A IMPORTÂNCIA DE FOURIER NA DECOMPOSIÇÃO DE FUNÇÕES EM SÉRIES TRIGONOMÉTRICAS

José Luidy Martins de BRITO[1]

Prof.ª Dr.ª Marly dos Anjos NUNES[2](Orientadora)

RESUMO:

A pesquisa realizada nesse trabalho tem como principal objetivo evidenciar o quanto as Séries e Transformada de Fourier são de grande relevância para a Matemática e a Física Moderna, o que se iniciou na busca de aplicações que estavam ligadas as Equações Diferencias Parciais, ao que levou notarmos as obras de Fourier, que trazem consigo tanto as EDPs, mas que também ramificou nossa pesquisa para outros seguimentos, daí surgiu a ideia de realizarmos uma pesquisa bibliográfica de caráter qualitativo, que nesse trabalho se trata sobre a análise de circuitos RL, onde reescrevemos uma fonte de entrada, que se dava por um função periódica, em uma série de Fourier, então encontramos o valor em volts da fonte de saída, e também usando a transformada de Fourier para um sinal de tempo discreto, o que torna um assunto mais prazeroso para os discentes da graduação, já que estamos vinculando a parte teórica com as aplicações que ocorrem corriqueiramente no dia-a-dia, porém que passam despercebidas.

Palavras-chave: Séries, Transformadas, Fourier, Circuitos, Sinais.

[1]Discente do Curso de Licenciatura em Matemática, Faculdade de Matemática, UFPA – Campus Bragança, jose.martins.brito@braganca.ufpa.br

[2]Docente do Curso de Licenciatura em Matemática, Faculdade de Matemática, UFPA – Campus Bragança, marlynunes@ufpa.br

1 INTRODUÇÃO

Jean-Baptiste Joseph Fourier foi um matemático e físico francês, nascido na comuna francesa de Auxerre no ano de 1768, que iniciou a investigação sobre a decomposição de funções periódicas em séries trigonométricas convergentes que ficaria conhecida como Série de Fourier, que era aplicável a um dos problemas mais recorrentes da época sobre a condução do calor, antes de sua obra mais conhecida, a *Théorie analytique de la chaleur*, ele ainda ingressou no exército francês onde se tornou amigo de Napoleão Bonaparte, e faleceu em Paris no ano de 1830.

O que Fourier não poderia imaginar é que o seu trabalho iria ser de grande importância para solução de problemas físicos modernos, hoje a série e transformada de Fourier tem uma vasta aplicabilidade em varias questões relevantes como na análise de circuitos elétricos, na redução de tamanho de mídias digitais, nos sinais de tv e rádio, na análise de impressões digitais e também para resolver a equação de Schrödinger na mecânica quântica.

Diante deste vasto leque de aplicações decidimos realizar este trabalho através de uma pesquisa bibliográfica, para evidenciar a importância que Fourier tem para a sociedade atual, que as contribuições realizadas por esse matemático são de muita relevância, e não ficaram defasadas.

Decidimos realizar duas aplicações que estão recorrentes no cotidiano, mas que nem todos sabem que envolve as obras realizadas por Fourier, a primeira se trata sobre circuitos que são ligados por resistores e indutores, que estão presentes e uma vasta quantidade de eletrodomésticos. E a segunda na transformada sobre um sinal discreto, que é utilizado nas mídias digitais.

Dessa formas o trabalho propõe por meio dessas aplicações evidenciar como os estudos realizados por Fourier são importantes para o avanço da matemática e da física moderna, utilizando análises no domínio da frequência, onde a série e transformada desse matemático estão presentes.

2 OBJETIVOS

Geral:

- Evidenciar a importância da série e transformada de Fourier, na física e na análise de sinais e sistemas, que estão relacionadas ao domínio da frequência.

Específicos:

- Compreender aspectos necessários da série e transformada de Fourier.
- Analisar a aplicação das séries de Fourier em correlação com a Física, trabalhando com circuitos elétricos.
- Solidificar a importância da transformada de Fourier, em sinais e sistemas, na técnica de compactação digital, para reproduzir músicas digitais por streaming e para ver imagens online de rápido carregamento.

3 REFERENCIAIS TEÓRICOS

De posse da teoria, buscamos aplicações onde as Séries de Fourier se fazem relevantes, em particular estudos voltados para os circuitos elétricos, onde uma fonte periódica não senoidal pode ser substituída por uma série de Fourier, além disso ressaltamos o princípio da superposição para analisar esse tipo de circuito elétrico, onde os bipolos ativos são fontes de tensão e/ou corrente de tipo periódico não senoidal, já que "a questão central na teoria das séries de Fourier é expressar uma dada função como uma série de senos ou (e) co-senos"(FIGUEIREDO,2003).

