



SERVIÇO PÚBLICO  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ  
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E NATURAIS  
FACULDADE DE MATEMÁTICA

DANIEL CONCEIÇÃO MENDONÇA DA SILVA

**O USO DE RAZÕES E PROPORÇÕES  
ENQUANTO FERRAMENTA DE DEFESA DO CONSUMIDOR**

**BELÉM/PA**

**2022**

DANIEL CONCEIÇÃO MENDONÇA DA SILVA

**O USO DE RAZÕES E PROPORÇÕES  
ENQUANTO FERRAMENTA DE DEFESA DO CONSUMIDOR**

Trabalho de Conclusão de Curso - TCC  
apresentado à Faculdade de Matemática da  
UFPA/BELÉM, como requisito parcial para a  
obtenção do grau de Licenciatura em  
Matemática da Universidade Federal do Pará.

Orientador: Prof. Dr. Francisco Paulo Marques  
Lopes

**BELÉM/PA**

**2022**

## **CERTIFICADO DE AVALIAÇÃO**

DANIEL CONCEIÇÃO MENDONÇA DA SILVA SILVA

### **O USO DE RAZÕES E PROPORÇÕES ENQUANTO FERRAMENTA DE DEFESA DO CONSUMIDOR**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado para a obtenção do grau de Licenciado em Matemática da Faculdade de Matemática da Universidade Federal do Pará – Polo Belém e avaliado pela seguinte banca examinadora:

---

Prof. Dr. Francisco Paulo Marques (Orientador)  
Faculdade de Matemática, UFPA

---

Prof. Dr. Geraldo Mendes de Araújo (Membro)  
Faculdade de Matemática, UFPA

---

Prof. Dr. Manoel Silvino batalha de Araújo (Membro)  
Faculdade de Matemática, UFPA

DATA DA DEFESA: \_\_\_\_\_/\_\_\_\_\_/\_\_\_\_\_

CONCEITO: \_\_\_\_\_

## DEDICATÓRIA

## **AGRADECIMENTOS**

## RESUMO

O tema desse trabalho é como fazer uso dos assuntos de Razões e Proporções enquanto ferramenta de defesa do consumidor. Considera-se que esse assunto é de extrema relevância, pois é capaz de demonstrar que a Matemática constitui um campo próspero, contextualizado e aplicável à vida e dia a dia de todas as pessoas. Para produzir o trabalho, utiliza-se pesquisas de caráter bibliográfico a respeito do que preconiza a Base Nacional Curricular Comum e os Parâmetros Curriculares Nacionais e também o que consta nos livros didáticos do 7º ano do Ensino Fundamental escolhidos pelo Guia do Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD) de 2020, além de outros autores que debatem sobre a questão. Como ferramenta também se utiliza o que rege a Lei Nº 8.078, de 11 de setembro de 1990 – sobre os direitos do consumidor – para mostrar onde os consumidores estão amparados e como, através do conhecimento matemático, podem ser capazes de fiscalizar e compreender se estão sendo respeitados ao efetuar compras. Conclui-se que os conhecimentos acerca dos assuntos de Razões e Proporções mostraram-se úteis no processo de fiscalização e compras conscientes.

**Palavras Chave:** ferramentas matemáticas, educação financeira, razão e proporção, consumo consciente, direitos do consumidor

## **ABSTRACT**

The theme of this work is how to make use of Ratios and Proportions as a consumer protection tool. It is considered that this subject is of extreme relevance since it is capable of demonstrating that Mathematics is a prosperous field, contextualized and applicable to the life and day-to-day of all people. To produce the work, bibliographical research is used regarding what the Common National Curricular Base and the National Curricular Parameters recommend, as well as what is contained in the textbooks of the 7th year of Elementary School chosen by the Guide of the National Book Program and the Didactic Material (PNLD) of 2020, in addition to other authors who debate the issue. Law No. 8,078, of September 11, 1990 – on consumer rights – is also used as a tool to show where consumers are supported and how, through mathematical knowledge, they can be able to supervise and understand whether they are being respected at all times. make purchases. It is concluded that knowledge about Ratios and Proportion matters proved to be useful in the inspection process and conscious purchases.

**Keywords:** mathematical tools, financial education, reason and proportion, conscious consumption, consumer rights

## SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	8
CAPÍTULO I - O ENSINO DE RAZÕES E PROPORÇÕES À LUZ DOS PCN E DA BNCC	10
1.1 Noções Gerais de Razão	12
1.1.1 Razão aplicada ao conceito de densidade demográfica	13
1.1.2 Razão aplicada ao conceito de escala	13
1.2 Noções Gerais de Proporção	14
1.2.1 Propriedade fundamental da proporção	16
1.2.1.1 O uso da propriedade fundamental da proporção para resolver problemas envolvendo grandezas diretamente e inversamente proporcionais	17
CAPÍTULO II - A ABORDAGEM DE RAZÕES E PROPORÇÕES EM ALGUNS LIVROS DIDÁTICOS DO PNLD	20
2.1 Livro “Apoema – Matemática”	23
2.2 Livro “Araribá Mais – Matemática”	25
2.3 Livro “Matemática – Bianchini”	28
2.4 Livro “Matemática – Compreensão e Prática”	32
CAPÍTULO III - O CONFLITO ENTRE PREÇOS E QUANTIDADES DE PRODUTO	37
3.1 O uso da Matemática para o exercício da cidadania	37
3.2 Os direitos do consumidor no que diz respeito à propaganda	38
3.3 O uso da razão e proporção enquanto ferramenta para compra consciente	39
CAPÍTULO IV - RAZÃO E PROPORÇÃO EM QUESTÕES DO ENEM	44
CONSIDERAÇÕES FINAIS	50
REFERÊNCIAS	52

## INTRODUÇÃO

Segundo a Base Nacional Curricular Comum (BNCC) a primeira competência que deve ser desenvolvida no aluno fala sobre conhecimento, no sentido que ele possa não apenas valorizar conteúdos, mas também utilizar os saberes historicamente construídos em seu mundo, fazendo uso dos mesmos para entender e explicar a realidade na qual está inserido.

Valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural e digital para entender e explicar a realidade, continuar aprendendo e colaborar para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva. (BRASIL, 2017, p.9)

O objetivo principal é expor, no processo de ensino aprendizagem, as razões pelas quais o aluno deve estudar os conteúdos que estão ligados constantemente ao seu cotidiano e que, muitas vezes, passa despercebido. A matemática não pode ser considerada um acúmulo de informações sem objetivos para a vida prática e sem vínculo com as demais áreas do conhecimento, ela precisa integrar os saberes aprendidos na escola e ser ferramenta quando o indivíduo se aproprie do ensino e seja capaz de torná-lo importante, ao ponto de possibilitar, como afirma Simão (2017), “o caminhar em um mundo de sonhos e projetos modelados matematicamente inerentes ao cidadão ativo em seus direitos, deveres e responsabilidades”.

A educação matemática deve contribuir para uma cidadania responsável, ajudando os alunos a tornarem-se indivíduos não dominados, mas, pelo contrário, independentes – no sentido de competentes, críticos, confiantes e criativos – nos aspectos essenciais em que a sua vida se relaciona com a matemática. (MATOS & SERRAZINA, 1996, p. 19).

Diante do exposto, houve o surgimento da questão norteadora desse trabalho “É possível usar o conhecimento matemático como ferramenta prática para questões do dia a dia? ”. Inúmeros autores oferecem resposta positiva, porém, ainda seria necessário delimitar o tema.

O ser humano tem como prática em seu cotidiano situações de compra e venda quase a todo momento, na Antiguidade suas primeiras manifestações eram limitadas à troca de objetos, conhecido como escambo; dessa maneira, a circulação de bens era feita através de permuta. Como consequência do aumento da população, houve um aumento das necessidades da sociedade, o que fez com o sistema de trocas de mercadoria evoluísse, passando pela criação de moedas até o que conhecemos atualmente.

Por essa ser uma relação presente na rotina de todo cidadão, necessita-se de

normas que regularizem as relações de consumo e protejam os consumidores de prejuízos no momento em que adquirem um produto. Mas será que a matemática possui ferramentas que consigam auxiliar os consumidores na fiscalização ao adquirirem artigos? Através dessa pergunta, chegou-se à conclusão que os assuntos de Razão e Proporção podem ser importantes aliados no que concerne a essa questão.

A pesquisa realizada tem como objetivo principal mostrar que de que formas o assunto de Razão e Proporção pode estar presente no dia a dia de todos para comparar produtos, medir eficiência, comprovar informações em rótulos ou anúncios, fazer escolhas, entre outros.

Busca-se elucidar essa questão da seguinte maneira: o primeiro capítulo dedica-se a falar sobre o ensino de razão e proporção em conformidade o que dizem os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e a BNCC, trazendo – também – noções gerais das definições dos conteúdos, com exemplos e situações; o segundo capítulo trata-se de uma análise de como são abordados esses assuntos em quatro livros didáticos do Guia do Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD) de 2020; o terceiro capítulo busca trazer a ideia que há no conflito entre preços e quantidade de produtos, campo em que os conteúdos em questão são úteis para auxiliar o consumidor nessa disputa; por fim, há o quarto capítulo que traz a análise de questões do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) dentro dessa temática.

A pesquisa realizada é do tipo descritiva, onde sua base são livros, artigos e trabalhos acadêmicos, e a coleta de dados através de pesquisas bibliográficas e documental com abordagem qualitativa.

## CAPÍTULO I

### O ENSINO DE RAZÕES E PROPORÇÕES À LUZ DOS PCN E DA BNCC

Neste capítulo daremos ênfase a como razão e proporção devem ser abordadas no Ensino Fundamental conforme o que dizem os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

No contexto atual, é desejável que o professor trabalhe em sala de aula assuntos que possam ser aplicáveis no dia a dia e relacionados com situações práticas, pois o conhecimento é um processo contínuo e precisa de significado para ser, de fato, construído. Cabral *et al* (2019) corrobora com essa questão ao afirmar que quando o aluno toma posse do conhecimento de conteúdos matemáticos terá habilidades de contar, comparar, medir, comprovar e justificar resultados, entre outras importantes competências úteis para que possa contribuir consigo e socialmente.

O assunto de Razão e Proporção é encontrado em livros didáticos do 7º ano do ensino fundamental. Levando em conta o que foi mencionado, é possível ter como recomendação nos PCN de Matemática a respeito do conteúdo que

O fato de que muitas situações da vida cotidiana funcionam de acordo com leis de proporcionalidade evidencia que o desenvolvimento do raciocínio proporcional é útil na interpretação de fenômenos do mundo real. Assim, é desejável explorar no terceiro ciclo problemas que levem os alunos a fazer previsões por meio de questões que envolvam aspectos qualitativos e quantitativos. (BRASIL, 1997, p. 67)

Além disso, pode ser estudado de maneira a ser relacionado à temas transversais e outras disciplinas, como encontra-se também nos PCN que afirmam que

(...) algumas ideias ou procedimentos matemáticos, como proporcionalidade, composição e estimativa, são fontes naturais e potentes de inter-relação e, desse modo, prestam-se a uma abordagem dos conteúdos em que diversas relações podem ser estabelecidas. (BRASIL, 1997, p.38)

De acordo com Brasil (1997) a proporcionalidade está presente na resolução de problemas multiplicativos, nos estudos de porcentagem, de semelhança de figuras, na matemática financeira, na análise de tabelas, gráficos e funções. Isso mostra que o raciocínio proporcional tem utilidade em diversos outros conteúdos e que, por isso também, precisa ser trabalhado com atenção.

Entender os conceitos de razão e proporção é de extrema importância para resolver situações problemas do cotidiano, como a decisão entre a compra de

produtos do mesmo tipo levando em consideração preços e quantidades ou a preparação de uma receita para número diferente de pessoas (dobro, triplo). Nesse sentido, Cabral *et al* (2019) destaca que esse assunto além de ser elementar para a compreensão de outros conteúdos, também possui vasta aplicabilidade em situações problemas do cotidiano.

Como um dos objetivos da Matemática para o terceiro ciclo, os PCN dizem que deve visar o desenvolvimento do raciocínio que envolva a proporcionalidade, de maneira que o aluno possa

- representar em um sistema de coordenadas cartesianas a variação de grandezas, analisando e caracterizando o comportamento dessa variação em diretamente proporcional, inversamente proporcional ou não-proporcional;
- exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a observar a variação entre grandezas, estabelecendo relação entre elas e construir estratégias de solução para resolver situações que envolvam a proporcionalidade. (BRASIL, 1997, p. 82)

Atuando de maneira integrada com os PCN, a BNCC (2018) também recomenda que se crie situações com as quais os alunos possam fazer observações sistemáticas de aspectos da sua realidade, articulando aspectos de diferentes conteúdos, objetivando o desenvolvimento de ideias fundamentais da matemática, como a proporcionalidade.

