

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ  
INSTITUTO DE TECNOLOGIA  
FACULDADE DE ENGENHARIA CIVIL**

**UMA INTRODUÇÃO À ANÁLISE DE CONFIABILIDADE ESTRUTURAL**

**INDHYARA DHÂNDARA COSTA SOUSA**

**Parauapebas - PA  
Janeiro/2019**

**INDHYARA DHÂNDARA COSTA SOUSA**

**UMA INTRODUÇÃO À ANÁLISE DE CONFIABILIDADE ESTRUTURAL**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado a Faculdade de Engenharia Civil do Instituto de Tecnologia da Universidade Federal do Pará, como parte dos requisitos para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Civil

Orientadores: Prof. Dr. Sandoval José Rodrigues Júnior  
Prof. Dr. Ronaldson José de França Mendes Carneiro

**Parauapebas - PA**

**Janeiro/2019**

INDHYARA DHÂNDARA COSTA SOUSA

UMA INTRODUÇÃO À ANÁLISE DE CONFIABILIDADE ESTRUTURAL


Parauapebas, 14 de Janeiro de 2019

CONCEITO: EXC

Prof. Sandoval José Rodrigues Júnior  
Dr. pela PUC-Rio  
Orientador

Prof. Ronaldson José de França  
Mendes Carneiro  
Dr. pela UNB  
Orientador

**BANCA EXAMINADORA**

  
Prof. Sandoval José Rodrigues Júnior (UFPA)  
Dr. pela PUC-Rio

  
Prof. Ronaldson José de França Mendes Carneiro (UFPA)  
Dr. pela UNB

  
Profa. Luciana de Nazaré Pinheiro Cordeiro (UFPA)  
Dra. pela UFRGS

*Dedico este trabalho ao Deus Criador de todas as coisas.*

*E a minha Mãe, sempre presente. Um exemplo de como ver e viver a vida.*

## AGRADECIMENTO

No momento em que finalizo este trabalho, sou grata a Deus por todas as coisas. Por cada passo da caminhada que me trouxe até aqui e por estar comigo com sua Graça, Misericórdia, Benignidade e Amor, fielmente, porque Ele permanece fiel, não pode negar a si mesmo. Agradeço e louvo ao Deus Pai, Filho e Espírito Santo.

Agradeço a Universidade Federal do Pará por nos ofertar a experiência enriquecedora de seu curso em nossa Parauapebas. Aos diretores da Faculdade de Engenharia Civil, Prof. Luís Veloso, Prof. Ronaldson Carneiro e Profa. Luciana Cordeiro, que se empenharam na organização e logística tão bem estruturadas ao longo do período da graduação, sempre disponíveis.

Aos professores que tive no caminho da graduação, obrigada pela disposição em compartilhar seu conhecimento, com muita responsabilidade e compromisso, nos inspirando a ser profissionais e pessoas melhores.

Um agradecimento especial aos meus Orientadores neste trabalho, Professor Sandoval e Professor Ronaldson, que disponibilizaram seu conhecimento e instrução acompanhados de seu tempo, apoio, atenção e habitual solicitude, a qualquer hora do dia. Agradeço a paciência e disposição com esta vossa aluna. Sinto-me honrada em tê-los como tutores. Sem os senhores este trabalho não seria possível.

Agradeço a todos os mestres que me guiaram, me corrigiram, me inspiraram, me acompanharam e deixaram muito de si em mim. Em cada palavra escrita, os reverencio por tantos ensinamentos.

Ao Professor Mayk Williams, que me conduziu à Olimpíada Brasileira de Astronomia e Astronáutica; à VIII Jornada Espacial e sua equipe, em especial a José Bezerra Pessoa Filho, agradeço por terem sido instrumento transformador em minha vida, por serem responsáveis pela minha decisão pela Engenharia. A cada dia me sinto mais realizada por ter escolhido esse caminho.

Agradeço a cada uma das pessoas que se fizeram amigas ao longo da vida e em particular neste momento de conclusão do curso. Ser amigo é uma escolha e a amizade é sempre um raio de alegria que ilumina o caminho e faz o caminhar mais leve.

Honro a minha Mãe, Nubethânia Matos da Costa, completa, cheia de amor, de vida, de força e de Fé. Agradecer não é o bastante pra retribuir cada detalhe da sua atenção e inteira entrega. Ser quem eu sou fala sobre o seu cuidado. És de uma nobreza singular e viver com a senhora é um aprendizado contínuo. Obrigada, Mamãe. A você, meu amor e gratidão eternos.

A todos a quem este trabalho alcançar, que os conhecimentos nele contidos lhes possam ser úteis. E a vocês também, minha gratidão.

*“Quando não há conselhos os planos se dispersam, mas  
havendo muitos conselheiros eles se  
firmam.”*

*Provérbios 15:22*

*“Vemos e encontramos aquilo que procuramos.”*

*O monge e o executivo - James C. Hunter*

## RESUMO

SOUSA, I.D.C. **Uma Introdução à Análise de Confiabilidade Estrutural**. 2019. 55 f. Trabalho de Diplomação (Graduação em Engenharia Civil) – Faculdade de Engenharia Civil, Universidade Federal do Pará, Parauapebas.

Segurança, para o modelo estrutural, determina o sucesso do projeto. O desempenho adequado de uma estrutura está relacionado a sua capacidade de servir ao propósito para que foi criada, dando condições para que as pessoas realizem as atividades programadas ao longo da vida útil da edificação de maneira adequada e com a sensação de segurança. Entregar esse resultado à sociedade demanda cada vez mais atenção, detalhamento e tratamento individual para cada um dos projetos, tendo em vista que seguem em uma exponencial de novas necessidades e *designs* arrojados. Neste contexto, a confiabilidade estrutural surge como ferramenta de garantia, assegurando o nível de segurança apropriado para o uso determinado. Sendo a incerteza a fonte dos riscos de falha, algumas ações podem ser feitas para ampliar o nível de conhecimento a respeito delas, entretanto, ainda haverá eventos que não se podem prever ou dimensionar e que precisam ser gerenciados. O presente trabalho apresenta uma abordagem introdutória da análise de confiabilidade estrutural. Partindo dos conceitos básicos importantes como estados limites, incertezas e suas representações matemáticas para o cálculo, explanando sobre os métodos tradicionais de confiabilidade: determinístico, semi-probabilístico (adotado pela NBR 6118); seguido dos métodos probabilísticos, mais atuais, que efetivamente calculam a probabilidade de falha e o índice de confiabilidade: métodos de transformação de primeira ordem FORM/FOSM, de segunda ordem SORM e método de simulação de Monte Carlo.

**Palavras-chave:** Confiabilidade Estrutural. Projeto Estrutural. Probabilidade de Falha. Análise Probabilística. Estados Limites. Engenharia Baseada em Desempenho.

## ABSTRACT

SOUSA, I.D.C. **Introduction to Structural Reliability Analysis**. 2019. 55 f. Trabalho de Diplomação (Graduação em Engenharia Civil) – Faculdade de Engenharia Civil, Universidade Federal do Pará, Parauapebas.

Safety, to structural model, defines the project success. The proper performance of a structure is related to its capacity of fulfill the purpose which was created for, providing conditions for users to execute the intended activities through the construction life cycle, in an appropriate and safe way. Deliver this result to society requests growing attention and particular manage to each project, that keep increasing their designs and creating new necessities. Therefore, the structural reliability emerges as an assurance tool, preserving the adequate safety level for a certain use. Being uncertainties the source of failure risk, some actions can be done to improve the knowledge level about them, however, there will still exist events that can not be predicted or sized and that need to be managed. The present paper presents an introductory approach of structural reliability analysis. Starting from the basic concepts as limit states, uncertainties e their mathematical representations, explained about traditional reliability methods: deterministic, semi-probabilistic (assumed by NBR 6118); followed by probabilistic methods, that effectively calculate the probability of failure and the safety index: transformation first-order methods FORM/FOSM, second-order method SORM and Monte Carlo simulation method.

**Keywords:** Structural Reliability. Structural design. Probability of failure. Probabilistic Analysis. Limit States. Performance-based Engeneering.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Representação gráfica de Domínio De segurança e de falha de equação de desempenho $G(X_1, X_2)$ .....	22
Figura 3.1 - Representação de uma variável aleatória.....	29
Figura 4.1 – Função Normal de Densidade.....	32
Figura 4.2 – Definição do Domínio de Falha. ....	35
Figura 4.2 – Representação gráfica da Integral de Convolução, com ambas as funções cumulativa de densidade de R e densidade de probabilidade de S estão dispostas no eixo x.....	36
Figura 4.3 – Definição do índice de confiabilidade $\beta$ .....	37
Figura 5.1 – Função densidade de probabilidade da equação de estado limite Z de distribuição normal padrão. ....	42
Figura 5.2 – Representação gráfica do método FORM. (Na figura, Z representa as variáveis transformadas no plano reduzido, que neste trabalho chamados de y.) ....	43
Figura 5.3 – Transformação do espaço original para o espaço reduzido normal padrão. ....	44
Figura 5.4 – Superfícies côncavas e convexas aproximadas pelo método FORM....	45
Figura 5.5. – Representação gráfica do método SORM.....	45
Figura 5.6 – Representação gráfica da simulação de Monte Carlo com técnica de amostragem por importância.....	47

**LISTA DE TABELAS**

Tabela 2.1 – Típicos Estados Limites estruturais .....	19
Tabela 3.1 – Valores alvo para índice de confiabilidade estrutural associado a valores de probabilidade de falha, referente a um período de referência de um ano. ....	38

