



**Universidade Federal do Pará  
Campus Universitário Castanhal/Núcleo Curuçá  
Faculdade de Matemática  
Licenciatura em Matemática**

**Trabalho de Conclusão de Curso**

---

**Métodos Resolutivos para Equações  
Polinomiais do Segundo Grau em uma  
Turma de Ensino Médio**

---

**Deivid Oliveira Tavares**

Curuçá  
2024

# **Métodos Resolutivos para Equações Polinomiais do Segundo Grau em uma Turma de Ensino Médio**

**Graduação**

03/2019 – 02/2024

Submissão 26/02/2024

Defesa 29/02/2024

Versão Final 10/03/2024

Universidade Federal do Pará  
Campus Universitário Castanhal  
Faculdade de Matemática

**Deivid Oliveira Tavares**

[deividtavares0507@gmail.com](mailto:deividtavares0507@gmail.com)

Licenciado em Matemática

*UFPA-Castanhal*

**Banca Examinadora:**

**Profa. Dra Roberta Modesto Braga**

Orientadora

**Prof. Dr. Valdelírio da Silva e Silva**

Membro da Faculdade

**Prof. Dr. Renato Germano Reis Nunes**

Membro da Faculdade

---

# Dedicatória

Dedico este trabalho á minha Bisavó Maria  
Madalena (*in memoriam*).

---

# Agradecimentos

Primeiramente gostaria de agradecer a Deus pelo dom de estar vivo e poder vivenciar esse momento grandioso tão sonhado por mim. Só ele sabe o quão difícil foi para eu concluir e chegar até o final do curso.

Agradeço a minha família, em especial minha Mãe (Michele Lisboa), meu Pai (Diogo Tavares) e meus avós (Claudete & Sebastião) que sempre se empenharam ao máximo e nunca deixaram faltar nada para que eu pudesse chegar até aqui.

Ao meu Avô (Lisboa), que é Professor de Matemática, OBRIGADO pela inspiração e motivação!

Uma menção honrosa a todos os professores que passaram pela minha vida, desde o maternal até a conclusão do ensino superior. Agradeço a todos pela troca de experiência e aos saberes ensinados que me ajudarão a ser um ser humano que reflete e questiona, contribuindo para uma sociedade mais igualitária e justa.

Agradecimento especial para a minha orientadora Profa. Dra. Roberta Modesto que, ao longo desta jornada, aceitou o desafio de me orientar na minha formação docente. Peço perdão pelas inconsistências e pelas vezes que pensei em desistir.

Agradeço a todas as pessoas da minha turma, pelas relações de amizade e irmandade que foram criadas durante o curso.

Agradeço aos colegas Adhir Arakem, Felipe Gonçalves, Juliana Victória e Mateus Modesto pela amizade e por todas as experiências vividas. Em especial, agradeço a Henrique Pinheiro, Matheus Almeida e Pedro Enzo pelos fortes laços criados de amizade e por sempre me ajudarem de forma direta e indireta ao longo do curso.

Gratidão a Alana Monteiro, que foi um pilar nessa jornada. Sempre me motivando e não me deixando desistir. Nos momentos mais difíceis, tanto pessoal como acadêmico, nunca me deixou sozinho. Obrigado por sempre estar comigo e por todos os momentos vivenciados.

De modo geral, agradeço a todos!

---

## Epígrafe

“Não sei quanto aos anjos, mas é o medo que dá asas aos homens.”

Max Payne (Personagem fictício)

---

## Resumo

O presente trabalho aborda métodos resolutivos de equações quadráticas em uma turma do ensino médio. A pesquisa busca investigar e analisar a relevância do assunto para os estudantes de uma turma de matemática do ensino médio e, concomitantemente, apresentar distintos métodos que viabilizem a aprendizagem dos mesmos sobre o conteúdo, explorando conceitos, exemplos para a utilização dos métodos de resolução para as equações de grau dois, abordando os métodos de fatoração, soma e produto e a fórmula quadrática “fórmula de Bhaskara”. O objetivo principal deste estudo é explorar diferentes abordagens para a resolução dessas equações, a fim de auxiliar os estudantes a compreenderem e resolver esse tipo de problema matemático de forma mais eficiente e eficaz.

**Palavras-chaves:** Aprendizagem. Equações quadráticas. Métodos resolutivos

# Abstract

---

This work addresses methods for solving quadratic equations in a high school class. The research seeks to investigate and analyze the relevance of the subject for students in a high school mathematics class and, concomitantly, present different methods that enable them to learn about the content, exploring concepts, examples for the use of resolution methods to degree two equations, covering the factorization, sum and product methods and the quadratic formula “Bhaskara’s formula”. The main objective of this study is to explore different approaches to solving these equations, in order to help students understand and solve this type of mathematical problem more efficiently and effectively.

**Keywords:** Learning. Quadratic Equations. Resolution Methods.

---

## Lista de Figuras

2.1	Características do discriminante $\Delta$ . . . . .	18
3.1	Porcentagem referente ao método/estudante . . . . .	24

---

## Lista de Tabelas

3.1	Informações referente a número de estudantes/método . . . . .	23
-----	---	----

# Sumário

---

<b>Introdução</b>	<b>10</b>
<b>1 Equações Quadráticas e suas Classificações</b>	<b>13</b>
1.1 O que é uma Equação do Segundo Grau . . . . .	13
1.2 Classificação das equações do segundo grau . . . . .	14
<b>2 Métodos Propostos</b>	<b>16</b>
2.1 Resolução por Bhaskara . . . . .	16
2.2 Resolução por Soma e Produto . . . . .	19
2.3 Resolução por Fatoração . . . . .	20
<b>3 Procedimentos Metodológicos e Resultados</b>	<b>21</b>
3.1 Metodologia da Pesquisa . . . . .	21
3.2 Descrição dos Resultados . . . . .	22
3.3 Relato dos Estudantes sobre os Métodos . . . . .	24
3.4 Discussão dos Resultados . . . . .	26
<b>Considerações Finais</b>	<b>29</b>
<b>Referências</b>	<b>30</b>

---

# Introdução

Diante das dificuldades enfrentadas pelos estudantes ao lidar com a resolução de equações do segundo grau, torna-se relevante a apresentação de métodos alternativos ao convencional. O objetivo principal deste estudo é explorar diferentes abordagens para a resolução dessas equações, a fim de auxiliar os estudantes a compreenderem e resolver esse tipo de problema matemático de forma mais eficiente e eficaz.