Observamos a importância que a transformada de Fourier tem em várias mídias digitais, como músicas e imagens, na análise de impressões digitais, onde a matemática da separação se mostra de grande valor, já que a transformada de Fourier consegue reduzir bastante o tamanho desses arquivos sem a perda de qualidade, como na fala de Jamie Condliffe no título da sua publicação no site Gizmodo: "A música digital não existiria sem a transformada de Fourier."

4 METODOLOGIA

Inicialmente foi realizado um estudo bibliográfico em relação as Equações Diferenciais Parciais, e a partir dessa pesquisa, um grande leque de assuntos relacionados a EDPs surgiram, e o que se tornou mais atrativo para este trabalho foram as Séries e Transformada de Fourier, por conta da sua vasta aplicabilidade e de sua relevância nos dias atuais, como foi dito por Lorde Kelvin das obras de Fourier que: "O teorema de Fourier não é apenas um dos mais belos resultados das análises modernas, mas pode-se dizer que fornece um instrumento indispensável no tratamento de quase todas as questões recônditas da física moderna" (MILLER, 1988).

A partir dessas pesquisas sobre Fourier decidimos realizar o trabalho através da pesquisa bibliográfica, de caráter qualitativo, que de acordo com Severino (2014), realiza-se a partir do registro disponível decorrente de pesquisas elaboradas anteriormente, em documentos impressos, como livros, artigos científicos, dentre outros.

5 SÉRIES DE FOURIER NA ANÁLISE DE CIRCUITOS ELÉTRICOS

Nesta secção estudaremos as Séries de Fourier, definiremos o conceito de função periódica e como ela pode ser escrita como a soma de senos e cossenos, modelando essa sequência em componentes de um circuito elétrico, por fim encontraremos os fasores de saída e usaremos o teorema da superposição para encontrar o valor da fonte de saída.

Definicão 5.1 (**Função Periódica**)**.** Uma função f é dita periódica com período T se seu domínio contém $t + T$ sempre que contém t, e se $f(t) = f(t + T)$ para todo t.

Considerando a função $f(t)$ uma função periódica de período T

$$f(t) = f(t + T), \tag{1}$$

$f(t)$ pode ser escrita como uma soma infinita de funções seno e cosseno de frequências que são múltiplas inteiras de ω_0

$$f(t) = a_0 + a_1 \cos(\omega_0 t) + b_1 \sin(\omega_0 t) + a_2 \cos(\omega_0 t) + b_2 \sin(\omega_0 t) + a_3 \cos(\omega_0 t) + b_3 \sin(\omega_0 t) + ... \tag{2}$$

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos(n\omega_0 t) + b_n \sin(n\omega_0 t)) \tag{3}$$

onde ω_0 é a frequência angular fundamental, definida como

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T}. \tag{4}$$

Agora vamos representar a função $f(t)$ utilizando a série de Fourier para decompô-la em uma componente DC(corrente contínua) e outras AC(corrente alternada) formadas por uma soma infinita de senoides harmônicas. A componente DC será representada por a_0 e a AC por $\sum_{n=1}^{\infty}(a_n \cos(n\omega_0 t) + b_n \sin(n\omega_0 t))$, o que caracteriza o fato de uma ser contínua e outra alternada. Primeiro vamos definir os termos a_0, a_n e b_n e assim poder realizar a análise no circuito. Para o termo a_0, temos

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_0^T f(t)dt \tag{5}$$

vale ressaltar que por estarmos integrando e dividindo a função pelo seu período, temos a média da função.

Para o termo a_n, temos

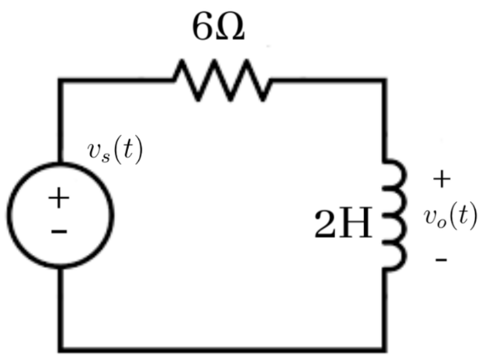
$$a_n = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)\cos(n\omega_0 t)dt \tag{6}$$

Para o termo b_n, temos

$$b_n = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)\sin(n\omega_0 t)dt. \tag{7}$$

Agora vamos considerar a seguinte situação na Figura 1, onde temos uma fonte de tensão $v_s(t)$ que varia no tempo e que esteja associado a um resistor de 6Ω(ohms) em série com um indutor de $2H$, como determinar a tensão $v_o(t)$?