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas

Apud – citado por, segundo

CDF ou FCD - *Cumulative Density Function* ou Função Densidade Acumulada

FORM – *First Order Reliability Method*

FOSM – *First Order Second Moment*

JCSS – *Joint Committee of Structural Reliability*

NBR – Norma Brasileira

p. – página

PDF- Probability Density Function ou Função Densidade de Probabilidade

SORM – Second Order Reliability Method

## SUMÁRIO

AGRADECIMENTO.....	5
RESUMO.....	7
ABSTRACT .....	8
LISTA DE FIGURAS .....	9
LISTA DE TABELAS .....	10
LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS .....	11
1 INTRODUÇÃO .....	14
CONSIDERAÇÕES INICIAIS .....	14
1.1 JUSTIFICATIVA DE TEMA .....	14
1.2 OBJETIVOS .....	15
1.2.1 OBJETIVOS GERAIS .....	15
1.2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS .....	15
1.3 METODOLOGIA.....	16
1.4 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO E SÍNTESE DOS CAPÍTULOS.....	16
2 CONCEITOS INTRODUTÓRIOS DA ANÁLISE DE CONFIABILIDADE .....	18
2.1 Estado Limite.....	18
2.1. Variáveis e Incertezas .....	23
2.2 PROJETO BASEADO EM DESEMPENHO .....	25
3 MÉTODOS TRADICIONAIS DE CONFIABILIDADE ESTRUTURAL .....	26
3.1 MÉTODO DETERMINÍSTICO .....	27
3.1.1 Fator de Segurança .....	27
3.1.2 Nível 0 – Método das Tensões Admissíveis: .....	27
3.2 MÉTODO SEMI-PROBABILÍSTICO .....	28
3.2.1 Variáveis aleatórias .....	28
3.3 Variáveis determinísticas.....	29
3.4 Nível 1 – Método dos Estados Limites .....	30
4 CONCEITOS PARA ANÁLISE PROBABILÍSTICA.....	32
4.1 Funções das Variáveis Aleatórias .....	32
4.1.1 Função densidade de Probabilidade (FDP) .....	32
4.1.2 Função cumulativa de distribuição (FCD).....	33
4.1.3 Função conjunta de densidade.....	33
4.2 Probabilidade de Falha.....	34
4.2.1 Integral de Convolução.....	35
4.2.2 ÍNDICE DE CONFIABILIDADE ESTRUTURAL $\beta$ .....	37

5	MÉTODOS PROBABILÍSTICOS DE CONFIABILIDADE .....	40
5.1	MÉTODOS ANALÍTICOS FORM E FOSM.....	40
5.1.1	Método de confiabilidade de primeira ordem.....	40
5.1.2	Método de confiabilidade de segunda Ordem - SORM .....	45
5.2	SIMULAÇÕES DE MONTE CARLO.....	46
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	49
	REFERÊNCIAS.....	52

## 1 INTRODUÇÃO

### CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Nos projetos em geral, o sucesso está relacionado ao desempenho adequado do objeto de estudo durante sua vida útil. Em se tratando de projeto estrutural, desempenho está intimamente ligado a segurança de pessoas e de atividades que serão realizadas através da edificação em questão. Portanto, gerenciar o risco de falha é de total importância e torna-se o principal aspecto que norteia o processo de criação do modelo estrutural e devido às incertezas presentes no processo, existe sempre uma probabilidade de falha associada a cada projeto.

A metodologia 'Engenharia Baseada em Desempenho (*Performance-based Engineering*)', se fundamenta na ideia de identificar as incertezas, quantificá-las de modo a prever os níveis de desempenho da estrutura e dimensioná-la para o seu funcionamento ótimo, adequado à necessidade em questão (TESSARI, 2016).

A partir deste modelo de abordagem de projeto, o estudo do dimensionamento estrutural evoluiu dos métodos determinísticos, mais tradicionais e simplificados, para os métodos probabilísticos, onde análises matemáticas e individualizadas são feitas para garantir não só a segurança como o atendimento satisfatório de todos os outros critérios de desempenho do sistema definidos previamente.

#### 1.1 JUSTIFICATIVA DE TEMA

A análise de Confiabilidade estrutural tem como cerne detectar, medir e minimizar os riscos estruturais. As incertezas e variações que estão envolvidas no processo de desenvolvimento e ao longo da vida útil de uma estrutura são a fonte das falhas que ameaçam a segurança de pessoas e geram prejuízos materiais.

A falha ocorre quando a estrutura não atinge o desempenho para a qual foi criada, seja de forma parcial ou total. A falha pode ser causada por diversos fatores, incluindo materiais, processos construtivos, ações externas, ambientes tóxicos, dentre outros. Prever a falha e evitar ou mitigá-la, reduz consideravelmente as chances de perda, além do futuro esforço e uso de recursos que seriam empregados na correção da falha.

Nas últimas décadas, o interesse relacionado à análise de estruturas tem se intensificado. Com estruturas cada vez mais modernas, esbeltas, com formas mais ousadas e comportamentos menos usuais, a modelagem e o consequente cálculo exige maior detalhamento, além de tratamento individualizado para cada estrutura.

Tão maiores são os parâmetros de desempenho exigidos quanto as incertezas e variáveis existentes no caminho até chegar ao sucesso do projeto estrutural com seu funcionamento adequado durante sua vida útil.

Nos antigos projetos, o gerenciamento de tais incertezas acontecia por meio de métodos determinísticos, pré-estabelecendo fatores que assegurariam a segurança da estrutura. Administrar estas indeterminações tem se tornado um desafio ao longo dos anos para os calculistas estruturais, demandando aprofundamento nos estudos sobre o assunto.

A constante expansão do produto da computação e programação tem sido a resposta para as complexas verificações necessárias na análise estrutural contemporânea. Modelos matemáticos de cálculo probabilístico, que antes não poderiam ser resolvidos, estão se tornando aliados no processo de desenvolvimento de modelos de projetos estruturais otimizados, através das ferramentas computacionais.

## **1.2 OBJETIVOS**

### **1.2.1 OBJETIVOS GERAIS**

Apresentar o conceito de confiabilidade estrutural e sua importância na segurança e sucesso de projetos estruturais, abordando os métodos de confiabilidade apresentados pela literatura através da engenharia baseada em desempenho, transcendendo os métodos determinísticos estudados na graduação, contribuindo também para a bibliografia no assunto como um material introdutório.

### **1.2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

- Abordar as fontes de incertezas no projeto estrutural;

- Explanar sobre a teoria dos estados limites aplicados à confiabilidade;
- Revisar os métodos determinístico e semi-probabilístico de confiabilidade estrutural;
- Abordar os métodos probabilísticos que preveem a probabilidade de falha - estágio atual que envolve a aplicação do índice confiabilidade.

### **1.3 METODOLOGIA**

A metodologia empregada realiza a análise - seguida de síntese – dos métodos de avaliação de confiabilidade estrutural baseada em desempenho por meio de busca e recuperação de fontes, registro e leitura do material bibliográfico qualificado e pertinente de diversos autores sobre o tema, incluindo livros, artigos, teses de mestrado, documentos didáticos das instituições de ensino e pesquisa dentro e fora do Brasil. Além disso, notas de aula colhidas durante o período de estudo da graduação serviram de fundamentação básica para a compreensão e elaboração do trabalho.

### **1.4 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO E SÍNTESE DOS CAPÍTULOS**

Neste contexto, este trabalho apresenta uma introdução da análise de confiabilidade.

No capítulo de Introdução são apresentados os Objetivos e a Justificativa de Tema, explanando sobre a origem e importância do assunto pra segurança estrutural.

No capítulo 2, são definidos os estados limites, suas características e sua representação matemática através a função de estado limite e apresentação do problema básico da confiabilidade. Exposição dos tipos de variáveis e incertezas relacionadas ao projeto que podem levar à falha.

O Capítulo 3 faz uma revisão dos métodos determinístico e semi-probabilístico, explicando o conceito de variáveis aleatórias, determinísticas e fator de segurança.

O capítulo a seguir introduz a segunda parte do trabalho com uma revisão de conceitos probabilístico relacionados às funções de variáveis aleatórias, probabilidade de falha e índice de confiabilidade estrutural, fazendo a preparação para o capítulo seguinte.

O último capítulo introduz os principais métodos probabilísticos de análise de confiabilidade: os métodos de transformação de primeira ordem FORM/FOSM, o método de transformação de segunda ordem SORM e por fim o método de simulação de Monte Carlo.

## 2 CONCEITOS INTRODUTÓRIOS DA ANÁLISE DE CONFIABILIDADE

A ideia básica que define o êxito do projeto estrutural é que a estrutura apresente qualidade no que se refere a três requisitos: possua resistência maior que a solicitação que atua na estrutura, desempenho em serviço que não comprometa seu uso para o qual foi projetada e durabilidade, fazendo com que, ao longo da vida útil, os limites de segurança último e de serviço não sejam violados.

Os requisitos básicos atendidos por uma estrutura com os níveis adequados de confiabilidade, de acordo com o *Joint Committee of Structural Safety (JCSS, 2000)* são:

- Permanecer adequada ao uso para que foi criada (requisitos do Estado Limite de Serviço);
- Devem resistir a extremas ou repetidas ações que ocorram durante sua construção e uso (requisitos do Estado Limite Último);
- Não sofrer danos de proporções extensas por eventos acidentais como fogo, explosões, impacto ou consequência de erro humano.

Tais limites são definidos matematicamente por equações chamadas 'estado limite' que descrevem a margem exata que divide o domínio de sucesso do domínio de falha do projeto em questão.

### 2.1 Estado Limite

O funcionamento adequado de um elemento estrutural se dá quando sua dimensão, forma e material resultam em uma resistência tal que suporte as cargas e solicitações a que será submetido durante o seu uso. Quando algum requisito para desempenho satisfatório não é atendido, este é um estado indesejado da estrutura, ou seja, um modo de falha.

O modo de falha é representado por uma equação de estado limite que, nesse caso, foi ultrapassado. Tantas quantas forem as formas de um determinado sistema estrutural falhar, tantas serão as equações de estado limite para essa

estrutura. Se o sistema estrutural não atende os requisitos que determinam seu desempenho adequado, seja parcial ou totalmente, resulta em falha do modelo e violação do estado limite.

O desempenho de uma estrutura é descrito por um conjunto de estados limites que fazem separação entre os estados limites desejados e os estados limites adversos ou indesejados (JCSS, 2000).

Estado limite é a fronteira entre o comportamento desejável e indesejável da estrutura e está diretamente relacionado ao desempenho esperado. Desse modo, existem categorias indicadoras do limite estipulado em questão. Robert E. Melchers e André T. Beck, em seu livro sobre Confiabilidade Estrutural, dividem os estados limites de acordo com a tabela a seguir.

**Tabela 2.1 – Típicos Estados Limites estruturais**

Limit state type	Description	Examples
Ultimate (safety)	Collapse of all or part of structure	Tipping or sliding, rupture, progressive collapse, plastic mechanism, instability, corrosion, fatigue, deterioration, fire.
Damage (often included in above)		Excessive or premature cracking, deformation or permanent inelastic deformation.
Serviceability	Disruption of normal use	Excessive deflections, vibrations, local damage, etc.

