



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DE CASTANHAL
FACULDADE DE MATEMÁTICA
CURSO LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

AMANDA DE SOUZA MAIA

**MODELAGEM MATEMÁTICA NO ESTUDO DE FUNÇÕES
TRIGONOMÉTRICAS NO ENSINO MÉDIO**

Castanhal - PA

2018

AMANDA DE SOUZA MAIA

**MODELAGEM MATEMÁTICA NO ESTUDO DE FUNÇÕES
TRIGONOMÉTRICAS NO ENSINO MÉDIO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado a Faculdade de Matemática da Universidade Federal do Pará, Campus de Castanhal, como requisito parcial para a obtenção do Grau de Licenciada em Matemática, sob orientação da Prof.^a. Dr.^a. Roberta Modesto Braga.

Castanhal - PA

2018

AMANDA DE SOUZA MAIA

MODELAGEM MATEMÁTICA NO ESTUDO DE FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS NO ENSINO MÉDIO

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Faculdade de Matemática do Campus de Castanhal da Universidade Federal do Pará como requisito parcial para obtenção de título de Licenciada em Matemática.

BANCA EXAMINADORA:

Prof^a. Dr^a. Roberta Modesto Braga
Presidente – Orientadora - UFPA

Prof^a. MSc. Maria Eliana Soares
Faculdade de Matemática - UFPA

Prof^o Dr. Valdelírio Silva da Silva
Faculdade de Matemática - UFPA

Conceito: _____

Castanhal: 05 de Junho de 2018.

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho a minha mãe e minha vó, pois sem o apoio delas não conseguiria alcançar boa parte dos meus sonhos e objetivos.

AGRADECIMENTOS

A Deus que me concedeu forças e proteção em todos os momentos da vida.

À minha mãe Rosineide de Souza Maia e minha vó Raimunda Nogueira Maia, por todo o apoio dado durante minha vida e por compreenderem minha ausência em tantos momentos.

A meu namorado Arnaldo Souza, amigo e parceiro que me apoiou, aconselhou e incentivou em todos os momentos durante essa trajetória.

À família Matemática 2014 por toda a parceria e amizade durante esses quatro anos de curso, sem eles não teria sido tão extraordinário. Em especial a Alex Fabricio de Andrade, Marcos Michel de Almeida e Thamires Beckman Brabo por todo companheirismo e amizade a mim dedicados, momentos que estarão sempre entre minhas melhores memórias.

Ao Prof. Raimundo Beckman por todo o apoio, ideias e compreensão para comigo durante o período de estágio e aplicação da pesquisa de campo.

À minha orientadora Prof.^a Roberta Modesto Braga, por ter aceitado me orientar durante a construção deste trabalho e pela paciência dedicada.

A todos os professores da Faculdade de Matemática do campus de castanhal que com muita paciência e dedicação compartilharam seus conhecimentos e experiências conosco. Em especial ao Prof. Valdelírio Silva e a Prof.^a Gerlândia de Castro por todo o incentivo, oportunidades e conselhos a mim dedicados durante minha trajetória acadêmica.

À Universidade Federal do Pará por fornecer os subsídios necessários para o início e conclusão desta licenciatura.

*Ensinar não é transferir conhecimento, mas criar
as possibilidades para a sua própria construção.*

Paulo Freire

RESUMO

A partir da proposta de dinamizar as aulas de Matemática sobre funções trigonométricas no ensino médio objetivou-se analisar como o uso do Geogebra no processo de Modelagem Matemática pode otimizar estas aulas. Para tanto, aplicou-se um questionário de sondagem, uma sequência de três atividades de Modelagem Matemática envolvendo fenômenos periódicos e um questionário final para verificar os resultados gerados pela pesquisa. É possível afirmar com base nos resultados obtidos nesta pesquisa, que a Modelagem Matemática e o GeoGebra são capazes de proporcionar um ambiente de aprendizagem dinâmico e favorável ao ensino das funções trigonométricas, na medida em que são capazes de envolver os alunos na construção do próprio conhecimento com mais significado.

Palavras – chave: Modelagem Matemática. GeoGebra. Funções trigonométricas.

LISTA COMPARTILHADA (IMAGENS, REGISTROS, GRÁFICOS e TABELAS)

FIGURA 1:	Resposta de Um Aluno sobre a Terceira Pergunta.....	44
FIGURA 2:	Quarta pergunta questionário.....	44
FIGURA 3:	Comportamento gráfico dos parâmetros “a” e “b” na primeira atividade.....	49
FIGURA 4:	Comportamento gráfico do parâmetro “c” na primeira atividade.....	50
FIGURA 5:	Comportamento gráfico do modelo matemático referente a primeira atividade.....	51
FIGURA 6:	Gráfico da alteração do parâmetro “a/b”	55
FIGURA 7:	Gráfico de comparação de alterações geradas pelo valor numérico do parâmetro “c” na atividade 2.....	56
FIGURA 8:	Gráfico do comportamento do modelo matemático na atividade 2.....	57
FIGURA 9:	Boneco Trapezista.....	59
FIGURA 10:	Gráfico Comportamento parâmetro B na Atividade 3.....	61
FIGURA 11:	Gráfico Comportamento parâmetro C na Atividade 3.....	62
FIGURA 12:	Comportamento gráfico do modelo matemático atividade 3.....	64
REGISTRO 1:	Dados coletados com o boneco trapezista.....	60
REGISTRO 2:	Registro dos alunos sobre o valor numérico do parâmetro “b” na atividade 3.....	60
REGISTRO 3:	Registro dos alunos sobre o valor numérico do parâmetro “c” na atividade 3.....	61
REGISTRO 4:	Registro dos alunos sobre o valor numérico do parâmetro “d” na atividade 3.....	62
REGISTRO 5:	Registro dos alunos sobre o modelo matemático na atividade 3.....	63
REGISTRO 6:	Dados coletados com o boneco trapezista.....	64
GRÁFICO 1:	Respostas dos estudantes referente ao uso de tecnologias nas aulas de Matemática	41
GRÁFICO 2:	Respostas dos estudantes referente as tecnologias utilizadas em aulas de Matemática	42
GRÁFICO 3:	Exemplos citados pelos estudantes referentes as funções trigonométricas.	43

GRÁFICO 4:	Respostas dos estudantes referente a representação Matemática da história do pescador	45
GRÁFICO 5:	Preços do açaí durante a safra e fora da safra obtidos nos estabelecimentos de Castanhal.....	47
GRÁFICO 6:	Comportamento gráfico da equação padrão da senoide.....	49
GRÁFICO 7:	Comportamento gráfico da equação padrão da cossenoide.....	55
GRAFICO 8:	Exemplos de fenomenos periodicos fornecidos pelos alunos no questionario final.....	68
TABELA 1	Tabela de Preços do Açaí.....	47
TABELA 2	Tabela de resultados gerados no modelo matemático $f(x) = 9 + 4\text{sen}(\frac{\pi}{6} * x + \frac{\pi}{6})$	51
TABELA 3:	Dados referentes a tábua de mares do mês de dezembro em Belém.....	53
TABELA 4:	Dados selecionados para obter o modelo matemático na atividade dois.....	54

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	11
CAPÍTULO I – TRIGONOMETRIA: Ensino e Aprendizagem	14
CAPÍTULO II – MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA	21
2.1 Modelagem Matemática e a sala de aula	22
2.2 O que é Modelagem na Educação Matemática?.....	24
2.3 Como fazer Modelagem Matemática?.....	25
CAPÍTULO III – A TECNOLOGIA INSERIDA NAS AULAS DE MATEMÁTICA	28
3.1 O <i>software</i> GeoGebra.....	31
3.2 O uso do GeoGebra no processo de Modelagem Matemática.....	32
CAPÍTULO IV – METODOLOGIA DA PESQUISA	36
4.1 Organização da Investigação da pesquisa	38
CAPÍTULO V – MODELAGEM MATEMÁTICA APLICADA NO ENSINO DAS FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS (GEOGEBRA)	41
5.1 QUESTIONÁRIO PRÉ-ATIVIDADE (Sondagem).....	41
5.2 ATIVIDADE 1: Modelagem sobre o preço do açaí	45
5.3 ATIVIDADE 2: Modelando a altura das ondas de uma praia.....	5
5.4 ATIVIDADE 3: Modelando o movimento do boneco trapezista.....	58
5.5 QUESTIONÁRIO PÓS-ATIVIDADE (Final)	65
CONSIDERAÇÕES	70
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	71
APÊNDICES	75

INTRODUÇÃO

Este estudo trata do uso da Modelagem Matemática no ensino de funções trigonométricas. Desenvolvemos uma pesquisa junto a uma escola básica de Castanhal, motivadas pelo resultado de pesquisas nacionais e internacionais, que relatam uma realidade em que a Matemática ainda é tida, para muitos alunos, como uma ciência de difícil aprendizado e conexão com a realidade dos mesmos. Uma pesquisa realizada pelo Programa Internacional de Avaliação de Alunos (Pisa) no ano de 2012, constatou em sua avaliação a difícil realidade da educação brasileira, em que 89% dos alunos saem do ensino médio sem saber o básico em Matemática. Possivelmente esses resultados ruins não foram produzidos apenas no ensino médio, pois o conhecimento na disciplina deve ser algo sequencial.

Pesquisas renomadas como a própria PISA apontam que um dos motivos que causam este percentual elevado é devido à ausência de formação adequada dos professores, que resultam em aulas pouco dinâmicas e alunos desmotivados. A formação limitada possuída pelos professores atuantes do ensino básico resultou no uso contínuo dos métodos tradicionais de ensino, devido, na maioria dos casos, à falta de esclarecimento e confiança sobre outras estratégias disponíveis.

Resultados como esses evidenciam a necessidade de um espaço maior no ensino, para atividades em que os alunos possam investigar as soluções disponíveis, não aceitando a Matemática como conteúdo pronto e sem alterações. Dentre os conteúdos matemáticos estudados no ensino médio está o estudo sobre as funções trigonométricas, para a compreensão de vários fenômenos naturais periódicos em áreas como: medicina, economia, astronomia, física, engenharia, geociências, dentre outras.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de Matemática do ensino médio apontam algumas estratégias que podem ser aplicadas em sala de aula como recursos para melhorar a qualidade do ensino e aprendizagem dos conteúdos matemáticos. Dentre essas destacamos a Modelagem Matemática, que atende as recomendações dos PCN's sobre as condições que o ensino precisa para ser eficaz. A Modelagem Matemática pode estar presente no

cotidiano da sala de aula, através de atividades elaboradas com os alunos para o ensino de qualquer conteúdo desejado, proporcionando momentos significativos de aprendizagem.

Segundo Barbosa (2001) a Modelagem Matemática “propicia um ambiente de aprendizagem em que os alunos são convidados a investigar, por meio da Matemática, situações com referência na realidade” (p.6). Alterando a realidade conhecida pelo aluno, na qual o ensino é centrado no professor e na reprodução de conteúdo sem investigação. Conduzindo os mesmos a reformular suas opiniões sobre a ciência dos números.

Supõe-se que os alunos das escolas de ensino médio de Castanhal estão inclusos nessa realidade comprovada pela pesquisa realizada pelo PISA, considerando ser uma pesquisa a nível internacional onde 80% dos resultados avaliados foram obtidos no ensino médio. Alunos que saem do ensino médio sem compreender o básico de Matemática, conseqüentemente, levam essas lacunas para o ensino superior.

A partir da análise dos resultados obtidos no Pisa, é possível compreender que a maneira com a qual a Matemática tem sido ensinada precisa ser repensada, fato que tem gerado questionamentos sobre meios de potencializar o ensino que os alunos recebem, e formas de proporcionar as condições necessárias para tornar a aprendizagem mais produtiva. Perante esses questionamentos, com conhecimento teórico sobre as metodologias propostas pelos PCN's, surgiu a problemática: *Como o uso do Geogebra no processo de Modelagem Matemática pode otimizar¹ as aulas sobre funções trigonométricas no ensino médio?*

Acreditamos que a Modelagem Matemática associada ao uso do software Geogebra é capaz de oferecer condições de manter a atenção do aluno durante o processo de aprendizagem, contextualizando o conteúdo, tornando a aprendizagem mais interessante e acessível para o aluno.

A intenção de usar a Modelagem Matemática no ensino de funções trigonométricas no ensino médio surgiu após uma reflexão sobre a forma tradicional em excesso que os conteúdos de trigonometria, em especial as funções trigonométricas continuam a ser repassados, produzindo nos alunos a ideia de que o conhecimento matemático é algo estática.

1 - Define-se otimizar como uma ação de “ tornar ótimo ou ideal, ou extrair o melhor rendimento possível, no que concerne a qualquer área de atividade. ” (OTIMIZAR, 2017)

Desde o seu surgimento a trigonometria esteve presente na resolução de problemas, considerados até aquele momento impossíveis por muitos estudiosos da época, tendo início na astronomia foi a chave para muitas descobertas conhecidas até os dias atuais, no entanto o ensino tradicional não desperta nos alunos o senso investigativo necessário para buscar novas soluções e assimilar o conteúdo de maneira adequada. Diante desta realidade torna-se necessário buscar estratégias de ensino, como o caso da Modelagem Matemática associada ao uso do software GeoGebra, na intenção de tornar o aluno um agente ativo na construção de seu conhecimento de maneira significativa.

Desse modo, objetivamos com esta pesquisa *analisar como o uso do Geogebra no processo de Modelagem Matemática pode otimizar as aulas sobre funções trigonométricas no ensino médio.*

Para alcançar esse objetivo, realizamos uma pesquisa de campo, de caráter qualitativo, onde os dados coletados foram colhidos através de questionários (Apêndice A e B) e três atividades de Modelagem Matemática intituladas: *modelagem sobre o preço do açaí, modelando a altura das ondas de uma praia e modelando o movimento do boneco trapezista* realizadas com alunos de uma turma de segundo ano do ensino médio da escola estadual Conego Leitão. Os registros, respostas e anotações em campo constituem os dados da pesquisa analisados com vistas a responder à questão de pesquisa.

O texto em questão está estruturado em cinco capítulos. O primeiro capítulo intitulado *TRIGONOMETRIA: Ensino e Aprendizagem* trata de uma revisão teórica acerca do ensino da trigonometria no ensino médio. O segundo capítulo discute sobre *A Tecnologia inserida nas aulas de Matemática*, como o caso do software GeoGebra. *A Metodologia da Pesquisa* é tratada no terceiro capítulo. No quarto capítulo *Modelagem Matemática aplicada com o uso do GeoGebra no ensino das funções trigonométricas*, traz a descrição e análise das atividades desenvolvidas numa escola básica, seguida das considerações do trabalho.

CAPÍTULO I - TRIGONOMETRIA: Ensino e Aprendizagem

O conhecimento trigonométrico, como um dos mais antigos da Matemática, apresentou seus primeiros informes (documentalmente comprovados) no Egito e na Babilônia por volta do século IV e V a.C, quando os povos ainda acreditavam que os planetas descreviam movimentos circulares em redor da Terra (BOYER,1996).

Os primeiros registros sobre a trigonometria são encontrados no papiro de Rhind, no qual continha diversos problemas matemáticos entre eles trigonométricos, o conhecimento acerca da trigonometria passou a ser mais explorado entre os povos antigos.

O problema 56, em especial, do papiro contém rudimentos de trigonometria e uma teoria de triângulos semelhantes, teoria de grande importância para os egípcios e suas construções revolucionárias para a época por eles vivida (BOYER,1996).

Para Santos e Rosa (2008):

A trigonometria não foi descoberta de apenas um matemático, constitui-se da junção do estudo de vários pesquisadores. A ideia de associar sombras projetadas às sequências numéricas surgiu no Egito aproximadamente 1500 a.C., acredita-se então que estas ideias tenham prescindido a chegada, séculos depois, das funções trigonométricas (p.23).

O papiro de Rhind é um exemplo disto, levando em consideração que os problemas presentes no papiro eram registros feitos por diversos estudiosos egípcios e babilônicos, na tentativa de solucionar problemas oriundos de áreas como astronomia e construções.

O conhecimento trigonométrico avançou nos séculos seguintes com as contribuições das civilizações que sucederam os egípcios, como os gregos, que ampliaram o conhecimento dos babilônicos e egípcios e adaptaram-no para a navegação.

Segundo Boyer (1996):

Com os gregos pela primeira vez encontramos um estudo sistemático de relações entre ângulos num círculo e os comprimentos das cordas que os subtendem. As propriedades das cordas, como medidas de

ângulos centrais ou inscritos em círculos, eram conhecidas dos gregos do tempo de Hipócrates, e é provável que Eudoxo tenha usado razões e medidas de ângulos para determinar o tamanho da Terra e as distâncias relativas do Sol e da Lua (p.108).

Desta forma, os matemáticos continuaram a estudar e ampliar o conhecimento sobre trigonometria, na intenção de solucionar problemas oriundos de agrimensura, navegações, construções e astronomia. Quanto à astronomia, foi o astrônomo Hiparco de Nicéia (por volta de 180-125 a.C.) o responsável por documentar a primeira tabela trigonométrica, esboçando assim, uma trigonometria ordenada. Sendo Hiparco, um dos grandes responsáveis pelo desenvolvimento do conhecimento trigonométrico, levando-o a ser considerado como o “pai da trigonometria”.

Contudo, os termos seno e cosseno tardaram a surgir, sendo utilizados em estudos pela primeira vez no século XVII, por ação de problemas relativos à astronomia, e a tangente a partir da crescente necessidade de calcular alturas e distâncias (SANTOS; ROSA, 2008).

A trigonometria constitui-se então, como o ramo da Matemática responsável pelo estudo das relações existentes entre os lados e os ângulos de um triângulo, desenvolvendo, a partir dessas relações, estudos sobre o círculo trigonométrico e o comportamento gráfico das funções trigonométricas.

Nos dias atuais a Trigonometria adquiriu destaque entre os conteúdos matemáticos. Com o avanço da ciência, passou a responder por uma demanda de problemas que resultaram em significativas aplicações para a sociedade, tais como no ramo da construção civil para determinar alturas e inclinações adequadas e na cartografia (desenho de mapas) para definir alturas e comprimentos de montanhas e rios, dentre outros.

Dessa forma, o conhecimento que surgiu para auxiliar a compreensão da dos povos antigos sobre o mundo se mostrou um recurso imprescindível para a humanidade, possuindo atualmente aplicações em diversas áreas de conhecimento como: física, medicina, química, biologia, astronomia, engenharias, dentre outras áreas.

Lindegger (2000) relata que, ao abordar a trigonometria no ensino médio, é possível notar que os alunos não se envolvem e demonstram um nível elevado

de rejeição ao conteúdo, que consideram como algo muito complexo, criando uma visão negativa em relação a trigonometria.

Esse nível de rejeição, demonstrado por parte dos alunos, pode estar relacionado à falta de compreensão dos conceitos trigonométricos básicos, dado os erros de notação e de conceitos, observados nas representações matemáticas realizadas por alunos do ensino médio e até mesmo iniciantes do ensino superior (BORTOLI, 2012).

Para Amaral (2002), a rejeição, em relação a trigonometria, pode estar centrada no fato de que entre os conteúdos matemáticos presentes no ensino médio, a trigonometria é um dos de mais difícil compreensão por parte dos alunos. Isto é dado devido à grande abstração dos conceitos trigonométricos e a forma transmissiva como é ensinada, sem permitir que o aluno se envolva na construção dos conceitos apresentados.