É descrito em [Paiva et al. \(2016\)](#) que:

Atualmente, entende-se que os procedimentos de ensino são tão importantes quanto os próprios conteúdos de aprendizagem. Portanto, as técnicas de ensino tradicional passam a fazer parte do escopo de teóricos não só da área da Educação, mas de toda a comunidade intelectual que busca identificar suas deficiências e buscam propor novas metodologias de ensino-aprendizagem. ([PAIVA et al., 2016](#))

A justificativa para a escolha desse tema reside na constatação de que muitos estudantes encontram dificuldades em compreender e resolver corretamente problemas envolvendo equações quadráticas, seja por não entender o problema ou por não terem uma abordagem com métodos que possam facilitar esses impasses. Desta forma, levando a uma compreensão errada do conteúdo.

A metodologia adotada neste estudo foi de natureza básica, com uma abordagem qualitativa e caráter exploratório. Foi realizada uma pesquisa de campo para embasar teoricamente os diferentes métodos de resolução de equações do segundo grau. Além disso, serão apresentados exemplos práticos de aplicação dos métodos, a fim de ilustrar sua eficácia na resolução de equações quadráticas.

Nesse sentido, a proposta deste trabalho é explorar abordagens distintas, como o método da fatoração, método da Soma e Produto e o método de resolução de equações quadráticas “Fórmula de Bhaskara”, que podem ser utilizados como ferramentas complementares para o aprendizado. Esses métodos oferecem diferentes abordagens para a resolução de equações do segundo grau, permitindo aos estudantes uma compreensão mais ampla e uma maior flexibilidade na resolução desses problemas.

De acordo com [Freitas \(2008 apud BROUSSEAU, 1986, p. 77\)](#), “a teoria das situações

didáticas é um modelo teórico desenvolvido na França por Brousseau (1986) e trata de formas de apresentação, a alunos, do conteúdo matemático, possibilitando melhor compreender o fenômeno da aprendizagem matemática.”

A teoria em questão desempenha um papel fundamental no campo da educação, uma vez que reflete o crescente interesse de pesquisadores e professores em analisar as situações didáticas que ocorrem no ensino e aprendizagem da matemática em sala de aula. Essa abordagem teve origem a partir de estudos críticos sobre a teoria da epistemologia genética de Piaget. Freitas (2008) descreve uma teoria desenvolvida por Brousseau (1986) da seguinte maneira:

Brousseau (1986) desenvolveu um tratamento científico do trabalho didático tendo como base a problematização matemática e a hipótese de que se aprende por adaptação a um meio que produz contradições e desequilíbrios. Observa-se que sua teoria se apresenta como uma contraposição à forma didática clássica, centrada no ensino com ênfase na divulgação de conteúdos sistematizados, incluindo a forma axiomática. (FREITAS, 2008 apud BROUSSEAU, 1986, p. 78)

Essa teoria se baseia em um tripé fundamental, composto pelo professor, aluno e saber matemático, valorizando igualmente todas as partes envolvidas. Ela reconhece o papel essencial do professor em criar situações que despertem o interesse pela aprendizagem, permitindo que o aluno construa seu próprio conhecimento e se aproprie dos conteúdos matemáticos.

Uma das principais razões para a importância das equações do segundo grau é o fato de que elas representam uma das formas mais simples e fundamentais de equações não lineares. Pois ao aprender e resolver essas equações, os estudantes acabam desenvolvendo habilidades essenciais de resolução de problemas, raciocínio lógico, bem como o seu pensamento crítico.

Somado a isso, as equações do segundo grau, de forma direta, estão relacionadas ao estudo das funções quadráticas, que são amplamente utilizadas para modelar fenômenos do mundo real. Por exemplo, elas podem ser usadas para descrever o movimento de um objeto em queda livre, a trajetória de um projétil ou o crescimento de uma população ao longo do tempo. Dominar o conhecimento e as habilidades relacionadas às equações do segundo grau é essencial para que os estudantes possam compreender e resolver problemas do cotidiano, bem como para avançar em estudos mais avançados de matemática e áreas correlatas. Segundo os autores Velho & Lara (2011):

Segundo essas ideias, o papel da educação é adaptar e preparar o indivíduo

para a vida em sociedade, aprendendo como os conhecimentos se transformam, e provocar um resgate da cultura popular, a partir da cultura e do meio em que vive o educando. Isso facilitaria a construção do conhecimento, pois seria o educando o próprio agente da história. (VELHO; LARA, 2011, p. 5)

O trabalho está organizado em seções, sendo a primeira seção designada para equações do segundo grau, apresentando seu conceito, fórmula geral e classificação. A segunda seção diz respeito aos métodos resolutivos, mostrando a sua importância no ensino de resolução de equações quadráticas e, também, são apresentados os métodos utilizados na pesquisa com a conceituação de cada um. Na terceira seção, apresentamos os procedimentos metodológicos da pesquisa e as discussões geradas, seguido da conclusão dos resultados. Por fim, as considerações finais deste trabalho.

# Equações Quadráticas e suas Classificações

A equação do segundo grau é um tema fundamental no estudo da matemática. Ela é caracterizada por conter uma incógnita elevada ao quadrado, além de termos lineares e constantes. Essas equações possuem uma importância significativa, pois estão presentes em diversas áreas do conhecimento, como por exemplo: Física, Química e Biologia.

Ao estudar as equações do segundo grau, uma das principais questões que surgem é a classificação dessas equações de acordo com suas raízes. Compreender essas características permite o entendimento acerca dos conceitos matemáticos e, posteriormente, a resolução de problemas específicos e complexos.

