Astronomia. I. Título.

CDD 510

ALEX BRENDO FERREIRA NOGUEIRA
EMANOEL THOMPSON SANTOS DA COSTA

A UTILIZAÇÃO DO TRIÂNGULO RETÂNGULO NA ASTRONOMIA

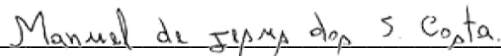
Trabalho de Conclusão de Curso orientado pelo Prof. Dr. Rômulo Correa Lima, apresentado ao curso de Licenciatura Plena em Matemática da Faculdade de Ciências Exatas e Tecnologia, Campus universitário de Abaetetuba da Universidade Federal do Pará, como requisito para obtenção de grau de licenciado em Matemática.

Aprovado em: 29 / 12 / 2022 .

BANCA EXAMINADORA



Prof. Dr. Rômulo Corrêa Lima
Orientador– FACET/Campus de Abaetetuba/UFPA



Prof. Dr. Manuel de Jesus dos Santos Costa
Membro – FACET/Campus de Abaetetuba/UFPA



Prof. Dr. José Francisco da Silva Costa
Membro – FADECAM/Campus de Abaetetuba/UFPA

A UTILIZAÇÃO DO TRIÂNGULO RETÂNGULO NA ASTRONOMIA

Autores: Alex Brendo Ferreira Nogueira e Emanuel Thompson Santos Da Costa

Orientador: Prof. Dr. Rômulo Correa Lima

Banca: Prof. Dr. Rômulo Corrêa Lima, Prof. Dr. Manuel de Jesus dos Santos Costa e Prof. Dr. José Francisco da Silva Costa

RESUMO

O presente artigo tem como objetivo mostrar de que forma o triângulo retângulo e suas propriedades foram utilizados para medir distâncias, como por exemplo as distâncias terra-sol e terra-lua. O texto está dividido em quatro seções: a primeira contém a introdução; a segunda seção é destinada para apresentar um breve histórico sobre os modelos do sistema solar; na terceira encontra-se o objeto matemático *trigonometria no triângulo retângulo*; e a última seção é responsável por demonstrar como foram realizados os cálculos das distâncias de determinados pontos utilizando o triângulo retângulo.

Palavras-chave: Triângulo retângulo; Trigonometria; Astronomia.

ABSTRACT

This article aims to show that the shape of the rectangular triangle and its properties were used to measure distances, such as the earth-sun and earth-moon distances. The text is divided into four sections: the first contains an introduction; the second section is intended to present a brief background on solar system models; in the third is the object of mathematical trigonometry in the right triangle; and the last section is responsible for demonstrating how the calculations of the distances of certain points were made using the right triangle

Keywords: Right triangle; Trigonometry; Astronomy.

1 – INTRODUÇÃO

Desde os primórdios da humanidade a matemática tem sido ferramenta de auxílio para atender diversas necessidades da sociedade, como por exemplo a pesca e a agricultura. Desde então, a ciência tem evoluído e contribuído para grandes e complexas descobertas. Conforme Sousa (2017),

a trigonometria surgiu na antiguidade remota quando se acreditava que os astros descreviam órbitas circulares ao redor da terra.

Quando o homem inicia a busca dos porquês, por exemplo, da movimentação dos astros, inicia também os estudos da trigonometria. Essa, na verdade, foi a razão que impulsionou a evolução da trigonometria. Por meio da trigonometria, o astrônomo grego Hiparco, considerado por vários historiadores o pai da Ciência, estimou a distância entre a Terra e a Lua. (SOUSA, 2017, p. 25).

Diante do exposto, pode-se começar a observar a importância da trigonometria para o avanço da matemática, sendo ela uma área muito interessante e potente do cálculo no meio científico. No decorrer da história passou a ter um papel primordial no avanço da ciência. Tem-se que a trigonometria é uma ferramenta utilizada em várias aplicações do campo científico tendo a função de calcular medidas de objetos, suas respectivas distâncias e outros.

A presente pesquisa é do tipo bibliográfica e teve como fonte livros, artigos, teses e dissertações. O mencionado trabalho tem o papel de mostrar a utilização do triângulo retângulo e suas propriedades para medir distâncias. Para que isso seja possível, o texto apresenta métodos, empregando técnicas geométricas para solução de perguntas que foram respondidas ao decorrer dos anos.

Matemática e astronomia são duas ciências que remetem aos primórdios da humanidade, sendo ambas fundamentais para o desenvolvimento e evolução. Ao observar os movimentos e repetições das estrelas no céu, as antigas civilizações calculavam os melhores período para realização do plantio, usado para sua própria sobrevivência (BORGES, 2019).

Portanto, essas duas ferramentas surgiram e se desenvolveram com as necessidades da humanidade ao decorrer dos anos. Na antiguidade a matemática e suas ferramentas eram utilizadas na astronomia para fins de solucionar problemas como no cálculo dos períodos do ano para realização do plantio, usado para sua própria sobrevivência. Diante disso, pode-se observar a dimensão que esses dois instrumentos têm para humanidade e o valor do seu desenvolvimento para o campo científico na resolução de problemas dentro da astronomia.

2 – PONTOS INACESSÍVEIS, MODELOS DO SISTEMA SOLAR E MODELOS GEOCÊNTRICO E HELIOCÊNTRICO

Esta seção apresenta observações matemáticas que resultaram em grandes ideias e descobertas brilhantes para cientistas, como Aristarco e Kepler.