O ensino de trigonometria é atualmente marcado, em grande parte das escolas, por aulas repletas de teoria e fórmulas abstratas, que não possuem significado para o aluno. A excessiva abordagem algébrica dada a trigonometria e a manipulação de “muitas” fórmulas existentes no conteúdo, tornam a aprendizagem cansativa para os alunos, pois na visão deles, são apenas mais fórmulas para memorizar (PINHEIRO, 2008).

Segundo Santos e Rosa (2008), para assimilar devidamente o conteúdo trigonométrico, requer que o aluno compreenda alguns conhecimentos do campo geométrico.

Este, geralmente não é trabalhado de forma contextualizada, através da construção e manipulação de figuras, o que ocasiona o não aprendizado ou a formação de conceitos vagos do conteúdo. Consequentemente, a falta de conhecimentos no campo geométrico implica na construção dos conceitos de trigonometria.

Em alusão ao ensino de Matemática, os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio dentre outras orientações necessárias a esse nível de ensino relatam que:

Cabe a matemática no Ensino Médio apresentar ao aluno o conhecimento de novas informações e instrumentos necessários para que seja possível a ele continuar aprendendo. Aprender matemática no Ensino Médio deve ser mais do que memorizar resultados dessa

ciência e a aquisição do conhecimento deve estar vinculada ao domínio de um saber fazer Matemática e de um saber pensar Matemático (BRASIL, 1999, p. 252).

Portanto, é preciso conduzir o aluno a interagir com o conhecimento de modo que o processo de construção do conhecimento seja significativo, levando-o a reconhecer a Matemática como um conhecimento historicamente construído por necessidade humana. Assim, estando presente nas situações reais e não somente na teoria apresentada, em grande maioria, sem contexto nas escolas.

Em relação ao ensino de trigonometria, segundo os relatos dos Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio – Orientações Educacionais Complementares:

Tradicionalmente a Trigonometria é apresentada desconectada das aplicações, investindo-se muito tempo no cálculo algébrico das identidades e equações em detrimento dos aspectos importantes das funções trigonométricas e da análise de seus gráficos. (BRASIL, 2002, p.121-122).

Os PCN's, em sua maioria possuem mais de uma década de existência, ou seja, há mais de uma década atrás a situação era semelhante a que presenciamos nos dias atuais em inúmeras escolas. Onde o ensino continua a ser demasiadamente tradicional, utilizando apenas quadro e pincel, sem contextualização e verdadeiro envolvimento dos alunos.

O ensino de Matemática nesta forma excessivamente tradicional, por si só, não oferece as condições necessárias para proporcionar momentos de aprendizagem significativos para os alunos. Principalmente na abordagem do conteúdo trigonométrico por se tratar de um conteúdo com um nível mais elevado de complexidade. Desta forma, é preciso apresentar ao aluno abordagens mais próximas à realidade, mais práticas, dinâmicas, significativas e contextualizadas.

Abordar o conhecimento matemático através de contextos, integra e relaciona os conteúdos a outras áreas de conhecimento, conduzindo o aluno, a desenvolver competências e habilidade essencialmente formadoras, à medida que estruturam o pensamento do aluno, capacitando-o para compreender e interpretar situações apropriando-se de linguagens específicas (BRASIL, 2002).

Nesse cenário de ensino, ao trabalhar a trigonometria, principalmente no ensino básico, recomenda-se priorizar suas aplicações cotidianas, isto tornará o

ensino de Matemática significativo, além de estimular os alunos e desenvolver seu raciocínio lógico, capacidade de reflexão e interpretação de resultados (SANTOS; ROSA, 2008).

Segundo as orientações dos PCN's:

O que deve ser assegurado são as aplicações da Trigonometria na resolução de problemas que envolvem medições, em especial o cálculo de distâncias inacessíveis e **para construir modelos que correspondem a fenômenos periódicos**. Dessa forma, o estudo deve se ater às funções seno, cosseno e tangente com ênfase ao seu estudo na primeira volta do círculo trigonométrico e à perspectiva histórica das aplicações das relações trigonométricas (BRASIL, 2002, p.121-122) **(grifo nosso)**.

Dessa forma, trabalhar com aplicações trigonométricas fornece aos alunos, a possibilidade de conhecer o conteúdo de maneira ampla, identificando a importância de suas aplicações durante os séculos para o desenvolvimento da sociedade, além de desenvolver versatilidade para compreender outros conteúdos relacionados presentes na contextualização.

Ao final do ensino médio, espera-se que os alunos estejam aptos a utilizar o conhecimento matemático para solucionar problemas práticos presentes no cotidiano, compreendendo que a Matemática é uma ciência com características e organização própria, além de reconhecer a importância no desenvolvimento científico e tecnológico (BRASIL, 2006).

Uma grande parte das aplicações trigonométricas encontradas no cotidiano foram desenvolvidas através do conhecimento sobre as funções trigonométricas seno e cosseno. Próprias para descrever fenômenos de natureza periódica, oscilatória ou vibratória, os quais o Universo possui em grande número: o movimento dos planetas, o som, o cálculo da pressão arterial, a corrente elétrica alternada, os batimentos cardíacos, são exemplos clássicos desses fenômenos. Perante suas contribuições em aplicações no cotidiano da sociedade, tornou-se indispensável compreendê-las efetivamente.

Segundo Lima et. al. (2006) as funções trigonométricas seno, cosseno e tangente, constituem um tema altamente importante dentro da Matemática, devido a possuírem um grande número aplicações relevantes para a sociedade (que vão desde as mais elementares, no dia a dia, até as mais complexas na

ciência e na alta tecnologia), além do papel central que desempenham na Análise.

Em várias áreas de conhecimento existem fenômenos de movimentos periódicos que podem ser estudados e descritos por funções trigonométricas.

Segundo Soares Júnior (2017):

Com aplicações práticas, essas funções podem ser vistas na Geometria Analítica, quando se estuda o coeficiente angular de uma reta, além disso, aparecem no estudo dos números complexos, quando se estuda a representação de um número complexos na forma polar ou forma trigonométrica. Podem aparecer também em conceitos avançados como física ondulatória, quando se fala de comprimento de onda, período, frequência, velocidade, som, entre outros (p. 35).

Suas aplicações também podem ser encontradas na medicina em estudos sobre a pressão arterial de um paciente, na física ao modelar os movimentos de pêndulos e molas, no movimento do mar ao estimar a altura das ondas, dentre outros dos muitos exemplos existentes, pois todo fenômeno que possua um comportamento periódico pode ser estudado através de funções trigonométricas, seno e cosseno especialmente.

No ensino as aulas sobre funções trigonométricas são ministradas, em sua maioria, utilizando somente os recursos de quadro branco e pincel. Dessa forma, ofertando ao aluno uma visão estática dos gráficos e comportamentos dessas funções, privando-os do contato com as inúmeras aplicações deste conhecimento. Visto que isso vem suprimindo dos alunos a oportunidade de comparar, analisar, argumentar e levantar hipóteses sobre as funções trigonométricas e suas aplicações.

Ao ter contato com o conhecimento referente às funções trigonométricas, segundo as Orientações curriculares para o ensino médio:

Os alunos devem ter a oportunidade de traçar gráficos referentes às funções trigonométricas, aqui se entendendo que, quando se escreve $f(x) = \text{seno}(x)$, usualmente a variável x corresponde à medida de arco de círculo tomada em radianos. As funções trigonométricas seno e cosseno também devem estar associadas aos fenômenos presentes na natureza que apresentam comportamento periódico (BRASIL, 2006, p.74).

Portanto, ao ministrar o dado conteúdo, é necessário garantir que o aluno tenha a oportunidade de manipular os gráficos conhecendo as características de cada função, seus parâmetros e através das aplicações reconheça o dado conhecimento no cotidiano.

Para alcançar esses objetivos não será possível utilizar somente os recursos tradicionais, será necessário fazer uso de outras tendências educacionais como: Modelagem Matemática e Tecnologias de Informação.

Com o auxílio da Modelagem Matemática e das Tecnologias de Informação, em especial os softwares educacionais como o GeoGebra, é possível modelar os dados fenômenos periódicos. O GeoGebra transforma em gráficos e figuras manipuláveis os cálculos realizados durante o processo de modelar os fenômenos estudados, dando ao aluno a oportunidade de manipular os parâmetros adicionados no GeoGebra.

Tornando possível, a verificação da mudança realizada nas características a cada valor distinto inserido, conduzindo os alunos, através da obtenção do modelo e da visualização dos gráficos, a levantar questionamentos, comparações e hipóteses, estabelecendo conexões e analogias sobre as características das funções trigonométricas.

Essas habilidades sequenciadas e bem definidas nas ações dos estudantes sob a orientação dos professores proporcionam ao aluno condições favoráveis ao aprendizado do conhecimento trigonométrico, em especial das funções trigonométricas.

CAPÍTULO II - MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA

Nas últimas cinco décadas, muitas pesquisas foram produzidas no contexto da Educação Matemática. Através da união de professores/pesquisadores, surgiram diversas pesquisas sobre métodos e tendências para melhor ensinar o conteúdo matemático, presente em todos os níveis de ensino.

Dessas pesquisas, surgiram tendências educacionais como: a Etnomatemática, a Resolução de Problemas, os Jogos, a Modelagem Matemática, dentre outras. Dentre essas tendências, destaca-se a Modelagem Matemática, conhecida como a arte de conceber modelos matemáticos capazes de representar situações cotidianas. Segundo Santos (2014) se buscarmos vestígios de modelos matemáticos capazes de representar situações cotidianas na história dos povos antigos, teremos como exemplo os babilônios que elaboraram modelos por meio da observação dos movimentos do sol, da lua e dos planetas, Pitágoras afirmando que tudo o que existe na natureza pode ser representado por números e formas, Descartes que modelou situações cotidianas por meio de geometria analítica e plano cartesiano, dentre outros.

No entanto, como área de conhecimento e tendência educacional devidamente nomeada, a Modelagem Matemática emergiu da Matemática Aplicada, onde iniciou-se no Brasil na década de 1980, através dos trabalhos de Aristides Barreto, Rodney Carlos Bassanezi, Ubiratan D' Ambrósio, João Frederico Mayer, Marineuza Gazzetta e Eduardo Sebastiani (BIEMBENGUT, 2009).

Segundo os relatos de Burak (2004):

Em sala de aula a modelagem foi aplicada inicialmente pelo Prof. Dr. Rodney Carlos Bassanezi em uma turma de Engenharia de Alimentos, envolvendo modelos de crescimento cancerígenos na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, que apresentou resultados bastante satisfatórios (p. 01).

Após as primeiras aplicações realizadas em sala e aula, a Modelagem Matemática começou a ganhar a atenção dos grupos de pesquisa voltados para o ensino de Matemática. Em 1983 ganhou espaço nos cursos de especialização

para professores dos três níveis de ensino de Matemática. Foi na Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Guarapuava – FAFIG, hoje Universidade Estadual do Centro-Oeste – UNICENTRO, que a Modelagem Matemática começou a ser apresentada como alternativa viável para transformar o ensino de Matemática (BURAK, 2004).

Com a difusão iniciada nos cursos de especialização da UNICENTRO, aliado a divulgação de pesquisas e trabalhos feitos principalmente por Rodney Bassanezi, Aristides Barreto e Ubiratan D' Ambrósio, a Modelagem Matemática passou a ser pesquisada em várias outras universidades do país.

Ao final da década 1980, o país já possuía programas de mestrado voltados a pesquisa de Modelagem no ensino de Matemática, química e física, que por sua vez contribuíram para a formação de um novo pensamento em relação ao modo como esse conhecimento estava sendo ensinado (BURAK, 2010). As pesquisas realizadas nos programas de mestrado e especialização, geraram a produção de inúmeras dissertações, que apresentaram dados capazes de comprovar a aceitação e funcionalidade da Modelagem Matemática, além de serem encontradas várias formas de ser usada na sala de aula dos três níveis de ensino.

Desde então, a Modelagem Matemática vem sendo divulgada por todo o país, como uma alternativa metodológica capaz de enriquecer o ensino da Matemática, com trabalhos publicados em diversos eventos, promovidos para divulgação de pesquisas realizadas em Educação Matemática.

2.1 Modelagem Matemática e a Sala de Aula

A Modelagem Matemática, adentrou as salas de aula transformando o comportamento dos sujeitos perante o conhecimento e seu aprendizado. O ambiente escolar habituado, segundo Santos (2004, p.34), com a “pedagogia dos resultados e do conteúdo” é convidado através de “atividades com modelagem a se tornar um ambiente associado à problematização e investigação” (BARBOSA, 2004).

No primeiro momento, a comunidade escolar é convidada a problematizar, referindo-se ao ato de observar atentamente o objeto de estudo. Para assim,

criar questionamentos e problemas que possam contribuir com o processo de aprendizagem, iniciado nesta etapa da atividade, a fim de alimentar o segundo momento marcado pela investigação.

Ao investigar o objeto de estudo os sujeitos são conduzidos a buscar, selecionar, organizar e manipular as informações obtidas no dado processo (BARBOSA, 2004). Ao finalizar a atividade os alunos são capazes de formalizar uma nova opinião, com mais criticidade, sobre o objeto que foi estudado na atividade com Modelagem Matemática.

Podemos ter como exemplo, uma situação em que um professor solicita aos alunos, uma pesquisa sobre os impactos gerados por uma reforma da previdência social, no planejamento pessoal de quem já contribuía com a previdência em planos particulares. Para realizar tal atividade, os alunos teriam que conhecer mais sobre a previdência social, para então refletir sobre o mesmo e criar questionamentos que os auxiliem na investigação.

Após isso, os alunos teriam que buscar informações sobre a forma que são efetuados os cálculos das aposentadorias, a partir dos planos oferecidos atualmente e as mudanças que a reforma causaria nesses cálculos, para então organizar os dados e aborda-los matematicamente para verificar a diferença gerada pela reforma em valores concretos para os contribuintes, em seguida os alunos iriam avaliar os resultados e refletir sobre o impacto social causado pela reforma da previdência.

Nesse exemplo de atividade, o professor atua como orientador do processo de Modelagem Matemática, e os alunos são orientados a criar seus próprios questionamentos e reflexões sobre o tema proposto, a fim de que as indagações levantadas oferecessem suporte para solucionar a atividade proposta inicialmente pelo professor.

A Modelagem Matemática na educação “é um grande ‘guarda-chuva’, onde cabe quase tudo” (BARBOSA, 2004). Os temas propostos por professores e alunos em sala de aula surgem de vários campos de conhecimentos diferentes. Dessa forma é possível modelar situações climáticas de determinada região, assim como criações de animais como peixes em viveiros ou o comportamento das ondas do mar.

Pode-se também utilizar muitos outros comportamentos presentes nas ciências médicas, na física, na química, nas engenharias, na astronomia e etc. que podem ser modelados em sala de aula. Conseqüentemente convidando os alunos a tratar e refletir sobre esses fenômenos a partir da linguagem Matemática, o qual foi utilizado para investiga-los com o auxílio da Modelagem Matemática. Conduzindo os alunos a formar uma nova, e melhor, opinião sobre a disciplina de Matemática e, também a serem mais críticos sobre os temas sociais apresentados.

2.2. O que é Modelagem na Educação Matemática?

Podemos definir Modelagem Matemática, a partir dos relatos e pesquisas realizadas por autores como Burak (2004, 2010); Almeida e Dias (2004); Barbosa (2001, 2004); Bassanezi (2002) e Biembengut (1999).

Barbosa (2004) alega em suas pesquisas que a Modelagem Matemática “é resumidamente um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a problematizar e investigar, por meio da Matemática, situações com referência na realidade” (p.03).

Na visão de Bassanezi (2002), a Modelagem Matemática é a arte de transformar problemas contidos na realidade, em problemas matemáticos e resolve-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real. Uma metodologia que conduz os sujeitos a refletir sobre esses fenômenos com mais criticidade a partir de um tratamento matemático sobre suas características.

Segundo Burak (2010), a Modelagem Matemática pode ser definida com uma metodologia de ensino que adentra o ambiente escolar na intenção de proporcionar ao aluno aprender Matemática de forma contextualizada, numa postura ativa através da ação com o objeto a seu alcance. Transformando a postura dos sujeitos envolvidos na atividade e o modelo tradicional utilizado para ministrar os conteúdos e conduzir a aprendizagem.

Para Biembengut (1999), a modelagem:

Sob certa ótica, pode ser considerado um processo artístico, visto que, para se elaborar um modelo, além de conhecimento matemático, o modelador precisa ter uma dose significativa de intuição e criatividade para interpretar o contexto, saber discernir que conteúdo matemático

melhor se adapta e também ter senso lúdico para jogar com as variáveis envolvidas (p. 11).

A Modelagem Matemática, ao ser escolhida como metodologia principal, provoca em sala de aula algumas mudanças no modelo de ensino e na postura de todos os envolvidos. O professor assume o papel de mediador e não mais como possuidor unânime do conhecimento, enquanto o aluno, por sua vez, é conduzido a abandonar a postura passiva, onde é visto somente como receptor de conhecimento, para atuar diretamente no processo de construção de seu próprio conhecimento.

Durante as atividades que utilizam Modelagem Matemática, o professor orienta os alunos a indagarem situações reais por meio da linguagem matemática, vista por eles durante a vida escolar, sem procedimentos fixados previamente e com possibilidades diversas de encaminhamento.

Os conceitos e as ideias matemáticas exploradas dependem do encaminhamento que só se conhece à medida que os alunos desenvolvem a atividade de Modelagem Matemática e solucionam os questionamentos por eles criados (BARBOSA, 2001). Uma metodologia que proporciona aos envolvidos, lidarem com a Matemática em aplicações ao visualizarem a conhecimento estudado na escolar sendo utilizada em situações por eles conhecidas ou presenciadas.

Para Almeida e Dias (2004), a modelagem é uma boa alternativa para despertar maior interesse assim como desenvolver um conhecimento mais crítico e reflexivo em relação aos conteúdos matemáticos, ensinados no ambiente escolar. Conseqüentemente, é notável que durante o processo para obtenção de um modelo matemático, os envolvidos são conduzidos a trabalharem com a Matemática com mais liberdade. Onde os erros cometidos no processo, podem ser corrigidos sem deixarem de gerar aprendizado, refletindo no entusiasmo e envolvimento dos alunos na atividade.

Por outro lado, o professor ao utilizar a Modelagem Matemática durante o desenvolvimento de suas aulas passa por uma mudança em sua postura profissional, pois na preparação que antecede a aplicação das atividades que envolvem modelagem o professor já é capaz de perceber que necessita ampliar

o leque de seus conhecimentos para ser capaz de sanar as dúvidas e questionamentos oriundos do processo de Modelagem Matemática.

2.3. Como fazer Modelagem Matemática?

Iniciar em sala de aula, atividades com Modelagem Matemática requer preparação e um bom planejamento por parte do professor. Pois, o ensino de Matemática realizado com a modelagem, é diferente do modelo de ensino tradicional observado na maioria das escolas, incentivando a criação de novos hábitos e posturas nos alunos e professores envolvidos.