## 1.1 O que é uma Equação do Segundo Grau

Uma equação do segundo grau, também conhecida como equação quadrática, é uma equação polinomial de grau dois, representada na forma geral:

$$ax^2 + bx + c = 0, \quad (1.1)$$

sendo  $a, b$  e  $c$  seus coeficientes, com  $a \neq 0$ . Ainda podemos reescrever essa equação em sua forma canônica como:

$$a \left[ \left( x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2} \right] = 0, \quad \text{sendo } \Delta = b^2 - 4ac. \quad (1.2)$$

Os coeficientes de uma equação do segundo grau  $a, b$  e  $c$  são números pertencentes ao conjunto  $\mathbb{R}$  ao contrário dos valores de  $a$  e  $b, c$  não está acompanhado pela variável  $x$ . Por esse motivo, ele é chamado termo independente da equação do segundo grau. Enquanto isso,  $b$  é o coeficiente que multiplica  $x$  e, por esse motivo, é conhecido como coeficiente linear.

Já o coeficiente  $a$ , chamado de coeficiente quadrático, é o valor numérico que admite o termo  $x^2$ . Por conta dessa característica, ele é o coeficiente que define equação como sendo do segundo grau, pois se o coeficiente  $a \neq 0$ , o termo quadrático deixará de existir, restando apenas a expressão  $bx + c = 0$ , dessa forma, representando a forma de uma equação afim.

Em termos de contextualização histórica, o autor Vale (2013) ressalta:

Ao longo da história várias civilizações tentaram resolver essas equações. Os gregos realizavam demonstrações por meio de construções geométricas, os babilônios apresentavam soluções algébricas, os árabes apresentaram a equação do segundo grau e sua resolução ampliando horizontes entre o método geométrico e algébrico. (VALE, 2013, p. 25)

Para encontrar as raízes da equação, é preciso determinar os valores reais de  $x$ . Lembrando que uma equação do segundo grau possui no máximo duas raízes reais.

Essas equações são muito importantes no estudo da matemática e têm diversas aplicações em diferentes áreas, como física, engenharia e economia. A resolução de equações do segundo grau permite encontrar os valores da variável que satisfazem a igualdade.

## 1.2 Classificação das equações do segundo grau

A classificação referente ao tipo de equação quadrática é pertinente, nesse sentido, essa seção trata de alguns aspectos importantes de uma equação polinomial do segundo grau. Assim, sua estrutura algébrica explicitada na equação (1.1), onde o coeficiente  $a$  deve ser não nulo, caso contrário, teremos uma equação de grau linear.

### Forma Completa

Sabendo que na forma geral da equação, obrigatoriamente,  $a \neq 0$ , de acordo com (1.1); para se obter uma equação do segundo grau completa, é necessário que os outros coeficientes da equação,  $b$  e  $c$  também sejam diferentes de zero.

Portanto, as soluções da equação do segundo grau podem ser determinadas mediante

uma manipulação na forma canônica de (1.1):

$$\begin{aligned} ax^2 + bx + c = 0 &\iff a \left[ \left( x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2} \right] = 0 \iff \\ &\iff \left( x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2} = 0 \iff \left( x + \frac{b}{2a} \right)^2 = \frac{\Delta}{4a^2} \iff \\ &\iff x + \frac{b}{2a} = \pm \frac{\sqrt{\Delta}}{2a} \iff x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}. \end{aligned}$$

### Forma Incompleta

Quando temos uma equação do segundo grau  $ax^2 + bx + c = 0$  e as constantes (coeficientes)  $b = 0$ ;  $c = 0$  ou  $b = c = 0$  dizemos que está equação é da forma incompleta. Se a equação estiver no formato  $ax^2 = 0$ , e dita que, por formalidade matemática, que essa equação não tem aplicação fundamental, pois suas raízes sempre serão nulas (VALE, 2013). Caso a equação esteja na forma  $ax^2 + c$ , encontramos seus zeros mediante a seguinte manipulação:

$$ax^2 + c = 0 \implies ax^2 = -c \implies x^2 = -\frac{c}{a} \implies x = \pm \sqrt{-\frac{c}{a}},$$

logo suas raízes serão:

$$x_1 = +\sqrt{-\frac{c}{a}}, \tag{1.3}$$

$$x_2 = -\sqrt{-\frac{c}{a}}. \tag{1.4}$$

Ademais, caso a equação tiver formulada como  $ax^2 + bx = 0$  podemos encontrar seus zeros mediante o termo  $x$  que se repete, logo temos que:

$$ax^2 + bx = 0 \implies x(ax + b) = 0.$$

Daí obtemos que o produto de dois números igualados a zero é:

$$x = 0; \tag{1.5}$$

$$ax = -b \implies x = -\frac{b}{a}. \tag{1.6}$$

---

## Métodos Propostos

A utilização de diferentes métodos de resolução de problemas é algo a ser levado em consideração. Ao lidar com problemas, é essencial ter uma abordagem flexível e adaptável para cada situação, pois nem todas podem ser resolvidas da mesma forma.

Ao utilizar diferentes métodos para a resolução de equações do segundo grau, os estudantes têm a oportunidade de expandir suas habilidades analíticas e de pensamento crítico. Cada método traz consigo uma abordagem única de resolução, estimulando o desenvolvimento de novas formas de se pensar e solucionar os mais diversos problemas. A prática educacional é descrita da seguinte forma por [Pontes \(2019\)](#) como:

Como prática educacional no processo de ensino e aprendizagem de matemática possibilita ao professor facilitador e ao aluno aprendiz desenvolver novas habilidades no intuito de fortalecer o pensamento crítico e o raciocínio lógico. ([PONTES, 2019](#), p. 3)

Desta forma, é importante ressaltar que, o constante desenvolvimento do raciocínio lógico de um indivíduo, trará reflexos não apenas no âmbito da matemática, mas sim na sua vida de modo geral, em razão de que o raciocínio lógico transita diariamente em quaisquer atividades subjetivas e práticas deste indivíduo ([SOUSA, 2015](#)).