**FONTE:** (MELCHERS; BECK, 2018, p.01)<sup>1</sup>

Outra definição na literatura é do JCSS, que apresenta os estados adversos relacionados a cada um dos estados limites (tradução livre):

#### **Estado Limite Último:**

- Perda de equilíbrio total ou parcial da estrutura, considerada como um corpo rígido;

<sup>1</sup> Tradução Livre da **Tabela 2.1:**

- **Estado Limite Último (ELU):** Capacidade máxima de carga e deformação.
- **Estado Limite de Serviço (ELS):** Degradação gradual, conforto do usuário, manutenção.
- **Estado Limite de Fadiga (ELF):** Desgaste por ação de cargas repetidas.

- Realização da máxima capacidade resistente da seção, membros ou nós (juntas) por ruptura ou deformação excessiva;
- Ruptura de membros ou conexões causada por fadiga ou outro efeito em função do tempo de instabilidades em partes ou em toda a estrutura;
- Mudança repentina do sistema estrutural adotado para um novo sistema.

O estado limite, quando excedido, tem efeito, em sua maioria das vezes, irreversível e na primeira ocorrência causa falha estrutural.

#### **Estado Limite de Serviço:**

- Dano local que possa reduzir a durabilidade da estrutura ou afetar a eficiência ou aparência dos elementos estruturais ou não-estruturais;
- Danos observáveis causados por fadiga ou outro efeito dependente do tempo;
- Deformações inaceitáveis que afetem o uso eficiente ou a aparência de elementos estruturais ou não ou o funcionamento de equipamentos;
- Vibrações excessivas que causem desconforto aos usuários ou afete elementos não estruturais ou equipamentos.

Em casos de dano local permanente ou deformação inaceitável permanente que excedam o Estado Limite de Serviço de maneira irreversível, a primeira ocorrência significa falha do sistema.

Em outros casos em que os limites do **E.L.S.** sejam excedidos de maneira reversível, a ocorrência de falha será admitida nos seguintes casos:

- Na primeira ocorrência de violação do estado limite de serviço, se nenhuma violação é considerada aceitável;
- Se a violação é aceitável, mas o tempo que a estrutura se encontra em estado indesejado é mais longo que o especificado;
- Se a violação é aceitável, mas o número de vezes que ocorre é maior que o especificado;
- Se a combinação de critérios acima ocorrer.

Uma equação de estado limite é definida por uma função  $G(\mathbf{X})$ . Considerando que a confiabilidade de uma estrutura depende de  $n$  variáveis aleatórias, temos que  $\mathbf{X}$  é o vetor que agrupa as variáveis aleatórias  $\mathbf{x}$  em questão.

$$G(\mathbf{X}) = G(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) \quad (2.1)$$

A depender do valor assumido pelas variáveis em  $\mathbf{X}$ , a função apresenta algum dos seguintes resultados possíveis:

- $G(\mathbf{X}) > 0$  - Região ou Domínio Seguro;
- $G(\mathbf{X}) = 0$  - Limite ou Superfície de Falha;
- $G(\mathbf{X}) < 0$  - Região ou Domínio de Falha.

O problema básico da confiabilidade é representado pela equação de estado limite abaixo:

$$Z = R - S \quad (2.2)$$

$$G(R, S) = R - S \quad (2.3)$$

Em que  $R$  é a resistência da estrutura,  $S$  o efeito das cargas aplicadas, ou seja, a solicitação, e  $Z$  é  $G(\mathbf{X})$ .

A equação que representa o limite de falha da estrutura nos termos do problema básico então será:

$$G(\mathbf{X}) = 0 \quad (2.4)$$

$$R - S = 0 \quad (2.5)$$

Ou seja,

$$R = S \quad (2.6)$$

Para que a estrutura esteja no domínio de segurança, a função é expressa na forma de inequação:

$$G(X) > 0 \quad (2.7)$$

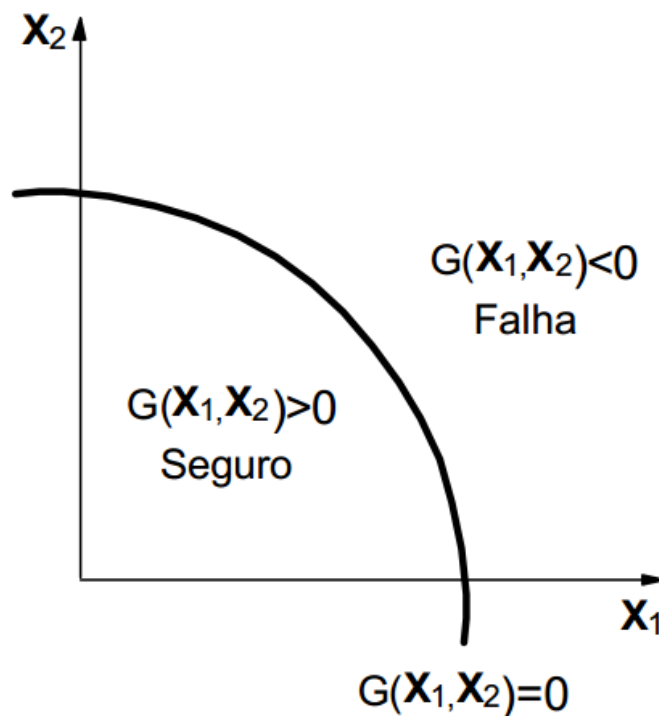
$$R - S > 0 \quad (2.8)$$

Ou seja,

$$R > S \quad (2.9)$$

Para que a estrutura esteja fora do domínio de falha, a resistência do modelo precisa ser maior ou igual à solicitação. A Figura 2.1 define por representação gráfica a equação de estado limite para duas variáveis ( $X_1$  e  $X_2$ ).

**Figura 2.1** – Representação gráfica de Domínio De segurança e de falha de equação de desempenho  $G(X_1, X_2)$ .



**FONTE:**(BARBOSA, 2004, p.8.)

Em resumo, a função de estado limite é a função de desempenho da estrutura. Portanto, a análise de confiabilidade se baseia na análise de probabilidade de falha dessa função.

## 2.1. Variáveis e Incertezas

O problema essencial do dimensionamento do modelo estrutural para cada situação está na incerteza existente quanto ao modelo de cálculo, execução, comportamento do material, frequência e intensidade reais da incidência das solicitações.

No processo de dimensionamento, o objetivo é criar um modelo que apresente funcionamento adequado ao longo de sua vida útil apesar das variáveis e incertezas de solicitação e resistência. Entretanto, no ambiente real em que a estrutura é construída e serve às suas funções, poucas são as informações exatas ou precisas

Algumas das fontes de incertezas durante a elaboração do modelo estrutural são as seguintes (NASA, 1999):

- Relacionadas a Resistência:
  - Exatidão desconhecida das propriedades do material resistente;
  - Deformações e Imperfeições na estrutura (ex.: Efeitos de segunda ordem);
  - Incerteza da real dimensão do efeito das solicitações;
  - Efeitos das operações de processamento, construção e execução da estrutura na resistência;
  - Efeito das resistências ao considerar a soma dos elementos como um sistema;
  - Efeito não conhecido do tempo na resistência;
  
- Relacionadas a Tensão e Carregamento:
  - Erros nas hipóteses admitidas no modelo e na análise de tensão. Descontinuidades e concentrações de tensão são frequentemente ignoradas nas análises.
  - Magnitude das cargas de pico não são conhecidas com exatidão.

Para definir as equações de estado limite, devem ser especificadas variáveis básicas e relevantes que caracterizem (JCSS, 2000):

- Ações e influências do ambiente;
- Propriedades do solo e dos materiais;
- Parâmetros geométricos.

Outra classificação de incertezas no cálculo estrutural é dada por MACHADO (2000) apud BARBOSA (2004):

- **Incertezas fenomenológicas:** associadas à ocorrência de eventos imprevisíveis, devidas ao desconhecimento de qualquer aspecto de um possível comportamento estrutural sob condições de serviço ou condições extremas;
- **Incertezas de avaliação:** associadas à definição e à quantificação do desempenho do sistema estrutural, bem como à caracterização dos estados limites;
- **Incertezas do modelo:** associadas às simplificações e às hipóteses adotadas na modelagem do sistema estrutural, ao emprego de novos materiais, ao uso de técnicas construtivas. Este tipo de incerteza é devido, em geral, à falta de conhecimento, mas pode ser reduzida com pesquisa ou aumento da informação disponível;
- **Incertezas estatísticas:** associadas à extrapolação dos parâmetros estatísticos extraídos de populações finitas;
- **Incertezas devidas a fatores humanos:** associadas aos erros humanos ou à intervenção humana no comportamento do sistema estrutural;
- **Incertezas físicas:** associadas à aleatoriedade inerente às variáveis de projeto. Tais variáveis podem ser reduzidas com aumento dos dados disponíveis, ou em alguns casos, com o controle de qualidade. Entre estes podem citar-se: tensão de escoamento, resistência à compressão, dimensões, cargas, dentre outros.

Os projetistas e especialistas em gestão de risco buscam de diversas formas reduzir as incertezas relacionadas ao projeto, aumentando o seu nível de conhecimento relacionado a cada uma das etapas de criação, modelagem, execução e manutenção da estrutura. Aspectos como controle dos materiais utilizados, treinamento de mão de obra e utilização de tecnologias para

uniformização do resultado, conhecimento a respeito do ambiente em que a estrutura se encontra e manutenções periódicas agendadas para prevenir danos estão entre as atitudes incorporadas pela indústria desse segmento.

Entretanto, acontecimentos não previsíveis ou não observados ainda existirão, e exigem cuidados preventivos para assegurar o nível adequado de segurança da edificação. Nesse viés de estudo é que se concentra a confiabilidade estrutural. Matematicamente, cada uma das variáveis relacionadas à segurança da estrutura durante sua vida útil são representadas na equação de estado limite por  $x$  e agrupadas em um conjunto  $X$ .

## 2.2 PROJETO BASEADO EM DESEMPENHO

A metodologia de Projeto baseado em desempenho se fundamenta na ideia de identificar as incertezas, quantificá-las de modo a prever os níveis de desempenho da estrutura e dimensioná-la para o seu funcionamento ótimo, de acordo com a necessidade em questão (TESSARI, 2016).

O processo de dimensionamento estrutural procura criar um modelo que possua vida útil e funcionamento adequados apesar das variáveis de solicitação e resistência. O desempenho satisfatório de uma estrutura ocorre quando a estrutura atende todos os estados limites de segurança e serviço ao longo da sua vida útil.