Um dos objetos de conhecimento especificados pela BNCC para o 7º ano do ensino fundamental é a fração com o significado de razão, para tal objeto, o documento define como habilidades a serem alcançadas que o aluno deve poder

- (EF07MA08) comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros, resultado da divisão, **razão** e operador.
- (EF07MA09) utilizar, na resolução de problemas, a associação entre **razão** e fração, como a fração  $\frac{2}{3}$  para expressar a razão de duas partes de uma grandeza para três partes da mesma ou três partes de outra grandeza. (BRASIL, 2018, p. 306)

A BNCC (2018) coloca que a proporcionalidade deve ser presente nos estudos de vários conteúdos, destacando as operações com os números naturais, representação fracionária dos números racionais, áreas, funções, probabilidades, entre outros assuntos, principalmente aqueles em que essa noção possa ser evidenciada em ações do cotidiano, como vendas e trocas mercantis, e de outras áreas do conhecimento, como na disciplina de química, em balanços químicos.

Embora seja um assunto de fato visto no 7º ano, conceitos de razão e proporção aparecem como objetos e habilidades em séries anteriores, como no 5º ano quando afirma que os alunos devam ser capazes de

(EF05MA12) resolver problemas que envolvam variação de **proporcionalidade** direta entre duas grandezas, para associar a quantidade de um produto ao valor a pagar, alterar as quantidades de ingredientes de receitas, ampliar ou reduzir escala em mapas, entre outros.

(EF05MA13) resolver problemas envolvendo a partilha de uma quantidade em duas partes desiguais, tais como dividir uma quantidade em duas partes, de modo que uma seja o dobro da outra, com compreensão da ideia de **razão** entre as partes e delas com o todo. (BRASIL, 2018, p.301)

e no 6º ano nas unidades de Álgebra e Geometria e medidas nas seguintes habilidades:

(EF06MA15) resolver e elaborar problemas que envolvam a partilha de uma quantidade em duas partes desiguais, envolvendo relações aditivas e multiplicativas, bem como a **razão** entre as partes e entre uma das partes e o todo.

(EF06MA29) analisar e descrever mudanças que ocorrem no perímetro e na área de um quadrado ao se ampliarem ou reduzirem, igualmente, as medidas de seus lados, para compreender que o perímetro é **proporcional** à medida do lado, o que não ocorre com a área. (BRASIL, 2018, p.301)

Essas ideias presentes tanto nos PCN quanto na BNCC mostram que a aprendizagem desses conceitos será vista para além da sala de aula, com real possibilidade de utilização em anos futuros do ambiente educacional e, principalmente, aplicações no cotidiano. Sendo assim, é importante que o aluno seja estimulado, instigado a aprender e assimile os conteúdos de maneira significativa.

## 1.1 Noções Gerais de Razão

*Definição 1.1.1* - Define-se “razão” como o “quociente entre grandezas de mesma espécie” (RAZÃO, 2015). Em outras palavras, ‘razão’ é a relação entre dois valores de uma mesma grandeza e é expressa como  $a:b$  ou  $\frac{a}{b}$ , que se lê “a para b”, onde  $b \neq 0$ .

Ao fazer a comparação de duas medidas, dois valores ou duas grandezas, determina-se uma relação entre esses números que os representam, ou seja, a razão de a para b é o quociente da divisão  $a \div b$ , onde a é chamado de antecedente e b de conseqüente.

Em geral, o professor deve desenvolver o conceito de razão partindo da observação de algumas situações-problemas:

Exemplo 1.1.1 Um concurso público possui 18.000 candidatos concorrendo a 60 vagas.

É possível fazer uma relação candidato/vaga, onde:

$$\frac{18.000:60}{60:60} = \frac{300}{1}$$

Assim, inicialmente a razão  $\frac{18.000}{60}$  representa o número total de candidatos para o número total de vagas; fazendo as simplificações, a razão  $\frac{300}{1}$  acaba representando a relação que diz que há 300 candidatos concorrendo a cada vaga desse concurso.

Exemplo 1.1.2 No setor de contabilidade de uma empresa há 20 mulheres e 15 homens.

Dividindo o número total de mulheres pela quantidade de homens, é possível montar a razão entre mulheres e homens desse setor, veja

$$\frac{20:5}{15:5} = \frac{4}{3}$$

Isso significa que para cada 4 mulheres existem 3 homens, ou seja, essa razão permite a comparação entre os sexos do setor de contabilidade da empresa.

### 1.1.1 Razão aplicada ao conceito de densidade demográfica

*Definição 1.1.1.1* - Densidade demográfica é a distribuição da população em uma determinada área, ela calcula o número de habitantes por quilômetro quadrado utilizando a fórmula a seguir:

$$Densidade\ demográfica = \frac{total\ de\ habitantes}{área}$$

Ou seja, a densidade demográfica é uma razão que relaciona duas grandezas: número de habitantes e área ocupada por eles. Observe o exemplo a seguir onde é possível calcular a densidade demográfica de uma cidade.

Exemplo 1.1.1.1 – Segundo dados do IBGE 2021, Belém do Pará é uma cidade que tem como população estimada 1.506.420 moradores. Sabendo que sua área territorial é de 1.059,466 km<sup>2</sup>, qual a densidade demográfica dessa região?

$$Densidade\ demográfica = \frac{1.506.420}{1.059,466}$$

$$Densidade\ demográfica = 1.421,87\ hab/km^2$$

### 1.1.2 Razão aplicada ao conceito de escala

*Definição 1.1.2.1* – Escala é a “razão entre as medidas e distâncias de um desenho, planta ou mapa geográfico e as medias reais correspondentes” (ESCALA, 2022).

Observe a figura e situação a seguir:

Figura 1 - Barco de Miriti



Fonte: Herbário MFS – UEPA, 2020

Durante o Círio de Nazaré, ocorrido em Belém do Pará no mês de outubro, uma cena comum é a venda de brinquedos de miriti. Seu Carlos é um dos vendedores da região e produziu um barquinho de miriti de 25 cm de comprimento. O barco real em que se inspirou tinha por comprimento 6 m.

É possível calcular a razão entre o tamanho do brinquedo e o tamanho real do objeto. Para isso, é necessário expressá-los em uma mesma unidade de medida. Transformando 6 m (comprimento real) em centímetros:

$$6 \text{ m} = 600 \text{ cm}$$

Portanto, a razão procurada é dada por:

$$\frac{25}{600} = \frac{1}{24} = 1:24$$

A razão 1:24 indica que cada centímetro do comprimento do brinquedo corresponde a 24 cm reais. A esse tipo de razão chamamos de *escala*.

## 1.2 Noções Gerais de Proporção

*Definição 1.2.1* – Define-se proporção como a igualdade entre duas ou mais razões. Isso significa que dados a, b, c e d não-nulos, formam, nessa ordem, uma proporção se

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

Nesse caso, temos que:

- Os números a, b, c e d são chamados de *termos* da proporção;
- Os números a e d são os *extremos* da proporção;
- Os números b e c são os *meios* da proporção.

Pode-se afirmar que essa proporção é igual a um valor K, conhecido como constante de proporcionalidade. Assim, tem-se que:

$$i) \frac{a}{b} = K$$

$$ii) \frac{c}{d} = K$$

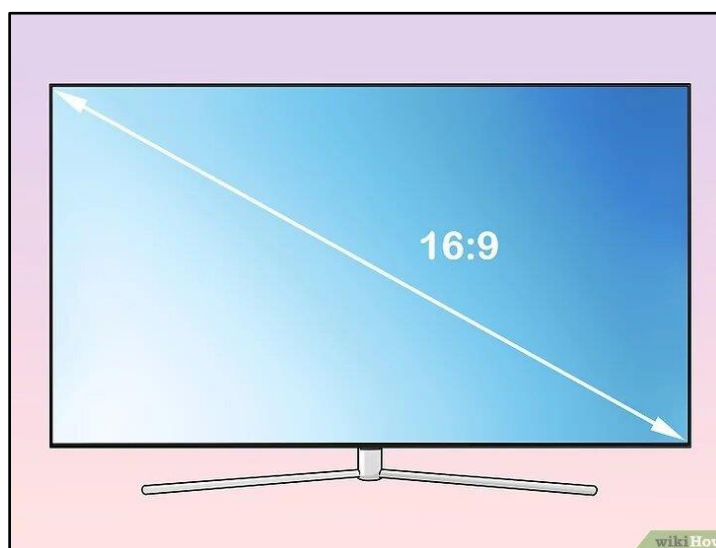
Tomando o valor de  $K = 3$  em i), obtém-se

$$\frac{a}{b} = 3 \rightarrow a = 3 \cdot b$$

Ou seja, o valor de  $a$  é o triplo do valor de  $b$ . Da mesma maneira segue para ii), onde o valor de  $c$  será o triplo do valor de  $d$ . Sendo assim, a constante de proporcionalidade  $K$  indica quantas vezes os numeradores da proporção são maiores ou menores que seus respectivos denominadores.

Exemplo 1.2.1 Alguns modelos de televisão possuem telas 4:3. O formato conhecido como tela de cinema ou *widescreen* possui tela 16:9.

Figura 2 - Tela 16:9



Fonte: wikiHow, 2018

Tomando como exemplo a tela da Figura 2, se a largura do televisor for de 240cm, pode-se determinar sua altura utilizando a razão 16:9 da tela, onde 16 está para o comprimento, enquanto que 9 está para a altura. Se  $L$  é a largura e  $h$  é altura, tem-se:

$$\frac{L}{h} = \frac{16}{9} = \frac{240}{h}$$

$$16 \cdot h = 240 \cdot 9$$

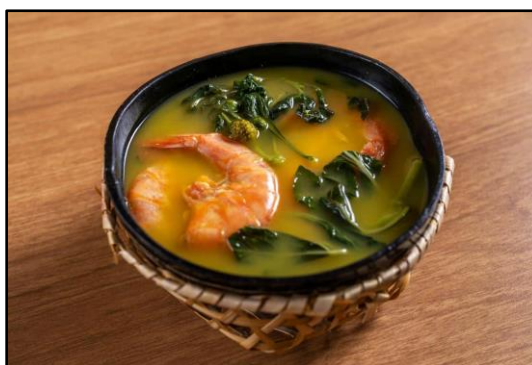
$$h = \frac{2160}{16}$$

$$h = 135cm$$

Essa proporção, portanto, está relacionando o comprimento e a altura dos monitores, com ela foi possível chegar à altura desse televisor dado seu comprimento.

Exemplo 1.2.2 Dona Fátima estava aguardando os últimos clientes do dia para encerrar sua venda de tacacá, quando se aproximou um grupo de amigos para comprar a iguaria. Se cada cuia de tacacá leva 8 medidas de tucupi e 3 medidas de goma de tapioca, mantendo a proporção entre os dois e sabendo que ela conseguiu servir cuias completas sem sobra de ingredientes, quantas medidas de tucupi foram necessárias para misturar a 15 medidas de goma de tapioca?

Figura 3 - Cuia de Tacacá



Fonte: Rubens Kato, 2021

*Resolução:* Utilizando a proporção que há entre o tucupi e a goma de tapioca,  $8/3$ , é possível relacioná-la a quantidade disponível de goma para determinar a quantidade de tucupi da seguinte maneira:

$$\frac{\text{tucupi}}{\text{goma de tapioca}} = \frac{8}{3} = \frac{x}{15}$$

$$3 \cdot x = 8 \cdot 15$$

$$x = \frac{120}{3}$$

$$x = 40$$

Logo, são necessárias 40 medidas de tucupi para 15 medidas de goma de tapioca.

### 1.2.1 Propriedade fundamental da proporção

Considere a seguinte proporção com a, b, c e d não-nulos:

$$iii) \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

Multiplicando iii) por d em ambos os membros, obtém-se

$$iv) \frac{a}{b} \cdot d = \frac{c}{d} \cdot d$$

Reescrevendo iv) de outra maneira, tem-se

$$v) \frac{a.d}{b} = c \cdot \frac{d}{d}$$

$$vi) \frac{a.d}{b} = c \cdot 1$$

$$vii) \frac{a.d}{b} = c$$

Multiplicando vii) por b em ambos os membros, tem-se

$$viii) \frac{a.d}{b} \cdot b = c \cdot b$$

Reescrevendo viii)

$$ix) a.d \cdot \frac{b}{b} = c \cdot b$$

$$x) a.d \cdot 1 = c \cdot b$$

$$xi) a.d = c \cdot b$$

O resultado obtido em xi) é conhecido como a propriedade fundamental da proporção que traz como definição: *Em toda proporção  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ , com a, b, c e d não-nulos, o produto dos meios é igual ao produto dos extremos.*

### **1.2.1.1 O uso da propriedade fundamental da proporção para resolver problemas envolvendo grandezas diretamente e inversamente proporcionais**

Parte-se do princípio que grandeza é tudo aquilo que pode ser medido, mensurado. Não se trata do objeto que pode ser medido, mas as medidas que se podem observar nele, como: massa, velocidade, distância. Assim, temos:

*Definição 1.2.1.1.1* – Segundo Netto e Mendes (2013), dadas duas grandezas A e B, define-se como diretamente proporcionais quando, ao aumentar a medida da grandeza A, a medida da grandeza B também aumenta na mesma proporção. E ao diminuir uma delas, a outra também diminui na mesma proporção.