2.1 Pontos inacessíveis

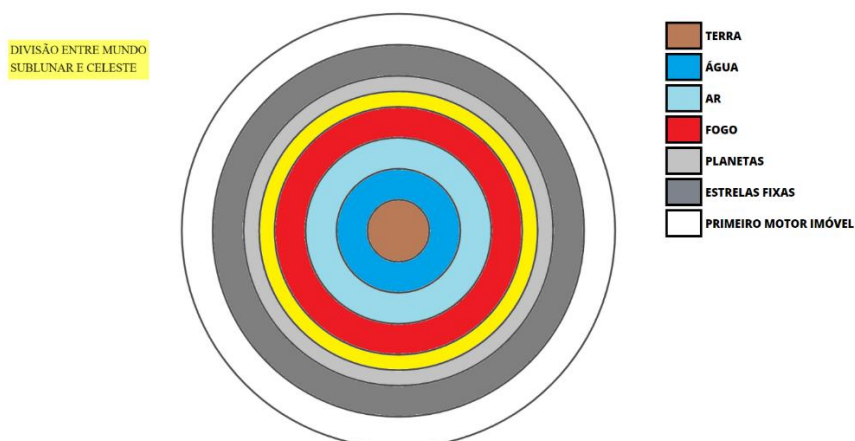
O cálculo de distância de pontos inacessíveis utilizando triângulo retângulo na astronomia surgiu com a necessidade de medir alguns objetos que os aparelhos de verificação de medida não podiam calcular, como o tamanho da terra, sol e lua e as suas respectivas distâncias e, com o avanço dos tempos, foram surgindo noções e estudos para solucionar algumas perguntas voltadas aos astros. Pitágoras de Samos (~572 - 497 a.C.) acreditava na esfericidade da terra, da lua e de outros corpos celestes. Achava que os planetas, o sol e a lua eram transportados por esferas separadas que carregava as estrelas. Enfatizou a importância da matemática na descrição dos modelos cosmológicos que pudessem ser comparados com os movimentos observados (KEPLE, 2014).

Tem-se o cálculo de distâncias de pontos inacessíveis dos astros com algumas teorias e modelos que foram desenvolvidos ao decorrer dos anos para mostrar o desenvolvimento e resultados obtidos, utilizando o triângulo retângulo na astronomia. O ápice da ciência antiga deu-se na Grécia, de 600 a.C. a 400 d.C., a níveis só ultrapassados no século XVI. Do esforço dos gregos em entender a natureza do cosmos, e com o entendimento herdado dos povos mais antigos, surgiram os primeiros conceitos de Esfera Celeste, que acreditavam ser uma esfera de material cristalino, incrustada de estrelas, tendo a Terra no centro. Desconhecedores da rotação da Terra, os gregos imaginaram que a esfera celeste girava em torno de um eixo passando pela Terra. Observaram que todas as estrelas giram em torno de um ponto fixo no céu, e consideraram esse ponto como uma das extremidades do eixo de rotação da esfera celeste (KEPLER, 2014).

2.2 Breve histórico dos modelos do sistema solar

Ao decorrer do tempo, os astrônomos baseavam-se na ideia aristotélica de que o universo segundo a qual a Terra estaria imóvel no seu centro, sendo a região sublunar (abaixo da esfera da Lua) composta pelos quatro elementos terrestres (terra, água, ar e fogo), cujos movimentos seriam do tipo ascendente ou descendente, e a região supralunar (acima da região sublunar), na qual todos os corpos seriam constituídos do elemento éter (SOUZA et al., 2022), conforme mostra a figura 1.

Figura 1 - Organização das esferas concêntricas do sistema Aristotélico.

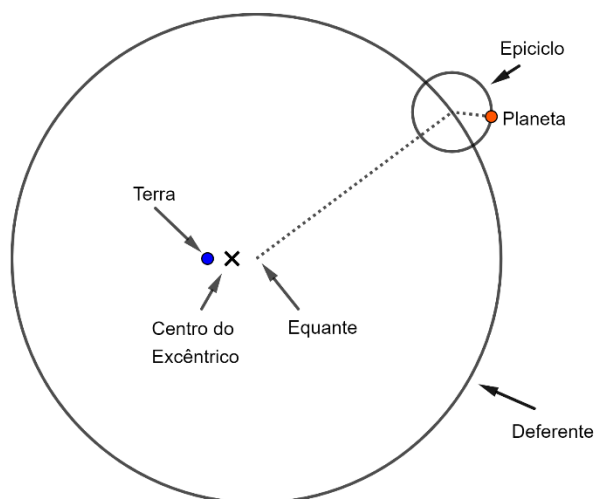


Fonte: Autoria própria

Surgiram vários estudos e métodos para desvendar as distâncias e os comportamentos dos astros. Entretanto, Ptolomeu surgiu com uma tentativa de “salvar as aparências” dos movimentos dos astros, sem que necessariamente as hipóteses usadas possuíssem uma realidade física. Para descrever seus complexos movimentos, Ptolomeu propôs, em seu famoso livro *Almagesto*, um sistema igualmente complexo, onde utiliza um intrincado conjunto de círculos concêntricos e excêntricos.

Ptolomeu considerou a Lua girando em um “epiciclo” cujo centro estava localizado em um círculo maior, chamado “deferente”. Em seu modelo final, o centro do deferente não é a Terra, mas sim um ponto chamado de “excêntrico”, de forma que a Terra estaria deslocada do centro do deferente à uma certa distância do excêntrico. Uma das maiores influências de Ptolomeu na Astronomia foi a introdução do “equante”, ponto sobre o qual o movimento de um planeta é visto como uniforme (SOUZA et al., 2022).