Figura 1: Circuito RL



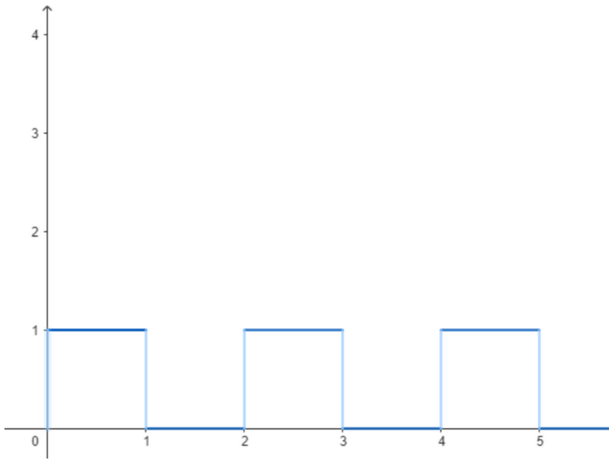
Fonte: Própria do Autor (2022).

Sabendo que $v_s(t)$ é uma função periódica, pegaremos um período da mesma e vamos caracterizá-la sendo da seguinte forma

$$v_s(t) = \begin{cases} 1, & 0 < t < 1 \\ 0, & 1 < t < 2 \end{cases}, \tag{8}$$

graficamente obteremos uma função conhecida como onda quadrada com período igual a 2, como mostra na figura 2.

Figura 2: Onda Quadrada.



Fonte: Própria do Autor (2022).

Agora vamos representar $v_s(t)$ como uma série de Fourier, encontrando os valores de a_0, a_n e b_n. Onde $v_s(t)$ será dado por

$$v_s(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty}(a_n \cos(n\omega_0 t)) + b_n \sin(n\omega_0 t) \tag{9}$$

em que a_0 é dado por

$$a_0 = \frac{1}{T}\int_0^T v_s(t)dt = \frac{1}{2}\int_0^2 v_s(t)dt$$

como $v_s(t)$ só tem algum valor diferente de 0 no período de 0 a 1, vamos reduzir a integral da seguinte forma

$$a_0 = \frac{1}{2}\int_0^1 1dt = \frac{1}{2}. \tag{10}$$

Sabendo que a_n é dado por

$$a_n = \frac{2}{T}\int_0^2 v_s(t)\cos(n\omega_0 t)dt, \tag{11}$$

substituindo o período de $v_s(t)$ em (4) obtemos

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{2}$$

$$\omega_0 = \pi \tag{12}$$

agora substituindo (12) em (11)

$$a_n = \frac{2}{2}\int_0^2 v_s(t)cos(n\pi t)dt \tag{13}$$

reduzindo a integral da mesma forma que foi feita em a_0 temos

$$a_n = \int_0^1 1cos(n\pi t)dt = \left[\frac{\sin(n\pi t)}{n\pi}\right]_0^1 = \frac{\sin(n\pi) - \sin(0)}{n\pi} = 0$$

e b_n é dado por

$$b_n = \frac{2}{T}\int_0^T v_s(t)\sin(n\omega_0 t)dt \tag{14}$$

substituindo (12) em (14)

$$b_n = \frac{2}{2}\int_0^2 v_s(t)\sin(n\pi t)dt \tag{15}$$

reduzindo a integral

$$b_n = \int_0^1 1\sin(n\pi t)dt = \left[\frac{-\cos(n\pi t)}{n\pi}\right]_0^1 = -\left(\frac{\cos(n\pi)}{n\pi} - \frac{\cos(0)}{n\pi}\right)$$

$$b_n = \frac{1}{n\pi}(1-(-1)^n) = \begin{cases} \frac{2}{n\pi} & , \ n \text{ ímpar} \\ 0 & , \ n \text{ par} \end{cases}$$

como o valor de a_n é 0 e os únicos valores não-nulos para b_n é no caso em que temos n ímpar, então podemos representar a função $v_s(t)$ da seguinte forma

$$v_s(t) = \frac{1}{2} + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2}{(2n+1)\pi}\sin((2n+1)\pi t) \tag{16}$$