Através do exercício a seguir, é possível observar a aplicação da Propriedade Fundamental para solucionar o problema.

Exemplo 1.2.1.1.1 – Na cidade de Belém do Pará, para atender a alta demanda de venda de açaí, um vendedor local decidiu aumentar a quantidade de litros produzidos diariamente. Sabendo-se que antes ele produzia 120 litros diários utilizando 3 máquinas, para sua produção aumentar em 80 litros, será necessário adquirir quantas máquinas?

*Resolução:* Para resolver esse problema é necessário analisar a relação que existe entre a quantidade de máquinas e a quantidade de açaí produzido por elas:

Tabela 1 - Regra de três simples que compara máquinas x açaí

Nº de máquinas	Açaí (L)
3	120
X	200

Fonte: Autoria própria

Percebe-se que para produzir uma quantidade maior de litros de açaí, deve-se ter mais máquinas, logo, como ambas as grandezas aumentam, o problema relaciona grandezas diretamente proporcionais e é resolvido da seguinte forma:

$$\frac{3}{x} = \frac{120}{200}$$

$$120 \times x = 3 \times 200$$

$$x = \frac{600}{120}$$

$$x = 5$$

Logo, é necessário adquirir 3 máquinas a mais para que a produção seja de 200 litros diários.



*Definição 1.2.1.1.2* – Segundo Netto e Mendes (2013), dadas duas grandezas A e B, define-se como inversamente proporcionais quando, ao aumentar a medida da grandeza A, a medida da grandeza B diminui. E ao diminuir uma delas, a outra aumenta na mesma proporção.

Através do exercício a seguir, é possível observar a aplicação da Propriedade Fundamental para solucionar o problema.

*Exemplo 1.2.1.1.2* – Belém, a Cidade das Mangueiras, é uma cidade do Pará que chove na maior parte do ano e março é o mês em que há a maior incidência de chuva. Em janeiro de 2022, o prefeito da cidade, prevendo os problemas de alagamento que ocorreriam em dois meses, resolveu iniciar uma obra de macrodrenagem nos canais da cidade. Ao entregar o projeto, o encarregado informou que os 150 operários indicados concluiriam a obra em 100 dias, o que foi recusado pelo prefeito, pois era necessário que a conclusão fosse feita em 60 dias. Quantos operários devem constar no projeto para que o serviço de macrodrenagem nos canais seja concluído em 60 dias?

*Resolução:* Para resolver esse problema é necessário analisar a relação que existe entre a quantidade de operários e os dias necessários para a conclusão das obras:

Tabela 2 - Regra de três simples que compara operários x dias de obra

Nº de operários	Tempo (dias)
 150	 100
X	60

Fonte: Autoria própria

Percebe-se que para concluir a obra em menos dias, deve-se aumentar o número de operários, assim o problema relaciona grandezas inversamente proporcionais e é resolvido invertendo a grandeza *tempo* antes de aplicar a propriedade fundamental da proporção, logo:

$$\frac{150}{x} = \frac{60}{100}$$

$$60 \times x = 150 \times 100$$

$$x = \frac{15000}{60}$$

$$x = 250$$

Logo, será necessário contratar 250 operários para que a obra seja finalizada em 60 dias.

## CAPÍTULO II

### A ABORDAGEM DE RAZÕES E PROPORÇÕES EM ALGUNS LIVROS DIDÁTICOS DO PNLD

Este capítulo tem como objetivo dar ênfase à abordagem dos assuntos Razões e Proporções em quatro livros didáticos do 7º ano escolhidos no Guia do Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD) do ano de 2020, que avalia e disponibiliza obras didáticas, pedagógicas e literárias, entre outros materiais de apoio à prática educativa às escolas de educação básica das redes públicas de ensino.

O primeiro livro didático objeto de estudo é “Apoema – Matemática”, do 7º ano. O livro é dividido em oito unidades, subdividida em capítulos e que apresentam seções que buscam contextualizar o conteúdo e interligar com a realidade do aluno.

A primeira seção é a “Antever”, que conta com perguntas que levam o estudante a resgatar conhecimentos prévios e elaborar hipóteses sobre o tema da unidade. A seção “De olho no legado” apresenta textos complementares com conteúdo histórico do tema para elucidar e despertar interesse pelo assunto. Na seção “Conviver”, o aluno é convidado a realizar tarefas em grupos utilizando diferentes linguagens, incluindo tecnológicas. A seção “...em foco” relaciona assuntos como arte e meio ambiente à Matemática. Em “Atividades” são propostas atividades sobre os assuntos estudados ao longo dos capítulos. Buscando expandir o repertório dos alunos com indicação de livros, sites, filmes, entre outros, muitos capítulos contam com a seção “Ampliar”. Para reflexões sobre temas de cunho social e cotidiano há o “Viver”. A seção “Zoom” traz curiosidades, assim como “Caleidoscópio” que apresenta o conteúdo de maneira dinâmica, interligando a Matemática com outras disciplinas do currículo escolar. Por fim, há a seção “Retomar”, que como o nome diz, traz atividades que objetivam que o aluno confirme ou refute hipóteses elaboradas ao longo da unidade.

De acordo com o Guia PNLD, são trabalhadas as unidades temáticas do componente Matemática presente na BNCC: números, álgebra, geometria, grandezas e medidas e probabilidade e estatística. Como ponto forte, o guia elege os projetos gráfico e editorial que compõem a obra, que fazem uso de imagens, gráficos, esquemas e caracteres que contribuem para a assimilação das informações, conceitos e conhecimentos previstos em cada volume. Entretanto, sobre a

possibilidade de desenvolvimento de competências gerais conforme a BNCC, afirma que “a obra apresenta condições limitadas para o desenvolvimento de algumas delas, que se apresentam minimamente nas atividades, evidenciando que a generalidade dessas competências torna seu desenvolvimento mais complexo”.

O segundo livro didático é “Araribá Mais – Matemática”, 7º ano. É dividido em quatro unidades, subdivididas em capítulos, que trazem seções que incentivam o uso de tecnologias, trabalho em grupo, resolução de desafios, cálculos mentais, relacionamento de ideias e experiências adquiridas fora do ambiente escolar e também discussão sobre quais assuntos tiveram mais ou menos dificuldades em aprender.

A seção inicial é a “Para começar”, que conta com questões propostas para identificar e mobilizar conhecimentos prévios do aluno. A seção “Vamos aplicar” apresenta atividades diversificadas a respeito do conteúdo abordado. A seção “Estatística e Probabilidade” tem o objetivo de desenvolver a interpretação e a análise de dados apresentados de várias formas, abordando temas relacionados ao conteúdo de probabilidade. A seção “Informática e Matemática” trabalha os conteúdos por meio de tecnologias digitais. Em “Educação Financeira” o aluno pode refletir sobre atitudes conscientes para o planejamento e gasto de recursos financeiros no dia a dia. Buscando expandir o repertório dos alunos com indicação de livros, sites, filmes, entre outros, muitos capítulos contam com a seção “Para conhecer mais”. Além disso, há a seção “Trabalho em equipe”, “Problemas para resolver” – que pede estratégias diferentes e criativas do estudante para solucionar atividades – e, por fim, “Para finalizar: organize suas ideias”, onde o aluno poderá avaliar seu aprendizado em cada capítulo de unidade estudada.

O Guia PNLD ressalta que o livro contextualiza as indicações da BNCC e possibilita relacionar a Matemática com situações da vida real. Além disso, destaca a diversificação de metodologias com as quais os conteúdos são abordados, a introdução informal que comunica bem com o público alvo a que se destina e que favorece o resgate de conhecimentos prévios antes de partir para o científico.

O terceiro livro didático objeto de estudo é “Matemática – Bianchini”, do 7º ano. O livro é dividido em dez capítulos estruturados que permitem encontrar com facilidade os assuntos fundamentais, exemplos, exercícios e seções especiais.

Um pouco diferente dos dois mencionados anteriormente, o Bianchini traz “Páginas de abertura”, onde o tema de cada capítulo é introduzido por meio de textos,

situações cotidianas, História da Matemática, etc Também traz “Páginas de conteúdo”, que é onde encontra-se a teoria em uma linguagem objetiva contendo exemplos e ilustrações que servem como apoio para o entendimento. Por fim, traz as “Páginas de Exercícios”, que como o próprio nome diz é uma variedade de exercícios de aplicação, exploração, sistematização e aprofundamento, em diferentes graus de dificuldade (do menor para o maior). Entra também nessa estrutura as seções “Para saber mais”, textos com informações adicionais e curiosidades sobre o assunto, “Trabalhando a informação”, com trabalhos interdisciplinares e diferentes linguagens, e “Atividades especiais”, com atividades mais desafiadoras ou atividades com temas variados na calculadora, em duplas ou grupos.

O Guia PNLD afirma que a obra trata a Matemática como uma linguagem humana e, como tal, tem poder de expressar pensamentos. Além disso, a apresentação dos conteúdos é feita de maneira diversificada, com a presença de quadrinhos, matérias publicadas em diferentes mídias, etc. Dessa forma, as habilidades presentes na BNCC são trabalhadas no ano escolar correspondente e também retomadas em algumas situações ao longo dos quatro volumes da coleção.

O quarto livro analisado e também presente no Guia do Livro Didático 2020, é “Matemática – Compreensão e Prática – 7º ano”. Ele traz o conteúdo dividido em onze capítulos com uma estrutura diversificada a ser detalhada a seguir.

Cada capítulo inicia com “É hora de observar e discutir”, essa seção possibilita que o aluno comece a refletir sobre o conteúdo que será estudado considerando conhecimento adquiridos em anos de estudo anteriores, assim como ela, também há “Trocando ideias”, abordando uma situação introdutória, e “Um pouco de história”, que contextualiza o conteúdo através da História da Matemática. Depois disso o conteúdo é, de fato, apresentado através de uma linguagem clara e objetiva que retoma o que foi discutido e entrega ao aluno os conceitos relacionados aos assuntos. Por fim, após cada conteúdo estudado, são propostas atividades com nível de dificuldade crescente que podem ser no estilo “Resolvendo em equipe” ou “Trabalhando os conhecimentos adquiridos”, essa última seção contém uma ampla quantidade de exercícios de revisão e autoavaliação, como também exercícios mais simples e nível “Desafio”, inclusive com questões do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM).

O Guia PNLD tece algumas críticas a respeito do livro, pois afirma que embora as seções de introdução deem a oportunidade de questionamentos significativos, no momento do conteúdo as situações são deixadas de lado para a apresentação direta

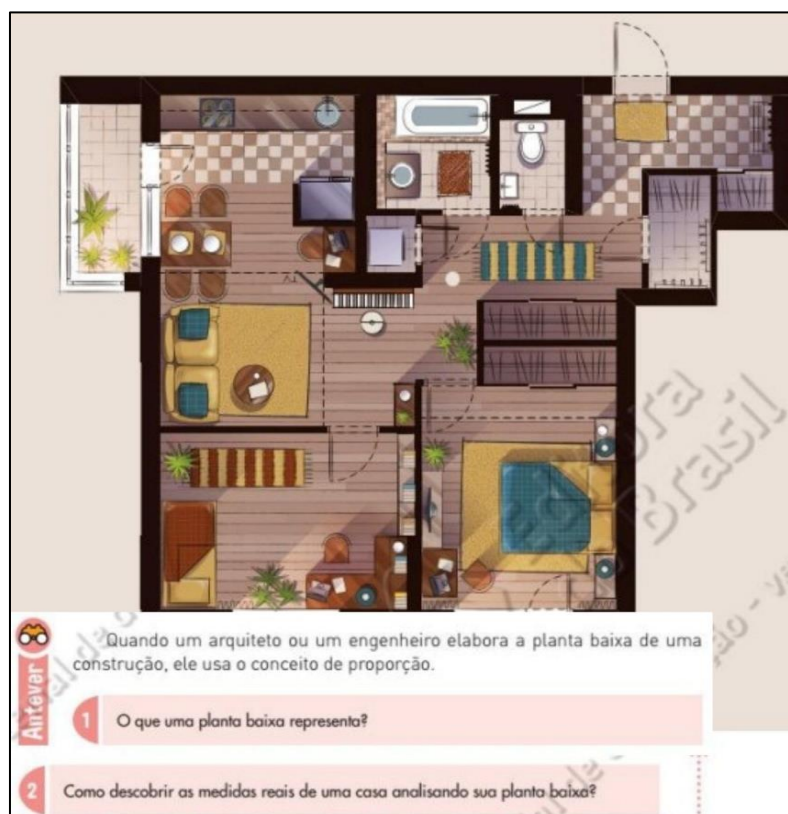
do conteúdo, o que considera ser um fator limitante na participação do aluno na construção do conhecimento, onde ele se torna um expectador de procedimentos. Em contraponto afirma que as seções especiais têm maior potencial para desenvolver as habilidades da Base, já que requerem uma presença mais ativa das ideias dos estudantes.