A partir das pesquisas de Barbosa (2004) e Bassanezi (2002), são apresentados cinco argumentos convincentes que motivam a inclusão da Modelagem Matemática em atividades escolares.

A modelagem é capaz de motivar os sujeitos, facilitar o processo de aprendizagem, preparar o indivíduo para utilizar a Matemática em diversas áreas de conhecimento como: ciências médicas, nas engenharias e etc., contribuindo também no desenvolvimento de habilidades gerais de exploração e compreensão do papel sociocultural da Matemática (BARBOSA, 2004).

Para realizar uma atividade de Modelagem Matemática, segundo Burak (2004, p. 03), é preciso desenvolver um esquema simplificado contando com 5(cinco) etapas:

- Escolha do tema;
- Pesquisa exploratória;
- Levantamento dos problemas;
- Resolução do (s) problema (s) e o desenvolvimento da Matemática relacionada ao tema;
- Análise crítica da (s) solução (ões);

A primeira etapa a ser desenvolvida é a escolha do tema, nesse momento cabe ao professor decidir entre iniciar com os alunos uma discussão sobre possíveis temas, acolhendo as sugestões até que um tema seja selecionado, ou apresentar diretamente um tema selecionado previamente, de acordo com o contexto em que os alunos estão inseridos, incentivando-os a seguirem

diretamente para a pesquisa exploratória sobre o tema escolhido. Nessa primeira etapa, é de suma importância a mediação do professor, no ato de conduzir os alunos a refletirem sobre a importância dos temas sugeridos, além de incentivar temas procedentes de outras áreas de conhecimento.

Na segunda etapa, onde ocorre a pesquisa exploratória, é o momento de coletar dados, ou seja, informações que forneçam material suficiente para auxiliar os alunos a conhecerem sobre o tema escolhido, e a solucionarem os questionamentos criados na etapa anterior.

Em seguida, com as informações suficientes sobre o tema abordado, os alunos, com orientação do professor, iniciam as discussões para a elaboração da situação problema. Este é o momento de especular sobre a relação desse tema com a Matemática, a partir das informações obtidas pelos alunos e a experiência possuída pelo professor. É nessa fase do experimento que os questionamentos são criados as especulações e problemáticas, que provavelmente irão nortear a atividade.

Na penúltima etapa do processo, com a situação problema devidamente delimitada, é o momento de definir quais conteúdos matemáticos serão úteis na resolução da situação problema encontrada. Nessa fase, fica evidente a diferença existente entre os modelos de ensino.

Na modelagem faz-se um caminho inverso a forma usual de ensinar Matemática que facilmente observamos nas escolas, no modelo tradicional de ensino são os conteúdos que determinam os problemas. Na Modelagem Matemática, primeiramente são selecionados os problemas que nortearão a atividade e a partir deles os conteúdos, a fim de solucionar-los corretamente.

Na última etapa do processo para se obter o modelo matemático, os indivíduos são orientados a realizar uma análise crítica do modelo matemático obtido, validando ou não o modelo de forma geral. É o momento de buscar novamente as informações obtidas durante a pesquisa exploratória, observando a viabilidade do modelo e a coerência das resoluções apresentadas, já que muitas vezes é resolvível matematicamente e inviável para as situações reais, impossibilitando validar o modelo (KLÜBER, BURAK, 2006).

Quando o modelo não for validado, segundo Bassanezi (2002), o processo precisa ser reiniciado a partir dos dados iniciais. No entanto, a

Modelagem Matemática continua a ser benéfica ao aluno na construção de seu conhecimento matemático, mesmo no caso de rejeição do modelo, pois o interessante ao aprendizado do aluno, é o processo de modelar e não somente o modelo finalizado.

CAPÍTULO III - A TECNOLOGIA INSERIDA NAS AULAS DE MATEMÁTICA

No decorrer das últimas quatro décadas a sociedade tem presenciado um crescente avanço tecnológico, com o aprimoramento da internet e o desenvolvimento de computadores, tablets e smartphones que chegam ao mercado consumidor munidos de aplicativos capazes de facilitar inúmeras tarefas do cotidiano.

O mesmo avanço tecnológico alcançou o ambiente escolar com computadores, calculadoras e software's educacionais, que por sua vez foram desenvolvidos para auxiliar o ensino. Tais software's, fornecem ao professor um variado leque de opções para conduzir, inovar e aumentar a produtividade do aluno durante o aprendizado.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais:

As tecnologias, em suas diferentes formas e usos, constituem um dos principais agentes de transformação da sociedade, pelas modificações que exercem nos meios de produção e por suas consequências no cotidiano das pessoas (BRASIL, 1998, p. 43).

Consequentemente, o impacto positivo gerado pelo crescente uso das tecnologias de informação no cotidiano dos alunos e no ambiente escolar, pode ser sentido em especial no ensino dos conhecimentos matemáticos. Onde variados softwares auxiliam na produção de planilhas, visualização de desenhos e montagem de gráficos, ofertando ao professor a oportunidade de trabalhar visualmente e com mais riqueza em detalhes, conhecimentos que até então eram trabalhados de forma limitada e estática, permitindo com que os alunos construam uma visão menos negativa acerca do estudo da disciplina.

Para Miranda (2006):

O uso do computador e da internet estimula e desafia seus usuários, que, seduzidos pelos ambientes e possibilidades, constantemente renovados, disseminam seu uso e convivem com as consequências implícitas nessa escolha. Certamente estamos falando de um ambiente estimulante, motivador, desafiador e dinâmico (p. 26).

Ao falar e/ou discutir sobre tecnologia nas aulas de Matemática, é relevante ressaltar que segundo as Orientações Curriculares para o Ensino Médio (BRASIL, 2006) “é importante contemplar uma formação escolar em dois sentidos, ou seja, a Matemática como ferramenta para entender a tecnologia, e a tecnologia como ferramenta para entender a Matemática” (p. 71). Ao uni-las no mesmo ambiente de aprendizagem pode-se obter ótimos resultados, como mais envolvimento dos alunos e produtividade nas aulas.

No entanto é preciso compreender a relação de dependência existente entre o uso da tecnologia e o conhecimento matemático ao utilizá-los no processo de aprendizagem, algumas vezes os resultados positivos adquiridos são atribuídos ao uso da tecnologia durante as atividades.

Contudo, sem alguns conhecimentos prévios de Matemática os alunos estariam impossibilitados de compreenderem os resultados gerados pelos softwares educacionais e calculadoras, tal relação determina o sucesso ou fracasso das atividades aplicadas. Daí a necessidade de selecionar corretamente qual tecnologia utilizar levando em consideração os níveis de ensino e conteúdos previamente conhecidos pelos alunos.

Por exemplo, ao fazer uso de calculadoras científicas e planilhas em softwares, que ofertam inúmeras funções de acesso rápido para a realização de cálculos matemáticos, é necessário conhecer conceitos básicos de Matemática, pois sem compreender temas básicos como: porcentagem, funções e notações matemáticas, seria praticamente impossível compreender os resultados gerados através dos recursos citados. Ao lidar com softwares educacionais matemáticos a relação tecnologia-conhecimento é mais livre, pois no software, é oferecido a possibilidade de construir, ampliar e explorar conhecimentos matemáticos, através da manipulação livre e visual.

Em relação aos computadores (BRASIL, 1998) alega, que a experiência vivida em sala de aula com o uso de computadores, estabelece uma nova relação entre professores e alunos, instituindo entre os mesmos uma relação marcada por mais proximidade, colaboração e interação.

Colaborando para que os alunos construam uma nova visão do professor em sala aula, não mais como o detentor principal do conhecimento e sim como o orientador do processo de aprendizagem. Os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática ressaltam, ainda sobre os computadores, que o bom uso e os bons resultados que se possam obter em sala de aula dependem da escolha do software, que deve ser feita considerando os objetivos definidos para a atividade planejada, e a maneira que o processo de aprendizagem será conduzido pelo professor (BRASIL, 1998).

Além dos fatores já citados que norteiam a escolha do software, deve-se considerar também o nível de complexidade da linguagem de programação utilizada pelo software, dependendo do nível educacional onde será utilizado.

Temos atualmente disponíveis no mercado, uma grande quantidade de softwares educacionais voltados ao ensino da Matemática como: Matlab, Winplot, GeoGebra entre outros, possibilitando ao professor explorar a maioria dos conceitos matemáticos em um mesmo software, que possuem comandos capazes de realizar desde a mais simples das construções geométricas, até mesmo um gráfico simples ou 3D.

Usar um software como recurso durante as atividades matemáticas permite que o aluno seja capaz de comparar as representações algébricas e geométricas percebendo as definições e propriedades apresentadas, através do ato de movimentar os objetos expostos visualmente na tela do computador, construindo assim alguns conceitos através da interação com o software (VAZ, 2012).

A utilização das tecnologias de informação em momento nenhum irão substituir o professor em seu ofício de ensinar, mas, a incorporação desses recursos no ambiente escolar, segundo os PCN's (1998, p.45), vem para "reforçar o papel do professor na preparação, condução e avaliação do processo

de ensino e aprendizagem”, pois durante as atividades utilizando tais tecnologias supracitadas.

O posicionamento do professor deve ser de orientador, e não deve se posicionar como detentor principal do conhecimento dentro de sala, assim fomentando a necessidade de estar em constante processo de renovação e melhoramento de sua didática, tal como atualizando o conhecimento sobre os recursos disponíveis.

Dentre as possibilidades de abordagens em sala de aula com o uso de software destaca-se o GeoGebra, por ser um dos softwares educacionais mais completos da atualidade, onde é possível trabalhar com dinamismo vários conteúdos matemáticos de forma acessível ao aluno, benefícios comprovados por pesquisas realizadas por autores como Ferreira (2010); Silva et al (2015); Gomes e Penteado (2013) e Ramalho (2013).

3.1 O software GeoGebra

Destinado a ser um software educacional de Matemática dinâmica, o GeoGebra teve seu projeto iniciado na Universidade Austríaca de Salzburg no ano de 2001 por Markus Hohenwarter (HOHENWARTER & FUCHS 2004). Disponível gratuitamente para uso foi desenvolvido na linguagem de programação JAVA sendo assim um software multiplataforma, portanto, pode ser utilizado em diferentes sistemas operacionais como Windows, Linux ou Mac OS.

Este software reuni recursos que possibilitam ao professor, em um só ambiente, trabalhar uma série de conceitos matemáticos, como geometria, álgebra, tabelas, gráficos, probabilidade e estatística. Além de ser um software gratuito, o GeoGebra pode ser utilizado em versões on-line que necessitam somente acesso à internet, facilitando o acesso em escolas que possuem em seu laboratório computadores antigos com processadores ultrapassados.

Para Nascimento (2012, p.128) “O GeoGebra tem a vantagem didática de apresentar, ao mesmo tempo, representações diferentes de um mesmo objeto que interagem entre si”, trabalhando representações de conceitos que até então

os alunos compreendiam como solitários, sem conexão com o restante da Matemática.

De acordo com Vaz (2012):

No Geogebra podemos contemplar geometria e álgebra dinamicamente, interagindo entre si na mesma tela, possibilitando ao usuário relacionar as várias faces de um mesmo objeto matemático. Permite trabalhar conceitos do ensino fundamental, médio e superior e realizar construções matemáticas diversificadas a alterá-las após a construção ser finalizada. Esse dinamismo possibilita que o aluno perceba diversas relações entre os objetos matemáticos, faça conjecturas e até mesmo formalize os resultados, de forma visual, no próprio software. (p. 40)

A interação de conhecimento proporcionado pelo GeoGebra contribui para que o aluno construa uma nova visão do conhecimento matemático que lhe é apresentado em sala, não mais como uma disciplina estática apresentada apenas com a finalidade de repetição de exercícios, levando o aluno a perceber o conhecimento matemático de forma dinâmica através da interação com o GeoGebra.

As vantagens de se trabalhar com o software são defendidas por Petla (2008), que discursa sobre o software alegando que o GeoGebra é um programa autoexplicativo, e que a maneira de utilizá-lo é bastante intuitiva, com uma linguagem acessível para aqueles com conhecimento básico ou avançado de programação, sendo o conhecimento matemático o ponto fundamental de seu uso.

A forma visual de trabalhar conhecimentos matemáticos dos níveis mais simples aos mais complexos, com uma linguagem acessível como é oferecida pelo software, aliada a facilidade em manipular as construções realizadas na tela do computador, aguçam a curiosidade do aluno.

Consequentemente, leva o aluno a criar questionamentos livres sobre o conhecimento que lhe é apresentado, fugindo da postura estática em que o aluno se encontrava em relação a construção do próprio conhecimento, levando-o a perceber o professor como um “parceiro” nesse processo.

Com o crescente número de pesquisas realizadas a seu respeito e as inúmeras vantagens e colaborações oferecidas para o ensino, o GeoGebra adentrou os ambientes escolares dos níveis ensino básico ao universitário alcançando uma grande popularidade entre os softwares educacionais, isto porque “[...] atualmente, o GeoGebra é traduzido para 58 idiomas, utilizado em 190 países e baixado por aproximadamente 300.000 usuários em cada mês”. (NASCIMENTO, 2012, p.128).

Essa prática demonstra grande aceitação do software em ambientes educacionais em diversas partes do mundo, confirmando a influência da tecnologia da informação no processo educacional, e estimulando cada vez mais aos estudantes relacionarem o conhecimento a sua realidade social.

3.2 O uso do GeoGebra no processo de Modelagem Matemática

A comunidade de Educação Matemática nas últimas cinco décadas demonstra sua intensa preocupação em relação à forma que o conhecimento está sendo transmitido, em resposta à essa inquietação surgiram debates e pesquisas, voltadas a maneiras de melhor ensinar o conhecimento matemático, em grupos de estudos existentes dentro de programas de mestrado e universidades em geral. A partir desses estudos surgiram tendências educacionais como a Modelagem Matemática, que busca, através da investigação de fenômenos da natureza, aplicar o conhecimento matemático criando modelos para “definir” tais fenômenos, conduzindo o aluno, durante o processo de modelagem, para perceber a Matemática como parte do cotidiano.

Para Almeida, Silva e Vertuan (2012):

Uma atividade de Modelagem Matemática pode ser descrita em termos de uma situação inicial (problemática), de uma situação final desejada (que representa uma solução para a situação inicial) e de um conjunto de procedimentos e conceitos necessários para passar da situação inicial para a situação final. Nesse sentido, relações entre a realidade (origem da situação inicial) e Matemática (área em que os conceitos e os procedimentos estão ancorados) servem de subsídio para que conhecimentos matemáticos e não matemáticos sejam acionados e/ou produzidos e integrados. A essa situação inicial problemática chamamos situação-problema; à situação final desejada associamos uma representação Matemática, um modelo matemático (p.12).

Após definir o modelo matemático, é o momento de confrontá-lo com a realidade e analisar se o modelo encontrado realmente se aproxima da realidade observada. Através dessa reflexão é possível complementar, aperfeiçoar e validar, ou não, o modelo.

É nesse momento que o uso de outras propostas, ou tendências, educacionais como o uso das tecnologias se fazem necessárias, para “tentar expandir a investigação em sala de aula em direção a temas mais gerais, buscando integrar a experimentação com tecnologia ao trabalho de modelagem” Borba e Penteado (2001, p. 39). Alguns autores como Malheiros (2004) e Araújo (2002), discorrem sobre a importância da aliança entre as Tecnologias de Informação - TICs e a Modelagem Matemática. Para Malheiros (2004):

A Modelagem, muitas vezes, é associada a outras estratégias pedagógicas, como as TIC, por exemplo, com o intuito de tentar resolver problemas que envolvem a investigação e a experimentação-com-tecnologia, que são muito valorizados e discutidos na Educação Matemática. (p. 53)

A associação entre Modelagem Matemática e as tecnologias de informação, se faz necessária a partir da observação, que ao iniciar uma atividade de Modelagem Matemática, efetuar cálculos extensos e cansativos sem o auxílio de calculadoras científicas ou softwares para visualizar figuras geométricas e gráficos, representa desperdiçar tempo e excelência nos resultados que poderiam ser alcançados

Araújo (2002) alega em seus estudos, que na parceria entre a Modelagem Matemática e as tecnologias informáticas, existe uma harmonia notável aos olhos dos pesquisadores. Consequentemente, vem sendo argumentado que, ao desenvolver um trabalho com Modelagem Matemática, existe uma solicitação natural pelo auxílio de computadores e calculadoras científicas para abrilhantar o processo.

Ao discorrer sobre a relação estabelecida entre as tecnologias de informação durante as atividades de Modelagem Matemática, em especial os computadores munidos de softwares educacionais, Araújo (2002) relata que:

Seu potencial para lidar com cálculos elaborados liberta o indivíduo que está desenvolvendo algum modelo matemático de modo que ele se

preocupe apenas com a compreensão e interpretação da situação e dos resultados, sem perder tempo ou energia com contas, fórmulas, lógica matemática etc.. (p. 42)

No entanto, o bom uso dos computadores durante a Modelagem Matemática depende da escolha do software adequado. Neste estudo, optamos pelo uso do software GeoGebra, por ser um software gratuito, que disponibiliza a opção de ser usado na plataforma web e por possuir uma linguagem de programação acessível aos alunos.

Todas essas características facilitam a adaptação dos alunos ao lidarem com o GeoGebra durante as atividades de Modelagem Matemática. Nesse processo, realizado para obter um modelo matemático, o software se faz presente para fornecer o recurso visual sobre o tratamento matemático que os fenômenos estudados receberam, portanto, o software precisa possuir uma linguagem acessível aos alunos.

A relação harmoniosa entre Modelagem Matemática e GeoGebra, se estabelece durante a obtenção do modelo matemático. O GeoGebra atua transformando, em gráficos e figuras manipuláveis, os cálculos realizados durante o processo de modelagem dos fenômenos, dando ao aluno a oportunidade de manipular os parâmetros adicionados no software, verificando instantaneamente as mudanças realizadas nas características da representação gráfica do fenômeno, a cada valor distinto inserido no GeoGebra.

Através da Modelagem Matemática, se realiza a escolha do fenômeno, as pesquisas exploratórias e os questionamentos sobre o fenômeno escolhido. O GeoGebra, complementa as atividades fornecendo aos alunos o fator visual sobre o comportamento matemático do fenômeno pesquisado. Conseqüentemente, isso facilita a assimilação das características do fenômeno e a associação do mesmo com a realidade, fornecendo subsídios para que o aluno possa analisar corretamente, se o modelo matemático pode ou não ser validado.

Devido a isso, utilizar o GeoGebra durante atividades que estimulam o pensamento matemático, como a Modelagem Matemática, contribui na formação

de hipóteses, escolha dos procedimentos e posturas a serem adotadas diante de determinada situação problema (SILVA ET AL, 2015).

Portanto, o aluno é conduzido a investigar através do GeoGebra determinados comportamentos ou fenômenos, fazendo com que relações sejam estabelecidas com mais rapidez, possibilitando assim, que através da relação estabelecida entre Modelagem Matemática e GeoGebra, o aluno possa construir ou reconstruir os conceitos matemáticos com um novo olhar sobre o conhecimento e de forma mais significativa.