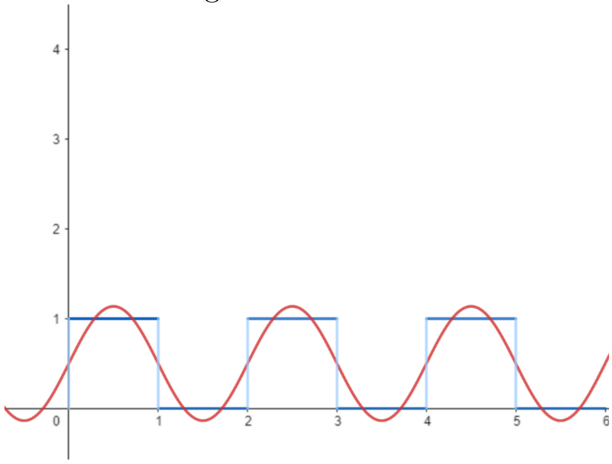
$$v_s(t) = \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi}\sin(\pi t) + \frac{2}{3\pi}\sin(3\pi t) + \frac{2}{5\pi}\sin(5\pi t) + ...$$

vamos observar agora o que acontece toda vez que acrescentamos mais uma componente AC.

Para o termo $v_0(t)$

$$v_0(t) = \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi}\sin(\pi t)$$

Figura 3: Gráfico 1

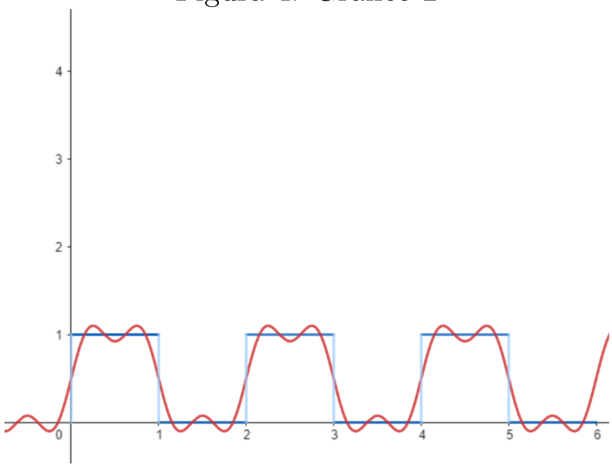


Fonte: Própria do Autor (2022).

Para o termo $v_1(t)$

$$v_1(t) = \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi}\sin(\pi t) + \frac{2}{3\pi}\sin(3\pi t)$$

Figura 4: Gráfico 2

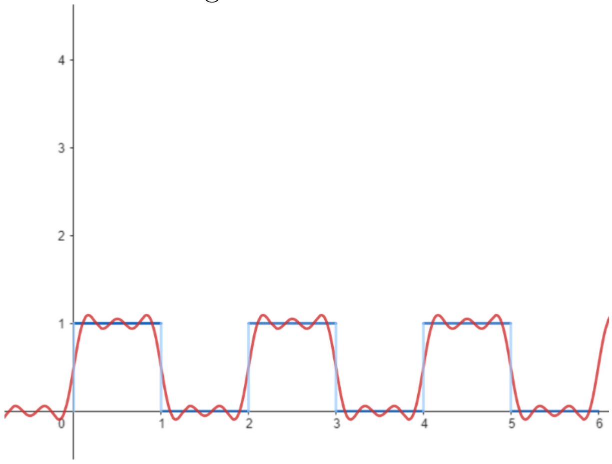


Fonte: Própria do Autor (2022).

Para o termo $v_2(t)$

$$v_2(t) = \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi}\sin(\pi t) + \frac{2}{3\pi}\sin(3\pi t) + \frac{2}{5\pi}\sin(5\pi t)$$

Figura 5: Gráfico 3

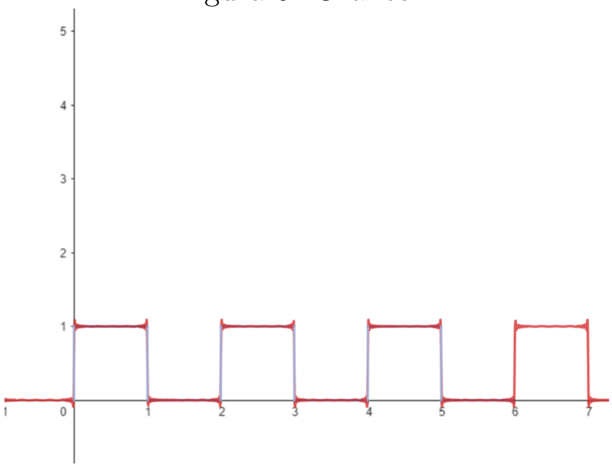


Fonte: Própria do Autor (2022).