## 2.1 Livro “Apoema – Matemática”

O livro didático “Apoema – Matemática” do autor Adilson Logen foi produzido no ano de 2018 e consta no Guia do PNLD 2020 para turmas do 7º ano. Com a finalidade de analisar a abordagem que traz sobre a temática, utilizou-se a “Unidade 6: Proporções, Capítulo 19: Razões e proporções”.

A unidade começa com a seção “Antever” utilizando imagens de plantas baixas de uma construção como exemplo, nele é possível perceber a proporcionalidade e trabalhar o conceito de escalas para associar à ideia de razão. Essa seção contém a figura e duas perguntas contidas na Figura 4 a seguir:

Figura 4 - Seção Antever: planta baixa



Fonte: Acervo do livro Apoema - Matemática

Percebe-se que o livro utiliza uma questão (1) que exige uma resposta direta do aluno, mas também traz uma segunda (2) que pede reflexão e elaboração de uma

hipótese que possibilitará a percepção a respeito da relação entre as dimensões de um desenho e os objetos por ele representados.

Na sequência, inicia-se o Capítulo 19: Razões e proporções com a construção do conceito de razão através de uma situação-problema envolvendo a velocidade média de um carro em uma rodovia, ou seja, relacionando espaço e tempo. Essa abordagem também possibilita desenvolver no aluno a Competência Específica 3 da BNCC, que pretende que ele compreenda relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática e de outras áreas do conhecimento.

Seguindo, o livro apresenta outra situação relacionada ao conceito de razão que envolve escala; diferente da abordagem anterior, que envolvia duas grandezas diferentes, nesse momento traz grandezas de mesma natureza, a saber, comprimento.

Após a apresentação do conceito de razão, o livro didático aborda a seção de Atividades, essa contém oito problemas, dentre os quais há questões diretas, como mostrado na Figura 5, assim como problemas com o tema, Figura 6.

Figura 5 - Questão direta

1 Escreva a razão correspondente:

a) de 18 para 9; 2	d) de 0,5 para 0,25; 2
b) de 9 para 18; $\frac{1}{2}$	e) de 0,25 para 0,5; $\frac{1}{2}$
c) de 3 para 36; $\frac{1}{12}$	f) de 4 para 36; $\frac{1}{9}$

Fonte: Acervo do livro Apoema - Matemática

Figura 6 - Questão problema

7 Maurício observou, em uma viagem, que com 1 litro de combustível, seu carro percorria 11 quilômetros, isto é, o consumo era  $\frac{1}{11}$ . Sabendo que ele percorreu, ao todo, 330 quilômetros, quantos litros de combustível gastou? 30 litros

Fonte: Acervo do livro Apoema - Matemática

Através das atividades propostas, o livro didático põe em prática o que pede a Habilidade EF07MA09 da BNCC, permitindo associar a ideia de razão e fração para expressar partes de uma mesma grandeza ou de grandezas distintas.

A próxima seção do livro é “Conviver”, em grupo de três alunos, deve-se resolver dois problemas: o primeiro relacionado à razão e geometria e o segundo envolvendo densidade demográfica.

Da mesma maneira, apresentado através de uma situação-problema (Figura

7), define-se e descreve-se o conceito de proporção em linguagem matemática, assim como sua principal propriedade (produto dos meios é igual ao produto dos extremos). Ambos são utilizados para resolver situações propostas posteriormente, onde o estudante pode até mesmo lembrar outros conteúdos, como equações polinomiais do 1º grau e conversão de medidas. Esse ponto é seguido por mais oito atividades que buscam verificar se o aluno compreendeu a propriedade e sabe como aplicá-la.

Figura 7 - Apresentação do conceito de proporção

Observe a seguir uma situação que envolve escala.

Uma arquiteta projetou a planta de um pequeno apartamento. Ela desenhou a planta na escala 1 : 200. Se na planta a largura de determinada parede é de 3 cm, qual é a medida real correspondente a esses 3 cm?

Como a planta está na escala 1 : 200, cada 1 cm na planta corresponde a 200 cm de medida real. Assim, temos:

$$\frac{1}{200} = \frac{3 \text{ cm}}{x \text{ cm}} \text{ ou } \frac{1}{200} = \frac{3}{x} \rightarrow \text{proporção}$$


Resposta:

1. Qual é o valor de x na proporção acima?
2. Como você obteve esse valor?

Fonte: Acervo do livro *Apoema - Matemática*

O fecho do capítulo é com a seção denominada “*Culinária em foco*” que traz uma receita e solicita que o estudante aplique a ideia de proporcionalidade ao sugerir que o rendimento dobre, triplique, reduza pela metade, entre outros.

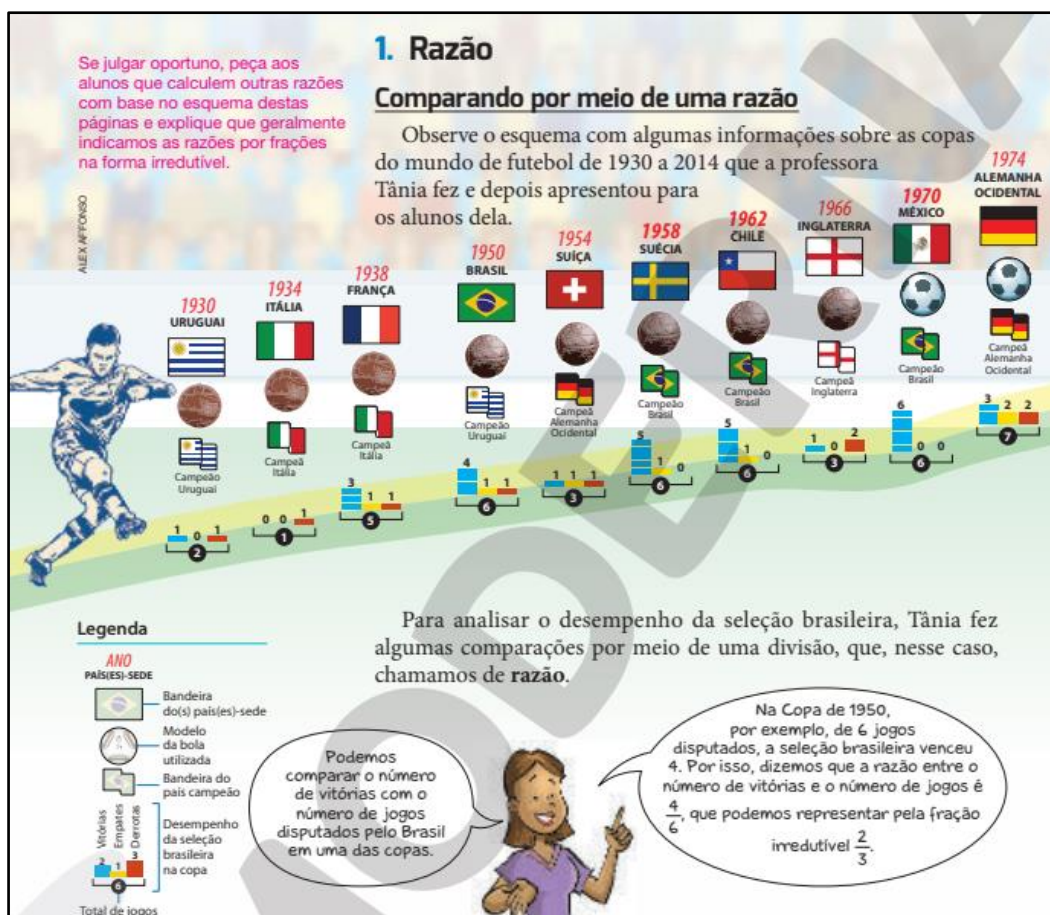
## 2.2 Livro “Araribá Mais – Matemática”

O livro didático “Araribá Mais – Matemática”, obra coletiva da Editora Moderna dos editores Mara Gay e Willian Silva, foi produzido no ano de 2018 e consta no Guia do PNL D 2020 para turmas do 7º ano. Com a finalidade de analisar a abordagem que traz sobre a temática, utilizou-se a “Unidade 4, Capítulo 11: Proporção e aplicações.

Para introduzir o conceito de razão, o livro toma por base uma situação que propõe a comparação entre duas quantidades: número de jogos e número de vitórias de times nacionais de futebol durante copas do mundo. Essa comparação permite

colocar em prática o que pede a Habilidade EF07MA09 da BNCC, pois utiliza, na resolução de problemas, a associação entre razão e fração.

Figura 8 - Introdução do conceito de razão



Fonte: Acervo do livro Araribá Mais - Matemática

Ainda seguindo nesse contexto, o livro sugere que os alunos calculem o desempenho das seleções utilizando a forma percentual.

Dos oito primeiros problemas apresentados, apenas um trata-se de uma questão direta, Figura 9, os demais são questões contextualizadas acerca do tema.

Figura 9 - Questão Direta

**2** Descubra os números de acordo com cada afirmação.

a) A razão entre um número e  $\frac{2}{3}$  é 1.  $\frac{2}{3}$

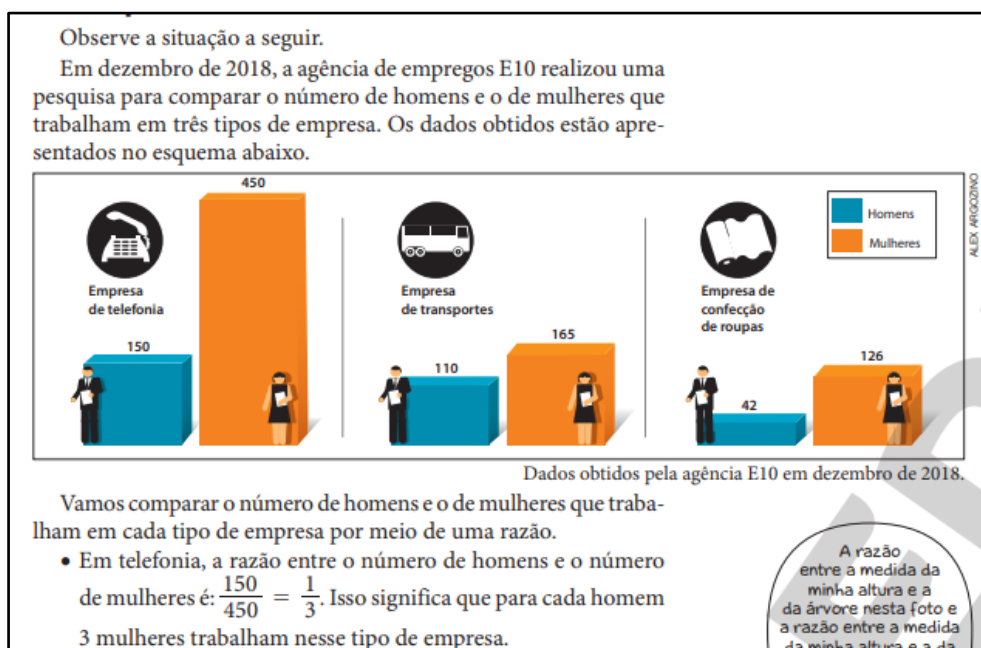
b)  $\frac{1}{7}$  é a razão entre 14 e um número. 98

c) A razão entre 0,25 e um número é  $-0,5$ .  $-0,5$

Fonte: Acervo do livro Araribá Mais - Matemática

O livro inicia logo em seguida o tópico de Proporção, introduzindo o conceito através do problema apresentado na Figura 10 a seguir:

Figura 10 – Introdução do conceito de Proporção



Fonte: Acervo do livro Araribá Mais - Matemática

Ressalta-se que o tópico trabalha a habilidade EF07MA17 da BNCC porque envolve atividades que trazem variação de proporcionalidade direta e inversa entre números, isso fornece subsídios para que sejam resolvidos problemas envolvendo grandezas diretamente e inversamente proporcionais.

O ponto seguinte é a apresentação da propriedade fundamental da Proporção, dando ênfase ao fato de que os alunos não devem apenas memorizar o que ela diz, mas sim atribuírem significado a mesma, de modo que possam aplicá-la na resolução de problemas. Inicialmente a apresentação é feita por meio de uma situação

problemas que gera a conclusão; logo em seguida o livro demonstra aos alunos que a propriedade é válida para toda e qualquer proporção e, só assim, finaliza com o conceito em si.

Um novo bloco de atividades é apresentado para encerrar o tópico e ele contém três questões de desenvolvimento diretas e outras três contextualizadas como é possível verificar na Figura 11 que segue.

Figura 11 - Exercícios sobre proporção

VAMOS APLICAR
3 15 10 15 3 2 10 2 2 10 2 3 15 10 15 3
FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**1** Copie no caderno apenas as razões que formam proporções. alternativas a, c, d e e

a)  $\frac{4}{10}$  e  $\frac{2}{5}$                       d)  $\frac{1,5}{6}$  e  $\frac{0,5}{2}$

b)  $\frac{8}{32}$  e  $\frac{2}{7}$                         e)  $\frac{35}{28}$  e  $\frac{5}{4}$

c)  $\frac{9}{0,25}$  e  $\frac{81}{2,25}$                 f)  $\frac{148}{93}$  e  $\frac{37}{24}$

**2** Descubra todas as proporções com os termos 2, 3, 10 e 15.

**3** Sabendo que 42 está para x, assim como 252 está para 186, calcule o valor de x. 31

**4** Para animar o acampamento das crianças, o cozinheiro inventou uma brincadeira. A cada 15 biscoitos, 4 seriam recheados. Se, no final da brincadeira, a garotada encontrou 12 biscoitos recheados, quantos biscoitos foram feitos? 45 biscoitos

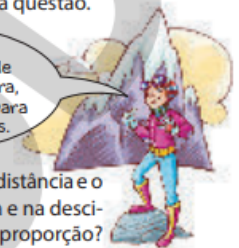
**5** Leia atentamente o que a garota está dizendo e, depois, responda à questão.