Diante disso, o trabalho visa apresentar três métodos distintos para se resolver uma equação do segundo grau completas, sendo eles: Bhaskara, fatoração e soma e produto.

### 2.1 Resolução por Bhaskara

A fórmula quadrática, ou também popularmente conhecida como fórmula de Bhaskara, é um dos métodos mais conhecidos e utilizados na matemática, principalmente para a resolução de equações do segundo grau. Este método utiliza apenas o uso dos coeficientes para encontrar as raízes reais de uma equação. Conforme é descrito em [Vale \(2013\)](#):

Uma das mais importantes fórmulas utilizadas comumente para resolver equações do segundo grau, esta equação muito utilizada em todas as engenharias, física na biologia e no seu contexto geral, ciências contábeis na economia de modo geral, traz consigo várias possibilidades de uso para encontrar raízes de uma equação, vértice de parábolas consigo seus valores máximos, definir trajetórias, encontrar perímetros de uma área e até definir lucros ou valores a receber. (VALE, 2013, p. 1)

Tendo em vista que os problemas envolvendo equações do segundo grau são datados desde a época dos babilônios, há quase 4 mil anos atrás, o termo “fórmula de Bhaskara” acaba por se tornar inadequado, tendo essa nomenclatura apenas no ensino brasileiro, datado por volta da década de sessenta (VALE, 2013). Alguns autores associam o desenvolvimento da fórmula ao indiano “Bhaskara Akaria”. Podemos obter essa fórmula da seguinte maneira:

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad (2.1)$$

$$ax^2 + bx = -c \quad (2.2)$$

$$\frac{ax^2}{a} + \frac{bx}{a} = -\frac{c}{a} \quad (2.3)$$

$$x^2 + \frac{bx}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 \quad (2.4)$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 \quad (2.5)$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2} \quad (2.6)$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \quad (2.7)$$

$$\sqrt{\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2} = \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}} \quad (2.8)$$

$$x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2|a|} \quad (2.9)$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}. \quad (2.10)$$

Para resolver equações do segundo grau utilizando a fórmula de Bhaskara, é necessário substituir os valores numéricos dos coeficientes da equação dentro da fórmula. Diante disso, é importante avaliar as características do discriminante (IEZZI, 2013).

i)  $\Delta > 0$ , a equação terá duas raízes distintas;

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ e } x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}. \quad (2.11)$$

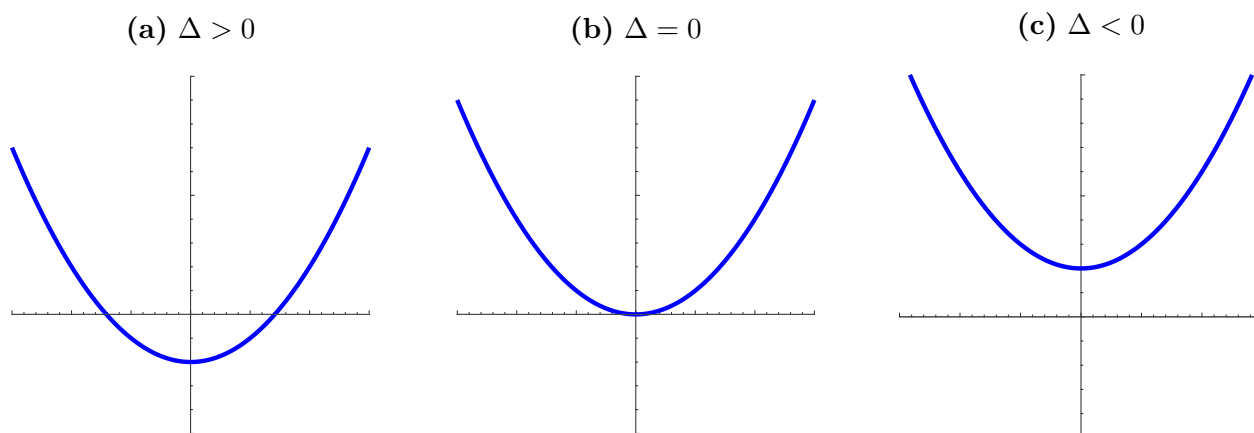
ii)  $\Delta = 0$  a equação terá duas soluções iguais.

$$x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}. \quad (2.12)$$

iii)  $\Delta < 0$  a equação não terá raízes reais, apenas zeros complexos<sup>1</sup>

Na figura abaixo, apresentamos em termos gráficos as características do valor numérico do discriminante  $\Delta$  e sua relação na intersecção com o eixo  $x$ .

**Figura 2.1:** Características do discriminante  $\Delta$



Fonte: Do autor

Uma característica pertinente sobre equações do segundo grau, refere-se quando a equação (1.1) está na forma:  $x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$ , que equivale a reescrever como:

$$x^2 + 2mx + n = 0, \quad m, n \in \mathbb{R}. \quad (2.13)$$

Dessa forma, temos uma formula modificada para se trabalhar com equação da forma (2.13). Assim, temos que:

<sup>1</sup>As raízes complexas de uma equação polinomial ocorrem em pares em razão dos seus conjugados.

$$x = \frac{-2m \pm \sqrt{4m^2 - 4n}}{2} \quad (2.14)$$

$$x = \frac{-2m \pm 2\sqrt{m^2 - n}}{2} \quad (2.15)$$

$$x = -m \pm \sqrt{m^2 - n}. \quad (2.16)$$

A fórmula de Bhaskara, como bem popularmente é denominada, pode ser usada para solucionar qualquer tipo de equação do segundo grau, seja ela completa ou incompleta, tornando-se um dos métodos mais usuais para a resolução de problemas.

## 2.2 Resolução por Soma e Produto

A resolução por soma e produto é um método utilizado para encontrar soluções de uma equação. Este método se apresenta eficiente em equações da espécie  $ax^2 + bx + c = 0$ , principalmente em casos em que as soluções da equação são números inteiros  $\mathbb{Z}$ .