Na metodologia de projeto baseado em desempenho, o que ocorre são as determinações de equações de estado limite que moldem a performance da estrutura de acordo com os níveis esperados, não mais utilizando o método determinístico, mas aceitando incertezas e gerenciando-as.

De acordo com Petrini (2002) *apud* TESSARI (2016), os **níveis de alto desempenho** correspondem a estados limites de serviço distintos e estados limites com variados valores admissíveis. Deformações excessivas que causem insegurança psicológica aos usuários é um exemplo de estado limite de serviço de alto desempenho.

Sendo assim, os estados limites últimos são considerados como **níveis de baixo desempenho**, visto que são violados unicamente em casos de falha ou colapso estrutural, quando, por exemplo, da ruptura de membros ou conexões por fadiga.

### 3 MÉTODOS TRADICIONAIS DE CONFIABILIDADE ESTRUTURAL

“A Confiabilidade estrutural é a capacidade do modelo de completar/realizar/cumprir o propósito do seu projeto em um período de referência especificado” (NASA, 1999).

A resposta estrutural depende de diversos fatores e é considerada satisfatória quando o desempenho esperado é alcançado na definição do projeto. Os estados limites, sejam de serviço ou último, traduzem as exigências de comportamento para a estrutura e são como restrições que não devem ser desrespeitadas, do contrário, há falha.

Na metodologia de Projeto Baseado em Desempenho, são previamente estabelecidos padrões de comportamento para estrutura. Tudo quanto for esperado deste modelo, seja expectativa usual ou específica para a situação em questão, deve ser adequadamente desempenhado pela estrutura. Há falha se não houver atendimento parcial ou total dos requisitos solicitados.

Por meio de iteração, o modelo é diversas vezes calculado e testado quanto a probabilidade de falha dentro de um período de retorno que é o mesmo de sua vida útil. Quando a probabilidade de falha alcançar o nível aceitável estipulado inicialmente, tem-se o projeto final.

Para que este processo seja feito com grau de detalhamento e correção a altura do investimento financeiro, de tempo e insumo de projeto complexos, metodologias igualmente intrincadas são aplicadas. A utilização de modelagem a partir de FEM (Método dos Elementos Finitos) - que transforma o objeto contínuo em muitas partes discretas para que análise seja possível – e os cálculos de probabilidade de ocorrência de falha em um universo extenso de variáveis e eventos trabalham a favor da melhoria da confiabilidade estrutural.

Neste capítulo serão apresentados os métodos de confiabilidade estrutural utilizados, iniciando em uma revisão dos métodos iniciais até a apresentação dos métodos atuais, com a previsão da probabilidade de falha.

### 3.1 MÉTODO DETERMINÍSTICO

Um modelo determinístico é um modelo matemático que determina os resultados a partir das condições iniciais. Ou seja, o resultado do modelo (efeito) é gerado pelas entradas (causas) previamente inseridas nele.

No método determinístico de dimensionamento, se atribui coeficientes de ponderações para reduzir o risco de falha.

#### 3.1.1 Fator de Segurança

O fator de ponderação é usado para manter um grau de segurança adequado no modelo estrutural. É, geralmente, definido como a razão entre a resistência e o carregamento esperados. Ambos, resistência e solicitação são variáveis, e seus valores são dispersos em relação ao seu valor principal. Quando a dispersão nas variáveis é considerada, o fator de segurança pode ser menor e então a modelagem tradicional baseada no fator de segurança poderá falhar (NASA, 1999).

Os métodos de confiabilidade são divididos em níveis de detalhamento de análise de acordo com a quantidade de informações necessárias em cada um. O Método determinístico de cálculo das tensões admissíveis, o primeiro e o mais simplificado deles, é também chamado de nível 0.

#### 3.1.2 Nível 0 – Método das Tensões Admissíveis:

Calcula no regime elástico-linear o valor máximo de tensão solicitante esperado, devendo ser menor ou igual ao valor máximo admissível para a estrutura em comparação.

A seguir, a fórmula que estabelece a condição de segurança do modelo:

$$\sigma \leq \sigma_{adm} \quad (3.1)$$

Onde  $\sigma$  é tensão solicitante calculada e  $\sigma_{adm}$  é a tensão resistente da estrutura.

A tensão admissível é dada pela tensão máxima suportada pela estrutura reduzida por um coeficiente de segurança, simulando assim que a estrutura suporta menos do que realmente é capaz. Desta maneira o método determinístico gerencia o risco de falha.

$$\sigma_{adm} = \frac{\sigma_{lim}}{C.S.} \quad (3.2)$$

Onde  $\sigma_{lim}$  é a tensão limite que a estrutura suporta e  $C.S.$  é o coeficiente de segurança aplicado.

O método das tensões Admissíveis é largamente utilizado no cálculo de fundações, sendo este o modelo exemplificado na norma NBR 6122.

## 3.2 MÉTODO SEMI-PROBABILÍSTICO

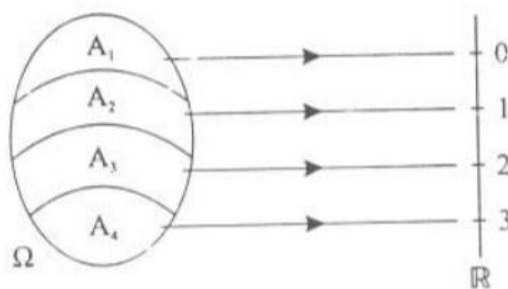
O método semi-probabilístico é o método indicado na NBR 6118 para dimensionamento estrutural. Também chamado de Nível 1 em relação análise de confiabilidade, possui entre suas incógnitas variáveis aleatórias e determinísticas, que são definidas nas seções a seguir.

### 3.2.1 Variáveis aleatórias

Uma variável aleatória é compreendida como uma variável quantitativa que assume um resultado de fatores aleatórios. Tal variável é representada por uma função cujos valores são números reais associados a elementos no espaço amostral, como exemplificado na Figura 3.1.

A variável aleatória pode ser discreta, cujos valores são enumeráveis e finitos, ou contínua cujos valores abrangem um intervalo de infinitos elementos no conjunto de número reais (NASA, 1999, pg. 5).

**Figura 3.1** - Representação de uma variável aleatória.



**Fonte:** (MORETTIN, 1999, p.42)

Uma variável aleatória é descrita por sua distribuição e seus parâmetros probabilísticos. No cálculo estrutural, uma variável aleatória ou representa ações externas ou o comportamento dos materiais empregados na estrutura.

### 3.3 Variáveis determinísticas

Variáveis determinísticas são incertezas com valores pré-determinados pelo projetista de acordo com a conveniência de cálculo. A variável determinística é uma variável de controle do projeto, cujos valores podem ser manipulados ao longo do processo e que definem as características da estrutura.

Exemplos de variáveis determinísticas são as dimensões dos elementos estruturais e a área de aço. Normalmente, quando se tem informações sobre os valores esperados da variável em questão, ou quando se conhece os valores mais desfavoráveis à segurança estrutural que tal variável assume, acarreta em redução do custo de cálculo probabilístico determinando esses valores.

Pode-se em um projeto ter a incerteza 'grau de incidência da ação do vento' como uma variável determinística. Conhecendo quais as direções que geram os maiores efeitos de solicitação, poupa-se o cálculo que usaria a aleatoriedade.

### 3.4 Nível 1 – Método dos Estados Limites

O Método dos Estados Limites, assim como o método das Tensões Limite, não proporciona a possibilidade de cálculo da probabilidade de falha. Se utiliza dos valores de média e desvio padrão das funções das variáveis aleatórias, além de pré-determinar valores dos coeficientes de ponderação.

Considera que a segurança da estrutura deve ser avaliada por suas equações de estado limite último. Por ser do tipo *Load and Resistance Factor Design*, pondera ambos os termos da inequação abaixo, minorando a resistência – considera que a estrutura suporta menor solicitação que o real – e majorando a solicitação – assume que as cargas recebidas ao longo da vida útil serão maiores que as calculadas:

$$\phi R_n \geq \sum \gamma_i Q_{in} \quad (3.3)$$

Onde  $\phi$  é o fator de minoração da resistência,  $R_n$  é a resistência nominal calculada,  $\gamma_i$  é coeficiente de majoração da  $i$ -ésima carga e  $Q_{in}$  é o valor nominal da  $i$ -ésima carga.

A porção probabilística desse método está na diferenciação dos valores representativos das ações, que são as variáveis do problema, sobre a estrutura. A depender da distribuição da função densidade de probabilidade (capítulo 4), ou seja, da probabilidade de ocorrência dessa variável, ela é considerada totalmente, em parte ou não considerada no cálculo.

Um exemplo ocorre para o cálculo dos valores característicos ( $F_k$ ) no Estado limite Último:

- Ação Permanente Desfavorável: Seu valor corresponde a 95% da distribuição de probabilidade;
- Ação Permanente Favorável: Seu valor corresponde a 5% de sua distribuição de probabilidade;
- Ação Variável Desfavorável: Seu valor corresponde a probabilidade entre 25% e 35% de serem ultrapassados;
- Ação Variável Favorável – Não é considerada.

A análise probabilística é feita pela equipe técnica autora da norma. A utilização do método, na prática, se dá pelo uso dos coeficientes disponibilizados na NBR.

Neste método, para cada tipo de carregamento, as ações são combinadas em diversos arranjos até que se encontre o mais desfavorável, definindo assim o estado limite.

## 4 CONCEITOS PARA ANÁLISE PROBABILÍSTICA

Sendo ambos, variáveis aleatórias e modos de falha de uma estrutura representados matematicamente por função, este capítulo inicia com uma breve explanação sobre como tal relação é aplicada na análise de confiabilidade.

### 4.1 Funções das Variáveis Aleatórias

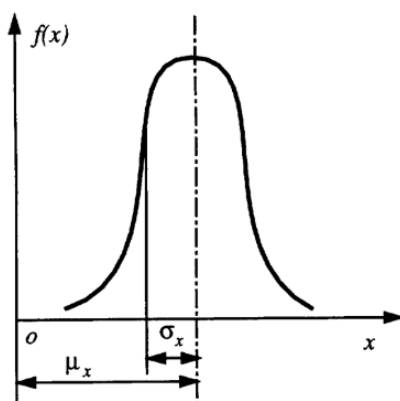
#### 4.1.1 Função densidade de Probabilidade (FDP)

“A função que descreve a distribuição de uma variável aleatória no espaço amostral de uma variável aleatória contínua,  $x$ , é chamada de função densidade de probabilidade – FDP, PDF no inglês – e é designada  $f_x(x)$ ” (NASA, 1999.).