E por fim, quando forem acrescentadas todas as infinitas harmônicas, teremos (16).

$$v_s(t) = \frac{1}{2} + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2}{(2n+1)\pi} \sin((2n+1)\pi t)$$

Figura 6: Gráfico 4



Fonte: Própria do Autor (2022).

Assim conseguimos escrever a onda quadrada como uma série de Fourier, nesse caso a função $v_s(t)$ representa uma fonte de tensão como entrada que está variando entre 1 e 0 volts, como observamos no gráfico da função, mas o que queremos é representar $v_o(t)$ que é a fonte de saída, primeiro vamos encontrar um valor somente com a componente DC e depois com as componentes AC que estão em função da variável n, por fim usamos o teorema da superposição para encontrar um valor aproximado em volts.

Utilizaremos o princípio da superposição onde afirma que a tensão (ou a corrente) de um elemento em um circuito linear é a soma algébrica da soma das tensões (ou das correntes) naquele elemento em virtude da atuação isolada de cada uma das fontes independentes.

Definicão 5.2 (**Fasores**)**.** Um fasor é um número complexo que representa a amplitude e a fase de uma senoide.

$$z = r\angle\phi = er^{j\phi}, \tag{17}$$

onde r representa a amplitude, que no caso em questão será a primeira harmônica de $v_s(t)$, a fase é representada por ϕ, e j se trata da parte imaginária.

Na situação que estamos trabalhando, cada harmônico estará relacionado a um fasor tensão na saída, onde o primeiro é dado por

$$v_{s,n}(t) = \frac{2}{n\pi}\sin(n\pi t)$$

quando escrevermos no domínio da frequência teremos um fasor tensão na entrada $\hat{V}_{s,n}$, o que resultará em um fasor tensão na saída $\hat{V}_{o,n}$, e com isso iremos encontrar um valor para a fonte de tensão na saída nessa harmônica $v_{o,n}(t)$, como todas estão em função de n, iremos encontrar um resultado para a fonte de tensão na saída $v_o(t)$ utilizando o princípio da superposição.

$$\hat{V}_{s,n} \longrightarrow \hat{V}_{o,n} \longrightarrow v_{o,n}(t) \longrightarrow \text{Superposição} \longrightarrow v_o(t)$$

onde $\hat{V}_{v,s}(t) = \frac{2}{n\pi}\angle - 90°$, e pela fase ser $-90°$, podemos escrever esse fasor de entrada com a amplitude multiplicada por $-j$

$$\hat{V}_{s,n} = \frac{2}{n\pi}(-j). \tag{18}$$

Para encontrar esse fasor tensão na saída, vamos utilizar um divisor de tensão, pelo fato da fonte de entrada no domínio da frequência está sendo dividida por um resistor e um indutor, no circuito RL mostrado na figura 1, teremos então a impedância do indutor dividido pela soma das impedâncias vezes o fasor de entrada, onde a resistência é $R = 6$ e o indutor é $L = 2$.

$$\hat{V}_{o,n} = \frac{j\omega nL}{R + j\omega nL}\hat{V}_{s,n} \tag{19}$$

substituindo os valores das variáveis em (19)

$$\hat{V}_{o,n} \quad = \quad \frac{jn\pi 2}{6 + jn\pi 2}\frac{2}{n\pi}(-j)$$

$$\hat{V}_{o,n} \quad = \quad \frac{2}{3 + jn\pi} \tag{20}$$

esse valor para $\hat{V}_{o,n}$ foi encontrado para as harmônicas que estão relacionadas com as componentes AC (Corrente Alternada), mas e se tivermos n igual a 0, valor quando utiliza somente a componente DC (Corrente Contínua), temos

$$\hat{V}_{o,0} = \frac{j0\pi 2}{6 + j0\pi 2}\frac{1}{2}$$

$$\hat{V}_{o,0} = 0 \tag{21}$$

ou seja para o nível DC a tensão de saída é 0, então o que irá nos interessar são os níveis AC que são as harmônicas da série. Vamos escrever (20) na forma polar, assim

$$\hat{V}_{o,n} = \frac{2}{\sqrt{9 + (n\pi)^2}} \angle - \arctan\left(\frac{n\pi}{3}\right)$$

logo a harmônica de ordem n no domínio do tempo, para a fonte de saída, será dada por