O método da soma e produto é uma estratégia que utiliza as propriedades das raízes de uma equação do segundo grau para encontrar as soluções. Seja uma equação do segundo grau na forma  $ax^2 + bx + c = 0$ , onde  $a$ ,  $b$  e  $c$  são constantes.

A soma e o produto das raízes é dado, respectivamente, por:

$$S = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}, \quad (2.17)$$

$$P = x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}. \quad (2.18)$$

Este método se torna bastante interessante, pois é possível deduzir quais são os valores das raízes. Pois, se deduz dois números que somados irão resultar no valor de  $S = -\frac{b}{a}$  e que, multiplicados, resultarão no valor de  $P = \frac{c}{a}$ .

A compreensão do conceito de soma e produto é fundamental para a utilização desse método, porém, para equações que apresentem soluções que não são inteiras  $\mathbb{Z}$ , este método acaba por se tornar não tão eficaz, recorrendo a busca e utilização de outras técnicas para encontrar as soluções da equação.

## 2.3 Resolução por Fatoração

O método da fatoração consiste em escrever uma expressão algébrica na forma de produto, ou seja, representar um determinado número em forma de multiplicação. Em relação a equações do segundo grau, em alguns casos, esse método simplifica a expressão trabalhada, ocasionalmente, sua resolução podendo ser facilitada. Lima et al. (1997) tem uma visão diferenciada a respeito dessa estratégia:

A fatoração pode ser utilizada, também, no ensino médio no estudo da função do segundo grau, nas inequações, na equação da circunferência etc. Entretanto, apesar de a sua aplicação poder ser feita nesse nível de ensino, a fatoração é pouco explorada nos livros didáticos do ensino médio. (LIMA et al., 1997)

Para resolver uma equação do segundo grau pelo método da fatoração, é necessário fatorar a expressão quadrática. Consiste em encontrar dois binômios (expressão algébrica formada por dois termos) que, quando multiplicados, resultem na expressão quadrática original.

Antes de mesmo de utilizar o método, é necessário explanar que a equação do segundo grau (em alguns casos) pode ser fatorada, isto é:

$$ax^2 + bx + c = 0 \implies a(x - x_1)(x - x_2) = 0, \quad (2.19)$$

isso implica em retenção de habilidades para resolver outros tipos de problemas envolvendo simplificação de expressões!

### Passos para a fatoração:

- i) Escrever a equação na forma padrão  $ax^2 + bx + c = 0$ ;
- ii) Fatorar a expressão quadrática em dois binômios como:  $a(x - x_1)(x - x_2) = 0$ ;
- iii) Encontrar os valores de  $x$  que tornam cada binômio igual a zero;
- iv) Esses valores de  $x$  serão as raízes da equação.

O método da fatoração é uma forma eficiente de resolver equações do segundo grau quando é possível fatorar a expressão quadrática. Geralmente é utilizada em equações completas. No entanto, nem todas as equações podem ser resolvidas por esse método, sendo assim, é necessário a utilização de outras técnicas.

**Observação:** Vale ressaltar que é necessário introduzir o conhecimento de fatoração para que o entendimento seja contemplado em problemas com equações quadráticas!

---

## Procedimentos Metodológicos e Resultados

### 3.1 Metodologia da Pesquisa

Aqui serão abordados os aspectos metodológicos da pesquisa realizada, descrevendo os procedimentos necessários para desenvolver os métodos/estratégias de resolução de equações quadráticas. Esse estudo corresponde a uma pesquisa de natureza básica, uma vez que gera conhecimento, com foco na ampliação nas discussões teóricas já existentes. Para tanto usamos a metodologia de abordagem qualitativa para a realização da pesquisa que tem o ambiente como fonte direta dos dados, os relatos do pesquisador e dos participantes do projeto. Portanto, aqui o pesquisador mantém contato direto com o ambiente e o objeto de estudo em questão, necessitando de um trabalho mais intensivo de campo (GIL et al., 2002).

Trata-se de uma pesquisa de abordagem qualitativa, descritiva com realização de pesquisa de campo em uma escola pública. A escola selecionada situa-se na cidade de Aurora do Pará - PA, levando em consideração critérios como localização, número e disponibilidade de estudantes. A coleta de dados foi realizada por meio de observação e participação direta nas aulas e interação com os estudantes, através de suas falas e seus relatos.

A Escola Estadual Professor Hildeberto Reis é uma escola pública de Ensino Médio que fica em Aurora do Pará - PA. Sendo uma das escolas mais antigas da região, apresenta uma estrutura trabalhada com biblioteca, laboratório entre outros espaços. Oferece uma Educação de qualidade, com professores qualificados, além de uma proposta pedagógica atual, bem como, valoriza a diversidade cultural, o respeito às diferenças e a participação da comunidade escolar.

Essa pesquisa foi realizada em conjunto com o professor A.S, que é responsável pela turma. Este, por sua vez, é formado em licenciatura em Matemática pela Universidade Estadual do Pará – UEPA, concursado pela SEDUC – PA, apresenta um acervo de formações

ao longo de sua carreira, além de ser um dos professores mais antigos da escola, atuando na docência por 15 anos.

Foi organizado um plano de aplicação de métodos de resolução da equação do segundo grau para a turma para um período de tempo compatível com a organização de sala de aula e de conteúdo. Então, no período de 3 dias foi realizado anotações sobre o desenvolvimento das aulas, interação, relatos e registros dos estudantes. Após a coleta os dados e informações foram descritos como forma do leitor compreender a discussão de cada método, acompanhado de pesquisa de opinião e destaque para alguns relatos.

Com a ajuda do professor da turma, apresentamos a proposta da pesquisa para os estudantes que receberam a ideia de forma bastante positiva, pois por ser algo novo e diferente do habitual que eles estão acostumados diariamente na escola, acabou por causar muito entusiasmo e empolgação na turma toda. Após a coleta de dados durante os 3 dias, junto ao professor foi utilizado mais um dia para fazer uma abordagem de modo geral na turma para filtrar e organizar quais métodos tiveram mais aprovação pelos estudantes, para com isso, dividir as opiniões em forma de gráficos e tabelas percentuais para alusão e compreensão do que foi recolhido.