CAPÍTULO IV - METODOLOGIA DA PESQUISA

Este capítulo é dedicado à apresentação da metodologia geral que norteou esta pesquisa e dos procedimentos metodológicos utilizados para a coleta e análise de dados. A abordagem metodológica escolhida para realizar esta pesquisa, foi desenvolvida através da pesquisa qualitativa de natureza básica, com os procedimentos referentes a uma pesquisa-ação dentro da pesquisa de campo, utilizadas para relatar e caracterizar o campo da pesquisa, os sujeitos e os procedimentos, isto é, o próprio processo de pesquisa.

O presente estudo caracteriza-se como uma pesquisa qualitativa, por não limitar seu enfoque na representação numérica e quantitativa do experimento. Isso direciona a pesquisa para o aprofundamento da compreensão do fenômeno pesquisado (GERHARDT & SILVEIRA, 2009). Dessa forma, a pesquisa no modo qualitativo viabiliza ao pesquisador um olhar mais amplo e profundo sobre o fenômeno pesquisado, como por exemplo: o ensino das funções trigonométricas no ensino médio, objeto de estudo deste trabalho.

Segundo os autores Denzin e Lincoln (1994):

A pesquisa qualitativa prevê pluralidade de método quanto ao foco, envolvendo uma abordagem interpretativa e naturalística do assunto pesquisado. Isso significa que os pesquisadores qualitativos estudam as coisas em seu ambiente natural, tentando dar sentido aos fenômenos, ou interpretá-los, em termos dos significados que as pessoas dão a eles (p. 2).

A pesquisa na forma qualitativa mantém, portanto, seu enfoque nos detalhes que não podem ser quantificados, preocupando-se com a interpretação de tais detalhes na busca de compreender o fenômeno estudado em sua totalidade, sem exercer qualquer espécie de controle sobre o contexto da pesquisa. Nesses moldes, a pesquisa qualitativa foi escolhida para nortear o estudo relatado neste trabalho, por ofertar os subsídios necessários para analisar e compreender as atuais condições, significados e resultados obtidos no ensino das funções trigonométricas durante o ensino médio.

Ao adotar a natureza aplicada de pesquisa com propósito explicativo, propõe-se a gerar conhecimentos para aplicação prática, dirigidos à solução de problemas específicos, envolvendo verdades e interesses locais. (GERHARDT & SILVEIRA, 2009).

Quanto aos procedimentos adotados, realizou-se uma pesquisa-ação dentro da pesquisa de campo. Para Fonseca (2002) a pesquisa de campo caracteriza-se por investigações realizadas em que, além da pesquisa bibliográfica, se realiza coleta de dados junto aos sujeitos da pesquisa. Em relação a pesquisa-ação o mesmo autor, Fonseca (2002), afirma que:

A pesquisa-ação pressupõe uma participação planejada do pesquisador na situação problemática a ser investigada. O processo de pesquisa recorre a uma metodologia sistemática, no sentido de transformar as realidades observadas, a partir da sua compreensão, conhecimento e compromisso para a ação dos elementos envolvidos na pesquisa (p. 34).

Dessa maneira a pesquisa ação propõe uma participação planejada, na qual em um primeiro momento observa-se a situação problemática e os sujeitos envolvidos para planejar a melhor abordagem disponível para transformar a realidade observada pelo pesquisador.

Todos os procedimentos referentes à intervenção e coleta de dados relatados nesse estudo foram realizados na escola Conego Luís Leitão, da rede estadual de ensino do estado do Pará, localizada no centro da cidade de Castanhal, na qual a pesquisadora atuou sobre a observação do professor titular da turma. Os sujeitos da pesquisa foram 26 (vinte e seis) adolescentes, devidamente matriculados como alunos de 01(uma) turma de 2º ano do ensino

médio da referida escola, todos inseridos na faixa etária de 15 a 17 anos de idade.

As dependências da referida escola são precárias, o nível de poluição sonora é altíssimo devido à localização central dentro da cidade, contando com um laboratório de informática sucateado sem climatização adequada. A escola possui salas de aulas climatizadas, porém com pouca iluminação e ventilação.

Os procedimentos da pesquisa e a coleta de dados, foram realizados nas salas de aula e no laboratório de informática durante as aulas o professor titular da turma. Inicialmente foi aplicado um questionário para conhecer o nível de conhecimento dos alunos e suas respectivas opiniões sobre o conhecimento que seria abordado nas seguintes aulas referentes a realização da pesquisa.

No segundo momento da pesquisa foi realizado um período de observação durante as aulas do professor titular, na intenção de conhecer e caracterizar o ambiente, os sujeitos e a relação dos alunos com o conhecimento sobre as funções trigonométricas apresentado pelo professor titular, utilizando o método tradicional em sala de aula.

No terceiro momento da pesquisa, foi realizada uma intervenção metodológica no ensino do referido conteúdo com auxílio das tendências metodológicas: Modelagem Matemática e tecnologias da informação. Após a intervenção realizada no laboratório de informática, foi aplicado um segundo questionário na intenção de identificar os avanços obtidos pelos alunos em relação ao conteúdo trigonométrico.

Os dados coletados em campo foram, portanto, constituídos a partir dos registros dos alunos, das anotações em diário de campo, das respostas dos alunos aos questionários aplicados, e as discussões que emergiram desses dados foram interpretadas a partir dos autores adotados na revisão da literatura.

4.1 Organização da Investigação da pesquisa

O desenvolvimento do processo investigativo foi dividido em cinco subseções articuladas entre si.

4.1.1 Primeira Etapa

A primeira etapa constitui-se pela pesquisa bibliográfica sobre o ensino das funções trigonométricas no ensino médio, onde buscou-se autores com estudos nesse foco, capazes de nortear a pesquisa com base nos relatos desses autores e nos métodos utilizados por eles. Autores, estes, de épocas, estados, regiões e condições diferentes foram utilizados para aplicação dos estudos, nos quais foi possível verificar, através dos relatos dos autores, as maiores dificuldades do ensino desse conteúdo, além de opções metodológicas para mediar o ensino dessas funções trigonométricas no ensino médio.

Nessa mesma etapa, buscou-se também, pesquisas teóricas sobre opções metodológicas capazes de auxiliar o processo de ensino dessas funções trigonométricas, tornando esse processo mais dinâmico e interessante para o aluno. Entre as metodologias apresentadas por outros autores que discorrem sobre este tema, optou-se pelo uso da Modelagem Matemática e das tecnologias de informática, com foco nos softwares matemáticos.

Nesse sentido, além de referências teóricas, também foram pesquisados aspectos que viessem a contribuir para a elaboração de um questionário de sondagem, disponibilizado para os alunos da turma do segundo ano do ensino médio, sujeitos da pesquisa.

4.1.2 Segunda Etapa

A segunda etapa foi marcada pela aplicação do primeiro questionário, intitulado *Questionário de Sondagem* (Apêndice A) elaborado ao final da fase anterior. O questionário foi aplicado na presença do professor titular em uma sala de aula, naturalmente designada para a utilização da turma do segundo ano do ensino médio, que possui 26 alunos regularmente matriculados, dos quais 23 estavam presentes durante a aula do dia em questão respondendo a todas as perguntas presentes no questionário no tempo dado de quinze minutos.

Após a aplicação do questionário, a pesquisadora acompanhou todas as aulas seguintes ministradas para a turma pelo professor titular, nas quais o professor ministrou a parte teórica do conteúdo trigonométrico, tornando os alunos aptos a realizar resolver questões de aplicações, selecionadas pela

pesquisadora, de livros didáticos e, por conseguinte as atividades referentes a esta pesquisa.

A partir da análise preliminar das respostas obtidas no questionário, somadas as observações feitas pela pesquisadora durante as aulas observadas elaborou-se uma sequência de três atividades baseadas em expor aplicações das funções trigonométricas, seno e cosseno, com auxílio, metodológico, da Modelagem Matemática utilizando o software matemático GeoGebra.

4.1.3 Terceira Etapa

A terceira etapa foi realizada no laboratório de informática, com a aplicação das atividades. A primeira atividade da sequência, foi denominada “*Modelagem sobre o preço do açaí*”, no qual os alunos foram conduzidos a modelar com as funções trigonométricas uma senoide ou cossenoide, capaz de definir o preço do açaí, em qualquer mês do ano, considerando somente as variações causadas pelo período de safra e entressafra.

A segunda atividade, nomeada “*Altura das ondas de uma praia*”, solicitava aos alunos que, munidos dos devidos dados sobre as alturas da maré nas praias mais populares do estado do Pará, modelassem uma senoide ou cossenoide capaz de definir a altura das ondas em qualquer dia e horário do mês na referida praia.

A terceira atividade, intitulada “*Modelando o movimento do boneco trapezista*”, solicitava aos alunos manipularem o boneco trapezista. Este boneco é um brinquedo tradicional na região paraense confeccionado tipicamente em miriti, uma madeira específica da região norte, e vendido nas feiras populares do estado do Pará. A atividade com o boneco buscava observar o movimento feito pelo corpo do boneco e as características desse movimento.

Após o momento de observação sobre o funcionamento do trapezista os alunos foram orientados a coletarem os dados necessários e modelarem uma função senoide, ou cossenoide, que fornecesse a quantidade de giros que o boneco seria capaz de dar em cada tempo fornecido. Todas as atividades foram realizadas pelos alunos com orientação da pesquisadora.

Durante a realização das atividades os alunos utilizaram senoide e cossenoide para obter os modelos matemáticos, sendo relevante ressaltar que

foram utilizadas ambas as funções (tendo em consideração que a cossenoide é apenas uma translação da função senoide) com o objetivo de que os alunos utilizassem seus conhecimentos sobre arcos seno e cosseno, nos quais em posse dos dados referentes a cada atividade eles calculavam os valores numéricos dos parâmetros “a”, “b”, “c” e “d”.

O parâmetro “a” é responsável por transladar o gráfico em a unidades para cima ($a > 0$) ou para baixo ($a < 0$). O parâmetro “b” é responsável por dilatar ($|b| > 1$) ou comprimir ($0 < |b| < 1$) verticalmente o gráfico. O valor desse parâmetro em modulo fornece a metade da amplitude, alterando a imagem do gráfico da função trigonométrica. O parâmetro “c” por sua vez, é encarregado de comprimir ($|c| > 1$) ou dilatar ($|c| < 1$) horizontalmente o período da função, alterando número de oscilações no mesmo intervalo. O parâmetro, o último a ser calculado, é incumbido de transladar para direita ($d < 0$) ou para a esquerda ($d > 0$) o gráfico da função trigonométrica. Essas informações foram ocultadas dos alunos durante as primeiras atividades com o objetivo de que eles mesmos percebessem as mudanças gráficas geradas por cada parâmetro.

4.1.4 Quarta Etapa

Na quarta etapa foi aplicado um segundo e último questionário (Apêndice B) respondido pelos alunos, após a realização das atividades listadas anteriormente. Esse questionário contava com quatro perguntas, respondidas de forma individual por todos os alunos que participaram das atividades no tempo estipulado de quinze minutos.

4.1.5 Quinta Etapa

Na quinta e última etapa dessa pesquisa foram realizadas todas as análises acerca do material coletado em todas as etapas desta pesquisa anteriormente citadas.

CAPÍTULO V - MODELAGEM MATEMÁTICA APLICADA (COM) AO USO DO GEOGEBRA NO ENSINO DAS FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS

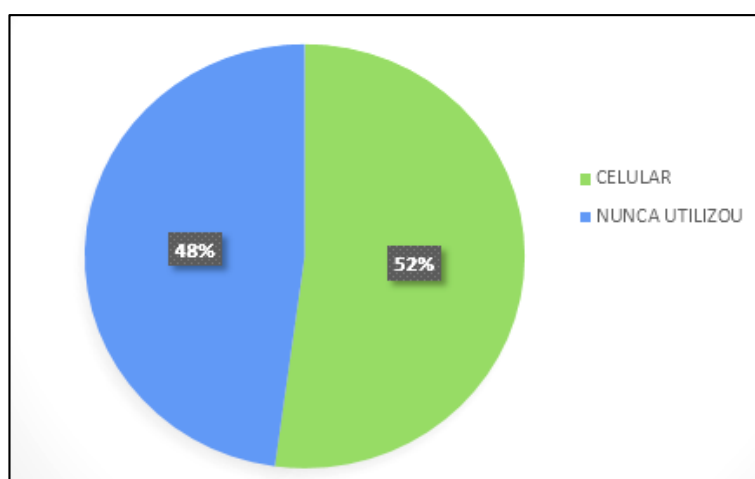
O presente capítulo é dedicado a descrever de forma minuciosa as etapas que constituíram a coleta de dados desta pesquisa. A descrição da coleta de dados acompanha a análise dos dados obtidos em forma de relatos, registros, figuras, gráficos e tabelas.

5.1 QUESTIONÁRIO DE SONDAGEM

O primeiro questionário aplicado intitulado *Questionário de Sondagem* objetivava verificar as condições e o conhecimento geral dos alunos em relação ao uso de tecnologias em aulas de Matemática, assim como o conhecimento sobre as funções trigonométricas em especial a seno e cosseno.

Com relação a primeira pergunta a mesma referia-se ao uso de tecnologias de informática como computadores, calculadoras gráficas, celulares e tablets em aulas de Matemática. Dos 23 estudantes que responderam ao questionário, apenas 12 já haviam utilizado tecnologias de informática nas aulas de Matemática.

Gráfico 1 – Respostas dos estudantes referente ao uso de tecnologias nas aulas de Matemática



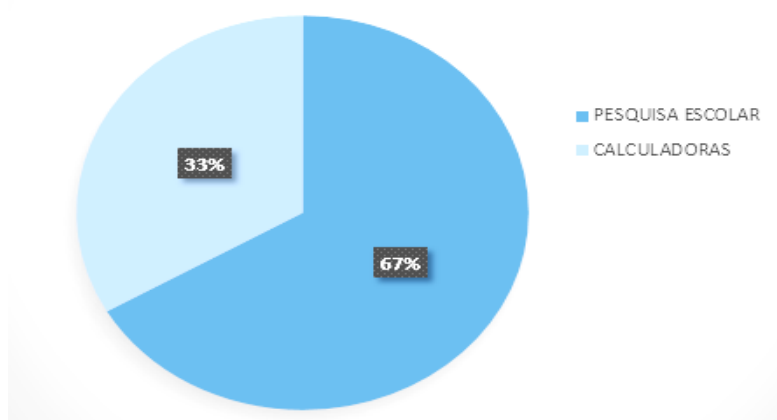
Fonte: Pesquisa de Campo, 2017.

E o restante dos alunos que responderam ao questionário, admitiram em uma conversa após a primeira aula, que nunca haviam utilizado tais tecnologias

por não haver laboratório de informática na escola que estudavam anteriormente, durante os anos do ensino fundamental, e que durante o ensino médio o professor não ministrava aulas no laboratório de informática devido as condições precárias do mesmo.

A segunda pergunta do questionário solicitava aos alunos, que anteriormente alegaram já terem feito uso das tecnologias de informática em aulas de Matemática, que informassem a finalidade com a qual eles haviam as utilizando. Dos 12 estudantes, 8(oito) alegaram terem feito pesquisas, quando utilizado os computadores, e o restante alegou ter utilizado calculadoras sob orientação do professor.

Gráfico 2 – Respostas dos estudantes referente as tecnologias utilizadas em aulas de Matemática



Fonte: Pesquisa de Campo, 2017.

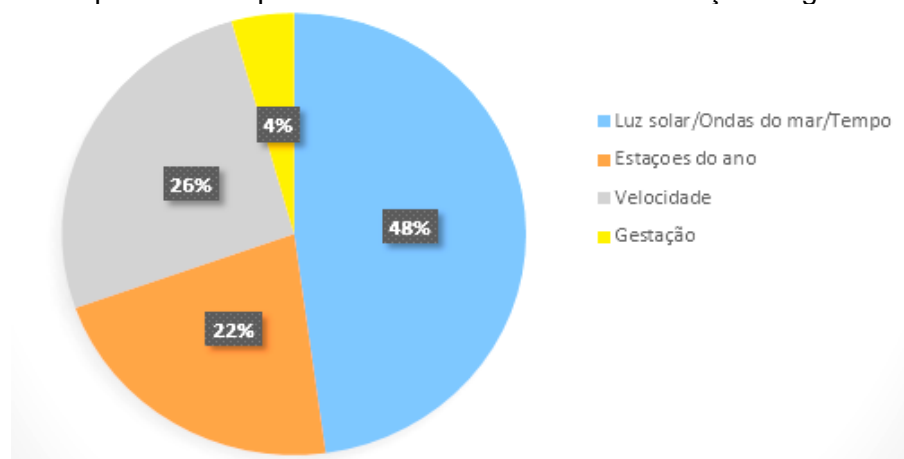
Analisando as respostas das duas primeiras perguntas, em conjunto com o diálogo realizado com os alunos após a primeira aula, na qual o questionário de sondagem foi aplicado, foi possível verificar que apesar dos alunos fazerem parte de uma geração totalmente acostumada com a tecnologia, os mesmos não possuem essa mesma interação tecnológica durante as aulas de Matemática.

Dentre os 23 (vinte e três) alunos que constituem os sujeitos dessa pesquisa, 11 (onze) até o dado momento desconheciam os benefícios das tecnologias de informática usada nas aulas de Matemática. Enquanto o restante dos alunos já havia utilizado os computadores somente para pesquisas e calculadoras para auxiliar nos cálculos.

Com essas informações constatamos que os alunos desta escola, em nenhum momento de sua vida escolar, utilizaram softwares matemáticos em aulas de Matemática. Essa carência de conhecimento demonstrada pelos alunos em relação aos softwares matemáticos, gerou a necessidade de apresentar o software GeoGebra, para uso nas atividades de modelagem, assim como durante o exercício de questões de aplicações dos livros didáticos na própria sala de aula, em pequenas demonstrações nas quais os exercícios solucionados em aula, eram inseridos no GeoGebra e visualizados pelos alunos com o auxílio do projetor de imagens.

A terceira pergunta presente no questionário, referia-se ao conhecimento prévio dos alunos em relação ao comportamento das funções trigonométricas, com o objetivo de identificar o fator em comum dos exemplos citados no corpo da pergunta, e apresentar outros exemplos de fenômenos com comportamento semelhantes, presentes na natureza. Dentre as respostas obtidas: a luz solar, ou seja, a duração do dia; a variação da altura das ondas do mar; as estações do ano; a velocidade em geral e o período gestacional de uma mulher.

Gráfico 3 – Exemplos citados pelos estudantes referentes as funções trigonométricas.



Fonte: Pesquisa de Campo, 2017.

Nesta pergunta foram obtidas um total de 22 (vinte e duas) respostas, pois, um dos alunos deixou de responder. Das respostas obtidas, 11 (onze) vezes foi citado, como exemplo, o comportamento do tempo, das ondas do mar e da luz solar. Destacamos uma das respostas na figura 1.

Figura 1 – Resposta de Um Aluno sobre a Terceira Pergunta

03) Existem na natureza fenômenos que podem ser descritos pela Matemática, entre eles os fenômenos que se repetem em determinado espaço de tempo, como as fases da lua e os batimentos cardíacos. Cite outros fenômenos que também se repetem dessa maneira.

Tempo / ondas do mar / luz solar ...

Fonte: Pesquisa de Campo, 2017.

O restante das respostas foi subdividido em estações do ano (5 respostas), velocidade (6 respostas) e o período gestacional (1 resposta).