$$v_{o,n}(t) = \frac{2}{\sqrt{9 + (n\pi)^2}} \cos\left[n\pi t - \arctan\left(\frac{n\pi}{3}\right)\right] \tag{22}$$

assim como na fonte de tensão na entrada, na saída também so vale para n ímpar, pois quando n é par o resultado vai ser 0, portanto

$$v_o(t) \quad = \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2}{\sqrt{9 + [(2n+1)\pi]^2}} \cos\left[(2n+1)\pi t - \arctan\left(\frac{(2n+1)\pi}{3}\right)\right] \tag{23}$$

$$\begin{aligned} v_o(t) \quad &= \quad \frac{2}{\sqrt{9+\pi^2}} \cos[\pi t - \arctan(\frac{\pi}{3})] + \frac{2}{\sqrt{9+9\pi^2}} \cos[3\pi t - \arctan(\pi)] \\ &+ \quad \frac{2}{\sqrt{9+25\pi^2}} \cos[5\pi t - \arctan(\frac{5\pi}{3})] + ... \end{aligned}$$

$$v_o(t) \simeq 0,46\cos(\pi t - 46.3°) + 0,20\cos(3\pi t - 72.3°) + 0,12\cos(5\pi t - 79.2°) + ... \tag{24}$$

portanto em (24) temos o valor aproximado para a fonte de tensão de saída que é dada em volts, e cada vez que somamos mais termos da harmônica, teremos um valor mais aproximado ainda.

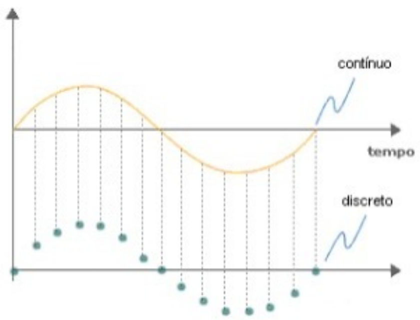
6 TRANSFORMADA DISCRETA DE FOURIER NAS MÍDIAS DIGITAIS

Agora vamos entender como funciona a transformada discreta de Fourier, e sua importância para a compactação de músicas, imagens e análise de impressões digitais. Utilizaremos aqui a transformada de Fourier pelo fato de agora trabalharmos com funções não periódicas, diferente do que foi mostrado no circuito RL onde tínhamos uma função periódica.

Definicão 6.1 (**Sinais e sistemas**)**.** Qualquer fenômeno físico variante no tempo que se aplica à transferência de informação é um sinal. Sinais são modificados por sistemas. quando um ou mais estímulos ou sinais de entrada são aplicados a uma ou mais entradas do sistema, este produz uma ou mais resposta ou sinais de saída em suas saídas.

Aqui iremos trabalhar com os sinais de tempo discretos, que são os que estão presentes nas mídias digitais, de computadores, celulares e outros. O que diferencia estes sinais discretos dos contínuos é o fato deles serem definidos apenas para valores inteiros, como mostra na figura 7.

Figura 7: Sinal contínuo e discreto



Fonte: https://tecnico.ulisboa.pt/.

Para a transformada de Fourier de tempo discreto de um sinal $x[n]$ teremos

$$X(j\omega) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x[n].e^{-j\omega n}. \tag{25}$$

Para saber se a transformada de Fourier de um sinal converge, é preciso satisfazer o seguinte requisito

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} |x[n]| < \infty$$

ou

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} |x[n]|^2 < \infty$$

ou seja, o sinal $x[n]$ deve ser absolutamente somável.

Exemplo 6.1. *Dado o seguinte sinal, encontre sua transformada de Fourier*

$$x[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^n u[n].$$

Utilizando a equação (25) da transformada temos

$$X(j\omega) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n u[n]e^{-j\omega n} = \sum_{n=0}^{+\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n 1e^{-j\omega n} = \sum_{n=0}^{+\infty} \left(\frac{e^{-j\omega}}{2}\right)^n$$

observe que agora temos uma série geométrica, e como $|r| < 1$ então podemos escreve-la como $\frac{1}{1-r}$, assim

$$X(j\omega) = \frac{1}{1 - \frac{1}{2}e^{-j\omega}} \tag{26}$$

é possível encontrar o gráfico do módulo e da fase de $X(j\omega)$, assim

$$|X(j\omega)|^2 = \left(\frac{1}{1 - \frac{1}{2}e^{-j\omega}}\right)\left(\frac{1}{1 - \frac{1}{2}e^{j\omega}}\right)$$