A função densidade de probabilidade representa a probabilidade da variável aleatória assumir um dos valores contidos no intervalo real de seu domínio. Quando a incerteza de projeto é uma variável aleatória sobre a qual não se tem informações suficientes, considera-se que sua distribuição é normal padrão para efeito de cálculo. Uma distribuição normal é descrita principalmente por dois valores: a média ( $\mu$ ) e o desvio padrão ( $\sigma$ ). Esses valores são chamados de primeiro e segundo momento da função.

Em termos de análise de confiabilidade, a média indica a posição da distribuição, enquanto o desvio padrão indica a dispersão da distribuição. Quanto menor for o desvio padrão, mais esbelta será a curva, conforme indica a Figura 4.1.

**Figura 4.1** – Função Normal de Densidade.



**FONTE:** (NASA, 1999, pg. 7).

#### 4.1.2 Função cumulativa de distribuição (FCD)

A função cumulativa de distribuição descreve a distribuição de probabilidade de ambas variáveis randômicas discretas e contínuas. A FCD ou CDF (em inglês), representada matematicamente como  $F_X$ , é definida por todos os valores da variável  $X$  entre  $-\infty$  e  $+\infty$ . Esta função é matematicamente igual a probabilidade do vetor  $X$  ser menor ou igual a um determinado valor  $x$ .

A CDF é calculada integrando a PDF no intervalo limite menor ou igual a  $x$ , como mostrado a seguir:

$$F_X(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x f_X(y) dy \quad (4.1)$$

Sendo  $y$  o valor entre  $-\infty$  e  $x$  que será o resultado da função.

#### 4.1.3 Função conjunta de densidade

A função conjunta de densidade produz um vetor multidimensional de diversas variáveis independentes pelo produto de suas funções cumulativas de densidade de probabilidade.

$$F_{X_1, X_2} = F_{X_1}(x_1) \cdot F_{X_2}(x_2) \quad (4.2)$$

Dadas duas variáveis como no problema básico,  $R$  e  $S$ , considerando que são independentes, temos que:

$$F_{R,S}(r, s) = F_R(r) \cdot F_S(s) \quad (4.3)$$

## 4.2 Probabilidade de Falha

A partir da definição de estado limite apresentada no capítulo de Introdução deste trabalho, a probabilidade de falha de uma estrutura é a probabilidade de uma ou mais equações de estado limite atingirem o domínio de falha, ou seja, é uma medida probabilística de violação de estado limite.

A representação matemática, portanto, da probabilidade de falha de um modelo estrutural será a integral de área de cada uma das funções de estado limite no domínio de falha:

$$P_f = P [ g(x) \leq 0 ] = \int_{\Omega_f} f_X(x) dx \quad (4.4)$$

Onde a Probabilidade de Falha  $P_f$  é dada pela probabilidade de ocorrência do evento  $[ g(x) \leq 0 ]$ , ou seja, a probabilidade da função de estado limite ser menor ou igual a zero, encontrando-se no domínio de falha  $\Omega_f$ .

Aplicando a fórmula da probabilidade de falha ao problema básico da confiabilidade visto no **Capítulo 2** ( $R-S \geq 0$ ), temos que:

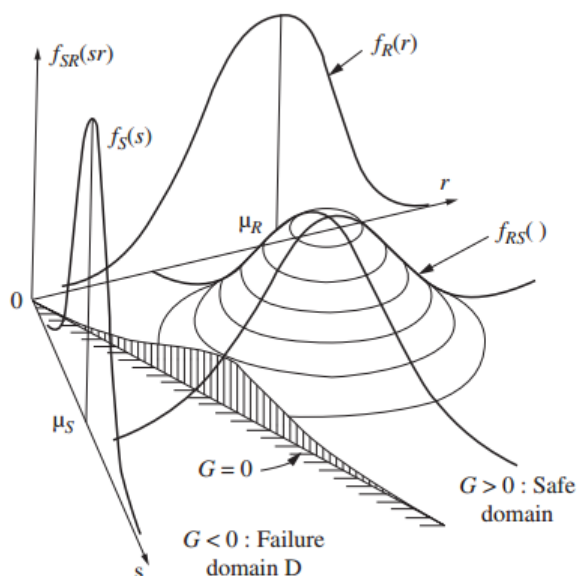
$$P_f = P [ R - S \leq 0 ] \quad (4.5)$$

Ou seja, a probabilidade da função de estado limite relacionando resistência e solicitação falhar será:

$$P_f = P [ G(R,S) \leq 0 ] \quad (4.6)$$

Como o problema básico envolve duas variáveis, Resistência e Solicitação, cada uma possui uma função própria de densidade de probabilidade e para o cálculo da probabilidade de falha, a integral neste caso deverá abranger ambas as distribuições, como ilustrado na Figura 4.2.

**Figura 4.2 – Definição do Domínio de Falha.**



**FONTE:** (MELCHERS & BECK, 2016, pg. 15).

#### 4.2.1 Integral de Convolução

Aplicando a função cumulativa de distribuição (Equação 4.1) para o problema básico da confiabilidade e considerando que R e S são variáveis aleatórias independentes, a equação de probabilidade de falha para este caso pode ser escrita da seguinte maneira:

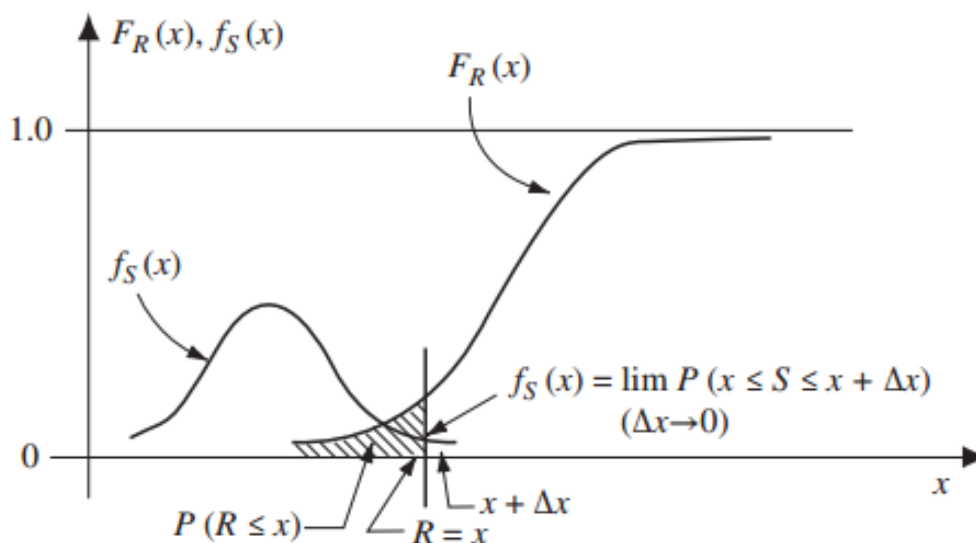
$$P_f = P(R - S \leq 0) = \int_{-\infty}^{\infty} F_R(x) f_S(x) dx \quad (4.7)$$

De acordo com MELCHERS e BECK (2018), esta equação pode ser explicada da seguinte maneira:

*“A função  $F_R(x)$  representa a probabilidade de  $R \leq x$  ou a probabilidade que a real resistência R do membro seja menor que o valor x. Isso representa falha se o carregamento for  $\geq x$ . A probabilidade de que esse seja o caso é dada pelo termo  $f_S(x)$  que representa a probabilidade que o efeito S do carregamento agindo no membro tenha um valor entre x e  $x + \Delta x$  no limite com  $\Delta x \rightarrow 0$ . Considerando todos os valores de x, ou seja, integrando sobre x, a probabilidade de falha total*

é obtida. (...) Isso pode ser visto como simplesmente a “soma” da probabilidade de falha sobre todos os casos de resistência para cada carga que exceda a resistência”.(MELCHER;BECK, 2018, pg. 16, tradução livre).

**Figura 4.2** – Representação gráfica da Integral de Convolução, com ambas as funções cumulativa de densidade de R e densidade de probabilidade de S estão dispostas no eixo x.



**FONTE:** (MELCHERS; BECK, 2018, pg. 16).

A integral da probabilidade de falha (4.4) raramente pode ser resolvida analiticamente quando aplicada em casos reais. É necessário recorrer a métodos numéricos e simulações que serão mostradas nas seções a seguir.

Antes que o cálculo da probabilidade de falha seja feito, é necessário que seja realizado um trabalho analítico baseado nas peculiaridades e no desempenho esperado para a estrutura em questão:

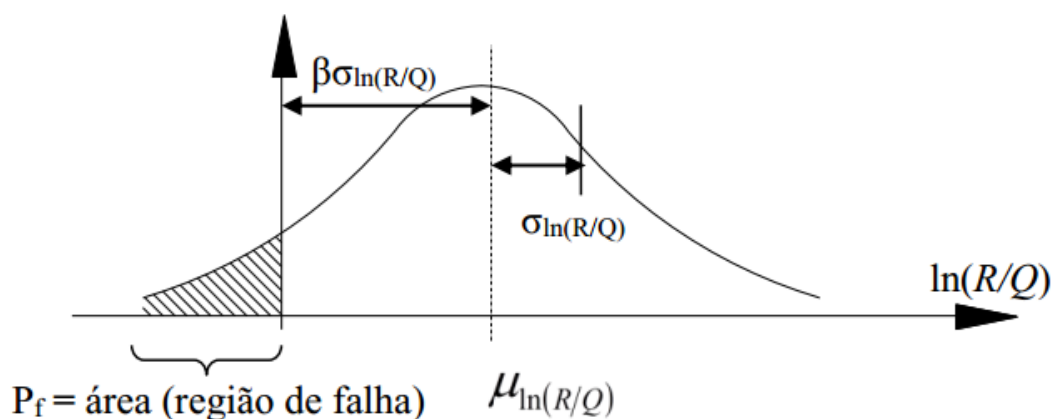
- Determinar os principais modos de falha da estrutura com base nos riscos ambientais, nas ações externas, nas fragilidades dos materiais e no tipo de uso durante a vida útil da estrutura;
- Definir as equações de estado limite de cada modo de falha a fim de que sejam conhecidas cada uma das superfícies de falha do modelo;

- Análise e definição do tipo de sistema – se é redundante (com vários caminhos para carga) ou não, o que define se uma falha local causa uma falha total.