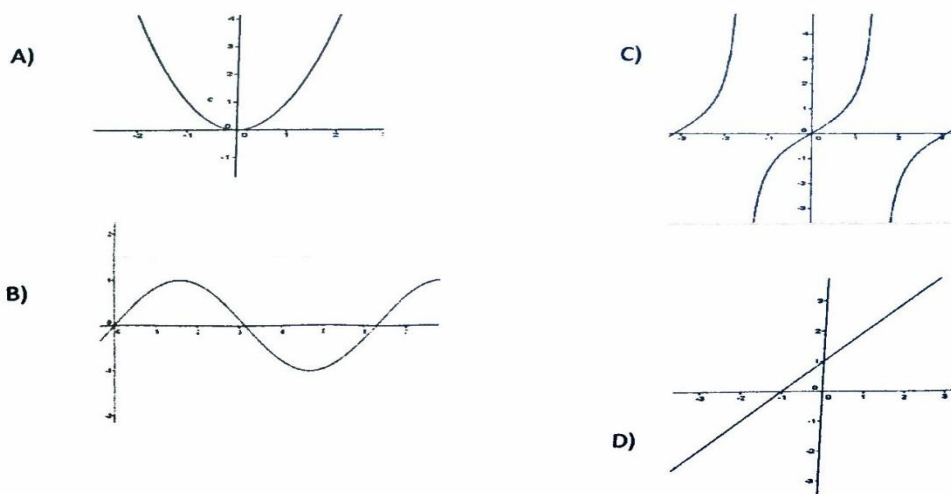
A quarta e última pergunta do questionário de sondagem foi direcionada para averiguar o conhecimento dos alunos em relação comportamento gráfico das funções seno e cosseno.

Figura 2 – Quarta Pergunta

04) Um pescador durante suas primeiras pescarias, percebeu que no início da madrugada as ondas eram maiores e que logo no início da manhã elas se tornavam menores. Voltando a ficar maiores por volta do meio dia até o início da noite, horário em que diminuam novamente. Este comportamento pode ser representado matematicamente?

() Não

() Sim, Neste caso qual figura tem comportamento semelhante a situação acima?

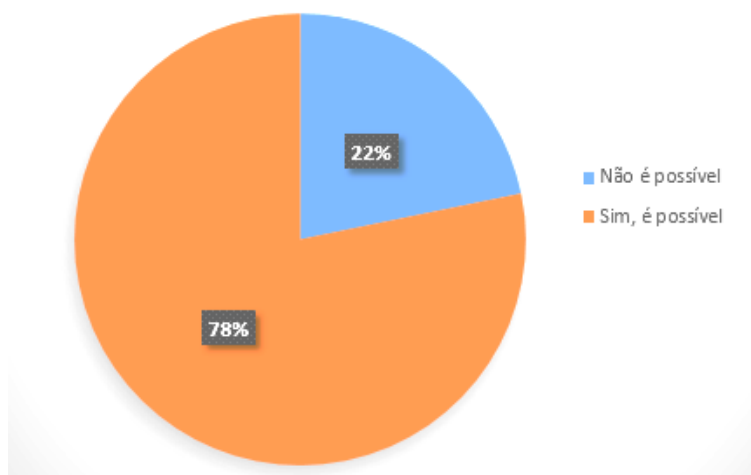


Fonte: Pesquisa de Campo, 2017.

Dentre os 23 (vinte e três) alunos dezoito afirmaram que sim, é possível representar matematicamente o comportamento descrito no corpo da pergunta,

assinalando em seguida a opção de gráfico correspondente ao comportamento citado na pergunta. O restante afirmou não ser possível.

Gráfico 4 – Respostas dos estudantes referente a representação matemática da história do pescador



Fonte: Pesquisa de Campo, 2017.

Ao solicitar que exemplificassem fenômenos presentes na natureza, com comportamento semelhante ao citado na pergunta de número três, muitas das respostas foram equivocadas e confusas, citando exemplos que em nada se assemelhavam, em questão de comportamento periódico, como o solicitado na pergunta.

Ao responder a quarta e última pergunta do questionário a maioria dos estudantes, dos que forneceram respostas positivas ao questionamento presente na mesma, foi capaz de reconhecer o comportamento gráfico citado no corpo da pergunta, identificando o gráfico que o representava.

A partir das respostas obtidas e do diálogo realizado durante a aula, na qual foi possível realizar pequenos questionamentos, pudemos compreender que o conhecimento que os alunos possuíam sobre o conteúdo trigonométrico era limitado e não saía do campo teórico, justificando o comportamento confuso dos mesmos ao serem questionados sobre aplicações desse conteúdo.

5.2 Atividade 1: Modelagem sobre o preço do açaí

A sequência desta atividade foi realizada no laboratório de informática da escola, e contou com a presença de 20 (vinte) alunos. O laboratório possuía nesta data um total de 26 (vinte e seis) computadores dos quais somente 11 (onze) foram capazes de executar o software GeoGebra, o restante encontrava-se sucateado.

Ao iniciar a atividade 1, devido ao número limitado de computadores disponíveis, os alunos foram instruídos a se organizarem em duplas ou trios para realização da mesma. No primeiro momento desta atividade, os alunos foram convidados a interagir com o software GeoGebra. Manipularam o software, de maneira livre durante alguns minutos, com o intuito de sanar a curiosidade sobre a execução dos comandos principais, reconhecendo as telas e entradas do software.

Após o primeiro contato com o software, iniciou-se um diálogo sobre os preços do litro do açaí em determinados bairros da cidade de Castanhal, ressaltando a variação desses preços durante o auge da safra e entressafra. Nesse momento, os alunos por serem oriundos de bairros distintos perceberam a existência de variações consideráveis no preço do litro de açaí de um bairro a outro, notando que a variação geral dos preços ocorre todos os anos sempre no mesmo período. Esse momento inicial, assim como nas outras duas atividades, foi planejado cuidadosamente para envolvê-los no tema proposto da atividade tendo em mente que, segundo Ponte (2003, p.26), o “arranque da aula é uma fase crítica, pois dela se encadeia todo o restante da atividade”.

Em seguida, os mesmos foram conduzidos a perceber que ao determinar um período de observação sobre o comportamento do preço do açaí, é possível identificar características de um fenômeno periódico, levando-os a compreender que essas variações ocorrem sempre no período de 12 (doze) meses, possuindo um preço máximo alcançado fora da safra, quando os preços aumentam disparadamente, e um preço mínimo durante a safra quando o açaí é comprado por preços mais baixos e é considerado mais saboroso.

Para realizar a atividade 1 foi fornecido aos estudantes informação sobre preços de 5 (cinco) estabelecimentos, que comercializam açaí durante o ano

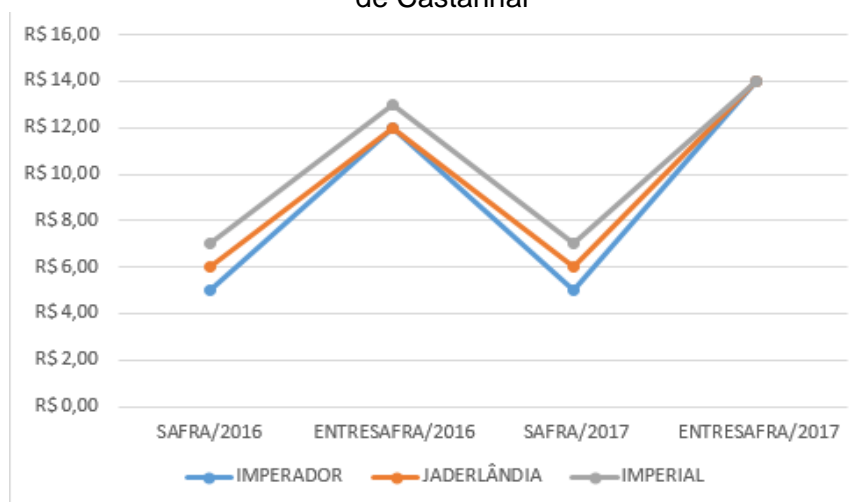
inteiro, os preços que o litro da fruta alcança nos períodos dentro da safra e fora dela, sendo esses estabelecimentos de 3 (três) bairros diferentes da cidade de Castanhal.

Tabela 1 – Tabela de Preços do Açaí

BAIRRO	PREÇO MÍNIMO SAFRA/2016	PREÇO MAXIMO ENTRESAFRA/2016	PREÇO MÍNIMO SAFRA/2017	PREÇO MAXIMO ENTRESAFRA/2017
IMPERADOR	R\$ 5,00	R\$ 12,00	R\$ 5,00	R\$ 14,00
JADERLÂNDIA	R\$ 6,00	R\$ 12,00	R\$ 6,00	R\$ 14,00
IMPERIAL	R\$ 7,00	R\$ 13,00	R\$ 7,00	R\$ 15,00

Os dados coletados nesses estabelecimentos, foram apresentados aos estudantes através de uma tabela e um gráfico durante a realização da atividade 1 a fim de serem utilizados para a obtenção do modelo matemático. Após observarem o comportamento do gráfico desses dados, os alunos teceram comentários sobre as variações dos preços, observando que em determinada época do ano, durante o período da safra, o preço diminuía bastante para aumentar no período seguinte, fora do período da safra, e assim por diante, sendo esse um comportamento recorrente em todos os anos.

Gráfico 5: Preços do açaí durante a safra e fora da safra obtidos nos estabelecimentos de Castanhal



Fonte: Pesquisa de Campo, 2017.

No momento seguinte, os alunos discutiram sobre os outros fatores responsáveis pela elevação do preço do açaí, independentemente da época do ano, chegando à conclusão que possíveis despesas extras como o aluguel dos pontos comerciais e as possíveis despesas com funcionários, também são fatores influenciadores no preço final do litro do açaí. Após todos esses pontos serem devidamente discutidos, foi explicado aos alunos que na realização da atividade 1 seria considerado como variável apenas o período de safra e entressafra.

Ao final da discussão sobre o tema, a pesquisadora relatou aos alunos que as funções que melhor representariam o comportamento discutido anteriormente seria a senoide ou cossenoide. Para dar início ao modelo matemático, os alunos em posse dos dados apresentados anteriormente, sob orientação da pesquisadora, calcularam o valor dos parâmetros “a”, “b”, “c” e “d” necessários para a determinação do modelo matemático $f(x) = a + b \cdot \text{sen}(cx + d)$.

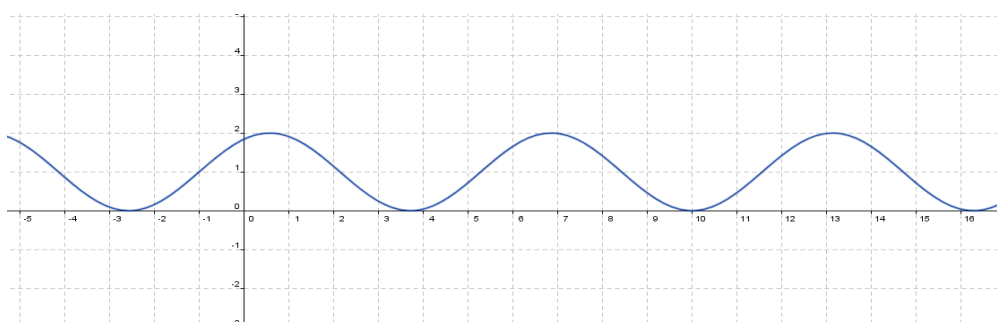
Considerando os valores presentes na tabela de preços do açaí, referentes ao Bairro Imperador, foi determinado que a variável “x” estaria sempre no intervalo $0 < x < 12$, referente ao tempo entre uma safra e outra. Para obter o valor dos parâmetros “a” e “b”, os alunos utilizaram os valores máximos e mínimos alcançados pelos preços do açaí na safra e entressafra para realizar uma média aritmética, afim de garantir boas aproximações devido ao fato de os dados reais não serem sempre exatos por sofrerem interferências de outras variáveis, com o resultado das medias aritméticas elaborou-se um pequeno sistema de equações para ser solucionado, com o qual foi possível obter os valores dos parâmetros “a” e “b”, para isso foram realizados os seguintes cálculos:

$$\begin{array}{ll} a + b = 13 & a + b = 13 \\ a - b = 5 & 9 + b = 13 \\ 2a = 18 & b = 13 - 9 \\ a = \frac{18}{2} = a = 9 & b = 4 \end{array}$$

Após determinar os valores dos parâmetros “a” e ”b”, os alunos foram devidamente orientados a adicionar, no GeoGebra, a equação genérica da senoíde alterando em seguida os valores dos parâmetros já obtidos até o dado momento, verificando, assim, a alteração que cada parâmetro realizou no gráfico da equação, repetindo essa ação para os parâmetros “c” e “d”.

Ao adicionarem no GeoGebra a equação padrão da senoíde ($a=b=c=d=1$) os alunos observaram o comportamento no gráfico 6:

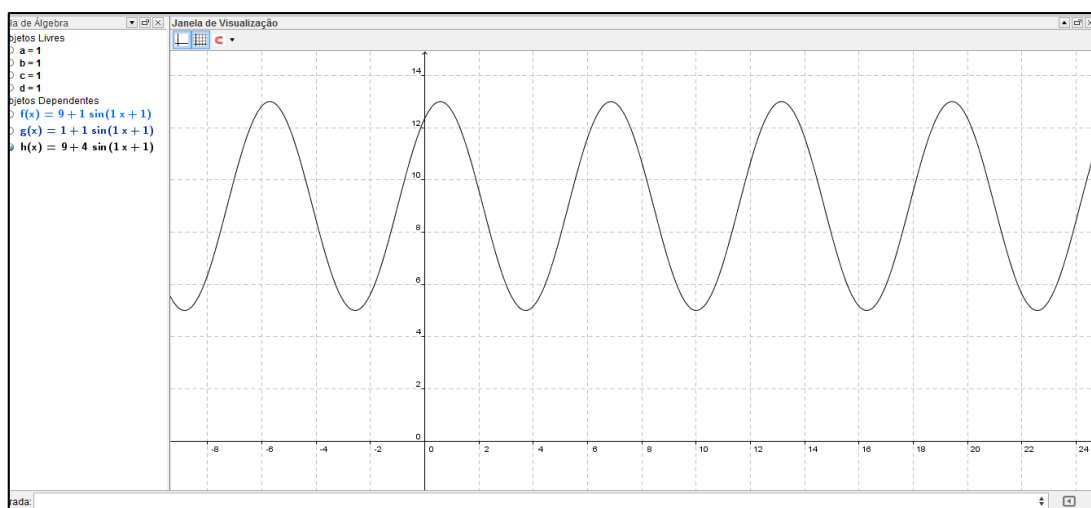
Gráfico 6: Comportamento gráfico da equação padrão da senoíde



Fonte: Pesquisa de Campo, 2017.

Ao adicionarem os valores numéricos obtidos para os parâmetros “a” e ”b”, os alunos observaram a seguinte alteração gráfica, (Figura 3).

Figura 3: Comportamento gráfico dos parâmetros “a” e “b” na primeira atividade



Fonte: Pesquisa de Campo, 2017.

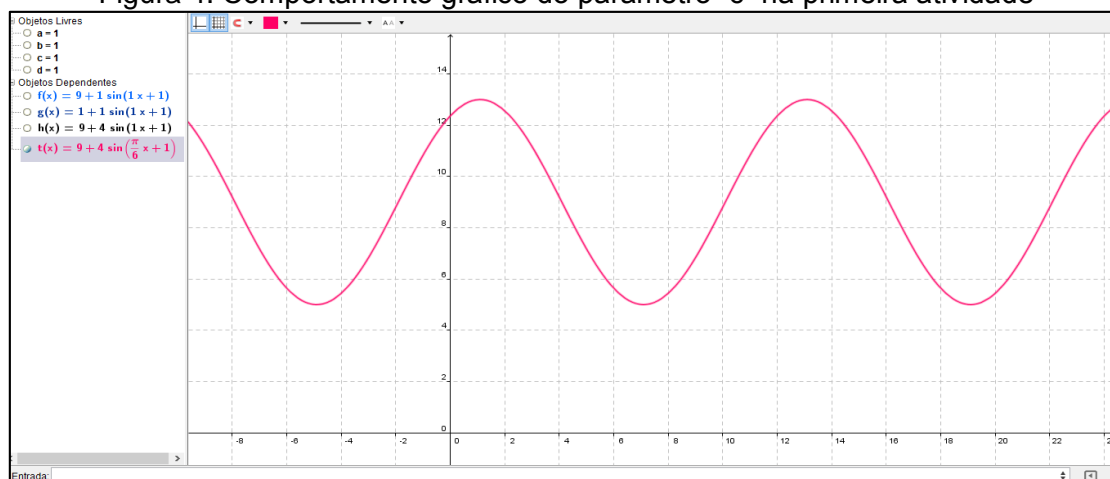
Onde os valores dos parâmetros adicionados deslocaram a posição do gráfico para cima e para os lados de acordo com os próprios alunos.

Em seguida era preciso determinar o valor do parâmetro “c”, em posse do conhecimento sobre o intervalo $0 < x < 12$, definido anteriormente para x em consideração ao tempo entre uma safra e outra do açaí, sabendo também que o período de uma senoide ou cossenoide é determinado por $P = \frac{2\pi}{|C|}$, onde P representa o período (intervalo de tempo ocorrido) e 2π uma volta completa do círculo trigonométrico, com os referidos dados os alunos realizam os seguintes cálculos:

$$P = \frac{2\pi}{|C|} \rightarrow 12 = \frac{2\pi}{C} \rightarrow C = \frac{2\pi}{12} \rightarrow C = \frac{\pi}{6}$$

Ao adicionarem no Geogebra o valor numérico do parâmetro “c”, os alunos teceram comentários sobre a alteração gerada pelo valor desse parâmetro, alegando que o valor de “c” influencia no “espaçamento” existente entre as curvas observadas no GeoGebra, usando o termo “espaçamento” para referenciar o que eles viriam a conhecer como sendo o período dessa função.

Figura 4: Comportamento gráfico do parâmetro “c” na primeira atividade



Fonte: Pesquisa de Campo, 2017.

Para determinar o valor do último parâmetro necessário para a obtenção do modelo matemático, os alunos substituíram os valores referentes a cada parâmetro já determinado na equação $f(x) = a + b * \text{sen} * (c * x + d)$, realizando as manipulações algébricas necessárias fazendo uso do conhecimento de arco seno para isolar o parâmetro “d” e obter $d = \frac{\pi}{6}$.