Para escalar aquela montanha de 220 metros de altura, levei 40 minutos e, para descer, 30 minutos.

• As razões entre a distância e o tempo, na subida e na descida, formam uma proporção? Justifique sua resposta. não, pois:  $\frac{220}{40} \neq \frac{220}{30}$

**6** Considerando que, em um mesmo instante do dia, as razões entre a altura de um objeto e o comprimento da sombra projetada por ele formam uma proporção, resolva o problema a seguir.

Em certo horário do dia, Eduardo, que tem 1,80 m de altura, projeta uma sombra de 3 m de comprimento. No mesmo instante, uma árvore projeta uma sombra de 7 m de comprimento. Qual é a medida da altura da árvore? 4,2 m


  
DEIGO MUNHOZ

Fonte: Acervo do livro Araribá Mais - Matemática

O capítulo sobre razões e proporções ainda apresenta um aprofundamento nos estudos trazendo situações que permitem entender a diferença entre relações diretamente proporcionais e inversamente proporcionais com mais cinco questões de aplicação.

### 2.3 Livro “Matemática – Bianchini”

O livro didático “Matemática - Bianchini”, do autor Edward Bianchini, foi produzido no ano de 2015 (8ª edição) e consta no Guia do PNLD 2020 para turmas do 7º ano. Com a finalidade de analisar a abordagem que traz sobre a temática, utilizou-se o “Capítulo 8: Razões e Proporções”.

O capítulo inicia bem direto apresentando duas situações: (Figuras 12 e 13)

Figura 12- Situação 1

**A bicicleta pode ser mais rápida?**

Em uma quarta-feira do mês de março de 2015, foi proposto um desafio a algumas pessoas: elas deveriam se deslocar da praça General Gentil Falcão, no bairro do Brooklin, zona sul da cidade de São Paulo, ao edifício da Prefeitura da Cidade de São Paulo, no centro. Nesse percurso, algumas pessoas utilizaram um destes meios: moto, carro, ônibus, trem e metrô, bicicleta por vias calmas, bicicleta por vias rápidas, bicicleta e metrô ou skate. Outras pessoas foram caminhando com passo normal e outras, correndo.

O primeiro a chegar à sede da Prefeitura foi o ciclista que utilizou as vias rápidas. Ele fez o percurso de 10 km em 20 minutos.

O quadro ao lado apresenta os cinco primeiros colocados e os respectivos tempos.

9º Desafio Intermodal de São Paulo	
Modo	Tempo (s)
Bicicleta por vias rápidas	1.209
Motocicleta	1.387
Bicicleta dobrável + metrô	2.775
Ônibus	3.238
Carro	3.585

Dados obtidos em: <www.ciclobr.org.br>.  
Acesso em: 3 mar. 2015.

Fonte: Acervo do livro Matemática - Bianchini

A partir da situação apresentada, o livro mostra que é possível relacionar os tempos obtidos pela bicicleta e pelo carro através de uma divisão entre esses tempos, concluindo que o quociente obtido é chamado de razão, além de explicar o que ela representa nessa situação.


Figura 13 - Situação 2

**Situação 2**

A primeira fase do vestibular Fuvest 2015 aconteceu em 30 de novembro de 2014. Os 141.888 inscritos concorreram a 11.177 vagas, sendo 11.057 vagas dos 249 cursos da Universidade de São Paulo (USP) e 120 vagas da Faculdade de Ciências Médicas da Santa Casa de São Paulo (FCMSCSP).

Dados obtidos em: <www.folha.uol.com.br>.  
Acesso em: 2 mar. 2015.

Vista aérea da Universidade de São Paulo, São Paulo, SP.  
(Foto de 2012.)



JOVINAL PEREIRA PULGAR MAGENS  
FABIO EUGÊNIO

Fonte: Acervo do livro Matemática - Bianchini

A situação 2 traz uma notícia e, a partir dela, o livro propõe duas razões, onde compara i) o número de vestibulandos e o número de vagas ofertadas pela Fuvest e ii) o número de vagas ofertadas pela USP e pela FCMSCSP. Novamente, para

reforçar, o livro afirma que “razão entre dois números é o quociente entre eles, com o segundo diferente de zero” (BIANCHINI, 2015).

Em seguida, são propostas atividades, no total de cinco, todas questões com situações problemas e interpretativas, contendo imagens ilustrativas e tabelas.

O tópico seguinte é a respeito de razão entre grandezas de mesma natureza. A obra traz, novamente, duas situações problemas: a primeira compara quadrados de medidas de lados diferentes em centímetros e mostra que a razão entre os lados, os perímetros e as áreas desses quadrados são as mesmas; a segunda situação compara a capacidade de uma caixa d’água (litros) e uma piscina (metros cúbicos), mostrando ao aluno que, para determinar a razão, é necessário inicialmente fazer a conversão e escrever as duas grandezas na mesma unidade de medida. Nessa seção, outras cinco atividades são apresentadas e apenas uma delas é uma questão direta, as demais são questões contextualizadas.

Ainda nesse segmento de razão entre grandezas de mesma natureza, o livro dedica uma seção completa para o assunto “Escala”, com uma situação (Figura 14), quatro exemplos resolvidos em detalhes e oito atividades contextualizadas sobre o assunto.

Figura 14 - Escala

**Escala**

Observe o mapa ao lado.

Nele, a distância entre Porto Alegre e Florianópolis, em linha reta, é 1,9 cm. A distância real, em linha reta, entre essas duas cidades é 380 km.

Vamos calcular a razão entre a distância que está no mapa e a distância real entre as duas cidades. Para isso, precisamos expressá-las em uma mesma unidade de medida.

Transformamos 380 km (distância real) em centímetro:

$$380 \text{ km} = 38.000.000 \text{ cm}$$

Portanto, a razão procurada é dada por:

$$\frac{1,9}{38.000.000} = \frac{1}{20.000.000} = 1 : 20.000.000$$

A razão 1 : 20.000.000 significa que cada centímetro no mapa corresponde a 20.000.000 cm reais, isto é, cada centímetro corresponde a 200 km. Em um mapa, indicamos isso assim:



A esse tipo de razão chamamos de **escala**.



REGIÃO SUL DO BRASIL  
MATO GROSSO DO SUL, PARANÁ, SANTA CATARINA, RIO GRANDE DO SUL, SÃO PAULO, PARAGUAI, ARGENTINA, URUGUAI, OCEANO ATLÂNTICO, Curitiba, Florianópolis, Porto Alegre, ANDERSON DE ANDRADE PIENHTEL

Dados obtidos em: IBGE. *Atlas geográfico escolar*. Rio de Janeiro: IBGE, 2012. p. 90.

Fonte: Acervo do livro Matemática - Bianchini

A obra trata também da razão entre grandezas de naturezas distintas, trazendo


os conceitos clássicos da velocidade média (distância e tempo), densidade demográfica (número de habitantes e área da região) e consumo médio (distância e volume de combustível), seguidos por atividades de fixação. No entanto, um conceito diferente dos exemplos usuais ilustra esse tópico, que é a respeito da gramatura do papel, que envolve sua massa e área como mostrado na Figura 15 a seguir:

Figura 15 - Gramatura de um papel

**Gramatura de um papel**

Observe, ao lado, o pacote de papel para impressão.

Na parte inferior da embalagem, está escrito  $75 \text{ g/m}^2$ . Isso significa que cada metro quadrado desse papel tem 75 g de massa.



A esse tipo de razão chamamos de **gramatura**.

$$\text{gramatura} = \frac{\text{massa do papel}}{\text{área do papel}}$$

Note que as grandezas **massa** e **área** são de naturezas diferentes. Por isso, a razão não é expressa só por um número, mas por um número acompanhado da unidade de medida correspondente.

Nesse exemplo, a razão (gramatura) é dada por  $75 \text{ g/m}^2$  (lemos: "setenta e cinco gramas por metro quadrado").

Fonte: Acervo do livro Matemática - Bianchini

Finalizando o conceito de razão, a obra entra em proporção. Através de uma situação-problemas criada pelo autor, chega-se no conceito de uma maneira direta, assim como também nomeia os termos que constam na proporção e como fazer a verificação se números formam proporções. Seguindo a isso há sete exercícios propostos para fazer a assimilação do conceito.

Em seguida é apresentada a propriedade fundamental da proporção, Figura 16, a primeira que não foi precedida por uma situação, onde o autor deu preferência para inserir o conceito de uma maneira direta apenas informando ao aluno do que se tratava e como utilizá-la para reconhecer quando duas frações formavam uma proporção. Houve uma inversão de estratégia nesse tópico, pois os problemas resolvidos vieram após a apresentação desse conceito, mostrando como era possível aplicar a propriedade em uma situação hipotética da construção de uma maquete.

Figura 16 - Propriedade fundamental da proporção

**5 Propriedade fundamental das proporções**

Considere a proporção  $\frac{6}{5} = \frac{18}{15}$ .

- Os extremos dessa proporção são 6 e 15, e seu produto é 90.
- Os meios são 5 e 18, e seu produto também é 90.

Perceba que, nessa proporção, o produto dos meios é igual ao produto dos extremos.

Considere estas outras proporções.

a)  $\frac{0,9}{0,6} = \frac{15}{10}$   
 Note que:

$$\frac{0,9 \cdot 10}{9} = \frac{0,6 \cdot 15}{9}$$

produto dos extremos  $\uparrow$   $\uparrow$  produto dos meios

b)  $\frac{8}{12} = \frac{12}{18}$   
 Observe que:

$$\frac{8 \cdot 18}{144} = \frac{12 \cdot 12}{144}$$

produto dos extremos  $\uparrow$   $\uparrow$  produto dos meios

Isso acontece em todas as proporções.

Em toda proporção, o produto dos extremos é igual ao produto dos meios.

Essa é a **propriedade fundamental das proporções**.

Fonte: Acervo do livro Matemática - Bianchini

O livro finaliza esse capítulo com oito atividades e mais treze exercícios complementares com questões de vestibulares e concursos a respeito do assunto.

#### 2.4 Livro “Matemática – Compreensão e Prática”

O livro didático “Matemática – Compreensão e Prática”, do autor Ênio Silveira, foi produzido no ano de 2015 (3ª edição) e consta no Guia do PNLD 2020 para turmas do 7º ano. Com a finalidade de analisar a abordagem que traz sobre a temática, utilizou-se dois capítulos “Capítulo 7: Razão” e “Capítulo 9: Proporção”.

Para introduzir o conceito de razão, o capítulo inicia com a imagem de uma retroescavadeira em uma construção. A partir disso, propõe que os alunos que observem e discutam entre si as perguntas que constam na Figura 17 a seguir:

Figura 17 - Introdução do conceito de razão

▶ **É HORA DE OBSERVAR E DISCUTIR**

Retroescavadeira é um trator com duas pás: uma na parte dianteira e outra na parte traseira. Na imagem abaixo, as medidas dos diâmetros das rodas traseiras e dianteiras da retroescavadeira são, respectivamente, 1 208 mm e 755 mm.

▶ Como poderíamos representar uma relação entre as medidas dos diâmetros das rodas traseira e dianteira nessa ordem? Poderia ser por meio da divisão de uma medida pela outra, expressa por uma fração:  $\frac{1208}{755}$ .

▶ Quanto uma medida é maior que a outra em porcentagem? 60%

Fonte: Acervo do livro Matemática - Compreensão e Prática

É esperado que com base na fotografia e nas perguntas, os alunos debatam e cheguem a ideias básicas do que é uma razão entre dois números, ainda que sem o conceito formal da mesma. Antes de chegar ao conceito em si, é apresentado mais uma situação-problema (Figura 18) que, após a análise a respeito de gols que determinados jogadores marcaram em partidas e que a obra apresenta o conceito. Além desse, mais três exemplos figuram o livro antes de dar início a seis atividades, todas contextualizadas.

Figura 18 - Situação-problema para o conceito de razão

Os jogadores James Rodriguez (Colômbia), Thomas Müller (Alemanha), Neymar (Brasil), Messi (Argentina) e Van Persie (Holanda) foram os cinco maiores artilheiros da Copa do Mundo de Futebol realizada no Brasil, em 2014. Eles marcaram 6, 5, 4, 4 e 4 gols, respectivamente.