#### 4.2.2 ÍNDICE DE CONFIABILIDADE ESTRUTURAL $\beta$

O índice de confiabilidade  $\beta$  constitui uma medida relativa de segurança estrutural. Quanto maior o valor de  $\beta$ , mais confiável será o projeto, em uma comparação entre modelos. É possível determinar a confiabilidade de acordo com o esquema indicado na Figura 4.3.

**Figura 4.3** – Definição do índice de confiabilidade  $\beta$ .



**FONTE:** (ALVES, 2014, p.18).

A distribuição do logaritmo neperiano da razão entre R e S define o índice de confiabilidade. Quando  $\ln\left(\frac{R}{Q}\right) \leq 0$ , o estado limite foi violado, logo a área abaixo da curva nessa região representa a probabilidade de falha.

A distância entre a média e a origem, parte positiva da distribuição, representa o índice de confiabilidade  $\beta$ .

O índice de confiabilidade estrutural só pode ser calculado pelos métodos probabilísticos de confiabilidade. Nas seções seguintes serão apresentadas as ferramentas de cálculo do índice  $\beta$ , que é relacionado à probabilidade de falha.

De acordo com o JCSS, os níveis alvo de confiabilidade podem ser definidos com base nos tipos de edificações e quais os maiores riscos envolvidos:

**Tabela 3.1** – Valores alvo para índice de confiabilidade estrutural associado a valores de probabilidade de falha, referente a um período de referência de um ano.

1	2	3	4
Relative cost of safety measure	Minor consequences of failure	Moderate consequences of failure	Large consequences of failure
Large (A)	$\beta=3.1$ ( $p_F \approx 10^{-3}$ )	$\beta=3.3$ ( $p_F \approx 5 \cdot 10^{-4}$ )	$\beta=3.7$ ( $p_F \approx 10^{-4}$ )
Normal (B)	$\beta=3.7$ ( $p_F \approx 10^{-4}$ )	$\beta=4.2$ ( $p_F \approx 10^{-5}$ )	$\beta=4.4$ ( $p_F \approx 5 \cdot 10^{-6}$ )
Small (C)	$\beta=4.2$ ( $p_F \approx 10^{-5}$ )	$\beta=4.4$ ( $p_F \approx 5 \cdot 10^{-6}$ )	$\beta=4.7$ ( $p_F \approx 10^{-6}$ )

**FONTE:** (JCSS, 2000, p.17)

Os níveis alvo de confiabilidade são utilizados para determinar se o modelo estrutural calculado está garantindo a sobrevivência da estrutura. O valor sombreado na tabela representa o valor de índice de confiabilidade estrutural para edificações usuais.

Para auxiliar na seleção dos valores de referência, o Comitê de Segurança Estrutural classifica os valores em Classes de Consequência como mostrado a seguir:

- **Classe 1 – Consequências minoradas:**

Risco a vida em caso de falha e consequências econômicas são negligenciáveis;

Ex.: Estruturas rurais, silos.

- **Classe 2 – Consequência Moderada:**

Risco a vida médio em caso de falha ou consequência econômica considerável;

Ex.: Edifícios comerciais, industriais ou residenciais.

- **Classe 3 – Grandes Consequências:**

Risco a vida alto em caso de falha ou consequências econômicas significantes;

Ex.: Pontes importantes, teatros, hospitais, edifícios de muitos pavimentos.

Para Classes superiores, as consequências podem ser consideradas extremas e uma análise completa de custo-benefício é recomendada. É provável que o resultado seja que a estrutura não deve ser construída.

## 5 MÉTODOS PROBABILÍSTICOS DE CONFIABILIDADE

A avaliação da integral contida na equação (4.4) não é de fácil resolução, uma vez que ela envolve a avaliação de uma integral  $n$  - dimensional num domínio complexo, e geralmente a função densidade de probabilidade conjunta não é conhecida. Na prática a avaliação da integral fica restrita a problemas com 5 a 6 variáveis aleatórias (BARBOSA, 2004).

Para solucionar a integral da probabilidade de falha, é necessária uma determinação da função conjunta de densidade  $f_X(x)$  e do domínio de integração  $\Omega_f$ , o que não é possível diretamente. As informações geralmente conhecidas das variáveis são relacionadas às funções de distribuição marginal e, em alguns casos, os coeficientes de correlação entre variáveis aleatórias dependentes. Em relação ao domínio de falha, também necessita de aproximação, pois não se pode determinar com exatidão o que conduz o sistema à falha (TESSARI, 2016).

Os métodos de transformação e de simulação buscam sanar essa falta de informação sobre as variáveis, tornando possível o processo de otimização dos modelos estruturais.

### 5.1 MÉTODOS ANALÍTICOS FORM E FOSM

#### 5.1.1 Método de confiabilidade de primeira ordem

De acordo com Alves (2014) os métodos analíticos FOSM e FORM são métodos simplificados que possibilitam o cálculo da probabilidade de falha através de transformações nas variáveis que definem o problema evitando a integração numérica.

O método FOSM é um método de primeira ordem e utiliza os primeiros dois momentos das variáveis aleatórias, a média e o desvio padrão, ou seja, as variáveis descritas por distribuição normal. Os resultados obtidos pelo FOSM são consistentes com variáveis normais. Caso as variáveis possuam outros tipos de distribuição,

devem ser transformadas em equivalentes normais e independentes. Esse método é a base dos demais métodos de transformação.

Em cada equação de estado limite estão contidas variáveis aleatórias de distribuições diversas ou desconhecidas. Tais variáveis podem estar interligadas, ou seja, o valor que uma variável assume depende da forma de ocorrência de outra variável. Essas são chamadas de variáveis dependentes e correspondem a grande parte das incertezas de cálculo.

O método de confiabilidade de primeira ordem FORM utiliza toda a informação estatística a respeito das variáveis aleatórias do problema, ou seja, além da média e desvio padrão, é usada a distribuição de probabilidade bem como os coeficientes de correlação, no caso das variáveis dependentes.

A transformação de variáveis originais  $x$  em variáveis de distribuição normal e estatisticamente independentes  $y$ , simplifica o cálculo da confiabilidade. A transformação é feita através de métodos matemáticos não abordados neste trabalho, como transformação de Rosenblatt e transformadas de Nataf e podem ser parte de ambos os métodos, FORM e FOSM.

Com as variáveis transformadas para o espaço reduzido padrão, a equação de estado limite também se transforma:

- $g(x)$  : Função de estado limite das variáveis originais;
- $g(y)$  : Função de estado limite das variáveis no espaço normal padrão.

No espaço amostral padrão, as mesmas regras valem para a função de estado limite:

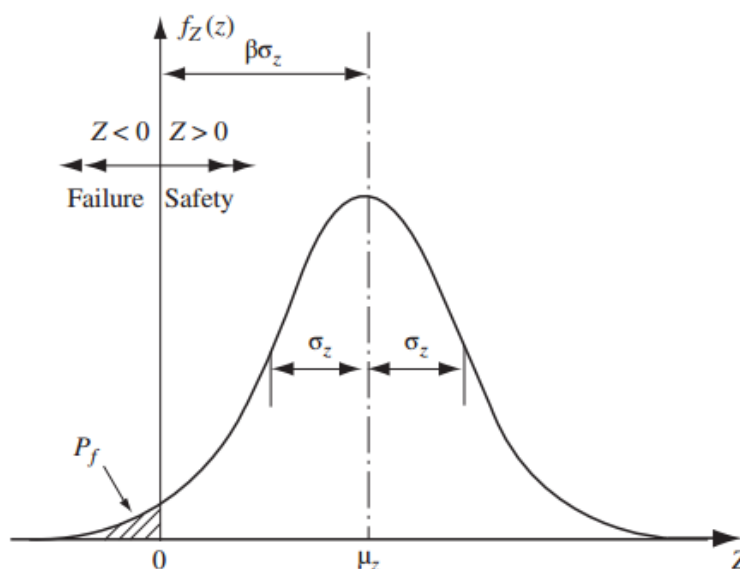
- $g(y) < 0$  – Domínio de Falha;
- $g(y) = 0$  – Superfície ou Limite de Falha;
- $g(y) > 0$  – Domínio de Sobrevivência ou Segurança.

Como visto nas seções anteriores, no problema básico da confiabilidade temos duas variáveis de distribuição normal. Analisando a representação gráfica da função densidade de probabilidade desta equação de estado limite, indicada na Figura 5.1, temos que:

$$Z = R - S \quad (5.1)$$

$$P_f = P(R - S \leq 0) = P(Z \leq 0) \quad (5.2)$$

**Figura 5.1** – Função densidade de probabilidade da equação de estado limite  $Z$  de distribuição normal padrão.

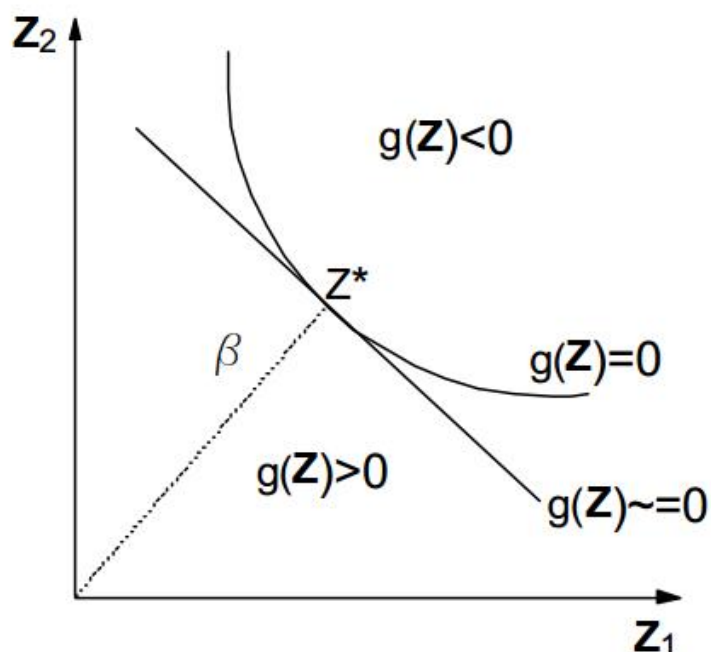


**Figure 1.11** Distribution of safety margin  $Z = R - S$ .

**FONTE:** (MELCHERS; BECK, 2018, pg. 18)

Nos métodos de transformação analítica FORM e FOSM, a superfície de falha é aproximada por um hiperplano ou uma superfície linear. A partir disso, o cálculo da confiabilidade se dá pela medida geométrica do coeficiente  $\beta$ , que representa a menor distância gráfica entre a origem e o ponto de projeto  $\mathbf{y}^*$  sobre o hiperplano, que é o ponto mais provável de falha (MPP), como mostra a Figura 5.2.

