UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS
FACULDADE DE GEOFÍSICA
TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

MARINA FAGUNDES PANTOJA

MODELAGEM DE DADOS mMT 1-D COM ANISOTROPIA

BELÉM
2009

MARINA FAGUNDES PANTOJA

MODELAGEM DE DADOS mMT 1-D COM ANISOTROPIA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Faculdade de Geofísica da Universidade Federal do Pará – UFPA, em cumprimento às exigências para a obtenção de grau Bacharel em Geofísica.
Orientador: Prof. Dr. Marcos Welby Correa Silva

BELÉM

2009

MARINA FAGUNDES PANTOJA

MODELAGEM DE DADOS mMT 1-D COM ANISOTROPIA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Faculdade de Geofísica da Universidade Federal do Pará – UFPA, em cumprimento às exigências para a obtenção de grau Bacharel em Geofísica.

Data de aprovação: ___/ ___/ ___

Conceito: _____

Banca examinadora:

_____

Prof. Dr. Marcos Welby Correa Silva

Doutor em Geofísica

Universidade Federal do Pará

_____

Prof. Dr. Cícero Roberto Teixeira Régis

Doutor em Geofísica

Universidade Federal do Pará

_____

Ms. Valdelírio da Silva e Silva

Mestre em Geofísica

Universidade Federal do Pará

À minha mãe e meu pai que me ensinam a caminhar.

À minha pequenina irmã que me mostra o amor com suas faces.

À minha avó que me faz ver a poesia do mundo.

E ao meu namorado, que esteve sempre aqui segurando a minha mão.

AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer a todos que me ajudaram na construção deste trabalho. Ao Prof. Dr. Marcos Welby Correa Silva por ter me ensinado muito de geofísica, e por me fazer gostar cada vez mais dessa ciência. Ao Prof. Dr. Cícero Roberto Teixeira Régis e ao aluno de mestrado do curso de Pós-Graduação em Geofísica Marcus Danilo pelos esclarecimentos e orientações ao longo do trabalho.

Ao Prof. Dr. André Andrade pela força e incentivo. Agradeço também à ANP, com o Programa de Recursos Humanos – 06 pela ajuda financeira.

Ao geólogo Clóvis Maurity pelo incentivo ao amor pelas geociências, pelos livros emprestado e pela confiança.

Às minhas companheiras de curso Carolina Tadaiesky e Cristiane Costa, eu agradeço a amizade e o companheirismo.

Agradeço também à minha amiga Ellen Akina Kagueyama pela amizade e pelo carinho que sempre me deu.

E principalmente, sou muito grata à minha família pelo incentivo e pelo amor por mim. Aos meus pais, minha irmã e minha avó que compartilham comigo a labuta do dia-a-dia. E ao meu namorado pelo amor e dedicação que sempre me ofereceu.

Everybody's got to have something hard to grow.
Well, instead of watching rainbows under the sun.
You gotta get out son, and make you one.
The Beatles

RESUMO

O método magnetotelúrico (MT) já provou ser um método geofísico eficaz na determinação da distribuição de condutividade elétrica em subsuperfície. Na modelagem eletromagnética os conceitos de isotropia e homogeneidade são constantemente usados, pois a anisotropia e a heterogeneidade podem ser complicadores na formulação matemática. Apesar de ser um complicador, o uso da anisotropia na modelagem resulta em uma resposta mais próxima à realidade. Neste trabalho, utilizamos a formulação em que utiliza-se matrizes para descrever o campo eletromagnético. Fizemos a análise de como a anisotropia influencia as respostas mMT 1-D, e este trabalho serviu como um exercício de aplicação dessa formulação. Esta formulação utiliza matrizes para descrever a propagação dos campos eletromagnéticos. A anisotropia é dada em forma de um tensor de condutividade, com sua geometria podendo ter uma variação angular na horizontal (θ) ou na vertical (α), e havendo também variação em amplitude das componentes. Com mínimas modificações, adaptamos essa formulação para o caso MT marinho (mMT), onde as medidas são feitas no fundo do mar. Construímos modelos para analisarmos a influência da anisotropia nas respostas mMT, variando os parâmetros da anisotropia. Com um modelo geoelétrico, fizemos 4 experimentos. No experimento 1 variamos ρ_x, e mantivemos as outras resistividades constantes e os ângulos θ e α iguais a zero. Depois ρ_y, e também mantendo as outras resistividades constantes e θ e α iguais a zero e também variando ρ_x e ρ_y e mantendo ρ_z constante com θ e α iguais a zero. No experimento 2, utilizamos ρ_x igual a metade do valor das outras resistividades e variamos α e mantivemos θ igual a zero. Da mesma forma fizemos no experimento 3 e 4. Porém no experimento 3, usamos ρ_y igual a metade de ρ_y e ρ_z e no experimento 4 usamos ρ_x e ρ_y iguais a metade de ρ_z. Com as relações do tensor impedância e o campo eletromagnético, pudemos ver que dependendo do caso, uma componente da resistividade aparente e da fase variam.