## 3.2 Descrição dos Resultados

A aplicação da atividade foi realizada com uma turma específica do segundo ano do ensino médio, no horário da manhã. Cada dia de pesquisa consistiu em 3 aulas, com duração de 45 minutos cada, totalizando um tempo de 2 horas e 15 minutos de coleta de dados por dia. A turma, inicialmente composta por 28 estudantes no primeiro dia, teve um aumento no número de participantes para 30 estudantes nos dias seguintes.

No primeiro dia de pesquisa em sala, foi realizada uma apresentação da fórmula quadrática, também conhecida como fórmula de Bhaskara. Com o objetivo de tornar o conteúdo mais acessível e compreensível para os estudantes, foram utilizados exemplos práticos do cotidiano, que foram minuciosamente discutidos no quadro.

Cada etapa do método foi detalhadamente explicada, desde a identificação dos coeficientes até a resolução das equações, permitindo que os estudantes acompanhassem e compreendessem o processo passo a passo. Dessa forma, os problemas do cotidiano foram utilizados como contexto para a aplicação da fórmula, tornando o aprendizado mais significativo e facilitando a compreensão do conteúdo.

No segundo dia, foi apresentado aos estudantes o método da soma e produto para resolver equações quadráticas. Demonstrando que esse método é uma alternativa para encontrar as raízes de uma equação desse tipo. Foram mostrados alguns exemplos de equação

quadrática e explicado que o objetivo era encontrar dois números que, quando somados, resultassem no oposto do coeficiente  $b$  e, quando multiplicados, resultassem no coeficiente  $c$  da equação.

Em seguida, foi solicitado aos estudantes para identificarem esses dois números. Eles tiveram que pensar em quais números atenderiam a essas condições. Depois, foi apresentado como utilizar esses números para reescrever a equação quadrática de uma forma diferente para encontrar as raízes da equação.

No terceiro dia, foi inserido o método da fatoração aos estudantes. Como era um método novo para eles, acabou que houve certa estranheza e dificuldades na compreensão do significado de fatorar produtos.

Diante disso, antes de apresentar o método, foi realizado uma pequena revisão sobre fatoração, lembrando os conceitos básicos e explicando sua importância na resolução de equações. Em seguida, foi explicado o passo a passo da resolução utilizando o método da fatoração de forma bem detalhada, com o objetivo de facilitar a compreensão dos estudantes.

Conseqüentemente, foi demonstrado como identificar os termos comuns em uma equação e como fatorar esses termos, transformando a equação em uma multiplicação de fatores. Onde ao igualar cada fator a zero, é possível encontrar as raízes da minha equação.

Exemplos adicionais foram aplicados para que os estudantes praticassem o método da fatoração com outras equações quadráticas. Essa prática adicional ajudou a consolidar o aprendizado e a superar as dificuldades iniciais na compreensão do método da fatoração.

No quarto dia, foi apresentado aos estudantes questões onde cada um deles, diante os métodos que foram apresentados durante os dias anteriores, poderiam escolher uma forma de resolução cujo melhor se adaptaram para realizar as resoluções.

Ao final do quarto dia, após uma pesquisa rápida na turma sobre qual método os estudantes mais se familiarizaram. A tabela (3.1) representa os resultados obtidos.

**Tabela 3.1:** Informações referente a número de estudantes/método

MÉTODOS	Nº DE ESTUDANTES
Fatoração	3
Soma e Produto	10
Bhaskara	17

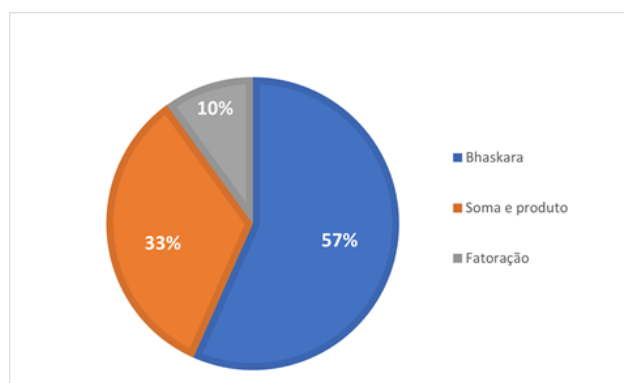
Fonte: Do autor, mediante pesquisa de campo 2023

Tendo em vista os resultados da figura (3.1), fica evidente que a metade dos alunos optou por utilizar o método resolutivo mais convencional (Fórmula de Bhaskara), pois se trata de uma ferramenta mais difundida no meio estudantil.

Diferentemente do método da fórmula de Bhaskara que utiliza procedimentos e formulações para se obter a solução, a soma e produto consiste encontrar tais números que satisfaçam duas condições e, conseqüentemente, essa análise influenciou os estudantes em escolher outro método.

O método de fatoração por ser uma ferramenta pouco conhecida pelos estudantes em geral, é uma estratégia bem eficiente na determinação das raízes. No entanto, por não ser tão mencionada pelos professores acaba caindo em desuso e ofuscada pela fórmula de Bhaskara.

**Figura 3.1:** Porcentagem referente ao método/estudante



Fonte: Do autor

### 3.3 Relato dos Estudantes sobre os Métodos

Após a coleta e descrição de dados, foi perguntado aos estudantes sobre os métodos e o porquê da escolha deles para a resolução dos problemas expostos.

Primeiramente, foi observado a fala dos estudantes que optaram pelo método da resolução quadrática tradicional (Bhaskara).