**Figura 5.2** – Representação gráfica do método FORM. (Na figura, Z representa as variáveis transformadas no plano reduzido, que neste trabalho chamados de y.)



**FONTE:**(BARBOSA, 2004, p.12)

Para o cálculo do índice de confiabilidade para um vetor X de duas variáveis, temos que:

$$\beta = \frac{\mu_{X1} - \mu_{X2}}{\sqrt{\sigma_{X1}^2 + \sigma_{X2}^2}} \quad (5.3)$$

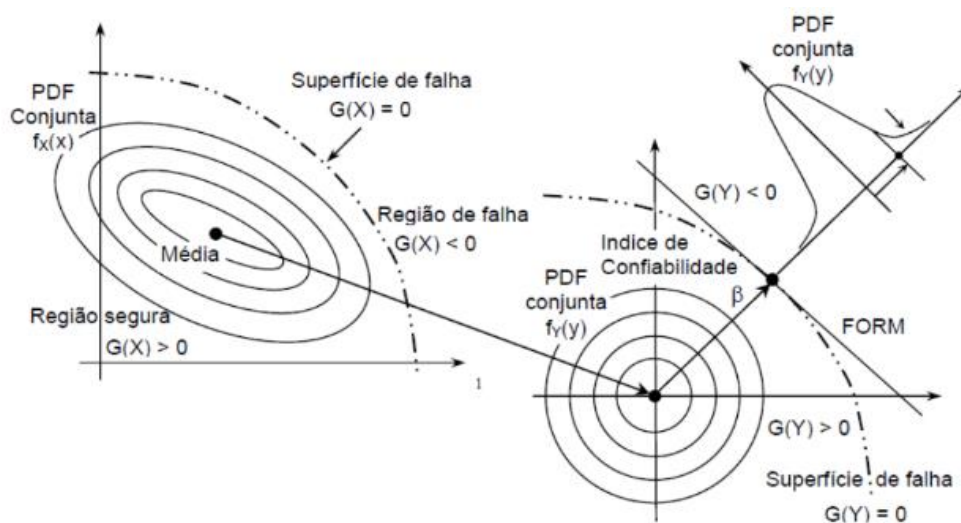
A Probabilidade de falha poderá ser calculado pela seguinte equação:

$$P_f = \Phi(-\beta) \quad (5.4)$$

Onde  $\Phi$  representa a distribuição cumulativa normal padrão e  $\beta$  é a distância da origem até o ponto de projeto  $y^*$ .

Na Figura 5.3 estão os gráficos de CHOI e Youn (2001) da função de estado limite no espaço original (x) e espaço reduzido (y):

**Figura 5.3** – Transformação do espaço original para o espaço reduzido normal padrão.



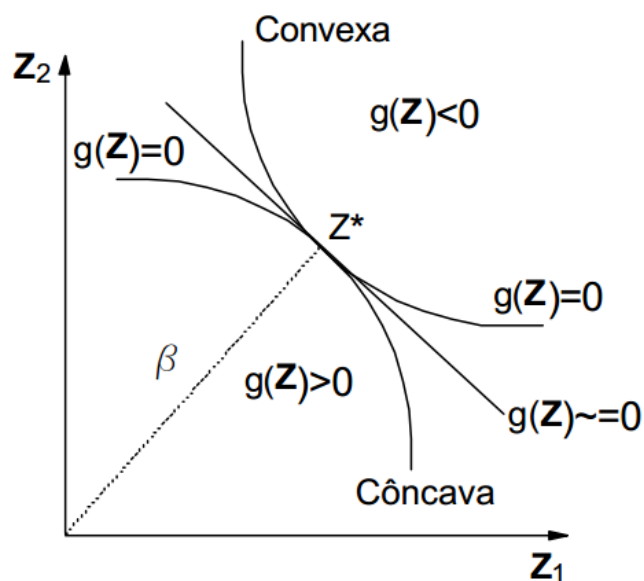
**FONTE:** (CHOI E YOUN, 2001).

A aproximação realizada nos métodos FOSM e FORM transforma a equação de estado limite em uma reta, por isso é chamado de primeira ordem. O resultado da transformação, portanto, pode estar a favor ou contra a segurança estrutural. Isso ocorre pelo fato de a real função de estado limite ser de duas ou mais ordens, logo, ser côncava ou convexa.

A Figura 5.4 mostra graficamente a diferença entre os casos:

- Função original Côncava: Método de primeira ordem contra a segurança;
- Função original Convexa: Método de primeira ordem a favor da segurança.

**Figura 5.4** – Superfícies côncavas e convexas aproximadas pelo método FORM.

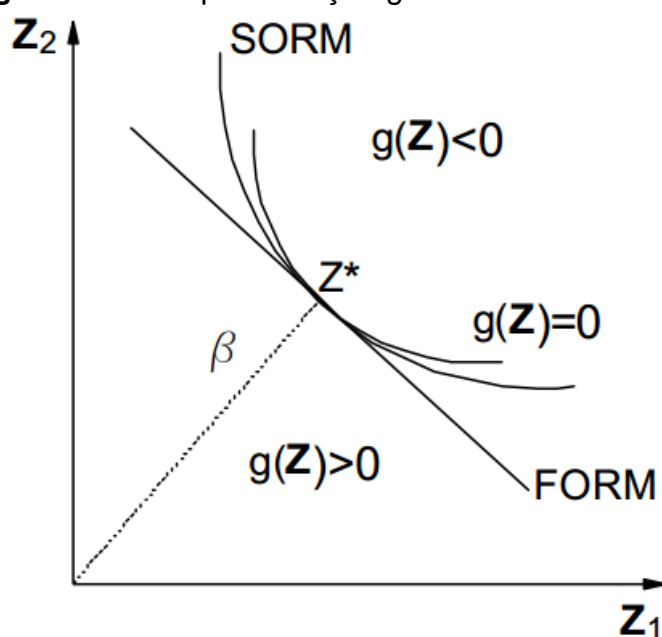


**FONTE:** (BARBOSA, 2004, p.12)

### 5.1.2 Método de confiabilidade de segunda Ordem - SORM

O método SORM é também um método de transformação como o FORM/FOSM. A diferença principal entre ambos está na ordem da aproximação, enquanto o FORM transforma em função linear, o SORM faz uma aproximação quadrática da função de estado limite, como mostrada na Figura 5.5:

**Figura 5.5.** – Representação gráfica do método SORM.



**FONTE:** (BARBOSA, 2004,p.16)

Por conseguinte, o cálculo da probabilidade também sofre alterações, sendo no SORM feito a partir da fórmula de Breitung:

$$P_f = \Phi(-\beta) \prod_{i=1}^{n-1} (1 + \beta k_i)^{-1/2} \quad (5.5)$$

Apesar dessas mudanças, o método SORM segue as mesmas etapas dos métodos de primeira ordem por serem todos métodos de transformação e aproximação.

## 5.2 SIMULAÇÕES DE MONTE CARLO

O método computacional de simulação de Monte Carlo é de mais fácil implementação, embora seja uma análise mais generalizada. Monte Carlo trabalha simulando valores aleatoriamente para as variáveis, ou seja, criando uma amostra aleatória de valores que correspondem a  $X$  (vetor que une todas as variáveis  $x$  do problema estrutural). São geradas amostragens aleatórias massivas repetindo sucessivas simulações para calcular heurísticamente as probabilidades, tal como se realmente estivesse registrando resultados reais.

A probabilidade de falha então é calculada com base no número de amostras do conjunto  $X$  que leva o sistema a falhar:

$$P_f = \frac{N^{\circ} \text{ de vezes que } g(x) < 0}{N} \quad (5.6)$$

Onde  $N$  é o número total de amostras geradas pela simulação.

Quando  $N \rightarrow \infty$ ,  $P_f \rightarrow 0$  - quanto maior o número de amostras, menor será a probabilidade de falha.

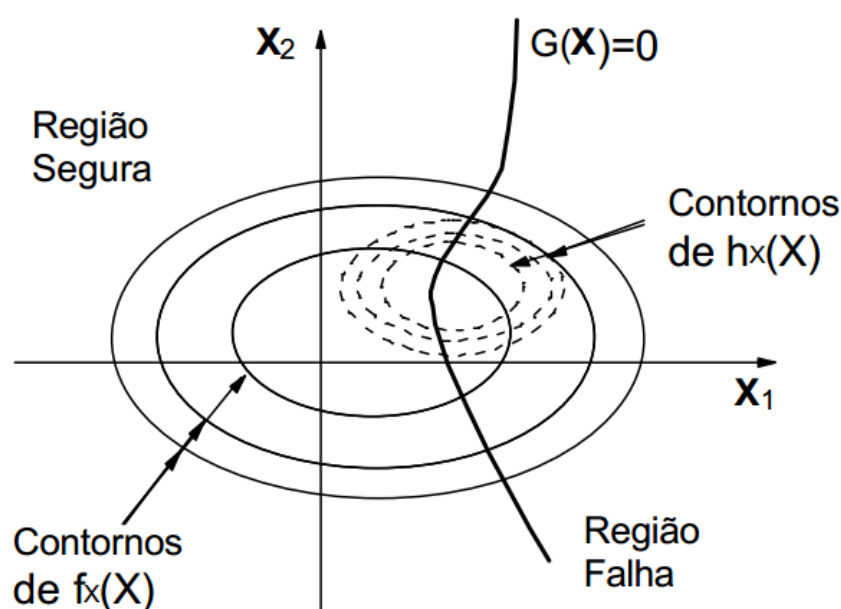
Para estruturas usuais, a probabilidade de falha é da ordem de  $10^{-3}$  a  $10^{-5}$ . Para uma probabilidade de falha pequena como essa, o número total de amostras  $N$  aumentaria, gerando um alto custo computacional.

As técnicas de redução da variância surgiram com o objetivo de restringir a aleatoriedade das amostras, realizando simulações em uma região mais próxima da área de interesse melhorando a qualidade dos resultados de uma determinada amostragem.