Palavras-chave: Geofísica, Modelagem Eletromagnética, Magnetotelúrico marinho (mMT), anisotropia

ABSTRACT

The magnetolluric method has proved of being a good method in determination of electrical conductivity distribution in subsurface. In electromagnetic modelling the concepts of isotropy and homogeneity are commonly used, because the anisotropy and heterogeneity complicates the mathematical solution. In spite of being a complicating, the use can give a response closer of reality. In this work, we used de formulation that uses matrices to describe the electromagnetic field. We made an analysis of how the anisotropy influenciates the mMT 1-D response, and this work is a good excercise of aplication of this formulation. This formulation uses matrices to describe the electromagnetic fields propagation. The anisotropy is given by a tensor of conductivity, and its geometry can have a horizontal (θ) or vertical (α) variation. With minimal modification, we adapted this formulation to marine MT, where the measures are made in seafloor. We made models to analyse the influence of anisotropy in MT response, making variation in anisotropy parameters. With a geoelectrical model we made 4 experiments. In the first experiment, we made a variation in ρ_x, and kept the others resistivity equals and θ e α equal to zero. After ρ_y, in the same way, and also ρ_x e ρ_y. In experiment 2, we used ρ_x equal to the half of others resistivity and made a variation in α and kept θ igual a zero. The same way to experiment 3 and 4. But in experiment 3, we used ρ_y equal to half of ρ_y and ρ_z and in experiment 4, ρ_x e ρ_y equal to half of ρ_z. With the relations of impedance tensor and electromagnetic field, we could see the influence of wich property.

Key word: Geophysics, Electromagnetic modelling, Marine magnetotelluric (mMT), Anisotropy.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

2.1 Representação Esquemática do MT para o ambiente marinho. Os receptores são colocado no fundo do mar e medem campos eletromagnéticos provenientes de fontes telúricas naturais. 11