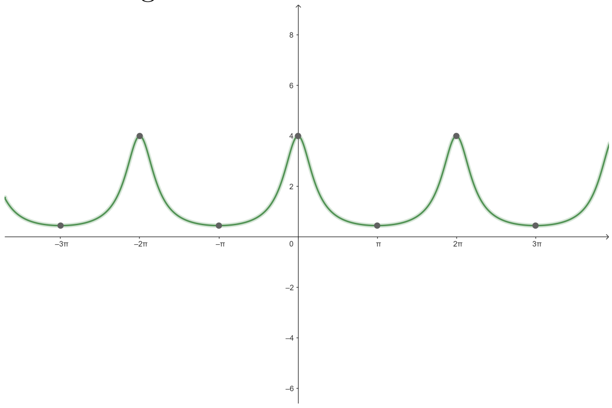
$$|X(j\omega)|^2 = \frac{1}{1 - \frac{1}{2}e^{j\omega} - \frac{1}{2}e^{-j\omega} + \frac{1}{4}}$$

$$|X(j\omega)|^2 = \frac{1}{1 - \cos(\omega) + \frac{1}{4}}$$

$$|X(j\omega)|^2 = \frac{1}{\frac{5}{4} - \cos(\omega)}$$

$$|X(j\omega)|^2 = \frac{4}{5 - 4\cos(\omega)}$$

Figura 8: Gráfico do módulo



Fonte: Própria do Autor (2022).

Para encontrar e mostrar graficamente a fase dessa transformada de Fourier, basta usar a fase do numerador menos a fase do denominador, no numerador temos uma constante, então a fase é nula, assim

$$\angle X(j\omega) = \angle n - \angle d = 0 - \angle d$$

$$\angle X(j\omega) = -\angle d. \tag{27}$$

Vamos encontrar a fase do denominador expandindo a exponencial em (26) utilizando a fórmula de Euler, assim

$$X(j\omega) = \frac{1}{1 - \frac{1}{2}(\cos\omega - j\sin\omega)}$$

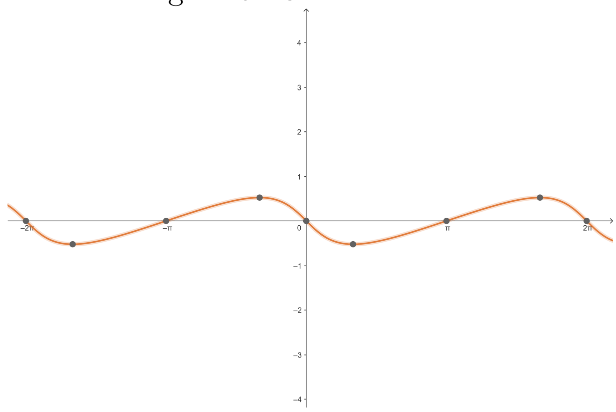
$$X(j\omega) = \frac{1}{1 - \frac{1}{2}\cos\omega + \frac{1}{2}j\sin\omega}$$

para encontrar a fase de um número complexo, basta calcular o arctan da parte imaginaria sobre a parte real, em (27) teremos

$$\angle X(j\omega) = -\arctan\left(\frac{\frac{\sin\omega}{2}}{1 - \frac{1}{2}\cos\omega}\right)$$

$$\angle X(j\omega) = -\arctan\left(\frac{\sin\omega}{2 - \cos\omega}\right).$$

Figura 9: Gráfico da fase



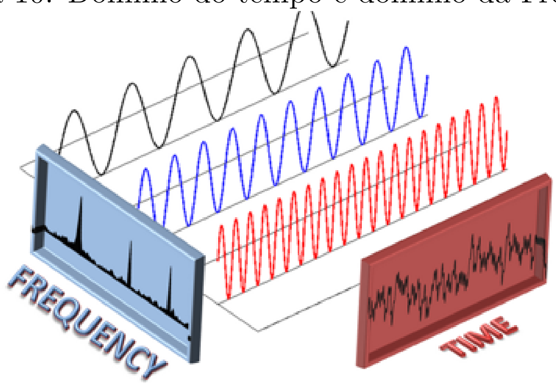
Fonte: Própria do Autor (2022).

Observamos que, com o gráfico do módulo e da fase podemos concluir que o sinal $x[n]$ é de baixa frequência, pelo fato do gráfico apresentar uma maior quantidade de componente em frequências múltiplas pares de π.