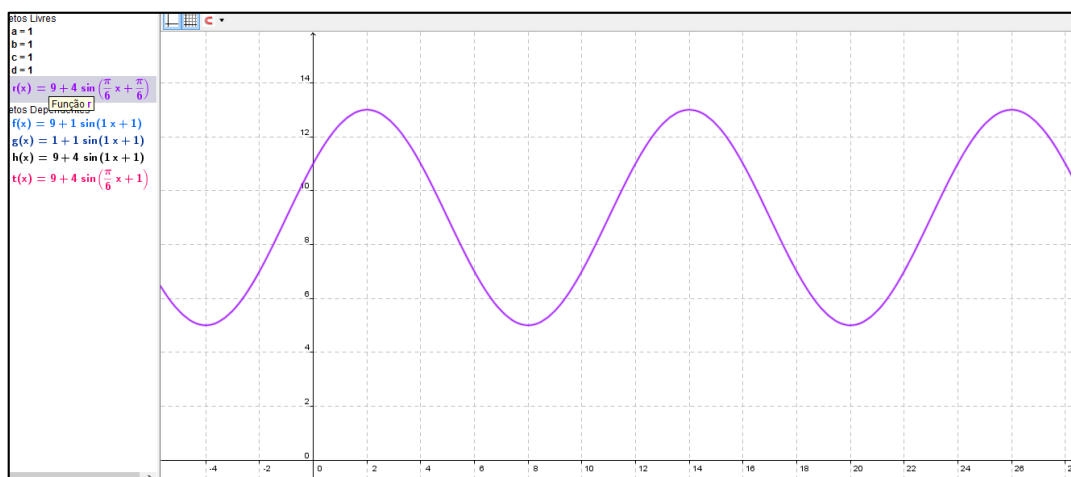
Após a realização de todos esses passos, os alunos obtiveram o modelo matemático (1):

$$f(x) = 9 + 4\text{sen}\left(\frac{\pi}{6} * x + \frac{\pi}{6}\right) \quad (1)$$

No que ao inserir o valor de “x” como o mês no qual deseja-se saber o preço referente ao litro do açaí, o resultado da função “f(x)” obtido, foi um valor muito aproximado dos valores encontrados nos estabelecimentos da cidade de Castanhal no mês escolhido, ressaltando que o modelo oferece valores aproximados em decorrência de outros fatores, que também influenciam na variação dos preços.

Com todos os valores numéricos dos parâmetros, do modelo matemático, definido e adicionado no GeoGebra, chegamos ao seguinte comportamento gráfico (Figura 5).

Figura 5: Comportamento gráfico do modelo matemático referente a primeira atividade



Fonte: Pesquisa de Campo, 2017.

Para concluir a primeira atividade e validar o modelo, os alunos substituíram os meses do ano na variável “x” no modelo para verificar a aproximação dos resultados gerados pelo mesmo. As substituições geraram valores satisfatoriamente aproximados, com base nos valores encontrados nos pontos de revenda, para os meses de janeiro, fevereiro, abril, junho, julho, agosto, setembro e outubro.

Tabela 2 – Tabela de resultados gerados no modelo matemático (1)

$$f(x) = 9 + 4\text{sen}\left(\frac{\pi}{6} * x + \frac{\pi}{6}\right)$$

Mês	Preço no modelo(R\$)
JANEIRO	12,44
FEVEREIRO	13,00
MARÇO	7,00
ABRIL	11,00
MAIO	9,00
JUNHO	7,00
JULHO	5,56
AGOSTO	5,00
SETEMBRO	5,56
OUTUBRO	7,00
NOVEMBRO	9,00
DEZEMBRO	11,00

Ao final da atividade, o (1) forneceu boas aproximações nos meses listados anteriormente, além de se caracterizar como uma ótima introdução para as próximas atividades, nas quais os alunos aperfeiçoaram as técnicas adquiridas na obtenção desse modelo.

5.3 Atividade 2: Modelando a altura das ondas de uma praia

A atividade 2 iniciou com um diálogo com os alunos sobre o comportamento das ondas nas praias paraenses, destacando as praias mais conhecidas e próximas a cidade de Castanhal que possam ser usadas como referência por serem mais conhecidas. Durante esse momento, a pesquisadora discutiu com os alunos sobre as marés baixas e altas que ocorrem no mar e nos rios, evidenciando que no mar as marés são responsáveis por ondas mais baixas durante a maré baixa, e o contrário ocorre durante os horários de maré alta.

Tal fenômeno acontece de maneira intercalada, sendo duas marés baixas e duas marés altas “por dia”, que ocorrem em determinados horários distintos dependendo da localidade, conhecidos como período de preamar e baixa-mar com ocorrência dupla por dia nas praias (não sendo uma regra geral esse

período acontecer em todas as regiões da Terra). Durante esse primeiro momento da atividade 2, os alunos passaram a conhecer um pouco mais dos fatores que causam esses eventos nas marés, além de serem induzidos a identificar os aspectos que caracterizam esse fenômeno como um fenômeno periódico.

Para realizar a atividade 2 foi fornecido aos estudantes os dados referentes à tábua das marés altas e baixas que ocorreram nas cidades de Belém/PA, Vigia/PA e Salinas/PA em determinado mês do ano, na qual continha os dados referentes ao mês inteiro, disponível em (<http://www.tabuademares.com/br/para/belem>), semelhantes a tabela 3.

Tabela 3: Dados referentes a tábua de mares do mês de dezembro em Belém

DIA	MARÉS DE BELÉM			
	1ª MARÉ	2ª MARÉ	3ª MARÉ	4ª MARÉ
1 Qui	0:55 ▲ 3,4 m	8:15 ▼ 0,6 m	13:20 ▲ 3,2 m	20:25 ▼ 0,8 m
2 Sex	1:30 ▲ 3,4 m	8:50 ▼ 0,6 m	13:55 ▲ 3,2 m	21:00 ▼ 0,9 m
3 Sáb	2:05 ▲ 3,4 m	9:25 ▼ 0,6 m	14:35 ▲ 3,1 m	21:40 ▼ 0,9 m
4 Dom	2:45 ▲ 3,2 m	10:10 ▼ 0,8 m	15:20 ▲ 3,1 m	22:25 ▼ 1,1 m

Fonte: Tábua (<http://www.tabuademares.com/br/para/belem>)

De posse dos dados necessários, os alunos escolheram um dia aleatório para utilizar os horários e alturas para a obtenção do modelo matemático para um dia. Lidando novamente com uma função trigonométrica, os alunos, que agora, já possuíam o conhecimento da sequência de cálculos que precisariam realizar para determinar os valores numéricos dos parâmetros “a”, “b”, “c” e “d”, para obter um modelo matemático capaz de estimar as alturas das ondas da maré em determinado mês do ano referentes a praia escolhida.

A maioria das duplas, optou por utilizar os dados referentes a maré de Belém no mês de dezembro. Nesse momento da atividade, os mesmos foram orientados a plotar os dados do dia escolhido por eles no GeoGebra, em forma de pares ordenados (horário da maré, altura das ondas), para assim observarem

o comportamento gráfico que o modelo obtido deveria se aproximar. Em seguida, optaram por usar uma cossenoide, em vista de que a senoide foi utilizada na atividade anterior. Nesse sentido, os Parâmetros Curriculares Nacionais destacam que os alunos devem

Procurar, selecionar e interpretar informações relativas ao problema; formular hipóteses e prever resultados; selecionar estratégias de resolução de problemas; fazer e validar conjecturas, experimentando, recorrendo a modelos, esboços, fatos conhecidos, relações e propriedades (BRASIL, 1999).

Assim, o fato de terem vivenciado uma atividade anterior familiarizou os alunos com o processo e permitiu que os mesmos a partir de fatos conhecidos, tomar decisões. Daí optaram por um único dia comum entre todas as duplas, o que favoreceria o confronto do modelo entre as duplas. As informações escolhidas para realizar a atividade passo a passo foram os dados referentes a maré de Belém do dia 07 (sete) de dezembro de 2017.

Tabela 4: Dados selecionados para obter o modelo matemático na atividade dois

	Maré Baixa	Maré Alta	Maré Baixa	Maré Alta
Horário	00:20	05:30	12:55	18:15
Altura	1,2m	2,9m	1,1m	2,8m

Fonte: Tábua (<http://www.tabuademares.com/br/para/belem>)

Para determinar o valor numérico dos parâmetros “a” e “b”, os estudantes organizaram os dados selecionados considerando como valores máximos, aqueles obtidos durante a maré alta, e valor mínimo os obtidos, na maré baixa. Em posse disso, os estudantes realizaram uma média aritmética entre os valores máximos e mínimos, efetuando o cálculo da mesma média para o intervalo de tempo entre as marés, determinando um período médio de tempo entre a ocorrência de duas mares de mesma natureza, altas ou baixas.

Equação - Descrição

$$\text{MÁXIMO} = \frac{2,9+2,8}{2} = 2,85m$$

$$\text{MÍNIMO} = \frac{1,2+1,1}{2} = 1,15m$$

$$\text{SEMIPERÍODO} = \frac{5,12+7,25+5,58}{3} = 5,98 \rightarrow 11,96\text{hrs}$$

Em posse dessas médias aritméticas, os estudantes repetiram o procedimento matemático necessário para determinar o valor numérico do parâmetro “a”, obtendo o seguinte valor, mostrado no sistema abaixo:

$$\begin{cases} a + b = 2,85 \\ a - b = 1,15 \end{cases}$$

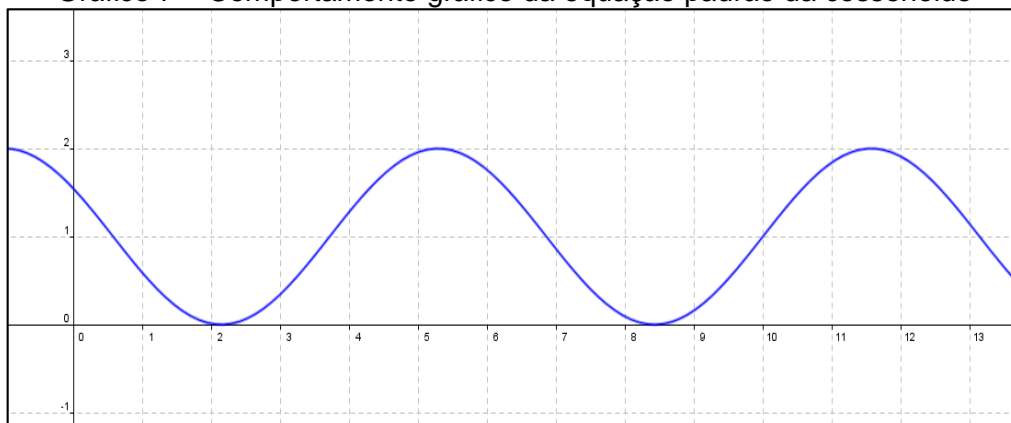
$$2a = 4$$

$$a = \frac{4}{2} = a = 2$$

Substituindo o valor do parâmetro “a”, em uma das equações do mesmo sistema foi possível obter o valor numérico do parâmetro “b”, ou seja, $a + b = 2,85$ e, portanto, $2 + b = 2,85$, logo $b = 0,85$.

Com os valores desses dois parâmetros calculados plotaram no GeoGebra a equação genérica ($a=b=c=d=1$) da cossenoide que possui a forma $f(x) = a + b * \cos * (c * x + d)$, com o seguinte comportamento gráfico mostrado no gráfico 7.

Gráfico 7 – Comportamento gráfico da equação padrão da cossenoide

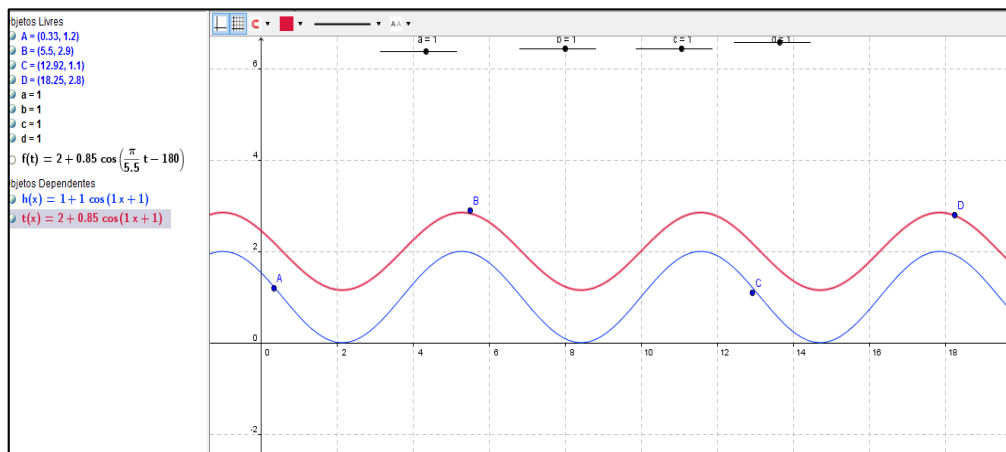


Fonte: Pesquisa de Campo, 2017.

Em seguida foram adicionados os valores dos parâmetros “a” e “b”, já determinados anteriormente, verificando a alteração que cada parâmetro

realizou no gráfico da equação, repetindo essa ação para os parâmetros seguintes.

Figura 6 – Gráfico da alteração do parâmetro “a” e “b”



Fonte: Pesquisa de Campo, 2017.

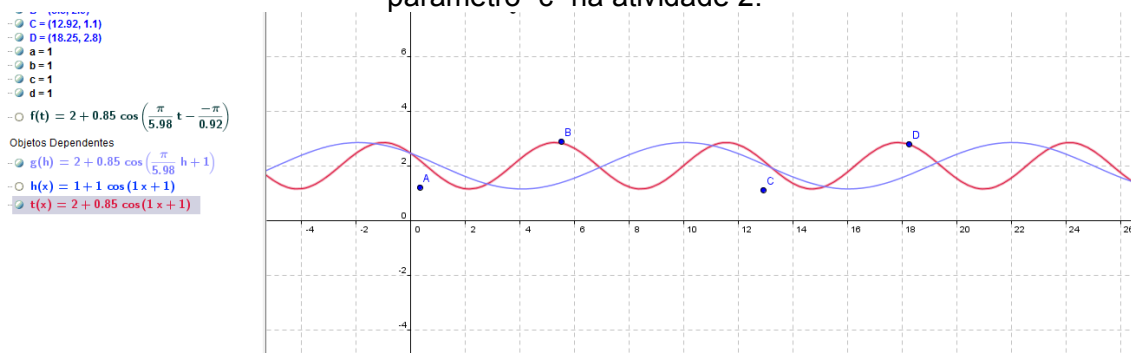
As curvas em azul representam o gráfico da equação geral da cossenoide, já as curvas em cor vinho representam as alterações geradas pelos parâmetros recém adicionados, observando a proximidade que cada curva possui dos pontos inseridos no GeoGebra no início dessa atividade.

Em seguida determinaram o valor do parâmetro “c”, em posse do conhecimento sobre o período definido anteriormente, ao calcular a média aritmética dos intervalos entre as marés. Sendo o período, de uma senoide ou cossenoide, determinado por $P = \frac{2\pi}{|c|}$, os alunos realizam as substituições necessárias obtendo o valor numérico do parâmetro “c”, resultante de:

$$P = \frac{2\pi}{|c|} \rightarrow 11,96 = \frac{2\pi}{c} \rightarrow 11,96c = 2\pi \rightarrow c = \frac{2\pi}{11,96} \rightarrow c = \frac{\pi}{5,98}$$

Ao substituírem o valor numérico do parâmetro “c” no Geogebra, os alunos já foram capazes de reconhecer que as alterações geradas pelo valor desse parâmetro, são referentes ao período de ocorrência das curvas gráficas da função. Ao adicionarem a equação da cossenoide no Geogebra, os alunos observaram o seguinte comportamento gráfico, em comparação com a última alteração gerada pelos primeiros parâmetros obtidos, demonstrada na Figura 7:

Figura 7 – Gráfico de comparação de alterações geradas pelo valor numérico do parâmetro “c” na atividade 2.



Fonte: Pesquisa de Campo, 2017.

A curva em cor azul claro, presente na Figura 7, representa a cossenoide com o valor do parâmetro “c” inserido, em comparação com os pontos adicionados no início do experimento. A curva em cor vinho que possui somente os valores dos dois primeiros parâmetros calculados apresenta uma maior proximidade em relação aos pontos inseridos no início, enquanto a curva em azul construída com os valores dos três parâmetros obtidos até o momento apresenta-se um pouco afastada em comparação a curva de cor vinho.

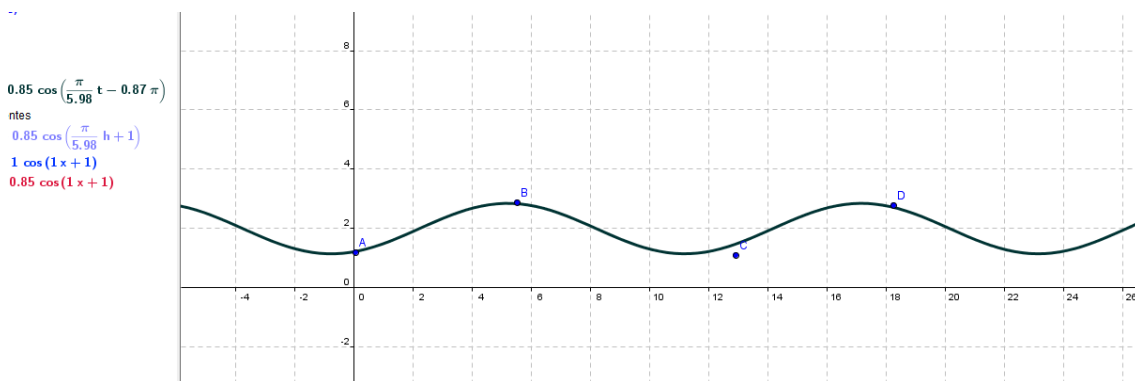
Para determinar o valor do parâmetro “d” necessário para a obtenção do modelo matemático, os alunos selecionaram um par de pontos dos dados iniciais para substituir a altura em “f(x)” e o horário em “x” na função cossenoide $f(x) = a + b * \cos * (c * x + d)$, além dos valores referentes a cada parâmetro já determinado realizando as manipulações algébricas necessárias com o uso de conhecimentos sobre arco cosseno para isolar o parâmetro “d” obtendo ao final o valor numérico $d = -0,87\pi$.

Ao final da atividade 2 os estudantes obtiveram um modelo matemático, no qual ao inserir o valor de “x”, como o horário referente ao momento do dia em que se deseja saber a altura das ondas em determinada praia, obtendo como “f(x)” uma altura muito aproximada das alturas reais das ondas observadas no local escolhido, segundo a tábua de marés fornecidas por sites especializados nesse acompanhamento marítimo. Com todos os valores numéricos dos parâmetros definidos obteve-se o modelo matemático (3).

$$f(t) = 2 + 0,85 \cos\left(\frac{\pi}{5,98} t - 0,87\pi\right) \quad (3)$$

Ao substituir o valor numérico do parâmetro “d” da cossenoide no GeoGebra, tem-se o seguinte comportamento gráfico, mostrado na Figura 8.

Figura 8: Gráfico do comportamento do modelo matemático na atividade 2



Fonte: Pesquisa de Campo, 2017.

Ao analisar o comportamento gráfico do modelo matemático, foi possível observar que o modelo não possui uma boa aproximação do parâmetro “c” dos pontos de dados reais, inseridos no gráfico gerado pelo GeoGebra no início desse experimento, portanto para quaisquer dados inseridos a caráter de teste nesse modelo, serão obtidas aproximações distantes dos dados reais. Mas ao lembrar o objetivo da atividade, que os alunos compreendam o processo do modelo matemático, é possível concluir que os resultados distantes dos reais não comprometeram o aprendizado do processo.