2.2 Possibilidades de anisotropia e isotropia e homogeneidade e heterogeneidade. 15

2.3 Possibilidades de anisotropia com três diferentes causas. 16

2.4 Sistemas de eixos utilizados para descrever o problema. 18

3.1 Modelo geoelétrico isotrópico de referência do modelo 1. 32

3.2 Experimento 1A: curvas de resistividade aparente e fase com variação apenas em ρ_x. 33

3.3 Experimento 1A: curvas de resistividade aparente e fase com variação apenas em ρ_x 34

3.4 Experimento 1C. Resistividade aparente e fase 35

3.5 Experimento 2A. Resistividade aparente e fase 36

3.6 Experimento 2B. Resistividade aparente e fase . Componentes ρ_{xy} e ρ_{yx} . . .37

3.7 Experimento 2B. Resistividade e fase aparente. Componentes ρ_{xx} e ρ_{yy}. . . .38

3.8 Experimento 3A. Resistividade aparente e fase 38

3.9 Experimento 3B. Resistividade aparente e fase. Componentes ρ_{xy} e ρ_{yx} . . . 39

3.10. Experimento 3B. Resistividade aparente e fase. Componentes ρ_{xx} e ρ_{yy} . . . 39

3.11. Experimento 4A. Resistividade e fase aparente 40

3.12. Experimento 4B. Resistividade aparente e fase 41

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO. 11

2 METODOLOGIA 13

2.1 MÉTODO MAGNEOTELÚRICO MARINHO (mMT). 13

2.2 ANISOTROPIA. 15

2.3 MODELAGEM mMT COM ANISOTROPIA 18

2.3.1. Anisotropia paralela ao eixo (x, y, z). 20

2.3.2. Anisotropia oblíqua ao eixo das coordenadas para o meio ilimitado 23

2.3.3 Anisotropia oblíqua ao eixo das coordenadas para o meio estratificado 26

3 RESULTADOS. 32

4 CONCLUSÃO 42

REFERÊNCIAS. 44

1 INTRODUÇÃO

O método magnetotelúrico (MT) já provou ser um método geofísico eficaz na determinação da distribuição de condutividade elétrica em subsuperfície. Na indústria do petróleo, ele tem sido usado como uma ferramenta auxiliar em situações onde a sísmica tem dificuldade de imagear, principalmente abaixo de camadas de sal, basaltos e carbonatos. Nestes ambientes, essas resistividades são, no mínimo, dez vezes maior que a resistividade das camadas de sedimento encaixantes. Com esse contraste, o MT pode mapear estruturas grandes (CONSTABLE, HOVERSTEN & MORRISON , 1998).

O método foi proposto por Tikhonov (1950) e Cagniard (1953) no começo da década de 50. Cagniard fez uma exposição mais detalhada da teoria, interpretação e possíveis aplicações, como por exemplo, em bacias sedimentares e no mar.

Na modelagem eletromagnética os conceitos de isotropia e homogeneidade são constantemente usados, pois a anisotropia e a heterogeneidade podem ser complicadores na formulação matemática. Em algumas situações a aproximação usando apenas isotropia e homogeneidade pode ser satisfatória, mas existem caso em que devemos introduzir complexidade afim de evitar o aparecimento de ambigüidades e dificuldades na interpretação. Apesar de ser um complicador, o uso da anisotropia na modelagem resulta em uma resposta mais próxima à realidade.

A importância da anisotropia de condutividade na interpretação de dados magnetotelúrico foi estudados por vários cientistas. Sinha (1969) analisou o a resposta MT em meios anisotrópicos e heterogêneos e Praus e Peter (1969) em meios anisotrópicos e estratificados. Segundo Xiong (1989), Kong (1972) e Wait (1981) resolveram o problema da propagação eletromagnética para anisotropia vertical em meios estratificados; O'Brien e Morisson (1967) para anisotropia horizontal em semi-espaço com multicamadas; Chetaev (1960), assim como Reddy e Rankin (1971), para meios com anisotropia inclinada; e Al'tgauzen (1969) para meios anisotrópicos mais complexos com um tensor da constante dielétrica de 5 componentes. Chetaev (1960), estudou a determinação do coeficiente de anisotropia e sua inclinação em meios anisotrópicos e homogêneos. Mann (1965) analisou a importância da anisotropia de condutividade na interpretação de dados MT.

Neste trabalho, utilizamos a formulação descrita por Régis (2009), em que ele faz a inversão de dados MT anisotrópicos unidimensionais. O objetivo deste trabalho é analisar como a anisotropia influencia as respostas mMT 1-D. Esta formulação utiliza matrizes para descrever a propagação dos campos eletromagnéticos. A anisotropia é dada em forma de um tensor de condutividade, com sua geometria podendo ter uma variação angular na horizontal (θ) ou na vertical (α), e havendo também variação em amplitude das componentes.

Com mínimas modificações, adaptamos essa formulação para o caso MT marinho (mMT), onde as medidas são feitas no fundo do mar. Construímos modelos para analisarmos a influência da anisotropia nas respostas mMT, variando os parâmetros da anisotropia.