Figura 2 – Artifícios geométricos no sistema ptolomaico

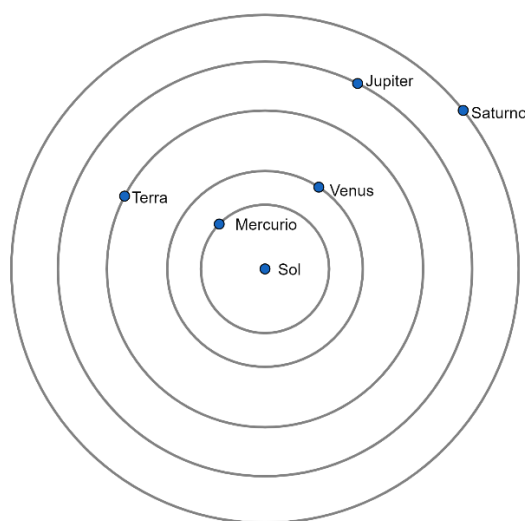


Fonte: Autoria própria

A sua determinação das distâncias da Terra à Lua em determinados pontos da órbita lunar contém um erro considerável devido principalmente ao fato de que sua teoria lunar não estava correta. No entanto, o erro nas distâncias não era conhecido na época de forma que não foi um fator determinante contra o modelo lunar ptolomaico (SOUZA et al., 2022).

Aristarco de Somos foi um dos primeiros a calcular a distância do planeta terra em relação a lua, ele também foi um dos primeiros a defender o modelo heliocêntrico que naqueles anos era contrariado por alguns teóricos da época. Como mostra a figura 3, o modelo heliocêntrico defende que o sol é o centro do sistema solar (BORGES, 2019).

Figura 3 – Modelo heliocêntrico de Aristarco de Somos



Fonte: Autoria própria

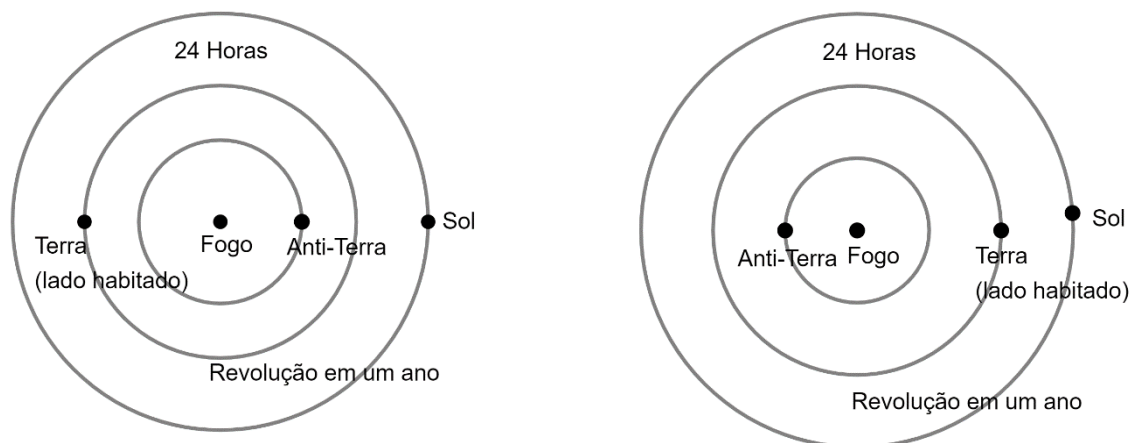
O heliocentrismo conseguiu explicar de forma mais simples e natural os fenômenos observados, como por exemplo o movimento retrogrado dos planetas. Kepler conseguiu determinar a órbita da terra, definindo as diferentes posições da terra após cada período sideral de Marte, planeta para qual havia maior número de dados. Verificou que a terra orbitava ajustada por um círculo com o sol um pouco afastado do centro. Kepler conseguiu determinar a órbita de Marte, entretanto, sem êxito pois tentou ajustá-la com um círculo. Posteriormente, representando essa órbita com uma oval, descobriu que uma elipse ajustava perfeitamente os dados e a posição do sol coincidia com um dos focos. A trajetória quase circular da terra também ficou assim explicada, com o sol distanciado do centro (KEPLER, 2014).

Kepler definiu três leis sobre o movimento planetário: a primeira, chamada de Lei das órbitas elípticas, determina que a órbita dos planetas descreve uma elipse e o sol ocupa um de seus focos. A segunda, nomeada de Lei das áreas, diz que uma reta traçada do planeta até o sol, em um determinado tempo, percorre a mesma área. A terceira, a Lei harmônica, estabelece que planetas com períodos orbitais maiores se movem mais lentamente em torno do sol e, conseqüentemente, a força entre o sol e o planeta decresce com a distância ao sol. (KEPLER, 2014).

2.2.1 Movimento do sol em relação a terra

Filolaus de Cretona (~470-390 a.C.) introduziu a ideia do movimento da Terra: ele imaginava que a Terra girava em torno de seu próprio eixo e, juntamente com o Sol, a Lua e os planetas, girava em torno de um “fogo central” que seria o centro do universo e fonte de toda a luz e energia (KEPLER, 2014).

Figura 4 - O Sistema Planetário na visão do filósofo Filolau

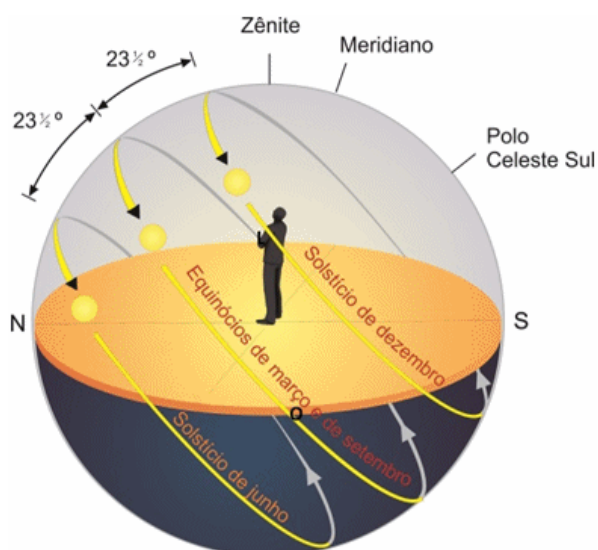


Fonte: Autoria própria

Segundo Kepler (2014, p. 25), o dia é definido quando o sol percorre 360° , o que determina uma volta completa do sol em 24 horas.