5.4 Atividade 3: Modelando o movimento do boneco trapezista

A terceira e última atividade da sequência, iniciou-se de forma semelhante as anteriores, em um primeiro diálogo com os estudantes sobre o tema da atividade 3 com explanação sobre o boneco trapezista e sua importância cultural na região.

O boneco trapezista é normalmente confeccionado em miriti, uma madeira popular na região norte do Brasil, sendo comercializado em feiras populares paraenses, em especial durante a temporada de Círio de Nazaré.

O boneco trapezista é um entre muitos outros bonecos populares, dos que são vendidos em Belém no período do Círio de Nazaré, sendo a confecção desse

boneco uma tradição familiar e comercial muito forte em cidades paraenses, como Abaetetuba localizada na região nordeste do estado do Pará.

O boneco trapezista é composto por uma estrutura com duas hastes que suportam e movimentam o trapezista e ao pressionar essas hastes na parte de baixo, gera no trapezista um movimento circular, levando-o a girar em torno do eixo ao qual ele está preso, na parte superior das hastes.

A altura máxima alcançada pelo corpo do trapezista, é definida no momento em que o corpo do boneco completa o giro. A altura mínima é obtida a partir da medição de quando o trapezista está inerte e para a definição das alturas máximas e mínimas é desconsiderado a extensão das pernas do trapezista, utilizando como base para medição o tronco do boneco, e a velocidade dos giros realizados pelo trapezista depende da habilidade de quem o manipula.

Figura 9: boneco Trapezista (e com régua fixada)



Fonte: Pesquisa de Campo, 2017.

Ao final desse primeiro diálogo, contendo as explicações necessárias para a realização da atividade 3, foi fornecido aos estudantes dois exemplares do boneco (Figura 9) para que eles movimentassem e aprendessem como funciona o movimento feito pelo trapezista, adquirindo habilidade para o momento da coleta dos dados necessários, dados estes, utilizados para obtenção do modelo matemático.

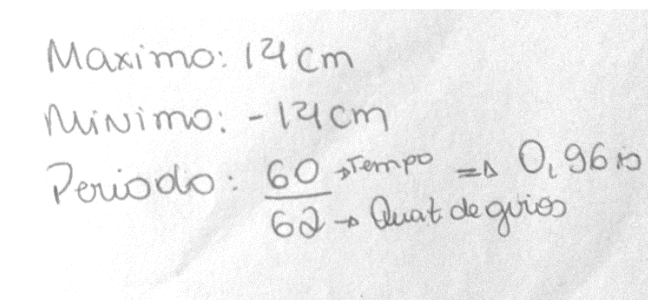
Inicialmente os estudantes coletaram as alturas máximas e mínimas atingidas pelo corpo do trapezista, para isso duas régua foram devidamente

fixadas nas hastes que suportam o trapezista, garantindo a coleta adequada das alturas. Para posicionar as réguas foi efetuada uma medição do comprimento total do corpo do trapezista, em seguida posicionou-se a primeira parte da régua, com o “zero da régua” posicionado exatamente ao meio do corpo do trapezista. Dessa forma os números que estivessem posicionados na parte inferior ao zero seriam negativos e os números na parte superior ao zero seriam os positivos.

No momento seguinte os alunos, com o auxílio de um temporizador presente nos aparelhos celulares dos próprios alunos, verificaram quantos giros era possível realizar em 60 (sessenta) segundos, essa quantidade variou bastante de uma dupla a outra, de acordo com a habilidade de cada aluno.

Após tomar nota de todos os dados necessários, os alunos decidiram utilizar novamente a senoide para essa atividade, com esses detalhes decididos os alunos passaram a calcular os valores numéricos de cada parâmetro da senoide.

Registro 1: Dados coletados com o boneco trapezista

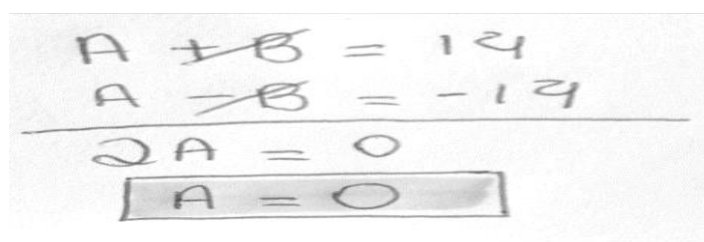


Maximo: 14 cm
 Minimo: -14 cm
 Período: $\frac{60}{62} \rightarrow \text{Tempo} = \Delta 0,96 \text{ s}$
 $62 \rightarrow \text{Quat. de giros}$

Fonte: Pesquisa de Campo, 2017.

Para definir os valores dos parâmetros “a” e “b”, os alunos utilizaram as alturas máximas e mínimas para formar e solucionar um pequeno sistema de equações (Registro 2), capaz de fornecer os valores numéricos dos parâmetros, igualmente ao procedimento realizados nos experimentos anteriores.

Registro 2: Registro dos alunos sobre o valor numérico do parâmetro “a” na Atividade 3



$$\begin{array}{r} A + B = 14 \\ A - B = -14 \\ \hline 2A = 0 \\ \boxed{A = 0} \end{array}$$

Fonte: Pesquisa de Campo, 2017.

Após definir o valor do parâmetro “a”, substitui-se esse valor em uma das equações (registro 3) no mesmo sistema determinando o valor de “b”.

Registro 3: Registro dos alunos sobre o valor numérico do parâmetro “b” na atividade 3

$$A + B = 14$$

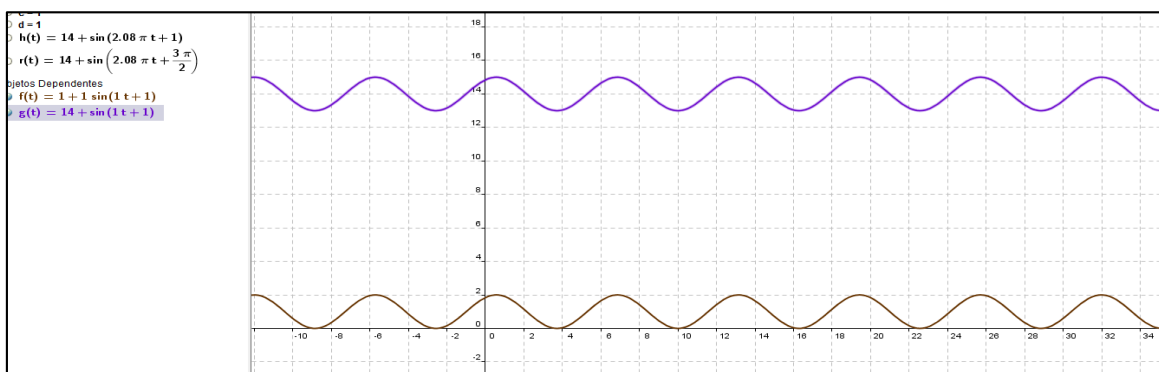
$$0 + B = 14$$

$$B = 14$$

Fonte: Pesquisa de Campo, 2017.

De posse desses valores os alunos foram instruídos a adicionarem novamente no GeoGebra a equação padrão da senoide, $f(x) = a + b * \text{sen} * (c * x + d)$, em seguida foi adicionado somente o parâmetro “b” devido ao valor do parâmetro “a” ser nulo.

Figura 10: Gráfico Comportamento parâmetro B na Atividade 3



Fonte: Pesquisa de Campo, 2017.

As curvas em cor marrom representam a equação genérica da senoide, e as curvas em lilás representam a equação com o valor do parâmetro “b” adicionado. A nulidade do valor numérico do parâmetro “a”, nessa atividade possibilitou, aos estudantes observarem com mais clareza o deslocamento das curvas, realizado no gráfico pelo valor de “b”.

A nulidade do parâmetro “a” possibilitou uma visualização mais clara acerca do parâmetro “b”, gerando comentários mais específicos dos alunos em relação ao comportamento gráfico alterado pelo parâmetro. Ao serem questionados sobre que alteração o parâmetro causou, eles já não mais responderam de maneira vaga, foram capazes de conceder respostas mais específicas e confiantes.

Em seguida, a pesquisadora orientou os alunos que, para obter o valor do parâmetro “c”, eles deveriam primeiro dividir a quantidade de giros realizados, por eles no trapezista pelo tempo de 60 (sessenta) segundos, o tempo utilizado por eles para a coleta dos dados. Com o resultado dessa divisão em mãos, os alunos em posse do conhecimento que o período de uma senoide é definido por $P = \frac{2\pi}{|c|}$, realizaram as devidas substituições obtendo ao final o valor numérico do parâmetro “c”, como mostrado no Registro 4.

Registro 4: Registro dos alunos sobre o valor numérico do parâmetro “c” na

Atividade 3

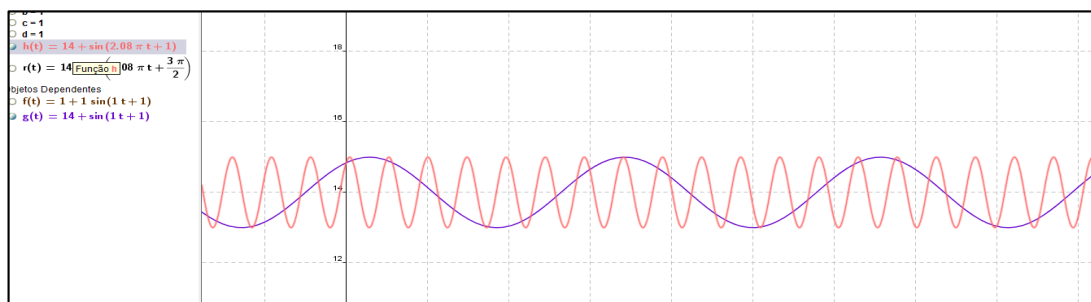
$$P = \frac{2\pi}{|c|} \Rightarrow 0,96 = \frac{2\pi}{c}$$

$$\Rightarrow \boxed{c = 2,08\pi}$$

Fonte: Pesquisa de Campo, 2017.

Ao adicionarem a equação da senoide no GeoGebra, os alunos observaram o seguinte comportamento gráfico, em comparação com a última alteração gerada pelos primeiros parâmetros obtidos, como mostra a Figura 12.

Figura 11: Gráfico Comportamento parâmetro C na Atividade 3



Fonte: Pesquisa de Campo, 2017.

As curvas em lilás representam a equação da senoide com as substituições dos valores numéricos de “a” e “b”, definidos anteriormente, e a curva em vermelho contém as substituições dos parâmetros “a”, “b” e “c”, estabelecidos até o dado momento do experimento.

Ao analisar a alteração gráfica gerada pelo parâmetro “c”, os alunos questionaram sobre o motivo, de nesse experimento, as curvas possuírem uma “distância” menor uma das outras em comparação com os outros experimentos, ou seja, eles questionaram o motivo para que nesse experimento a frequência dessas curvas gráficas tenha sido menor em comparação as atividades anteriores. Sendo devidamente esclarecido que isso ocorreu devido ao período determinado por eles no início da atividade.

Na sequência determinou-se o valor do parâmetro “d”, o quarto e último parâmetro a ser definido. Para isso, os alunos foram orientados de forma semelhante a atividade anterior, a escolherem um par de pontos (tempo, altura) para efetuar a substituição juntamente com os parâmetros definidos anteriormente na equação da senoide (Registro 5), realizando as manipulações algébricas necessárias para obter o valor numérico de “d”.

Registro 5: Registro dos alunos sobre o valor numérico do parâmetro “d” na atividade 3

Handwritten mathematical work showing the derivation of the phase shift d for a sine function. The work is as follows:

$$f(t) = 14 \sin(2,08\pi \cdot T + d)$$

Usando $(0, -14)$ que é conhecido, temos:

$$-14 = 14 \sin(2,08\pi \cdot T + d) \div 14$$

$$-1 = \sin(\theta)$$

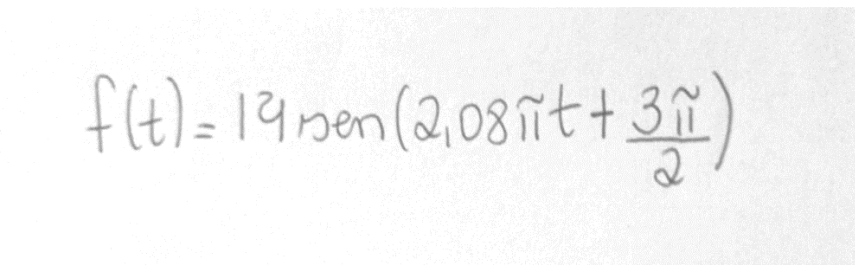
$$\sin\left(\frac{3\pi}{2}\right) = \sin(\theta) \rightarrow \theta = \frac{3\pi}{2}$$

Fonte: Pesquisa de Campo, 2017.

Com os valores de todos os parâmetros definidos os alunos obtiveram vários modelos matemáticos, devido a diferença entre os períodos obtidos por

eles na coleta de dados, com os dados conhecidos os alunos obtiveram o modelo representado no registro 6, no qual ao inserir o valor de “t” como o tempo, será determinado como “f (t) ” a quantidade aproximada de giros capazes de serem realizados no tempo estipulado.

Registro 6: Registro dos alunos sobre o modelo matemático na atividade 3

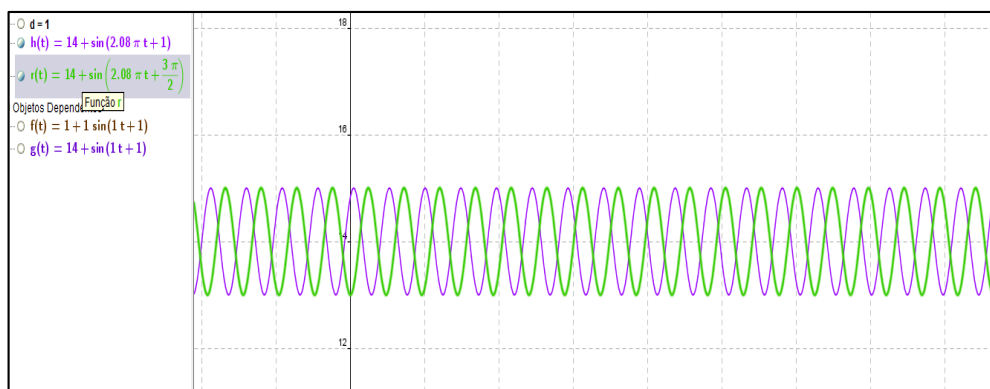


$$f(t) = 14 \operatorname{sen}\left(2,08\pi t + \frac{3\pi}{2}\right)$$

Fonte: Pesquisa de Campo, 2017.

Ao substituir o último valor numérico da senoide no GeoGebra, observou-se o seguinte comportamento gráfico, descrito no registro 6.

Figura 12: Comportamento gráfico do modelo matemático atividade 3



Fonte: Pesquisa de Campo, 2017.

No qual a curva em cor verde representa o comportamento gráfico do modelo matemático que posto em comparação com a curva em cor roxa, que representa as substituições dos três primeiros parâmetros, é observável que o valor do parâmetro “d” causou um deslocamento horizontal nas curvas da senoide.

Ao final da atividade foi solicitado a cada dupla ou trio de alunos, que revisassem as atividades realizadas por eles observando os gráficos gerados no

GeoGebra a cada parâmetro adicionado, e relatassem oralmente o deslocamento causado por cada parâmetro nos três casos. Apesar de não haver diferenças notáveis entre uma senoide e uma cossenoide, optou-se por trabalhar com as duas funções com a intenção de que os alunos buscassem conhecimentos sobre os arcos seno e cosseno para realizar as atividades. Durante a realização da sequência de atividades ficou nítido que se tem:

Com o apoio do GeoGebra, não somente mostrando gráficos prontos, mas mostrando aos alunos a relação entre o conteúdo estudado e o que pode ser feito no software, uma ferramenta completa que possibilita o ensino, não só de Trigonometria, mas de muitos outros saberes matemáticos (SOARES JUNIOR, 2017)

Esse procedimento, tinha como objetivo gerar uma reflexão sobre o conhecimento adquirido por eles durante a sequência de Atividades. Durante os relatos notou-se grande inquietação para que a aula fosse finalizada, ocasionado pelas condições climáticas do laboratório que se encontrava sem equipamento de resfriamento do ambiente.

Com a realização dessa sequência de atividades, foi visível a surpresa por parte dos alunos ao notarem situações conhecidas por eles, como o experimento do açaí, serem abordadas dentro do conteúdo matemático de forma relativamente simples e compreensível.

As dificuldades apresentadas por eles, durante a realização das atividades, não estavam somente no conteúdo trigonométrico, eram oriundas das quatro operações básicas, álgebra, cálculo e simplificação de frações, dentre outros conteúdos do ensino fundamental.

5.5 Questionário final

O último questionário foi aplicado logo após o término das atividades. Nesse momento, os alunos encontravam-se impacientes e inquietos, pois o clima do laboratório se encontrava abafado e quente devido à falta de climatização, fato que dificultou a participação e o comprometimento dos mesmos com esse questionário.

Após um breve diálogo com a pesquisadora, durante o qual foram informados que o questionário não se tratava de uma avaliação, e que todos deveriam responder utilizando basicamente o conhecimento adquirido durante

as aulas, os alunos permaneceram no laboratório e responderam o questionário sem maiores objeções.

O questionário final, composto por 4 (quatro) perguntas e 3 (três) itens, possuía como objetivo a obtenção de dados comprobatórios acerca dos benefícios gerados pela pesquisa na aprendizagem dos alunos.

A primeira pergunta do questionário referia-se diretamente ao conteúdo trigonométrico, questionando os alunos sobre os deslocamentos causados por cada parâmetro comportamento gráfico de uma senoide.

Ao serem questionados no primeiro item sobre quais características os parâmetros “a” e “b” são responsáveis por alterar no gráfico da senoide os alunos deveriam elencar as variações causadas no comportamento gráfico pelos referidos valores numéricos dos parâmetros,

*O “a” desloca o gráfico para cima ou para baixo e o “b” amplia verticalmente ou comprime o gráfico. (Resposta 1)
Se desloca para cima e para baixo. (Resposta 2)*

A resposta 1 demonstrou domínio de conhecimento suficiente acerca dos parâmetros “a” e “b”, após a realização de atividades dessa natureza. A resposta 2, o não detalhamento em sua resposta não significou falta de conhecimento, mas pressa para finalizar a aula.

Em seguida, no segundo item da primeira questão, os alunos foram questionados acerca do comportamento gerado pelo parâmetro “d” quando este é negativo. As respostas convergiram para

*Quando “d” é negativo o gráfico translada verticalmente para a esquerda. (Resposta 3)
O gráfico se movimenta para a direita e para a esquerda. (Resposta 4)*

Os alunos que forneceram a resposta 3 demonstraram falta de atenção durante o preenchimento da mesma, pois a resposta dois seria adequada caso a pergunta não especificasse o movimento gerado pelo valor numérico negativo do parâmetro “d”.

Já os alunos que forneceram a resposta 4 se mostraram participativos durante a realização das atividades, demonstrando convicção acerca de suas respostas dadas no questionário e oralmente ao final de cada atividade,

demonstrando compreender a distinção do comportamento do parâmetro “d” dentre os outros parâmetros.