2 METODOLOGIA

2.1. MÉTODO MAGNETOTELÚRICO MARINHO (mMT)

O método magnetotelúrico utiliza campos eletromagnéticos naturais para investigar as propriedades elétricas das estruturas na subsuperfície da Terra. O sinal eletromagnético (EM) natural é proveniente de uma variedade de processos desde de fontes presentes no núcleo da Terra até de galáxias distantes. Fontes naturais do campo EM utilizados em MT, com freqüências acima de 1 Hz, são devido às tempestades elétricas (relâmpagos) que ocorrem em todo o planeta, mas com concentração em 3 centros principais na Malásia, Amazônia e África, todos em baixa latitudes. Nas freqüências abaixo de 1 Hz, o sinal é devido ao aumento de correntes na ionosfera, estabelecidas pela atividade solar. As flutuações do campo geomagnético estendem-se desde a freqüência de 10^{6} Hz, que são manifestadas pelas micropulsações geradas na ionosfera, até 10^{-11} Hz, observadas em estudos paleomagnéticos. O método MT trabalha tipicamente na faixa de freqüência de 10^{-4} a 10^{4} Hz (ABREU, 2002).

O campo eletromagnético incidente na superfície da Terra pode ser considerado uma onda plana em escala regional. A maior parte da energia que chega à superfície é refletida, porém uma pequena quantidade propaga-se verticalmente ao interior da Terra. A amplitude, fase, e a relação direcional entre o campo magnético (H) e o campo elétrico (E) na superfície depende da distribuição da condutividade elétrica em subsuperfície (ABREU *op cit*).

No caso do MT, os receptores medem as componentes x, y e z do campo elétrico e do campo magnético terrestre. No caso do MT terrestre, os receptores são colocados na interface ar/sedimento. No MT marinho (mMT), são colocados no assoalho oceânico (interface mar/sedimento). A partir dos campos eletromagnéticos, calculamos o tensor de impedância e com ele os valores de resistividade aparente e fase. E são esses valores que serão usados na interpretação dos dados. No mMT 1-D, a espessura da lâmina d'água não influencia na respostas, pois está se medindo apenas a influências das camadas abaixo dos receptores.

Os dois principais fenômenos físicos que diferenciam o MT terrestre do marinho são: a descontinuação das altas freqüências do sinal no assoalho oceânico causado pela efeito de indução na água do mar; e a geração de campo eletromagnéticos causados pela movimentação da água do mar e correntes marítimas (CHAVE, et al). O método possui algumas limitações como, a redução da amplitude do sinal do assoalho oceânico (o que é também uma importante restrição na construção e elaboração dos instrumentos), e também, a aplicabilidade do método em águas profundas é, geralmente, limitado a períodos não muito maiores que alguns minutos.

Apesar de todas as limitações do mMT, o método é o único capaz e obter informações de condutividade a 30 km de profundidade. O baixo ruído instrumental, a homogeneidade do campo elétrico e a aplicabilidade da aproximação1-D ajudam a diminuir o problema da atenuação do sinal (CHAVE *op cit*) e fazer com que o mT seja um método competente na detecção de grandes estruturas em grandes profundidades.