Como eu já tinha visto a fórmula de Bhaskara, resolvi fazer por ela porque já tinha mais prática, mas gostei das outras. (ESTUDANTE B1)

Sempre estudei na escola sobre a fórmula de Bhaskara para resolver essas equações, por isso escolhi ela, esses outros métodos eu nunca tinha visto. (ESTUDANTE B2)

Como eu já estava acostumado com a fórmula de Bhaskara, fiz por ela, mas quero aprender a de soma e produto porque parece ser bem mais simples e mais rápida de fazer. (ESTUDANTE B3)

Eu tentei pelos outros métodos, mas não consegui resolver os problemas, por isso fiquei com a fórmula de Bhaskara porque já conheço e me senti mais segura. (ESTUDANTE B4)

Foi observado que devido a maioria dos estudantes já estarem familiarizados com a fórmula de Bhaskara, acabaram por optarem por ela. Apesar de se sentirem instigados pelos outros métodos devidos serem novos e desconhecidos para os mesmos, resolveram por não utilizarem.

Seguindo a ordem dos métodos, o segundo mais utilizado pelos estudantes foi o método de Soma e Produto.

Eu escolhi utilizar o método de Soma e Produto porque é bem mais prático e rápido de fazer, por Bhaskara tem muitas etapas. (ESTUDANTE SP1)

Escolhi o método de Soma e Produto porque eu sempre tive dificuldade em achar algumas raízes na hora de resolver a fórmula de Bhaskara. (ESTUDANTE SP2)

Escolhi esse método porque sempre eu acabo esquecendo a fórmula de Bhaskara, e eu gostei desse método, porque não tem muitas fórmulas (ESTUDANTE SP3)

Gostei muito desse método, porque em alguns problemas é possível adivinhar quais são os valores das raízes sem nem fazer cálculo, eu não sabia disso, muito legal e prático! (ESTUDANTE SP3)

Eu gostei desse método, pois algumas questões eu consigo fazer de cabeça, bem diferente do método de Bhaskara que é demorado e precisa de muitos cálculos. (ESTUDANTE SP4)

Observamos que havia uma grande comparação dos estudantes entre os métodos de Bhaskara e o de soma e produto. Foi visualizado que muitos estudantes acharam a resolução pelo método de soma e produto mais prática e rápida, pois concluíram que a ideia de deduzir os valores é bem mais viável do que a resolução de muitas fórmulas.

O método da fatoração foi o menos utilizado. Nenhum dos estudantes na sala o conheciam e a grande maioria deles apresentou dificuldades na sua compreensão, visto que, por sua vez, demonstra ser um método rebuscado e mais aproveitado em graduações.

Eu achei esse método um pouco difícil. Não consegui entender muito bem sobre os fatores. (ESTUDANTE F1)

Achei esse o método mais difícil, apesar da resolução dele ser menor do que a de Bhaskara. Mas ele parece ser o mais bonito de resolver a questão. (ESTUDANTE F2)

O meu pai que é professor de matemática falou que esse método ajuda muito em alguns outros problemas de matemática. Ele remete a produtos notá-

veis, muito usado na faculdade, por isso fiquei interessado em aprendê-lo. (ESTUDANTE F3)

Eu já conhecia os outros dois métodos e sabia resolver por eles. Fiquei empolgada com esse último método. É sempre bom aprender mais, por isso, resolvi as questões por ele. (ESTUDANTE F4)

Devido à dificuldade em compreender a fatoração, muitos estudantes optaram por utilizar os outros dois métodos de resolução, seja por estarem mais familiarizados com eles ou por terem mais prática. Essa escolha se deve à busca por alternativas que sejam mais acessíveis e compreensíveis para eles.

### 3.4 Discussão dos Resultados

Com base na coleta dos dados e relatos dos estudantes, podemos partir para a discussão dos resultados da pesquisa.

Após a apresentação dos três métodos de resolução de equações quadráticas escolhidos para a turma, foi observado que os estudantes demonstraram preferências distintas em relação a esses métodos. O método de Bhaskara foi o mais escolhido pelos mesmos, seguido pelo método da soma e produto, e por último o método da fatoração. Uma justificativa para a escolha da maioria pelo método de Bhaskara pode estar relacionada a ênfase dada em sala de aula, bem como nos livros didáticos.

Durante a coleta de dados, foram registrados vários relatos em relação aos métodos apresentados. 17 estudantes destacaram a facilidade de compreensão e aplicação do método de Bhaskara, tanto por conta de já estarem familiarizados com esse método, considerando-o como uma ferramenta eficiente para a resolução de equações do segundo grau.

Ao decorrer da aplicação do método da soma e produto, foi possível observar o interesse dos estudantes por essa abordagem. Com base na (tabela 3.1) e na (figura 3.1), 10 estudantes optaram e consideraram esse método como o mais prático e eficiente para resolver os problemas, evitando fórmulas e etapas rebuscadas até se chegar ao resultado da equação. Os estudantes gostaram da ideia de deduzir valores que correspondessem às raízes das equações, o que tornou o processo de resolução mais dinâmico e imersível para eles.

Durante a aplicação do método da fatoração, apenas 3 estudantes da turma optaram por utilizá-lo, enquanto o resto dos estudantes alegaram que era mais difícil e que se confundiam na ideia de dividir a expressão em dois fatores distintos. Essa dificuldade os levava a desistirem da resolução e a utilizarem os outros métodos. No entanto, é importante ressaltar que, apesar dessas dificuldades, o método da fatoração ainda conseguiu somar positivamente

para os estudantes que escolheram resolver as equações utilizando essa abordagem.