Uma das técnicas mais utilizadas é a amostragem por importância, que aumenta a de amostras bem sucedidas utilizando outra função de densidade de probabilidade dentro da função anterior, entretanto mais próxima da região de falha determinada pela equação de estado limite. Isso significa que um mesmo número de simulações será feito numa menor área.

A seguir, a Figura 5.6 mostra um exemplo da diferença da simulação de Monte Carlo realizada sem nenhum tratamento estatístico e com amostragem por importância.

**Figura 5.6** – Representação gráfica da simulação de Monte Carlo com técnica de amostragem por importância.



FONTE: (BARBOSA, 2004, p.19)

O exemplo acima representa uma análise de confiabilidade feita para um conjunto de duas variáveis. A função  $f_x(X)$  é a função conjunta de densidade de probabilidade do vetor  $X$  que une as variáveis em questão. A função  $h_x(X)$  é o resultado da

aproximação feita pela técnica de amostragem por importância, mais próxima da região que concentra a maior probabilidade de falha da função densidade de probabilidade da equação de estado limite  $G(X)$ . Além da supracitada, outras técnicas existentes de aproximação e redução da variação em métodos de simulação são utilizadas para melhoramento dos resultados.

## 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho propôs realizar uma revisão bibliográfica do assunto confiabilidade estrutural com conceitos básicos dos métodos de análise da confiabilidade embasado na literatura sobre o tema e nos estudos previamente feito por especialistas. Após leitura do material bibliográfico pertinente, o conceito de confiabilidade estrutural e seus métodos de análise foram explanados.

A falha é causada pelas incertezas, ou seja, aspectos relacionados ao projeto sobre os quais não se tem conhecimento suficiente a fim de prever ou dimensionar adequadamente. Logo, é necessário que seja inserido no modelo meios de se gerenciar tais variáveis.

Os estados limites são, portanto, a representação matemática dos modos de falha de uma estrutura. De acordo com o nível de desempenho esperado, são pré-determinados pela equipe de projetistas quais os estados limites últimos e de serviço que devem ser atendidos, gerando equações de estado limite para a estrutura. Resultados positivos das funções de estado limite significa que esta é uma zona de sobrevivência da estrutura. Para valores negativos, a estrutura encontra-se no domínio de falha. Com a equação igual a zero, têm-se a superfície exata de violação do limite.

A confiabilidade estrutural versa sobre o gerenciamento do risco de falha, buscando assegurar o atendimento do desempenho esperado através de soluções analíticas e numéricas.

O primeiro método de confiabilidade abordado, Tensão Admissível, utiliza o fator de segurança como garantidor da sobrevivência da estrutura. Tal fator é uma razão entre a resistência e a solicitação e é determinado na fase de projeto. O método é utilizado no cálculo de fundações com relação à tensão admissível do solo.

O método utilizado pela norma brasileira de dimensionamento é o método semi-probabilístico dos estados limites, que utiliza dois fatores de ponderação, majorando a solicitação e minorando a resistência estrutural. Os valores utilizados são

característicos, determinados de acordo com a probabilidade de ocorrência. Ao final das combinações das ações para cada carregamento, são finalmente aplicados os coeficientes de ponderação, para garantir que a resistência de cálculo seja menor que a resistência real e a solicitação de cálculo seja maior.

Os métodos probabilísticos são os únicos que, entre os abordados, avaliam a segurança matematicamente a partir do cálculo da probabilidade de falha e do coeficiente de confiabilidade. A falha é calculada através da integração, no domínio de falha, da função de estado limite da estrutura. Devido a complexidade da integral por conta do número de variáveis envolvidas, os métodos de resolução são através de transformação das variáveis e de simulações.

Os métodos de transformação são, portanto, os de primeira ordem FORM e FOSM que fazem uma aproximação linear da equação de estado limite, calculando o coeficiente de confiabilidade a partir da distância gráfica entre a origem, estes métodos incluem a etapa de transformação das variáveis originais em independentes de distribuição normal padrão. O método SORM é semelhante aos anteriores, mas, por ser de segunda ordem, faz uma aproximação quadrática da equação de estado limite.

A simulação de Monte Carlo é um método de fácil implementação por resolver a integral através de gerações aleatórias de valores admitindo como resultados das variáveis. A probabilidade de falha é calculada através da razão entre o número de ocorrências de falha e número total de simulações. Por conta da generalidade, o alto custo computacional é diminuído através de técnicas de redução da variância nas amostragens.

A confiabilidade estrutural está inserida nos modelos de dimensionamento tradicionais e também nos atuais, baseado em desempenho, que utilizam a análise probabilística. A sensibilidade e detalhamento dos métodos podem beneficiar as decisões da engenharia nas mais diversas formas:

- na escolha da quantidade adequada de insumos;
- na previsão de falhas para evitá-las ou planejar ações mitigadoras;

- na redução dos custos de reparo;
- na escolha entre modelos estruturais concorrentes durante a fase de projeto;
- no conhecimento das variáveis que mais afetam o desempenho do modelo em questão;
- na possibilidade de tratar as falhas exclusivas do modelo em estudo, otimizando ao máximo seu desempenho.

## REFERÊNCIAS

1. ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **Projeto de estruturas de concreto –procedimento. – NBR6118**, Rio de Janeiro, 2007.
2. ATAÍDE, César Alexandre Varela. **Estudo comparativo entre o método das tensões admissíveis e o dos estados limites para alvenaria estrutural**. 2005. Dissertação (Mestrado em Estruturas) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2005. doi:10.11606/D.18.2016.tde-23032016-093653. Acesso em: 2019-01-07.
3. BARBOSA, A. H. **Análise de confiabilidade estrutural utilizando o Método de Monte Carlo e redes neurais**. Ouro Preto: Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, UFOP, 2004. (Dissertação de Mestrado)
4. CARVAJALINO, J. J. L., **Acoplamento de Estados Limites na Avaliação da Confiabilidade Estrutural de Dutos e Estruturas**, Rio de Janeiro, 2010.
5. FAVARETTO DEFILTRO, Vinícius; SANTANA GOMES, Wellison José. **Análise de confiabilidade estrutural de problemas baseados na mecânica dos sólidos**. REEC - Revista Eletrônica de Engenharia Civil, [S.l.], v. 12, n. 2, jul. 2016. ISSN 2179-0612. Disponível em: <<https://www.revistas.ufg.br/reec/article/view/37390>>. Acesso em: 07 jan. 2019. doi:<https://doi.org/10.5216/reec.v12i2.37390>.
6. FREITAS, M. S. R.; BRANDÃO, A. L. R.; Beck, A. T.; SOUZA, F. T.. **Obtenção do índice de confiabilidade de ligações de perfis formados a frio com o emprego do método FORM**. 2014. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Universidade Federal de Ouro Preto.
7. FUSCO, Péricles B. **Fundamentos do Projeto Estrutural**; São Paulo: USP, 1977.
8. GRANDHI, Ramana V.; Wang, Liping . **Structural Reliability Analysis and Optimization: Use of Approximations**. Technical Report. NASA. 1999.
9. GRAZIANO, Francisco Paulo. **Projeto e Execução de Estruturas de Concreto Armado**; São Paulo: Nome da Rosa, 2005.
10. JCSS (2000) **Probabilistic Model Code, Part 1—Basis of Design**. Joint Committee on Structural Safety, JCSS-OSTL/ DIA/VROU-10-11-2000.
11. MELCHERS, Robert E.; BECK, André T.. **Structural Reliability Analysis and Prediction**. 3. ed. Hoboken, Nj. Editora Wiley, 2018. 528 p.

12. **MORE: Mecanismo online para referências**, versão 2.0. Florianópolis: UFSC Rexlab, 2013. Disponível em: < <http://www.more.ufsc.br/> > . Acesso em: 05/12/2018.
13. MORETTIN, Luiz Gonzaga. **Estatística Básica. Volume I - Probabilidade**. São Paulo: Makron Books. p. 42. 1999.
14. PINHEIRO, Libânio M.; MUZARDO, Cassiane D.; SANTOS, Sandro P.. Bases para cálculo. In: LIBÂNIO M. PINHEIRO . USP. **Fundamentos do concreto e projeto de edifícios**. São Carlos. 2007. Cap. 6. p. 42-60. Disponível em: <<http://www.set.eesc.usp.br/mdidatico/concreto/Textos/001%20Capa.pdf>>. Acesso em: 04 jan. 19.
15. SAKAMOTO, Beatriz S. **Análise de confiabilidade estrutural utilizando o método FORM com múltiplos modos de falha para edifício alto submetido à ação do vento**. 2016. 92p. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Curitiba, 2016
16. SANTOS, D. M.; STUCCHI, F. R. e BECK, A. T.. **Confiabilidade de vigas projetadas de acordo com as normas brasileiras**. Rev. IBRACON Estrut. Mater. [online]. 2014, vol.7, n.5, pp.723-746. ISSN 1983-4195. <http://dx.doi.org/10.1590/S1983-41952014000500002>
17. TESSARI, R. K. **Projeto baseado em desempenho de torres metálicas sujeitas à ação do vento**. 2016. 161 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2016.
18. VELASCO, M. S. L.; ALMEIDA, A. A. D.; SILVA FILHO, J. J. H.; BURGOS, R. B.. **Análise de Confiabilidade de Longarinas de Pontes Ferroviárias de Concreto Armado**. 2011. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.
19. VELASCO, M. S. L. VAZ, L. E. EBOLI, C. R.; ALMEIDA, S. R. M.; ALMEIDA, A. A. D.; SANTOS, S. H. C.; GUIMARÃES, G. B.. **Projeto Ótimo Baseado em Confiabilidade de Pórticos Planos de Concreto Armado**. 2008. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.
20. VELASCO, M. S. L. VAZ, L. E. SÁNCHEZ FILHO, E. S. SILVA FILHO, J. J. H.. **Projeto Baseado em Confiabilidade de Vigas em Concreto Armado com e**

- sem Reforço com Compósitos de Fibras de Carbono.** 2012. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.
21. VERZENHASSI, C. C. **Otimização de risco estrutural baseada em confiabilidade.** 2008. 154 p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos - SP, 2008.
22. VIEIRA, Raphael Nonato Cabana. **Confiabilidade de pilares curtos em concreto de alta resistência dimensionados segundo a ABNT NBR 6118:2014** [manuscrito] / Raphael Nonato Cabana Vieira. - 2017.