Esse sinal utilizado no exemplo 4.1. de tempo discreto, pode ser o sinal de qualquer mídia digital, na música quando um áudio é gravado, algumas frequências são desnecessárias ou apenas ruídos, com a transformada, é possível identificar essas frequências inúteis e reduzir o tamanho do arquivo, processo muito utilizado pelas plataforma streaming de música, já nas imagens são utilizados dois filtros encontrados pela transformada, o passa-baixa que elimina as frequência altas, e o filtro passa-alta que elimina as frequência baixas, e é justamente o filtro passa-alta que é utilizado na análise de impressões digitais.

Na figura 10 temos uma representação do que é o domínio da frequência e do tempo graficamente, observe que quando olhamos pelo tempo, podemos notar que se trata da soma de várias senoides, e pela frequência observamos cada uma separadamente, podendo notar onde estão localizadas as frequências inúteis e as que realmente são necessárias.

Figura 10: Domínio do tempo e domínio da Frequência



Fonte: https://ensus.com.br/analise-de-vibracao-tipos
-de-sinais-transformada-de-fourier-e-psd/

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho tem uma proposta voltada para o ensino, focado diretamente em série e transformada de Fourier, fazendo utilização do conteúdo e da aplicação, onde desenvolvendo a teoria e aplicabilidade desse assunto as tarefas se tornam mais prazerosas.

Nessa perspectiva, a proposta constou em realizar aplicações que estimulam de forma positiva a vontade de estudar sobre tal conteúdo, onde concluímos que as aplicações na análise de circuitos e estudos nos sinais de tempo discreto satisfazem esta proposta.

Ainda se trata de um assunto pouco visto nas graduações de Matemática, e se visto, somente em disciplinas optativas, porém desperta muita curiosidade dos discentes do ensino superior quando as diversas aplicabilidade são mostradas a eles, e assim desperta até a vontade de querer ingressar em um mestrado e doutorado parar maior aprofundamento.

O trabalho se mostrou de grande relevância para evidenciar as contribuições que a série e a transformada de Fourier tem para o desenvolvimento da Matemática e da Física Moderna.

Também se mostra importante para futuros trabalhos que pretendem se aprofundar nas contribuições realizadas por Fourier, e até mesmo um estimulo para quem busca algum estudo sobre assuntos relacionados com o trabalho, como sinais e sistemas, e na análise de circuitos.

Referências

[1] ALEXANDER, Charles K.; SADIKU, Matthew NO. **Fundamentos de circuitos elétricos**. AMGH Editora, 2013.

[2] CONDLIFFE, Jamie. **A música digital não existiria sem a transformada de Fourier**. Gizmodo, 25 de maio 2015. Disponível em: https://gizmodo.uol.com.br/transformada-fourier-usos/. Acessado em: 10/11/2022.

[3] FIGUEIREDO, D. G. **Análise de Fourier e equações diferenciais parciais**, 4a Edição. Projeto Euclides, IMPA, Rio de Janeiro, 2003.

[4] MILLER, Richard M. et al. **Fourier transform techniques in chemistry. In: Analytical Proceedings**. Royal Society of Chemistry, 1988. p. 350-359.

[5] MÓNICA, Paulo; MÓNICA, Diogo. **Momento e oportunidade: Uma nota na história da Transformada Rápida de Fourier**. Boletim da Sociedade Portuguesa de Matemática, 2011.

[6] MIRANDA, Carlos Valdivia. **Jean Baptiste Josep Fourier: la armonía en la historia de la ciencia**. Manual formativo de ACTA, n. 45, p. 55-60, 2007.

[7] ROBERTS, Michael J. **Fundamentos de sinais e Sistemas**. AMGH Editora, 2009.

[8] SEVERINO, Antônio Joaquim. **Metodologia do Trabalho Científico**. São Paulo: Cortez, 2014.

Agradecimentos

Agradeço primeiramente a Deus que sempre me iluminou nessa jornada acadêmica, a Nossa Senhora que rogou por mim nos momentos mais difíceis, ao meu querido padroeiro São Miguel Arcanjo.

Um agradecimento especial a meu pai José Antônio que me apoiou muito e sem ele eu não teria nem ingressado na faculdade, a minha mão Ruth Lene que batalhou muito na reta final do curso para me manter estudando, e a todos amigos e familiares que sempre acreditaram nessa conquista.

E por fim, agradeço a todos os professores da faculdade que foram alicerces para minha formação, porém destaco muito mais a minha querida orientadora Marly Anjos, que nunca desistiu de mim, até quando eu mesmo já havia desistido, e digo mais, sem ela como professora, não teria noção de como ser um professor de verdade, e nela tenho em quem me espelhar, muito obrigado.