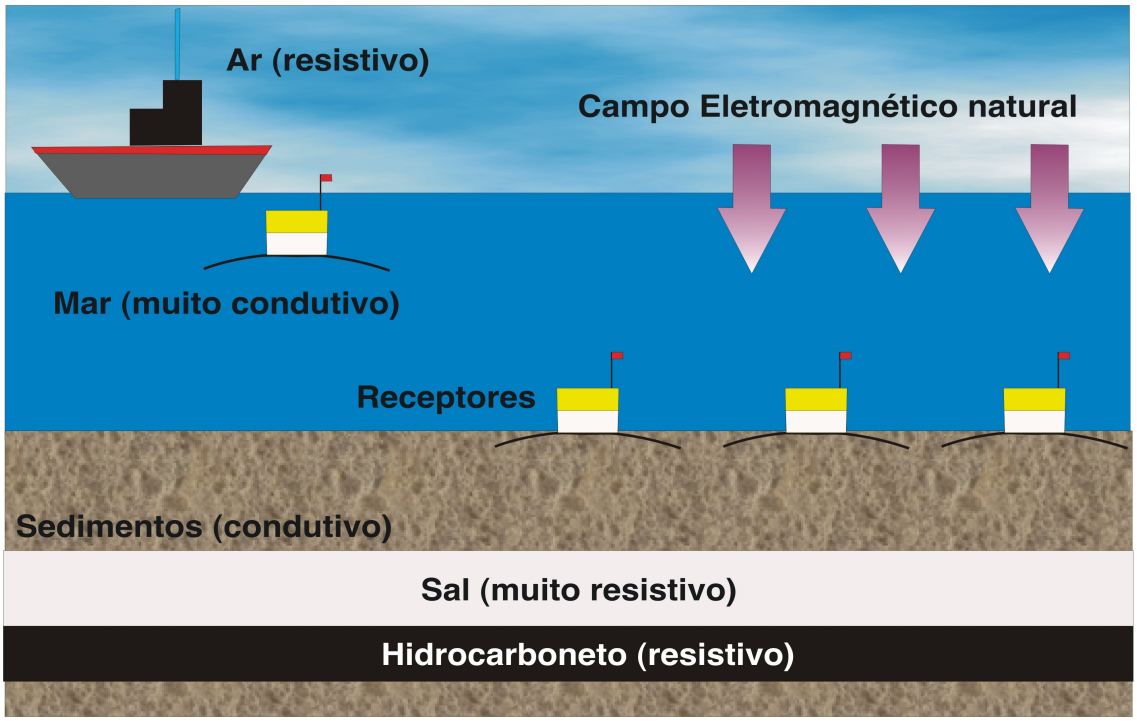

Figura 2.1. Representação Esquemática do MT para o ambiente marinho. Os receptores são colocado no fundo do mar e medem campos eletromagnéticos provenientes de fontes telúricas naturais.

2.2 ANISOTROPIA

Anisotropia ocorre quando o valor de uma propriedade física da rocha muda com a direção em que ela é medida. A anisotropia é a variação no valor do vetor em um ponto. Geralmente, ela ocorre com magnitude na horizontal diferente da magnitude na vertical, que é chamada de anisotropia vertical.

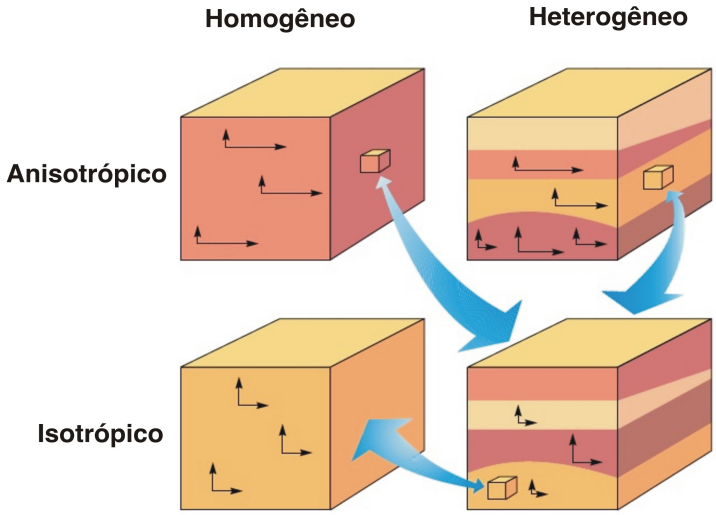

Figura 2.1. Possibilidades de anisotropia e isotropia e homogeneidade e heterogeneidade.
Fonte: Anderson (1994)

As formações geológicas podem apresentar a anisotropia de duas formas: a anisotropia intrínseca da rocha e a macro-anisotropia. A anisotropia intrínseca ocorre por causa das microestruturas da rocha e a macro-anisotropia ocorre, por exemplo, quando temos uma seqüência de camadas muito finas de areia e argila.

A anisotropia depende muito da escala em que se usa. Por exemplo, uma rocha pode ser homogênea numa escala molecular, mas anisotrópica numa escala maior, como é o caso das camadas muito finas de areia e argila. Individualmente, elas são isotrópicas, mas unidas formam um material anisotrópico. A forma e o tamanho dos grãos que compõem a rocha, também, podem causar a anisotropia, como, por exemplo, a argila, que por causa da forma alongada dos grãos no processo de deposição, pode ter uma condutividade maior na direção paralela dos planos dos grãos.