O movimento diurno do sol, como de todos os astros, é de leste para oeste, pois é reflexo do movimento de rotação da terra em torno do próprio eixo. Mas, ao contrário das "estrelas fixas", que mantêm o círculo diurno com declinação constante ao longo do ano, o círculo diário do sol varia de dia para dia, afastando-se ou se aproximando do equador celeste dependendo da época do ano. A declinação do círculo diurno do Sol varia, no ciclo de um ano, entre -23° e $+23,5^\circ$. (KEPLER, 2014).

Figura 5 - Trajetórias diurnas do Sol nos equinócios (21 mar e 23 set) e solstícios (21 jun e 21 dez), para um observador no hemisfério sul.



Fonte: Fundamentos de Astronomia e Astrofísica (2010).

Na próxima sessão serão abordados alguns conceitos básicos sobre Trigonometria no triângulo retângulo que auxiliarão os cálculos no decorrer do trabalho.

3 – TRIGONOMETRIA E RELAÇÕES NO TRIÂNGULO RETÂNGULO

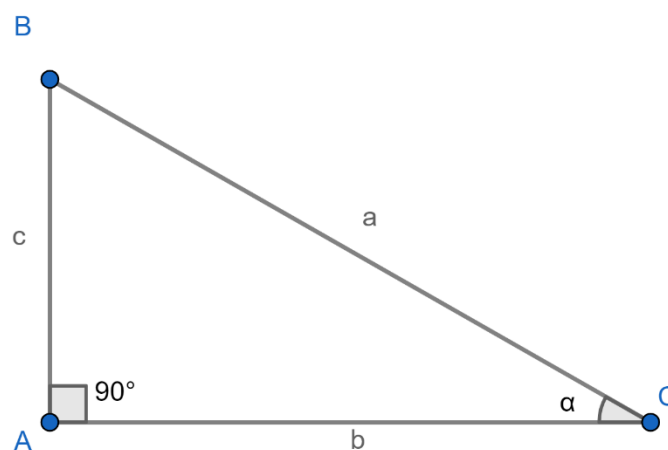
A trigonometria aparece em vários campos da ciência como, por exemplo, na física, na biologia e até mesmo na astronomia onde ela nasceu, com aplicações em funções e outros assuntos, como as relações no triângulo retângulo para verificar medidas de lados de triângulos e seus respectivos ângulos, é possível também com o auxílio da trigonometria e suas aplicações compreender funções trigonométricas. (GONÇALVES, CHUEIRI, 2008).

A trigonometria surgiu para auxiliar à astronomia para ser usada na navegação e na geografia. Pode-se dizer que a trigonometria começou a ser independente com o avanço da ciência e, portanto, se desvinculou-se da astronomia e passou a ter independência no ramo da matemática (ZAGO, 1997).

3.1 – Triângulo retângulo

Sabe-se que um triângulo é retângulo quando um de seus ângulos internos mede 90° , assim como mostra a figura 6.

Figura 6 - Triângulo ABC, retângulo em \hat{A}



Fonte: Autoria própria

Sendo,

- Seus lados são compostos pelos segmentos AB, AC e BC;
- Seus ângulos internos: \widehat{BAC} , \widehat{ABC} , \widehat{ACB} ;
- As medidas dos seus lados a, b e c são, respectivamente, as medidas dos segmentos BC, CA e AB;
- As medidas dos ângulos \widehat{A} , \widehat{B} e α são, respectivamente, as medidas de \widehat{BAC} , \widehat{ABC} e \widehat{ACB}

É importante enfatizar que, na utilização de um triângulo ABC, será adotado o ângulo interno \widehat{A} com medida de 90° . Consequentemente, tem-se que BC é o segmento oposto ao ângulo reto, onde é denominado de hipotenusa, enquanto os lados AB e AC, adjacentes ao ângulo reto, são denominados de catetos do triângulo.

Diante disso, conclui-se que o triângulo ABC, na Figura 6, tem medida da hipotenusa a , e os catetos de medida b e c , isto é, representa-se os segmentos BC, AC e AB por suas respectivas medidas a, b e c . Similarmente, denota-se os ângulos internos do triângulo como \widehat{A} , \widehat{B} e α . Pela propriedade da soma dos ângulos internos, tem-se que:

$$\widehat{A} + \widehat{B} + \alpha = 180^\circ \quad (1)$$

3.2 – Relações trigonométricas no triângulo retângulo

A trigonometria no triângulo retângulo estuda as relações entre os ângulos e os seus lados. Das seis razões trigonométricas existentes, as principais são Seno (sen), Cosseno (cos) e Tangente (tg). Para melhor descrição dessas relações, serão utilizadas as notações da Figura 6, estabelecidas no tópico 3.1.

- Seno de α : para encontrar a medida de um ângulo através da relação Seno faz-se a divisão entre o cateto oposto a esse ângulo e a hipotenusa do triângulo.

$$\text{sen}(\alpha) = \frac{\text{cateto oposto a } \alpha}{\text{hipotenusa}} = \frac{c}{a} \quad (2)$$

- Cosseno de α : utilizando a relação cosseno para encontrar a medida de um ângulo, divide o cateto adjacente pela hipotenusa.

$$\text{cos}(\alpha) = \frac{\text{cateto adjacente a } \alpha}{\text{hipotenusa}} = \frac{b}{a} \quad (3)$$

- Tangente de α : para encontrar a medida de um ângulo através da relação Tangente basta fazer a divisão entre o cateto oposto a esse ângulo e o seu cateto adjacente.

$$tg(\alpha) = \frac{\text{cateto oposto a } \alpha}{\text{cateto adjacente a } \alpha} = \frac{c}{b} \quad (4)$$