O rendimento de cada jogador pode ser obtido pela **razão** entre o número de gols que cada um desses jogadores marcou e o número de partidas que cada um deles disputou:


James Rodriguez:  $\frac{6}{5}$  (6 gols em 5 jogos)

Thomas Müller:  $\frac{5}{7}$  (5 gols em 7 jogos)

Neymar:  $\frac{4}{5}$  (4 gols em 5 jogos)

Messi:  $\frac{4}{7}$  (4 gols em 7 jogos)

Van Persie:  $\frac{4}{6}$  (4 gols em 6 jogos)



Neymar e James Rodriguez no jogo entre Brasil e Colômbia, em Fortaleza (CE), 2014.

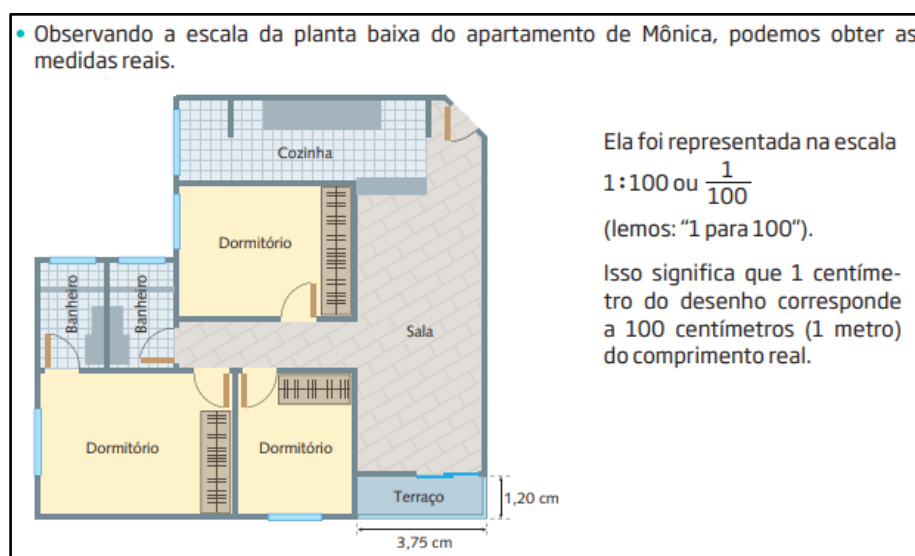
A razão entre dois números,  $a$  e  $b$ , com  $b \neq 0$ , nessa ordem, é dada por  $\frac{a}{b}$ .

Oriente os alunos que, para o cálculo da razão, eles devem seguir a ordem em que os dados foram fornecidos. Por exemplo:

Fonte: Acervo do livro Matemática - Compreensão e Prática

O tópico seguinte do livro é a respeito de razões com grandezas de mesma natureza, embora traga duas situações distintas que compara medidas entre alturas e comprimento de figuras, mais uma vez percebe-se – ainda que em uma obra diferente – o conceito de escala (Figura 19) sendo apresentado com destaque. Seguem dez atividades desse tema.

Figura 19 - Escala



Fonte: Acervo do livro Matemática - Compreensão e Prática

O próximo tópico é o de grandezas de naturezas distintas, com destaque as que levam nomes especiais, como consumo médio (distância e quantidade de litros de gasolina), densidade demográfica (número de habitantes e área do local) e velocidade média (distância e tempo). Para além desses, há um conceito que não é possível de encontra-se com frequência nos livros didáticos, nesse caso, sobre a densidade de um corpo (Figura 20) que envolve a massa de um corpo e seu volume. Após essa seção há mais nove atividades para aplicar os conhecimentos obtidos e, por ser o fim do capítulo, há também a revisão que traz questões diretas, contextualizadas e, em sua maioria, do ENEM.

Figura 20 - Densidade de um corpo

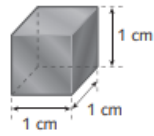
**Densidade de um corpo** Lembre aos alunos que o volume é a medida do espaço que um corpo ocupa.

Um cubo de ferro de 1 cm de aresta tem massa igual a 7,8 g. A razão entre a medida da massa e o seu volume é dada por:

$$\frac{7,8 \text{ g}}{1 \text{ cm}^3} = 7,8 \text{ g/cm}^3 \rightarrow \text{Lemos: "sete vírgula oito gramas por centímetro cúbico".}$$

Essa razão, que representa a densidade do ferro, significa que 1 cm<sup>3</sup> de ferro tem 7,8 g de massa.

A razão entre a medida da massa de um corpo e o seu volume é denominada **densidade**.



Volume:  $(1 \cdot 1 \cdot 1) \text{ cm}^3 = 1 \text{ cm}^3$

Fonte: Acervo do livro Matemática - Compreensão e Prática

Na obra de Ênio Silveira há o intervalo de um capítulo para iniciar o de Proporções, a obra intercala com o assunto de Probabilidade e Estatística para, então, dar início ao tópico que compara razões. Assim como o Capítulo 7: Razões, o Capítulo 9: Proporções também traz uma imagem, nesse momento de um aquário com peixes coloridos e complementa com as seguintes questões apresentadas na Figura 21, intencionando atrelar o conceito de proporção como uma igualdade entre duas razões.

Figura 21 - Situação-problema para o conceito de proporção

**É HORA DE OBSERVAR E DISCUTIR**

O aquarismo é a prática de criar peixes, plantas e outros organismos aquáticos em recipientes de vidro, acrílico ou plástico, conhecidos como aquários, para fim ornamental ou de estudo.

Lia montou um belo aquário com estas dimensões:  
comprimento: 0,80 m; largura: 0,40 m; altura: 0,60 m

Ana, sua prima, montou outro aquário com as seguintes dimensões:  
comprimento: 1,20 m; largura: 0,60 m; altura: 0,90 m

Responda:

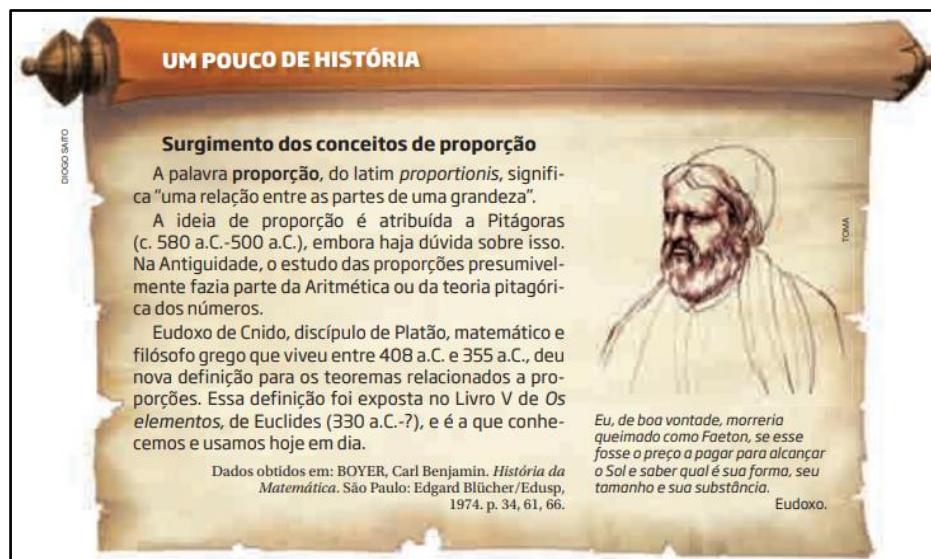
- ▶ Qual é a razão entre as medidas de comprimento dos aquários de Lia e de Ana?  $\frac{2}{3}$
- ▶ Qual é a razão entre as medidas das larguras dos aquários de Lia e de Ana? E a razão entre as medidas das alturas desses aquários?  $\frac{2}{3}$
- ▶ Quais seriam as medidas de comprimento, largura e altura de um aquário cujas dimensões correspondessem a  $\frac{3}{5}$  das dimensões do aquário de Ana?  $0,72 \text{ m} \times 0,36 \text{ m} \times 0,54 \text{ m}$

Fonte: Acervo do livro Matemática - Compreensão e Prática

O próximo ponto da obra é conceituar, através de outro exemplo prático e direto – a quantidade de álcool e gasolina para abastecer carros com capacidades de tanques diferentes – proporção. O que segue a isso é um texto (Figura 22) a respeito da história sobre o surgimento dos conceitos de proporção como fonte de curiosidade. Juntamente a esse ponto, o livro apresenta quais elementos compõe uma proporção,

com a determinação dos nomes dos termos, seguidos por quatro atividades simples e diretas.

Figura 22 - História do conceito de proporção



Fonte: Acervo do livro Matemática - Compreensão e Prática

Tendo entregue o conceito e a nomeação dos termos, o próximo item é falar a respeito da propriedade fundamental da proporção. Inicia-se com uma situação-problema envolvendo escala e, através dela, questiona-se como o aluno poderia obter a medida real da figura em questão tendo a dimensão da miniatura. Após resolver a questão, assim como o livro "Araribá Mais – Matemática", o autor também demonstra como a propriedade é válida para qualquer proporção. Antes de seguir com as atividades, pode-se encontrar dois exemplos resolvidos com detalhes para que o aluno possa tirar suas dúvidas antes de aplicar os conhecimentos adquiridos.

Finalizando o Capítulo 9, o livro dedica duas seções para sequências diretamente proporcionais, contendo cinco exemplos e dez exercícios de aplicação, e sequências de números inversamente proporcionais, contendo dois exemplos e nove exercícios. Além disso, há uma seção que requer trabalho em equipe, e a última para resolver questões de nível um pouco mais avançado.

## CAPÍTULO III

### O CONFLITO ENTRE PREÇOS E QUANTIDADES DE PRODUTO

Neste capítulo o objetivo é dar ênfase às estratégias que o mercado utiliza para alavancar a venda de produtos e como a Matemática, mais especificamente o uso da razão e proporção, pode ser uma aliada no momento em que o consumidor necessite analisar se está sendo lesado na hora da compra. Aborda-se, entre tópicos, o uso da matemática para o exercício da cidadania, os direitos do consumidor no que tange à anúncios de produtos, propaganda enganosa e artifícios de enganação do consumidor e de que forma é possível utilizar a matemática para comprar de maneira consciente sem ser ludibriado por tais estratégias.

#### 3.1 O uso da Matemática para o exercício da cidadania

A palavra *cidadania* deriva do latim *civitas*, ela designa a qualidade de ser cidadão, um “indivíduo no gozo dos direitos civis e políticos de um Estado” (CIDADÃO, 2015). Nesse contexto, ao considerar que a cidadania está relacionada às condições sociais, é necessário que o ensino e aprendizagem das escolas não estejam desvinculados da realidade social vivenciada, ou seja, que o conhecimento adquirido em sala de aula possibilite ao estudante criticar questões históricas, políticas, sociais e econômicas.

Ao estudar a BNCC é possível perceber que o ensino da matemática, atualmente, deve ser voltado e pautado no desenvolvimento de competências e habilidades, isso significa que é necessário ultrapassar a matemática puramente teórica e chegar a um ponto de aplicação da mesma na vida cotidiana, ou seja, o aluno não deve somente absorver os conceitos, mas saber como utilizá-los no dia a dia.

Frequentemente, constata-se que mesmo estudantes que demonstram certa habilidade nos cálculos matemáticos, quando expostos a situações que envolvem problemas cotidianos, em que se faz necessário o conhecimento matemático escolar, não conseguem verificar sua aplicabilidade ou demonstram dificuldade em interpretar o resultado obtido. Talvez isso aconteça por causa de ausência, nas escolas, de práticas que os ajudem a se apropriarem dos sentidos e significados matemáticos. (HALMENSCHLAGER, 2001, p.45).

No que tange ao exercício da cidadania, a matemática é capaz de auxiliar na administração de finanças, compra e venda de produtos, comparação de preços, compreender os impostos que são pagos, interpretar contas do dia a dia – como

contas de água e energia – entre outros. Uma das missões do professor é mostrar aos alunos essas possibilidades, de forma que vejam que a matemática não é uma ciência isolada, mas sim de grande utilidade na compreensão do mundo em que vivem.

### Segundo Fiorentini

O modo de ensinar sofre influência também dos valores e das finalidades que o professor atribui ao ensino da matemática, da forma como concebe a relação professor-aluno e, além disso, da visão que tem de mundo, de sociedade e de homem. (FIORENTINI, 1995, p.4)

Sendo assim, é possível considerar que a matemática é capaz de constituir a cidadania na medida em que se coloca à luz a compreensão e tomada de decisões diante de questões políticas e sociais que dependem de leitura e interpretação de informações que incluem dados estatísticos, índices, gráficos e tabelas. Logo, para exercer cidadania também é necessário medir, calcular, argumentar e tratar informações. Dessa forma, os instrumentos e conhecimentos matemáticos são condições necessárias para que os alunos consigam participar e interferir na sociedade em que vivem.