Na sequência, ao final da primeira pergunta do questionário, os alunos foram questionados sobre as alterações orquestradas pelo parâmetro “c”, no comportamento gráfico da senoide. Acerca desse comportamento foram dados três tipos de repostas, todas muito semelhantes entre si.

O “c” é o período de gráfico e faz com que as ondas fiquem mais próximas ou mais longe umas das outras (Resposta 5)

O “c” é o período do gráfico, se ele for um número pequeno as ondas ficam bem próximas e se repetem mais. (Resposta 6)

É o período do gráfico. (Resposta 7)

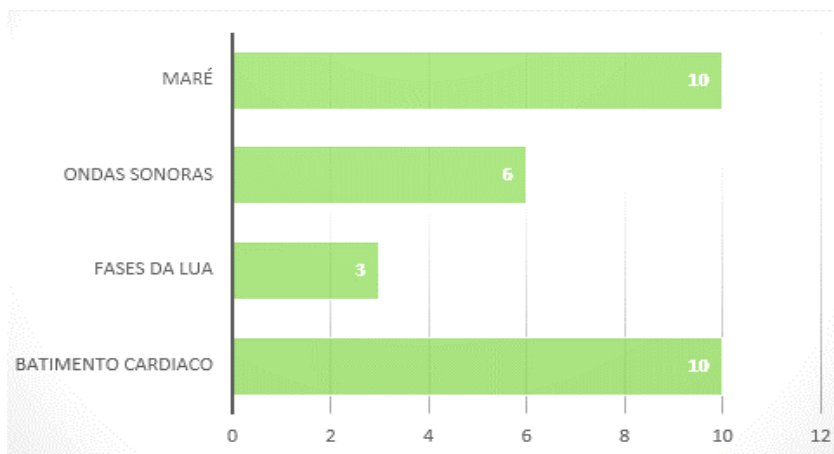
Todas as respostas dadas acerca desse comportamento foram adequadas. A resposta 5 e resposta 6 foram mais específicas, com a resposta 5 os alunos demonstrando em palavras simples terem segurança e clareza sobre o conhecimento questionado, com a resposta 6 foi possível identificar que uma parcela dos alunos não obteve clareza em relação ao conhecimento questionado ao inverter as características do parâmetro c quando este possui um valor numericamente pequeno.

A segunda pergunta do questionário final solicitava aos estudantes que exemplificassem situações cotidianas nas quais fosse possível verificar um comportamento gráfico semelhante as funções trigonométricas que eles haviam estudado durante as atividades. Nessa pergunta os alunos demonstraram insegurança em citar outros exemplos além dos já conhecidos e trabalhados nas atividades.

Devido a essa insegurança em inovar em suas respostas, os alunos optaram por citar como resposta: batimentos cardíacos, fases lunares, ondas sonoras e maré. Após o preenchimento dessas respostas, ainda no laboratório, os mesmos foram questionados sobre a convicção deles em alegar que os exemplos citados eram realmente periódicos.

Nesse momento muitos dos alunos presentes foram capazes de expor os aspectos que caracterizavam os batimentos cardíacos e as ondas sonoras como periódicos. Os resultados desta pergunta estão descritos no gráfico 8.

Gráfico 8: Exemplos de fenômenos periódicos fornecidos pelos alunos no questionário final



Fonte: Pesquisa de Campo, 2017.

A terceira pergunta solicitou aos alunos a exposição de suas opiniões sobre o Geogebra durante as atividades de Modelagem Matemática nas aulas de Matemática.

As respostas obtidas para essa questão do questionário foram todas positivas. Os alunos, em suas respostas foram categóricos ao afirmarem que visualizar as alterações gráficas no software GeoGebra, foi imprescindível para a aprendizagem do conteúdo trigonométrico abordado nas aulas. Abaixo são apresentadas respostas de 03(três) alunos, referente a essa questão.

Ver os gráficos no programa fez toda a diferença, nunca que eu imaginaria que os parâmetros causam todas essas mudanças no gráfico só olhando os gráficos desenhados pelo professor. (Aluno A)

Facilitou sim, porque colocamos em prática tudo o que vimos nas aulas. (Aluno B)

Facilitou, ver os gráficos me fez entender o assunto, porque a aula passou a ter uma dinâmica melhor. Eu gostei. (Aluno C)

Com a análise das respostas escritas e orais dos alunos, ficou evidenciado que utilizar o GeoGebra, possibilitando aos alunos observarem todas as alterações gráficas, facilitou a compreensão dos conteúdos e dinamizou as aulas, contribuindo para uma aprendizagem com mais significados.

A quarta e última pergunta do questionário final referia-se ao uso da Modelagem Matemática durante as aulas. Ao analisar as respostas obtidas foi possível constatar que os alunos ficaram muito surpresos ao lidarem com

exemplos do cotidiano dentro da Matemática, através da Modelagem Matemática.

As respostas analisadas, em sua maioria, foram positivas nas quais os alunos afirmaram que o uso da Modelagem Matemática contribuiu para a aprendizagem do conteúdo, dinamizando as aulas e o processo de aprendizagem. Abaixo são apresentadas respostas de 03(três) alunos, referente à esta pergunta do questionário.

Sim, foi legal ver e entender que as coisas do cotidiano podem ser explicadas pela matemática. (Aluno D)

Sim, não sabia que situações como o preço do açaí ou um boneco como o trapezista podiam ser usados na matemática. (Aluno E)

Sim, foi diferente ver aqueles cálculos todos voltados pra situações que eu posso encontrar na rua ou em casa, fiquei surpreso com a atividade do boneco e gostei de não ter que só responder exercícios sobre o assunto. (Aluno F)

Destacamos das falas dos alunos que com a Modelagem Matemática no ensino, “é dada ao aluno a oportunidade de estudar situações-problemas por meio de pesquisa, desenvolvendo seu interesse” (BIEMBENGUT & HEIN, 2007, p. 13). Além disso a fuga do ensino tradicional, bem como a percepção dos alunos com relação as coisas que a Matemática pode explicar.

Entendemos a partir do retorno positivo dos alunos que com a Modelagem Matemática o ensino da Matemática é “dinâmico, mais vivo e, em consequência, mais significativo para o aluno e para o grupo. Contribui para tornar mais intensa, mais eficiente e mais eficaz a construção do conhecimento por parte de cada aluno” Burak (2004, p. 03), na medida em que os mesmos se mostraram motivados a partir do ambiente de aprendizagem que a Modelagem Matemática proporcionou.

Ao final da análise de todo o material coletado durante a realização dessa pesquisa, foi possível afirmar que, ministrar as aulas sobre funções trigonométricas com o auxílio da Modelagem Matemática e do software GeoGebra, foi incrivelmente benéfico para o processo de aprendizagem. Dinamizar as aulas garantiu um maior envolvimento dos alunos e resultados satisfatórios em suas aprendizagens.

6 CONCLUSÃO

O presente trabalho de conclusão de curso buscou através de uma sequência de três atividades, devidamente planejadas, analisar a forma como o uso do GeoGebra durante o processo de Modelagem Matemática pode otimizar as aulas sobre o conteúdo de funções trigonométricas.

A pesquisa obteve resultados positivos ao proporcionar aos alunos aulas dinâmicas e diferenciadas. Apesar dos empecilhos encontrados no percurso como a própria falta de manutenção no laboratório, foi possível constatar que os alunos anseiam por aulas mais dinâmicas e desafiantes, na qual eles possam se expressar e surpreender com o conhecimento ministrado ao encontrar significados e aplicações para o mesmo conhecimento encontrado nos livros didáticos e na internet com total facilidade.

Durante a realização da sequência de atividades ficou nítido que através da Modelagem Matemática com o uso do GeoGebra, os alunos conheceram a Matemática de forma interessante, lidaram com aplicações desse conhecimento e ampliaram suas visões sobre a presença desse conhecimento no cotidiano, puderam perceber a variação de parâmetros das funções trigonométricas trabalhadas. Portanto, é possível afirmar com base nos resultados obtidos nessa pesquisa, que a Modelagem Matemática e o GeoGebra são capazes de otimizar as aulas proporcionando um ambiente de aprendizagem dinâmico e favorável ao ensino das funções trigonométricas.

De modo geral, durante a realização desta pesquisa um dos maiores ensinamentos adquiridos é que apesar das condições precárias que a maioria das escolas estaduais se encontra, é possível sim proporcionar aulas diferenciadas e envolventes tornando o conteúdo matemático mais acessível e com mais significados para os alunos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na educação básica**. São Paulo: Contexto, 2012.
- ALMEIDA, L. M. W. & DIAS, M. R. **Um estudo sobre o uso da modelagem matemática como estratégia de ensino e aprendizagem**. *Bolema*. 2004. Rio Claro.
- AMARAL, F. J. **Ensino da trigonometria via resolução de problemas, mediado por dinâmicas de grupo, analogias e recursos informáticos**. 2002. 129f. Tese de Doutorado. Dissertação (Mestrado em Educação Tecnológica) —Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, CEFET, Belo Horizonte (MG). Orientador: Ronaldo Luiz Nagem.
- BARBOSA, J. C. **Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico**. In: Reunião Anual da ANPED. Caxambu. Rio de Janeiro: *Anais Eletrônicos do ANPED*, 2001.
- BARBOSA, J. C. **Modelagem Matemática: O que é? Por que? Como?** *Veritati*, n. 4, p. 73- 80, 2004.
- BARBOSA, J.C. **Modelagem matemática: concepções e experiências de futuros professores**. 2001. 253 f. Tese (Doutorado) Educação Matemática. Instituto de Geociências e Ciências Exatas. São Paulo, 2001.
- BASSANEZI, R.C. **Ensino–aprendizagem com modelagem matemática**. São Paulo: Contexto, 2002.
- BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem matemática & implicações no ensino e aprendizagem de matemática**. Blumenau. Editora da Furb. 1999. p 134.
- BIEMBENGUT, M. S. **30 Anos de Modelagem Matemática na Educação Brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais**. In: *ALEXANDRIA Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*, jul. 2009.
- BIEMBENGUT, M. S; HEIN, N. **Modelagem matemática no ensino**. 4ª ed. São Paulo: Contexto, 2007.
- BORBA, M. C. & PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática**. Editora Autêntica, Belo Horizonte, 2001.
- BORTOLI, G. **Um olhar histórico nas aulas de trigonometria: Possibilidades de uma prática pedagógica investigativa**. 2012. Dissertação de Mestrado.
- BOYER, C. B. **História da Matemática**. Tradução Elza F. Gomide. 2ª Ed. São Paulo: Edgard Blücher Ltda, 1996.

BURAK, D. **Modelagem Matemática e a sala de aula**. In: **I EPMEM-Encontro Paranaense da Modelagem Na Educação Matemática**. Londrina. **Anais do I EPMEM**, 2004.

BURAK, D. **Um diálogo necessário no contexto histórico e cultural com a lógica na modelagem matemática**. In: BRANDT, C. F.; BURAK, D. C.; KLUBER, T. E. (ORG) **Modelagem matemática-Uma perspectiva para a educação Básica**. Ponta Grossa: Editora UEPG, 2010. p. 17.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio**. Secretaria de Educação Média e Tecnológica, Brasília: MEC/SEMT, 1998.

BRASIL, Ministério da Educação, Secretaria da Educação Básica. **PCN + (Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais)**; Volume 2, 2002.

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o ensino médio: Matemática**. Brasília: Ministério da Educação e Cultura, 1999.

BRASÍLIA: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2006. 135 p. (**Orientações curriculares para o ensino médio ; volume 2**) ISBN 85-98171-43-3.

CÍRIO, **Círio de Nazaré**, 15 jun 2018, Disponível em: <http://ciriodenazare.com.br/site/cirio/> Acesso em: 15 jun 2018.

DENZIN, N. K.; LINCOLN, Y. S. **Introduction: Entering the Field of Qualitative Research**. In: DENZIN, N. K.; LINCOLN, Y. S. (Eds.). **Handbook of Qualitative Research**. California: Sage Publications, 1994. cap. 1, p. 1-17.

FONSECA, J. J. S. **Metodologia da pesquisa científica**. Fortaleza: UEC, 2002. Apostila.

KLÜBER, T. E; BURAK, D. **Discutindo algumas aproximações epistemológicas evidenciadas nos depoimentos dos alunos com relação à modelagem matemática**. ANPED SUL, VI, Santa Maria, p. 1-6, 2006.

LINDEGGER, L. R. M. et al. **Construindo os conceitos básicos da trigonometria no triângulo retângulo: uma proposta a partir da manipulação de modelos**. 2000. Dissertação de mestrado em Educação Matemática, PUC/SP, 2000.

LIMA, E. L. et al. **A Matemática do ensino médio: coleção do professor de Matemática**. v. 1. 9. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2006. p. 237.

MALHEIROS, A. P. S. **A produção dos alunos em um ambiente de Modelagem**. (2004).

HOHENWARTER, Markus; FUCHS, Karl. Combination of dynamic geometry, algebra and calculus in the software system GeoGebra. In: **Computer Algebra Systems and Dynamic Geometry Systems in Mathematics Teaching Conference**. 2004.

MIRANDA, R. G. **Informática na educação: representações sociais do cotidiano**. 3. Ed. São Paulo: Cortes, 2006 (Coleção Questões da Nossa época).

Métodos de pesquisa / [organizado por] Tatiana Engel Gerhardt e Denise Tolfo Silveira; coordenado pela Universidade Aberta do Brasil – UAB/UFRGS e pelo Curso de Graduação Tecnológica – **Planejamento e Gestão para o Desenvolvimento Rural da SEAD/UFRGS**. – Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009.

NASCIMENTO, E. G. A. **Avaliação do Uso do Software GeoGebra no Ensino de Geometria: Reflexão da Prática na Escola**. Conferencia Latino americana de GeoGebra, Uruguay, 2012, p. 125 - 132.

OTIMIZAR. **Dicionário online do Significados**, 15 jun. 2018. Disponível em <<https://www.significados.com.br/>>. Acesso em 15 jun. 2018.

PETLA, R. J. **Geogebra – Possibilidades para o ensino da matemática**. 2008. Disponível em: <http://www.scribd.com/doc/26819748/Geogebra-possibilidade-para-oensino-da-matematica>

PINHEIRO, E. **O ensino de Trigonometria na educação básica a partir da visualização e interpretação geométrica do ciclo trigonométrico**. 2008. 87f. Dissertação (Mestrado Profissional Em Ensino De Ciências E Matemática) — Núcleo Universitário Coração Eucarístico Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais.

PONTE, J. P; BROCARD, J; OLIVEIRA, H. **Investigações Matemáticas na Sala de Aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2003.

SANTOS, A. **Didática sob a ótica do Pensamento Complexo**. Porto Alegre: Salina, 2004.

SANTOS, R. F. **O uso da modelagem no ensino da função seno no ensino médio**. 2014. 129f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) — Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

SILVA, R. S.; BARONE, D. A. C; BASSO, M. V. A. **Modelagem Matemática e TICs: possibilidades para uma abordagem interdisciplinar de conceitos através da tecnologia informática**. IX CLIOA, p. 1-12, 2015.

SOARES JÚNIOR, O. S. **Uma análise teórica sobre as possibilidades do uso do software computacional GeoGebra no ensino e aprendizagem de**

gráficos de funções trigonométricas. 2017. Trabalho de Conclusão de Curso DME-Universidade Federal de Rondônia. 2017.

TÁBUA, **Tábua de Marés e Solunares**, 15 jun 2018, Disponível em: <http://www.tabuademares.com/br/para/belem>. Acesso em: 15 jun 2018.

VAZ, D. A. F. **Experimentando, Conjecturando, Formalizando e Generalizando: Articulando Investigação Matemática com o Geogebra.** Educativa. Goiânia. v.15. n.1. p.39-51. Jan./jun. 2012 Disponível em: <http://seer.pucgoias.edu.br/index.php/educativa/article/view/2491/1549> (acesso em fev/2018).

APÊNDICE A – Questionário de Sondagem

ESCOLA ESTADUAL EENSINO FUNDAMENTAL E MEDIO CÔNEGO LEITÃO

DATA: _____ TURMA: _____

ALUNO: _____

01) Que tecnologias você já utilizou tecnologia nas aulas de matemática?

- Computador
 Celular
 Tablet
 Outro: _____
 Nunca utilizei

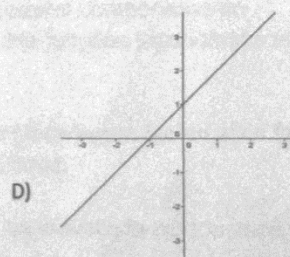
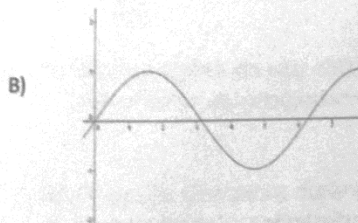
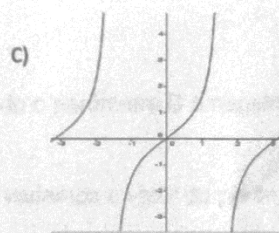
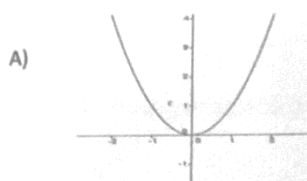
02) Para que finalidade a tecnologia foi utilizada nas aulas de matemática?

- Pesquisa escolar
 Jogos
 Redes Sociais
 Softwares/Programas Matemáticos
 Outro: _____
 Nunca utilizei

03) Existem na natureza fenômenos que podem ser descritos pela Matemática, entre eles os fenômenos que se repetem em determinado espaço de tempo, como as fases da lua e os batimentos cardíacos. Cite outros fenômenos que também se repetem dessa maneira.

04) Um pescador durante suas primeiras pescarias, percebeu que no início da madrugada as ondas eram maiores e que logo no início da manhã elas se tornavam menores. Voltando a ficar maiores por volta do meio dia até o início da noite, horário em que diminuía novamente. Este comportamento pode ser representado matematicamente?

- Não
 Sim, Neste caso qual figura tem comportamento semelhante a situação acima?



APÊNDICE B – Questionário final



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
FACULDADE DE MATEMÁTICA
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DE CASTANHAL

PESQUISA DE TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

Este questionário tem como objetivo verificar a contribuição da atividade aplicada anteriormente para o seu aprendizado sobre o conteúdo de funções trigonométricas. Agradeço imensamente sua participação nesta pesquisa.

Amanda de Souza Maia

Questionário final

Escola: E.E.E. F.M Cônego Leitão

Turma:

Data:

Aluno(a):

01-Ao montar o gráfico das funções trigonométricas no Geogebra, percebemos que cada parâmetro A,B,C e D da equação $f(x)=A+B*\text{sen}*(C*x+D)$ é responsável por uma característica diferente no gráfico.

- a) Ao variar os valores dos parâmetros A e B o que é alterado no gráfico?
- b) O que acontece com o gráfico quando o parâmetro D é negativo?
- c) O que é alterado no gráfico quando variamos o valor do parâmetro C?

02-Cite situações do seu cotidiano, que possuem comportamento semelhante ao comportamento gráfico das funções trigonométricas.

03-O uso do Geogebra durante a atividade Modelagem Matemática facilitou a compreensão sobre o conteúdo? Justifique.

04-A atividade de Modelagem Matemática desenvolvida ajudou você a perceber tais situações? Justifique?