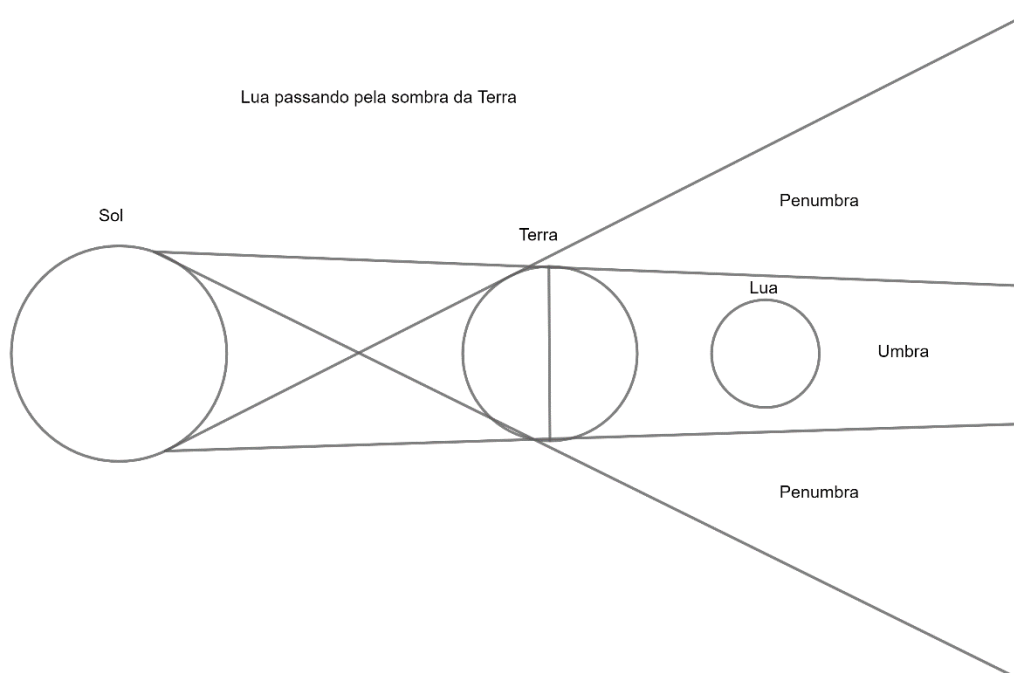
4 – Distância entre dois pontos inacessíveis

Objetos comuns não são úteis quando a finalidade é determinar a distância de um astro para outro. Não é possível medir, por exemplo, a distância entre a lua e o sol utilizando uma régua ou uma trena. Quando existe essa necessidade, pode-se utilizar métodos matemáticos tais como razões trigonométricas, conforme será apresentado nas próximas subseções.

4.1- Cálculo da distância Terra-Lua com uso de razões trigonométricas

A curiosidade sobre as distâncias entre a terra e os astros existe desde a antiguidade. Na Grécia Antiga, o primeiro a estimar a distância entre a terra e a lua foi o astrônomo e matemático Aristarco de Samos, que observou ser possível utilizar as posições do sol, da terra e da lua durante o eclipse lunar, conforme esquematizado na Figura 7, para determinar esse cálculo (BORGES, 2019).

Figura 7 – Representação esquemática de um eclipse lunar.

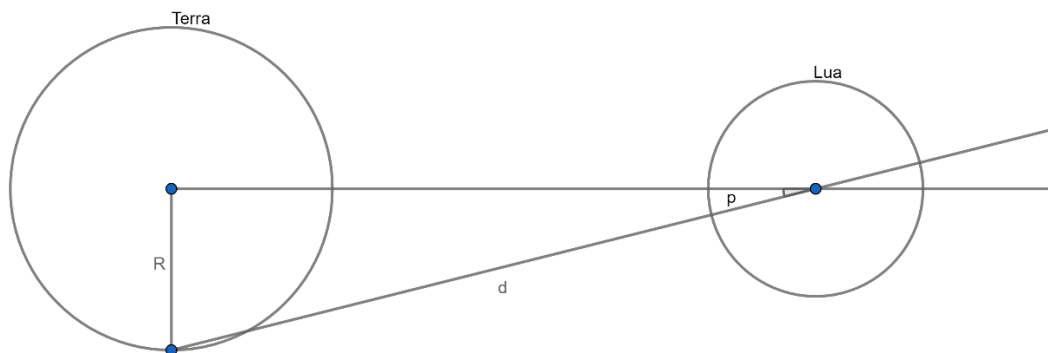


Fonte: Autoria própria

Onde umbra é região da sombra que não recebe luz de nenhum ponto da fonte e, penumbra, a região da sombra que recebe luz de alguns pontos da fonte.

Sendo assim, pelo método da triangulação ou paralaxe geocêntrica através da geometria de um eclipse lunar, foi possível estimar a distância entre a terra e lua como mostra na Figura 8.

Figura 8 - Método da triangulação ou paralaxe.



Fonte: Autoria própria

O procedimento equivale a comparar a posição da lua, em menção as estrelas mais afastadas, por duas vezes, por pontos distantes do planeta terra. Dar-se o nome de paralaxe a metade da diferença total encontrada na direção observada destes dois pontos demarcados em lados opostos da terra.

$$P \text{ (rad)} = \frac{RTerra}{d} \rightarrow d = \frac{RTerra}{P(\text{rad})} \quad (5)$$

Na qual:

- P corresponde à paralaxe geocêntrica, em radiano (rad);
- RTerra corresponde ao raio do planeta terra;
- d corresponde à distância da terra à lua;

Considerando a paralaxe 0,0166 (rad), e o raio da terra 6.371 km (BORGES, 2019).

Logo:

$$0,0166 = \frac{RTerra}{d} \rightarrow \frac{6.371}{0,0166} = 383.795,180722 \quad (6)$$

d (distância entre a terra e a lua): ≈ 384.400 km.

Posteriormente, Aristarco utilizou a longitude da terra até a lua como base para o cálculo da distância entre a terra e o sol.