Esses resultados indicam que a escolha do método de resolução de equações quadráticas pode variar de acordo com as preferências individuais dos estudantes. É importante considerar essas particularidades ao ensinar e selecionar os métodos a serem abordados em sala de aula. Contudo, a aprendizagem deve atingir todos de forma igualitária, assim a matemática, segundo [Silva \(2011\)](#):

A Matemática desempenha um importante papel na formação do cidadão, pois fornece ferramentas que permitem ao ser humano desenvolver estratégias, enfrentar desafios, comprovar e justificar resultados, entre outras atividades. Além disso, estimula a criatividade, o desenvolvimento do raciocínio lógico, a iniciativa pessoal, e o trabalho coletivo. ([SILVA, 2011](#), p. 10)

A resolução de problemas, bem como a aplicação de distintos métodos de resolução de equações do segundo grau possibilita o estudante a instigar o seu raciocínio, levando a aplicar e entender o conteúdo proposto. [Dante \(1994\)](#) menciona que:

É possível por meio da resolução de problemas desenvolver no aluno iniciativa, espírito explorador, criatividade, independência e a habilidade de elaborar um raciocínio lógico e fazer uso inteligente e eficaz dos recursos disponíveis, para que ele possa propor boas soluções às questões que surgem em seu dia-a-dia, na escola ou fora dela. ([DANTE, 1994](#), p. 11)

Essa pesquisa contribuiu para o entendimento das preferências dos estudantes em relação aos métodos de resolução de equações quadráticas, fornecendo *insights* valiosos para os professores no planejamento e ensino desses conteúdos, como por exemplo: Variedade de abordagens, permitir que o estudante escolha qual método melhor se adapta ao seu estilo de aprendizagem, compreensão mais profunda dos conceitos por trás das resoluções, exploração das vantagens e desvantagens dos métodos, o incentivo aos estudantes para identificarem as informações relevantes e escolherem o método apropriado, entre outros.

No entanto, é importante ressaltar que esses resultados são específicos para a amostra dos estudantes que foram pesquisados e podem não ser generalizáveis para outras turmas ou contextos.

Apesar do uso da aplicação de três métodos para resolução de equações do segundo grau, entendemos que outros métodos existem, como o caso do método de completar quadrados que enfatiza a questão da geometria e está evidenciada na BNCC, quando enfatiza, por exemplo que “a equivalência de áreas, por exemplo, já praticada há milhares de anos pelos mesopotâmios e gregos antigos sem utilizar fórmulas, permite transformar qualquer região poligonal plana em um quadrado com mesma área (é o que os gregos chamavam “fazer a

quadratura de uma figura”). Isso permite, inclusive, resolver geometricamente problemas que podem ser traduzidos por uma equação do segundo grau (BRASIL, 2018, p. 273).

---

## Considerações Finais

Durante este trabalho, exploramos diferentes métodos de resolução de equações do segundo grau, como o método da fatoração, o método da soma e produto e a fórmula de Bhaskara. Nosso objetivo principal foi proporcionar aos estudantes uma variedade de abordagens para a resolução dessas equações, visando facilitar o aprendizado e promover uma compreensão mais ampla do tema. Ao aplicar os diferentes métodos de resolução, foi possível observar que os estudantes tiveram a oportunidade de compreender e explorar as diferentes abordagens. Eles foram capazes de resolver as equações utilizando os métodos aprendidos, demonstrando assim o alcance dos objetivos propostos. Ao decorrer da aplicação da pesquisa, observamos que os estudantes puderam perceber as diferenças entre os métodos e compreender quando cada um deles é mais adequado. Isso contribuiu para o desenvolvimento de habilidades de análise e escolha do método mais eficiente em cada situação. Além disso, os estudantes demonstraram maior confiança na resolução de equações quadráticas, o que evidencia a eficácia do ensino por meio de diferentes abordagens. Como sugestão para trabalhos futuros, seria interessante explorar outras estratégias de resolução das equações, como o método gráfico ou o método de completar quadrados, além de outros. Isso permitiria aos estudantes uma visão ainda mais abrangente a respeito do tema e, também, a possibilidade de escolher a abordagem mais adequada para as mais diversas situações. Em conclusão, a aplicação dos métodos de resolução de equações do segundo grau proporcionou uma experiência enriquecedora de aprendizado aos estudantes. Eles puderam explorar diferentes abordagens, desenvolver habilidades analíticas e ganhar confiança na resolução dessas equações. Esperamos que este trabalho possa contribuir para futuras pesquisas e práticas educacionais relacionadas ao ensino de matemática.

---

## Referências

- BRASIL. Base nacional comum curricular. *Ministério da Educação*, 2018. 28
- BROUSSEAU, G. Didática e teoria das situações didáticas em matemática. 1986. 10, 11
- DANTE, L. R. *Didática da resolução de problemas de matemática, 1a. a 5a. series: para estudantes do curso de Magisterio e professores do 1o. grau*. São Paulo, SP: Ática, 1994. 27
- FREITAS, J. L. M. Teoria das situações didáticas. *Educação Matemática: uma (nova) introdução*. São Paulo: Série Trilhas, p. 77–111, 2008. 10, 11
- GIL, A. C. et al. *Como elaborar projetos de pesquisa*. São Paulo, SP: Atlas, 2002. v. 4. 21
- IEZZI, G. Coleção fundamentos de matemática elementar, vol. 1 e vol. 2. *Editores Atual, São Paulo*, 2013. 17
- LIMA, E. L. et al. A matemática do ensino médio. SBM Rio e Janeiro, v. 6, 1997. 20
- PAIVA, M. R. F. et al. Metodologias ativas de ensino-aprendizagem: revisão integrativa. *SANARE-Revista de Políticas Públicas*, v. 15, n. 2, 2016. 10
- PONTES, E. A. S. Método de polya para resolução de problemas matemáticos: uma proposta metodológica para o ensino e aprendizagem de matemática na educação básica. *HOLOS*, v. 3, p. 1–9, 2019. 16
- SILVA, G. J. d. Resolução de problemas envolvendo equações do segundo grau. Universidade Federal do Pampa, 2011. 27
- SOUSA, H. M. *A resolução de problemas como estratégia didática para o ensino da matemática*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal do Oeste do Pará, 2015. 16
- VALE, A. F. A. D. As diferentes estratégias de resolução da equação do segundo grau. 2013. 14, 15, 16, 17
- VELHO, E. M. H.; LARA, I. C. M. de. O saber matemático na vida cotidiana: um enfoque etnomatemático. *Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*, Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), v. 4, n. 2, p. 3–30, 2011. 11, 12