### 3.2 Os direitos do consumidor no que diz respeito à propaganda

De acordo com o site do Serasa Experian,

Os direitos dos consumidores são um conjunto de princípios jurídicos associados às relações de consumo existentes entre o cliente e a empresa prestadora de serviços ou de vendas. Sua principal finalidade é melhorar relações comerciais que, normalmente, não ocorrem de forma equilibrada — considerando que a organização apresenta um poder econômico mais elevado que o consumidor. (SERASA EXPERIAN, 2022)

A Lei Nº 8.078, de 11 de setembro de 1990 versa sobre os direitos do consumidor, sob sua proteção e outras providências. Em sua seção III que fala sobre as regras de publicidade, o artigo 37, em seus parágrafos 1º e 3º afirma que

Art. 37. É proibida toda publicidade enganosa ou abusiva.

§ 1º É enganosa qualquer modalidade de informação ou comunicação de caráter publicitário, inteira ou parcialmente falsa, ou, por qualquer outro modo, mesmo por omissão, capaz de induzir em erro o consumidor a respeito da natureza, características, qualidade, quantidade, propriedades, origem, preço e quaisquer outros dados sobre produtos e serviços.

(...)

§ 3º Para os efeitos deste código, a publicidade é enganosa por omissão quando deixar de informar sobre dado essencial do produto ou serviço. (BRASIL, 1190)

Dessa maneira, todo e qualquer estabelecimento de vendas deve seguir essas normas e, como consumidores, cabe a fiscalização se está sendo cumprido o que

preconiza a lei para a própria proteção. Entretanto, não é difícil encontrar pessoas em mercados, principalmente, que não só não tem entendimento a respeito da lei como também não possuem ferramentas para mensurar se estão sendo lesadas na hora de comprar produtos.

Um projeto de lei (PL) que tramitou na câmara dos deputados em 2015, dispunha sobre a uniformização das informações relativas às quantidades constantes nos rótulos das embalagens de produtos manufaturados.

Pela proposta, cada embalagem deverá informar a quantidade de seu conteúdo de acordo com a unidade de medida apropriada, quilograma, litro ou metro. Assim, um pacote de sabão em pó, por exemplo, deverá ter na embalagem a informação com conteúdo de 0,5 litro em vez de 500 mililitros. (MIRANDA, 2016)

Essa medida buscava sanar a dificuldade que o consumidor tinha no momento de comprar produtos fracionados e comparar os preços entre concorrentes, além disso, o PL também previa que o estabelecimento informasse ao comprador o preço de venda equivalente ao conteúdo de uma embalagem de medida inteira.

Uma outra prática que se tornou comum recentemente, segundo o site da CNN Brasil, é a chamada “reduflação”, neologismo que vem das palavras redução e inflação. Isso ocorre quando as empresas, ao invés de aumentar o preço dos produtos, acaba por reduzir a embalagem e conteúdo, mas sem que haja queda nos preços. Na prática, embora não seja considerada uma prática ilegal, trata-se de uma estratégia de venda que obscurece o preço real, pois o consumidor acredita estar adquirindo o produto pelo mesmo valor, no entanto, está obtendo uma quantidade menor.

Tanto na questão de produtos fracionados quanto na de ‘reduflação’, o consumidor, ao se munir de ferramentas matemáticas, pode estar preparado para comprar com consciência e exercer com plenitude seu direito de escolha. A seção seguinte é dedicada a mostrar de que maneiras os assuntos de razão e proporção podem ser aliados nesse momento.

### **3.3 O uso da razão e proporção enquanto ferramenta para compra consciente**

Há diferentes formas que empresas utilizam como decisões estratégicas de vendas, muitas vezes o produto inalterado há anos, aparece nas gôndolas de supermercado com uma nova roupagem que quase passa despercebida pelo consumidor, seja para atender a demanda de consumo, padronizar a gramatura do produto, entre outros, o importante é que, além de estar atento ao fato que há regras

sobre como informar claramente sobre as mudanças em conformidade com a legislação vigente, o comprador precisa utilizar estratégias que permitam uma compra consciente.

Inúmeros produtos da mesma marca, inclusive, são oferecidos em embalagens de diferentes tamanhos, em alguns casos, as embalagens que contém maior quantidade ainda carregam tarjas com letras em destaque com a palavra “Econômica” ou “Leve mais por menos”, frases que passam uma ideia de economia. Mas, para não cair em propagandas enganosas, é necessário que consumidor tenha alguns cuidados, como observar o quanto se paga por unidade de medida – quilo, litro ou metro – dependendo do produto que será analisado e o uso de razão e proporção pode auxiliá-lo.

A ideia do cálculo se baseia na razão dada a seguir:

$$\frac{\text{Preço do produto}}{\text{Quantidade na embalagem}}$$

Essa razão dará a ideia do quanto se está pagando por cada unidade de medida do produto em questão. Para entender melhor, aplica-se a fórmula para o exemplo seguinte:

Figura 23 - Exemplo para aplicação da razão



Fonte: Supermercado Dia – folheto

Para o caso da Figura 23, calcula-se o quanto é pago pela unidade do produto

$$\frac{\text{Preço do produto}}{\text{Quantidade na embalagem}} = \frac{1,39}{500} = 0,00278$$

Como a quantidade na embalagem está na unidade mililitros (ml), isso significa

que o consumidor está pagando R\$ 0,00278 por cada ml. Mas no que isso é útil para fazer escolhas? Agora que se sabe como fazer o cálculo, basta que a fórmula seja utilizada nos produtos os quais se tem dúvida para saber qual deles apresenta mais vantagem.

Exemplo 3.3.1 Maria precisa comprar tucupi para levar a um evento. Ela encontrou no supermercado duas marcas, A e B, com garrafas de 2 litros e de 1,5 litros, respectivamente. Sabendo que a marca A custa R\$ 4,50 e a marca B custa R\$ 3,80, Maria teria mais economia levando qual delas?

*Resolução:* É necessário calcular o preço da unidade para cada uma das marcas que Maria tem a sua disponibilidade, logo:

$$\text{Preço marca A} = \frac{4,50}{2} = 2,25$$

$$\text{Preço marca B} = \frac{3,80}{1,5} = 2,53$$

Embora, a princípio, fosse possível pensar que a garrafa de tucupi da marca B apresentasse maior vantagem financeira, ao realizar os cálculos, conclui-se que o preço da marca A é o melhor, pois o valor do litro é R\$ 0,28 menor do que sua concorrente B. Sendo assim, Maria teria mais economia levando o produto da marca A.

O mesmo pode ser feito utilizando a proporção, o Exemplo 3.3.2 traz a imagem da propaganda de uma rede de supermercados que também faz vendas online. Através da imagem, é possível fazer uma análise de qual item se teria maior vantagem na compra.

Exemplo 3.3.2 O anúncio da rede de supermercados Extra traz em seu site de vendas um produto achocolatado sendo vendido por preço unitário e o mesmo produto em um kit com 3 unidades. Ao observar a figura a seguir, o que o consumidor deveria fazer ao tomar a decisão de comprar 3 unidades do produto?

Figura 24 - Comparação entre quantidades de produtos



Fonte: [www.extra.com.br/achocolatado-toddy/](http://www.extra.com.br/achocolatado-toddy/), 2022

*Resolução:* Deve-se comparar qual valor seria corresponde a uma unidade e qual deveria corresponder a três.

Tabela 3 - Regra de três simples que compara quantidade de produtos x preço

Produto	Preço (R\$)
1	23
3	x

Fonte: Autoria própria

Dessa maneira, aplicando as regras de proporção, tem-se:

$$\frac{1}{3} = \frac{23}{x}$$

$$x = 3 \times 23$$

$$x = 69$$

Isso significa que 3 unidades do produto deveriam custar R\$ 69,00, logo, o valor do kit é superior, portanto, menos vantajoso. Sendo assim, o consumidor deve optar por adquirir 3 unidades separadas a comprar o kit, fazendo uma economia de R\$ 0,33.

É importante ressaltar que o código do consumidor diz que a publicidade capaz de induzir em erro o consumidor a respeito da quantidade é considerada enganosa, ou seja, ao ler que um produto é de “Embalagem Econômica”, “Leve mais pague menos” ou que ele vem em kits, o consumidor é induzido a acreditar que, de fato, está

tendo alguma economia, então é de caráter obrigatório que os estabelecimentos revejam suas precificações ou que ao identificar e sentir-se lesado, o comprador denuncie aos órgãos de fiscalização competentes.

## CAPÍTULO IV

### RAZÃO E PROPORÇÃO EM QUESTÕES DO ENEM

Este capítulo traz um pouco mais a respeito dos conceitos de razão e proporção aplicados a questões de defesa do consumidor e que figuraram edições do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM). Cada um dos exemplos apresentados segue de resolução e comentários a respeito de como esses conhecimentos matemáticos atuaram e de que maneira a situação aconteceria no dia a dia.

Exemplo 4.1 Questão relacionada a proporção aplicada em 2022, banca INEP, Prova Exame Nacional do Ensino Médio – Segundo dia

Figura 25 - Questão 145 Enem 2022 Caderno Azul - Segundo Dia

**QUESTÃO 145**

O pacote básico de um jogo para smartphone, que é vendido a R\$ 50,00, contém 2 000 gemas e 100 000 moedas de ouro, que são itens utilizáveis nesse jogo.

A empresa que comercializa esse jogo decidiu criar um pacote especial que será vendido a R\$ 100,00 e que se diferenciará do pacote básico por apresentar maiores quantidades de gemas e moedas de ouro. Para estimular as vendas desse novo pacote, a empresa decidiu inserir nele 6 000 gemas a mais, em relação ao que o cliente teria caso optasse por comprar, com a mesma quantia, dois pacotes básicos.

A quantidade de moedas de ouro que a empresa deverá inserir ao pacote especial, para que seja mantida a mesma proporção existente entre as quantidades de gemas e de moedas de ouro contidas no pacote básico, é

**A** 50 000.  
**B** 100 000.  
**C** 200 000.  
**D** 300 000.  
**E** 400 000.

Fonte: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, 2022

Para início da resolução do problema, o aluno deve fazer a leitura com a finalidade de compreendê-lo e perceber que se trata de uma questão envolvendo o conceito de proporção. Após isso é necessário desenvolver um plano de resolução, portanto deverá perceber que é possível determinar qual a razão entre o número de gemas e moedas de ouro do pacote básico do jogo, logo:

$$\frac{\text{Gemas}}{\text{Moedas de Ouro}} = \frac{2.000}{100.000} = \frac{1}{50}$$

A razão, portanto, é de 1:50, o que implica dizer que o número de moedas de ouro é 50 vezes maior que o número de gemas. Ao ler a questão, ela indica que o número de gemas do pacote especial terá 6.000 gemas a mais do que teria caso o consumidor optasse por obter dois pacotes básicos, sendo assim, infere-se que a quantidade de gemas no novo pacote é de 10.000 gemas. Logo, aplicando a propriedade fundamental da proporção, tem-se:

$$\frac{1}{50} = \frac{10.000}{x}$$
$$x = 10.000 \times 50$$
$$x = 500.000$$

Sabendo que o pacote básico já possuía 100.000 moedas de ouro, é necessário inserir mais 400.000 moedas ao pacote especial para que a proporção entre gemas e moedas seja mantida, dessa forma, a solução correta está na letra E.

Essa questão é um exemplo simples sobre como o assunto de razão e proporção podem auxiliar o consumidor a perceber a vantagem que seria comprar um pacote especial ao invés de dois pacotes básicos – pelo mesmo valor de R\$ 100,00. Além disso, em uma situação real onde o jogador já saberia a quantidade de gemas e de moedas presentes no pacote especial, poderia aplicar a proporção como ferramenta para analisar se a proporção entre os itens estava sendo mantida ao passar do pacote básico para o especial.

Exemplo 4.2 Questão relacionada a razão aplicada em 2018, banca INEP, Prova Exame Nacional do Ensino Médio – Segundo dia – PPL

Figura 26 - Questão 143 Enem 2018 Caderno Azul - Segundo Dia - PPL

**QUESTÃO 143**

O presidente de uma empresa, com o objetivo de renovar sua frota de automóveis, solicitou uma pesquisa medindo o consumo de combustível de 5 modelos de carro que usam o mesmo tipo de combustível. O resultado foi:

- Carro I: deslocamento de 195 km consumindo 20 litros de combustível;
- Carro II: deslocamento de 96 km consumindo 12 litros de combustível;
- Carro III: deslocamento de 145 km consumindo 16 litros de combustível;
- Carro IV: deslocamento de 225 km consumindo 24 litros de combustível;
- Carro V: deslocamento de 65 km consumindo 8 litros de combustível.