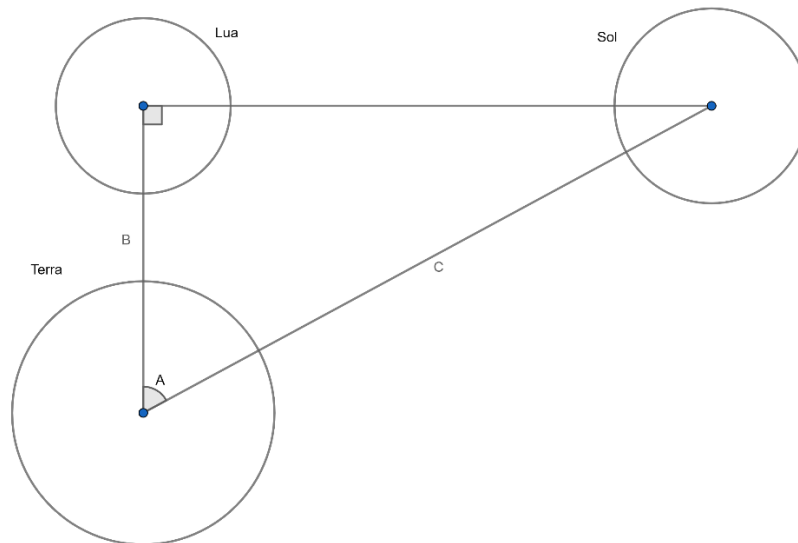
4.2- Calculando a distância do planeta Terra em relação ao sol utilizando o modelo heliocêntrico

O primeiro método de calcular a distância da terra em relação a lua originou-se de Aristarco de Samos que havia descoberto a distância da terra em relação a lua, em seu livro “Sobre os tamanhos e distâncias entre sol e lua”. Para que fosse possível, Aristarco listou 6 hipóteses (BORGES, 2019).

- i. A lua recebe sua luz do sol;
- ii. A terra está no centro circular da órbita da lua.
- iii. Quando a lua está em quarto crescente ou minguante, o círculo que divide a lua na sua parte brilhante escura é paralelo ao raio da terra-lua.
- iv. Quando a lua está em quarto crescente ou minguante, o ângulo lua-sol-terra é 3 graus.
- v. O diâmetro angular da lua e do sol em relação a terra é 0,5 graus.
- vi. O diâmetro do cone de sombra da terra é duas vezes o diâmetro da lua.

A partir da terceira hipótese de Aristarco de Samos, tem-se:

Figura 9 - Cálculo da distância da terra em relação ao sol.



Fonte: Autoria própria

A Figura 9 pode ser representada na seguinte relação trigonométrica:

$$\cos A = \frac{B}{C} \quad (7)$$

Onde B é a distância entre a lua e terra; A é a separação angular entre a terra-lua, ângulo medido por um observador da terra; e C a distância entre terra e sol. Dessa forma, isolando C da equação (7), obtém-se a equação para o cálculo da distância entre terra-sol:

$$C = \frac{B}{\cos A} \quad (8)$$

Utilizando a propriedade da soma dos ângulos internos do triângulo retângulo e considerando as hipóteses três (iii) e quatro (iv), tem-se que A é 87° . Substituindo os valores conhecidos na equação (8), obtém-se:

$$C = \frac{B}{\cos 87^\circ} \rightarrow \frac{1}{0,0523} \cdot B = 19 \cdot B \quad (9)$$

Isto é, Aristarco chegou à conclusão de que a distância entre a terra e o sol correspondia a 19 vezes a distância terra-lua. Entretanto, apesar da assertividade de seu pensamento lógico, quando comparado com dados atuais os resultados mostram-se insatisfatórios (BORGES, 2019).

O resultado obtido por Aristarco, no entanto, está longe de da realidade, sendo sabido hoje, que a distância do Sol à Terra é 400 vezes a distância da Lua a Terra, sendo então, o valor do ângulo α ¹ próximo a $89,86^\circ$, ou seja, muito próximo de 90° . Isto põe o problema de explicar como Aristarco teria chegado ao ângulo α . Ao

¹ O ângulo α corresponde ao ângulo A da figura 9.

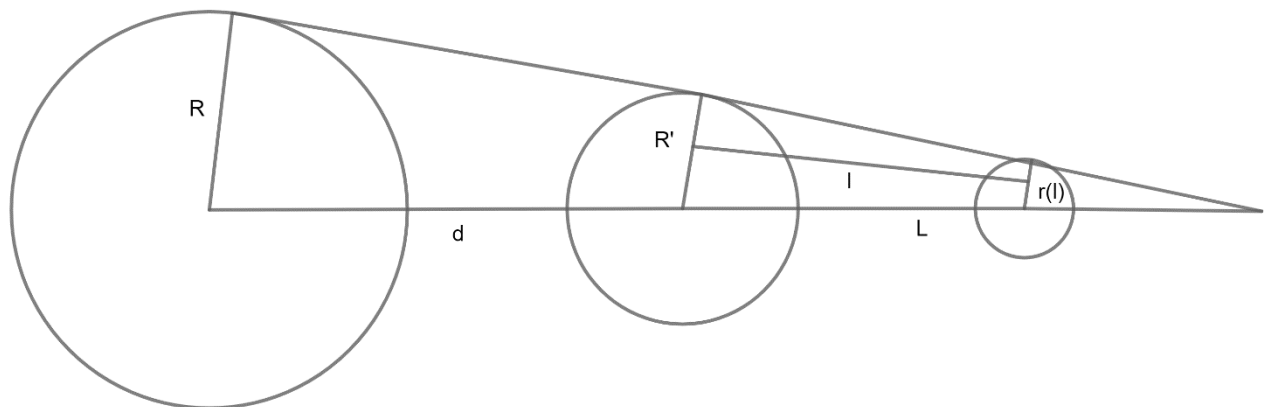
que parece, a diferença que ele teria notado entre o tempo gasto pela Lua numa volta completa em torno da Terra e o tempo para ir de minguante à crescente gerou esse erro em seus resultados (NETO, 2015).

Dessa forma, Aristarco mediu a distância entre a terra e o sol que, posteriormente, foi aperfeiçoada com cálculos e valores mais precisos.

4.3- Calculando o tamanho da sombra de um eclipse

Quando um corpo grande (não pontual) é iluminado por outro corpo extenso definem-se duas regiões de sombra. Considera-se um corpo luminoso de raio R a uma distância d de uma esfera opaca de raio R' . Atrás do corpo opaco se formará um cone de sombra cuja altura pretende-se determinar, conforme mostra a Figura 10:

Figura 10 - Um corpo luminoso de raio R a uma distância d de uma esfera opaca de raio R' .



Fonte: Autoria própria.

Por semelhança de triângulos tem-se a seguinte relação:

$$\frac{R'}{L} = \frac{R}{d+L} \quad (10)$$

- R sendo o raio da fonte;
- d sendo a distância da fonte à esfera opaca;
- R' sendo o raio da esfera opaca

- L sendo o comprimento da sombra, isto é, a altura do cone de sombra.

Logo:

$$L = \frac{R' \cdot d}{R - R'} \quad (11)$$

Determina-se uma certa distância l da esfera opaca. Como a sombra é cônica, sua forma em qualquer ponto é circular.

Sendo:

- r(l) raio da sombra à distância l da esfera opaca;
- L o comprimento da sombra;
- R' raio da esfera opaca.

Por semelhança de triângulos temos:

$$\frac{r(l)}{L-l} = \frac{R'}{L} \quad (12)$$

E o raio da sombra à distância l da esfera opaca é:

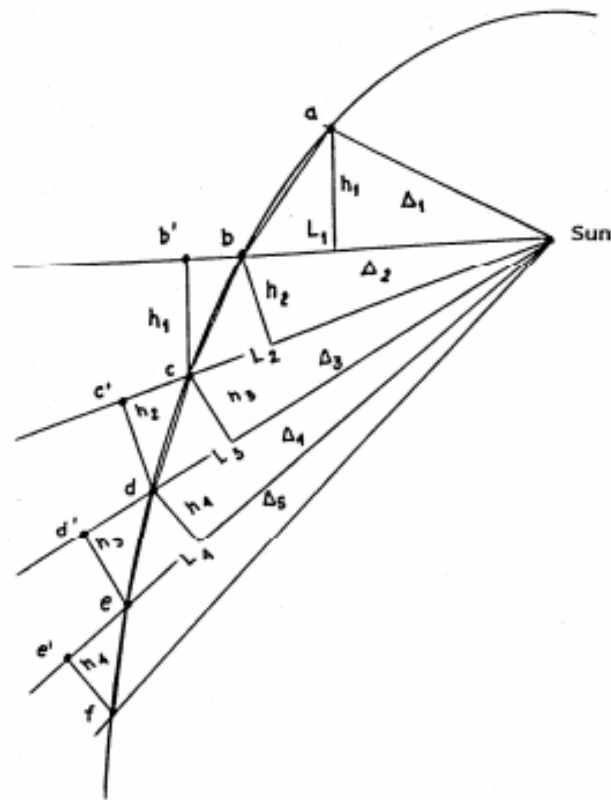
$$r(l) = \frac{R' \cdot L - l}{L} \quad (13)$$

4.4- Calculando as órbitas dos cometas

A primeira lei de Kepler determina que as órbitas dos planetas descrevem uma figura elíptica, onde o sol ocupa um dos focos. Apesar de ser denominada como primeira, Kepler só chegou a essa conclusão após comprovar sua segunda lei, que afirma que, se uma linha for traçada do sol até um planeta, em um determinado tempo essa linha percorrerá a mesma área não importa onde o planeta esteja em sua órbita elíptica (NEVES; ARGÜELLO, 1999, p. 809).

Para o cálculo das órbitas dos planetas será utilizado uma técnica geométrica baseada na segunda lei de Kepler (Lei das Áreas). Esta lei consiste, basicamente, na reprodução de triângulos de mesma área sobre uma elipse a partir de um triângulo original, chamado de Método dos Triângulos em Elipses, ou MTE.

Figura 11: Método do triângulo em elipse.

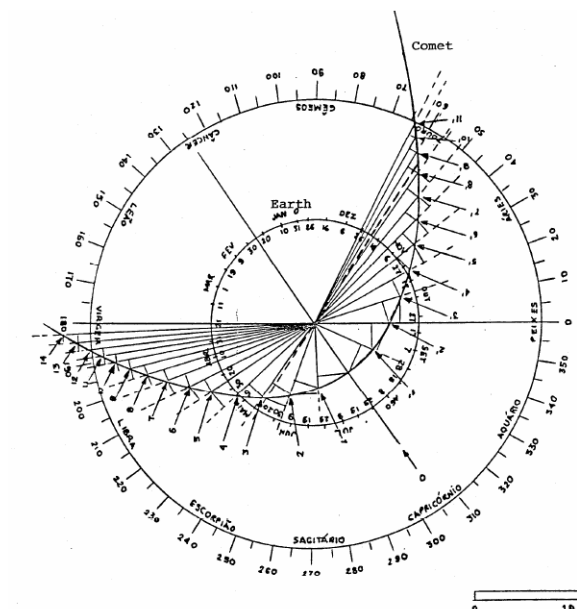


Fonte: NEVES, ARGÜELLO (1999)

A Figura 11 mostra o método geométrico que permite a possibilidade da reprodução de triângulos de mesma área sobre uma curva. Este procedimento consiste nas seguintes etapas: a partir do foco principal, ocupado pelo sol, é construído o primeiro triângulo, denominado Δ_1 . Quando a altura, denominada de h_1 , é encontrada, o triângulo é estendido, mantendo o ângulo reto, perpendicularmente ao cateto de Δ_1 . O próximo passo é encontrar um ponto na elipse que resulte na mesma altura do primeiro triângulo e após encontrá-lo, basta traçar uma linha reta desse ponto até o sol, formando assim o segundo triângulo, denominado de Δ_2 . Dessa forma, é possível reproduzir o próximo triângulo usando como base comum um lado do triângulo anterior, e assim sucessivamente.