Para renovar a frota com o modelo mais econômico, em relação à razão quilômetro rodado por litro, devem ser comprados carros do modelo

**A** I.  
**B** II.  
**C** III.  
**D** IV.  
**E** V.

Fonte: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, 2018

Para iniciar o problema, deve-se fazer a leitura com a finalidade de compreender o problema e perceber que se trata de uma questão envolvendo o conceito de razão. Após isso é necessário desenvolver um plano de resolução, portanto deverá perceber que é possível determinar qual a razão entre o deslocamento do automóvel e a quantidade de litros de combustível que consome para cada um dos modelos e comparar, ao fim, aquele que tem um deslocamento maior por litro consumido, logo:

$$\text{i) Modelo I} = \frac{195 \text{ km}}{20 \text{ l}} = 9,75 \text{ km/l}$$

$$\text{ii) Modelo II} = \frac{96 \text{ km}}{12 \text{ l}} = 8 \text{ km/l}$$

$$\text{iii) Modelo III} = \frac{145 \text{ km}}{16 \text{ l}} = 9,06 \text{ km/l}$$

$$\text{iv) Modelo IV} = \frac{225 \text{ km}}{24 \text{ l}} = 9,37 \text{ km/l}$$

$$\text{v) Modelo V} = \frac{65 \text{ km}}{8 \text{ l}} = 8,125 \text{ km/l}$$

Após estabelecer as razões para cada modelo e realizar as divisões percebe-se que o Modelo I é aquele que realiza um maior deslocamento por litro de combustível. Dessa forma, a solução correta está na letra A.

Essa questão é um exemplo simples sobre como o assunto de razão pode auxiliar o consumidor a perceber qual o modelo de carro em que obterá uma maior

economia de combustível, por consequência, mais economia financeira nesse quesito. É importante ressaltar que diariamente compara-se produtos não apenas pelo preço de aquisição, mas também por sua eficiência que, se analisada de maneira correta, pode representar uma maior economia a longo prazo.

Exemplo 4.3 Questão relacionada a proporção aplicada em 2017, banca INEP, Prova Exame Nacional do Ensino Médio – Segundo dia

Figura 27 - Questão 141 Enem 2017 Caderno Azul - Segundo Dia

**QUESTÃO 141**

Em uma cantina, o sucesso de venda no verão são sucos preparados à base de polpa de frutas. Um dos sucos mais vendidos é o de morango com acerola, que é preparado com  $\frac{2}{3}$  de polpa de morango e  $\frac{1}{3}$  de polpa de acerola.

Para o comerciante, as polpas são vendidas em embalagens de igual volume. Atualmente, a embalagem da polpa de morango custa R\$ 18,00 e a de acerola, R\$ 14,70. Porém, está prevista uma alta no preço da embalagem da polpa de acerola no próximo mês, passando a custar R\$ 15,30.

Para não aumentar o preço do suco, o comerciante negociou com o fornecedor uma redução no preço da embalagem da polpa de morango.

A redução, em real, no preço da embalagem da polpa de morango deverá ser de

A 1,20.  
 B 0,90.  
 C 0,60.  
 D 0,40.  
 E 0,30.

Ativar  
Acesse f

Fonte: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, 2017

Essa é uma questão que ao analisar, o estudante pode optar por mais de uma estratégia de resolução. O importante é identificar desde o princípio que a proporção de suco de morango e suco de acerola não se altera. Dessa maneira, inicialmente deve-se calcular qual o valor de cada copo de suco:

$$\text{Suco de morango} \rightarrow \frac{2}{3} \times 18,00 = 12,00$$

$$\text{Suco de acerola} \rightarrow \frac{1}{3} \times 14,70 = 4,90$$

Assim, o valor do copo de suco, que deve ser mantido, é de R\$ 16,90.

Como a polpa da acerola teve aumento e passou a custar R\$ 15,30, o novo valor referente a essa parte do suco passará a ser:

$$\text{Suco de acerola} \rightarrow \frac{1}{3} \times 15,30 = 5,10$$

Assim, para que o preço do suco se mantenha, o suco de morango deverá ter seu valor alterado para R\$ 11,80. Logo, o novo preço da polpa de morango é de

$$\text{Suco de morango} \rightarrow \frac{2}{3} \times \text{novo valor} = 11,80$$

$$\text{novo valor} = \frac{11,80 \times 3}{2}$$

$$\text{novo valor} = \frac{35,40}{2}$$

$$\text{novo valor} = 17,70$$

Como o valor inicial da polpa de morango era de R\$ 18,00, a redução deve ser de R\$ 0,30. Sendo assim, a resposta correta é a letra E.

Novamente é possível identificar como esse conhecimento pode ser de grande utilidade para consumidores, fornecedores, enfim, qualquer um que utilize compras e vendas no seu dia a dia.

Exemplo 4.4 Questão relacionada a proporção aplicada em 2017, banca INEP, Prova Exame Nacional do Ensino Médio – Segundo dia – Segunda aplicação

Figura 28 - Questão 146 Enem 2017 Caderno Amarelo - Segundo Dia – Segunda aplicação

**QUESTÃO 146**

O governo decidiu reduzir de 25% para 20% o teor de álcool anidro misturado à gasolina vendida nos postos do país. Considere que a média de desempenho, ou seja, a quantidade de quilômetros (km) que um carro anda com 1 litro de combustível, é diretamente proporcional à porcentagem de gasolina presente no combustível, e que a média de desempenho de um carro antes da decisão do governo era de 13,5 km/L.

Nas condições do texto, qual será a estimativa da média de desempenho após a redução de álcool anidro no combustível?

A 10,80 km/L  
 B 12,65 km/L  
 C 12,82 km/L  
 D 14,15 km/L  
 E 14,40 km/L

Para resolver essa questão, ao compreender que se trata de um problema que pode ser solucionado através dos conhecimentos sobre proporção, o estudante deve atentar para o fato de que o exercício explicita que o desempenho é diretamente proporcional à porcentagem de gasolina presente no combustível, no entanto, no corpo do texto é dada a porcentagem do álcool anidro. Logo, temos que:

Tabela 4 - Regra de três simples que compara desempenho x porcentagem de gasolina

Desempenho (km/L)	Porcentagem de gasolina (%)
↑ 13,5	↑ 75
x	80

Fonte: Autoria própria

Dessa maneira, aplicando as regras de proporção, tem-se:

$$\frac{13,5}{x} = \frac{75}{80}$$

$$x \times 75 = 13,5 \times 80$$

$$x = \frac{13,5 \times 80}{75}$$

$$x = \frac{1080}{75}$$

$$x = 14,4$$

Assim, o novo desempenho do carro passará a ser 14,40 km/L com a redução do álcool anidro. Isso implica que a resposta correta é a alternativa E.

Da mesma maneira que os demais exemplos, o ENEM aplicou uma questão contextualizada, utilizando elementos usuais da vida cotidiana do cidadão. Ao saber aplicar o conceito de proporção, os dados que mostram redução de substâncias no combustível, em porcentagem, se materializam e se traduzem ao se entender o que eles implicam no desempenho de veículos. Uma informação que – muitas vezes – poderia passar despercebida, pode receber real significado através dessa ferramenta matemática.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Sob a justificativa de que o ensino da matemática não deve ser desvinculado da vida prática e diária das pessoas, precisa apresentar um contexto significativo para aprender e ensinar, assim como integrar situações que contribuem para a formalização de conceitos, o objetivo geral desse trabalho foi mostrar como o assunto de Razões e Proporções pode ser aplicado na defesa do consumidor, visto que é uma ferramenta prática e repleta de possibilidades nesse sentido.

Para verificar como isso poderia ocorrer, tomou-se como base o que preconiza a BNCC sobre utilizar os conhecimentos para entender e explicar a realidade, de maneira a contribuir consigo e com uma sociedade justa. Assim foi necessário, em um primeiro momento, mostrar os assuntos de Razões e Proporções tais quais são descritos pela BNCC e pelos PCN, que descrevem que situações do dia a dia funcionam de acordo com essas leis e como o desenvolvimento desses raciocínios são úteis para interpretar o mundo real.

A partir de exemplos aplicados ao cotidiano, deu-se noções formais sobre os assuntos; assim como no Capítulo II, analisou-se como o assunto é apresentado aos alunos do 7º ano do Fundamental nos livros didáticos. De certa forma, embora bem diversificados os exemplos e exercícios, poucos deles tratam a respeito de compra e venda e como os conteúdos podem ser úteis nessa relação. Há sim a contextualização, mas falta também aplicações reais.

Isso foi um propulsor para o Capítulo III que mostra não apenas como os assuntos podem surgir no cotidiano, mas utiliza os conhecimentos como ferramentas que auxiliam no dia a dia. É exatamente isso o que pede a Base e os Parâmetros Curriculares, que os estudantes consigam não apenas entender, mas sim aplicar no mundo externo o que vivenciam nas salas de aulas. Através do entendimento – também – sobre o código que visa defender os direitos do consumidor, o estudante pode se transformar em um cidadão consciente que sabe se está sendo ou não enganado por táticas do mercado, ou mesmo – caso não seja o caso – fazer escolhas entre produtos e bens de consumo que sejam favoráveis a sua vida financeira.

Por fim, o Capítulo IV traz questões aplicadas em edições diversas do ENEM que poderiam ser solucionadas através do emprego das leis de proporcionalidade e que também traziam em seu contexto aspectos sobre venda e consumo.

Espera-se que este trabalho possa ter colaborado com a área de pesquisa que faz uso da Matemática como ferramenta e possa ter despertado no leitor o desejo de

provocar seus alunos com a compreensão que advém dessa aplicação, tendo a clareza que a Matemática é uma ciência viva, útil e associada ao mundo real.

## REFERÊNCIAS

- BIANCHINI, E. Matemática Bianchini. 8. Ed. São Paulo: Moderna, 2015.
- BRASIL. Código de defesa do consumidor. Lei 8.078 de 11/09/90. Brasília, Diário Oficial da União, 1990.
- BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, 2018.
- BRASIL. Ministério da Educação. PNLD 2020: matemática – guia de livros didáticos – Ensino Fundamental/Ministério da Educação – Secretária de Educação Básica – SEB – Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação. Brasília, DF: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2019
- CABRAL, N.; DIAS, G.; LOBATO JUNIOR, J. M.. O ensino de razão e proporção por meio de atividades. *Ensino da Matemática em Debate*, São Paulo, v.6, n.3, p. 174-206, 2019. Disponível em: <<https://revistas.pucsp.br/index.php/emd/article/view/45062>> Acesso em: 07 Ago. 2022.
- CIDADÃO. In: MICHAELIS ON-LINE, Dicionário Brasileiro da Língua Portuguesa. São Paulo: Editora Melhoramentos, 2015. Disponível em: <<https://michaelis.uol.com.br/moderno-portugues/busca/portugues-brasileiro/CIDADANIA/>> Acesso em: 29 Nov 2022.
- DANTE, R. Projeto Teláris: Matemática. 2. Ed. São Paulo: Ática, 2015.
- ESCALA. In: MICHAELIS ON-LINE, Dicionário Brasileiro da Língua Portuguesa. São Paulo: Editora Melhoramentos, 2015. Disponível em: <<https://michaelis.uol.com.br/moderno-portugues/busca/portugues-brasileiro/ESCALA/>>. Acesso em: 29 Nov 2022.
- FIORENTINI, D. Alguns modos de ver e conceber o ensino da matemática no Brasil. *Zetetike*, Campinas, SP, v. 3, n. 1, 1995. DOI: 10.20396/zet.v3i4.8646877. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646877>. Acesso em: 27 nov. 2022.
- GAY, M.; SILVA, W.; ed. Araribá mais: Matemática. São Paulo: Moderna, 2018.
- HALMENSCHLAGER, V. (2001). *Etonomatemática: uma experiência educacional*. São Paulo: Summus
- LONGEN, A. *Apoema: Matemática 7*. São Paulo: Editora do Brasil, 2018 – Coleção Apoema.
- MATOS, J.; SERRAZINA, M. Por que Ensinar Matemática. In: *Didáctica da Matemática*. Lisboa: Universidade Aberta, p. 15-28, 1996.

MIRANDA, T. Proposta uniformiza informação sobre quantidade de produto em embalagem. 2016. Agência Câmara de Notícias. Disponível em: <<https://www.camara.leg.br/noticias/502386-proposta-uniformiza-informacao-sobre-quantidade-de-produto-em-embalagem/>> Acesso em: 28 nov 2022.

NETTO, S.; MENDES, P. Enem nota máxima - matemática e suas tecnologias I. São Paulo: Leya, 2013.

BRASIL, Ministério da Educação, (1997). Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental. Brasília, MEC/SEF.

RAZÃO. In: MICHAELIS ON-LINE, Dicionário Brasileiro da Língua Portuguesa. São Paulo: Editora Melhoramentos, 2015. Disponível em o ensino e seu contraposto as suas devidas aplicações e interações com a realidade.: <<https://michaelis.uol.com.br/moderno-portugues/busca/portugues-brasileiro/razao>>. Acesso em: 09 Ago 2022.

SERASA EXPERIAN. Indicador Serasa Experian de Demanda do Consumidor por Crédito. Direitos do consumidor: 9 coisas importantes para saber antes de vender online. 2022. Disponível em: <<https://empresas.serasaexperian.com.br/blog/direitos-do-consumidor/>> Acesso em: 03 dez 2022.

SILVEIRA, E. Matemática: Compreensão e Prática. 3. Ed. São Paulo: Moderna, 2015.

SIMÃO, A. Matemática e Cidadania: o ensino e seu contraposto as suas devidas aplicações e interações com a realidade. 2017. Disponível em: <<https://monografias.brasilecola.uol.com.br/matematica/educacao-matematica-cidadania.htm>> Acesso em: 01 dez 2022.