Neves e Argüello (1999) apresentaram em sua pesquisa *Órbitas aproximadas dos cometas* como o método de Kepler é utilizado para calcular a órbita aproximada do cometa de Halley. Para que isso seja possível, os pesquisadores apresentam algumas características orbitais do cometa, constroem as elipses e os triângulos ao longo das elipses.

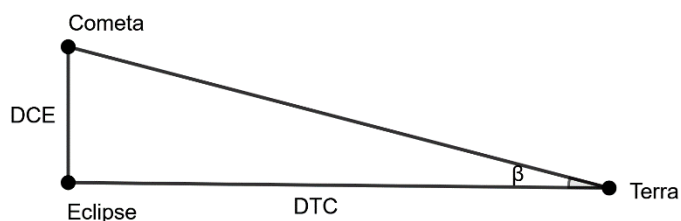
Figura 12 - Órbita do cometa Halley deduzida pelo MTE



Fonte: NEVES, ARGÜELLO (1999)

Em seguida, constroem um modelo tridimensional do desenho da órbita do cometa deduzida pelo método descrito no início da subseção. Por fim, deduzem uma relação trigonométrica para determinar as latitudes eclípticas.

Figura 13: Latitude geocêntrica eclíptica



Fonte: Autoria própria

Onde β é a latitude eclíptica, DCE é a distância do cometa ao plano da eclíptica e DTC é a distância da Terra ao cometa. Dessa forma, tem-se a seguinte relação:

$$\beta = \text{arco} \left[\tan \left(\frac{DCE}{DTC} \right) \right] \quad (14)$$

A partir desta relação é possível calcular a órbita do cometa em determinado tempo.

CONCLUSÃO

Em linhas gerais, comprova-se a importância da utilização do triângulo retângulo na astronomia, onde tem grande relevância na aplicação e explicação do comportamento dos astros. Com isso, pôde-se observar por meio das aplicações e exemplos, ao decorrer do presente trabalho, que a astronomia e a matemática surgiram como solução para as problemáticas do cotidiano das antigas civilizações. Com base no que foi apresentado, a utilização do triângulo retângulo na astronomia é um objeto de grande valor para descrever e explicar o comportamento e determinar distâncias dos astros. Dessa maneira, fenômenos que teriam uma certa complexidade para se entender pôde ser calculado e presumido de maneira simples e direta com o auxílio da utilização do triângulo retângulo na astronomia.

Vale ressaltar que astronomia é um instrumento extremamente complexo, onde suas explicações e fenômenos são de grande importância no meio científico pelo fato de mostrar acontecimentos que ocorrem e de difícil explicação, como eclipses lunares e solares e quando irão acontecer novamente e em que período do ano. Em virtude disso, o objetivo do trabalho foi cumprido, pois a utilização do triângulo retângulo na astronomia pôde ser mostrada por meio de exemplos e aplicações para facilitar o entendimento dos fenômenos da astronomia.

REFERÊNCIAS

BORGES, J, de C. **O ENSINO DA MATEMATICA ATRAVEZ DO ENSINO DA ASTRONOMIA PARA O ENSINO MEDIO**. Universidade Presbiteriana Mackenzie, São Paulo. 2019.

GONÇALVES, E. M; CHUEIRI, M. M. V. **TRIGONOMETRIA**. Cultura acadêmica, São Paulo. 2008.

KEPLE. S. O. **ASTRONOMIA E ASTROFÍSICA**. Departamento de Astronomia - Instituto de Física Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 11 de fevereiro de 2014.

NETO, F. R. S. **O CÁLCULO DE DISTÂNCIAS ENTRE PONTOS INACESSÍVEIS**. João Pessoa, Pr. 2015.

NEVES. M. C. D; ARGÜELLO. C. A. **ÓRBITAS APROXIMADAS DOS COMETAS**. Maringá-Paraná. 1999.

PEDUZZI, L. O. Q. **HISTÓRIA DA CIÊNCIA E ENSINO DE FÍSICA: EVOLUÇÃO DOS CONCEITOS DE FÍSICA**. Disponível em <<http://evolucaodosconceitos.wixsite.com/historia-da-ciencia/texto>>. Acesso em 02 de nov., 2022.

RODRIGUES, M. A. **OS PLANETAS DO SISTEMA SOLAR EM LIVROS DIDÁTICOS DE CIÊNCIAS DA QUINTA SÉRIE DO ENSINO FUNDAMENTAL**. Experiências em Ensino de Ciências, v.2, n.2, p.1-10, ago. 2007.

SOUSA, J. M. **FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS E SUAS APLICAÇÕES NO CÁLCULO DE DISTÂNCIAS INACESSÍVEIS**. Universidade de São Paulo, São Paulo. 2017.

SOUZA, C.J de M, MONTEIRO, M.A.A, MACIEL, I.J. Trigonometria para o cálculo de distâncias dos pontos inacessíveis dos astros. **A TEORIA LUNAR DE PTOLOMEU E A DETERMINAÇÃO DA POSIÇÃO DA LUA E SUA DISTÂNCIA À TERRA**, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Pernambuco, Pesqueira, PE, Brasil. Recebido em 19 de março de 2022. Revisado em 29 de abril de 2022. Aceito em 24 de maio de 2022.

ZAGO, G. J. **TRIGONOMETRIA**. Ed. São Paulo. Érica, 1997.