A anisotropia pode se desenvolver na rocha durante e depois dos processos de deposição. Nos sedimentos clásticos, a anisotropia pode aparecer nessas duas situações e nos carbonatos, acontece geralmente depois da deposição, pois nos carbonatos a anisotropia é controlada por fraturas e processos diagenéticos. Anisotropia nos carbonatos pode ser pré-determinada durante a deposição em camadas de sedimentação inclinada. Essas camadas são provocadas por pequenas mudanças na mineralogia dos carbonatos, produzidas por variações na quantidade de carbonatos na atmosfera e na água. Mudança na mineralogia dos carbonatos resulta em mudanças na textura e no potencial diagenético, e consequentemente, na porosidade e permeabilidade (ANDERSON, et al).

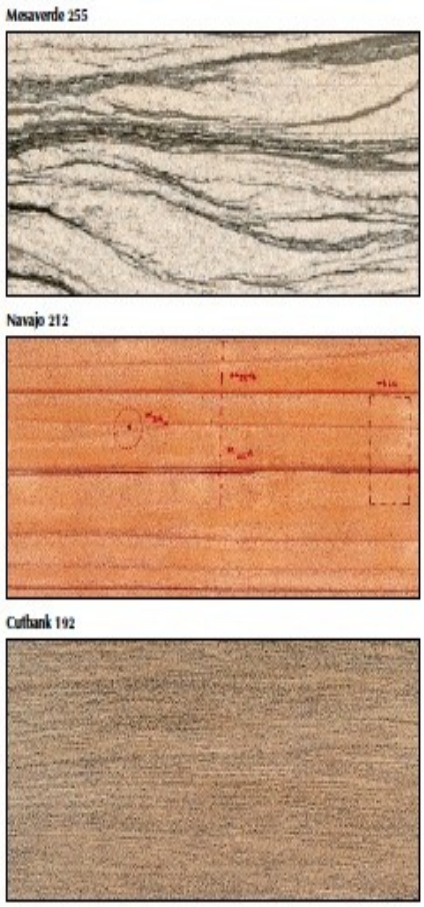

Figura 2.2. Possibilidades de anisotropia com três diferentes causas.
Fonte: Anderson *op cit*

Para que a anisotropia apareça durante a deposição de clastos, é preciso (no caso da sedimentação) alguma homogeneidade, ou uniformidade de ponto a ponto. Se a rocha é heterogênea nas cinco propriedades fundamentais do grão (composição, tamanho, forma, orientação e compactação), a anisotropia não se

desenvolve, pois não existe orientação no material. Anisotropia na escala de camadas que surgiram durante a deposição, antes de tudo, precisa ter duas causas. A primeira é o aparecimento de camadas periodicamente, na maioria das vezes atribuída a mudanças no tipo de sedimento, tipicamente camadas com variação do tamanho do grão. A outra resulta da orientação dos grãos induzida pela direção de transporte. A causa dessa orientação e da anisotropia é a gravidade terrestre (ANDERSON, et al).

A anisotropia é governada não apenas pela variação do tipo de material, mas também pela variação do arranjo do tamanho dos grãos.

Podemos ver exemplos de anisotropia em rochas na Figura 2.2. No primeiro caso, a anisotropia é causada por laminação de argila (cor mais clara) e a areia. No segundo, a anisotropia é causada por variação, tamanho dos grãos e compactação e não na composição. E no último caso, ela é causada por mudanças bruscas no tamanho do grão e da porosidade.

2.3 MODELAGEM DO MÉTODO MMT 1-D COM ANISOTROPIA

Para avaliarmos analiticamente a influência da anisotropia da condutividade nos dados mMT 1-D seguimos a formulação de Régis (2009). Para isto, estabelecemos três eixos de coordenadas para descrever o problema: o sistema (x'', y'', z'') será associado as direções do tensor condutividade σ em cada camada; o sistema (x', y', z') descreverá a rotação α em torno do eixo z (no qual o sistema anterior será projetado) e finalmente o sistema (x, y, z), que é usado como referência para as medidas e onde (x', y', z') é projetado segundo um ângulo θ.

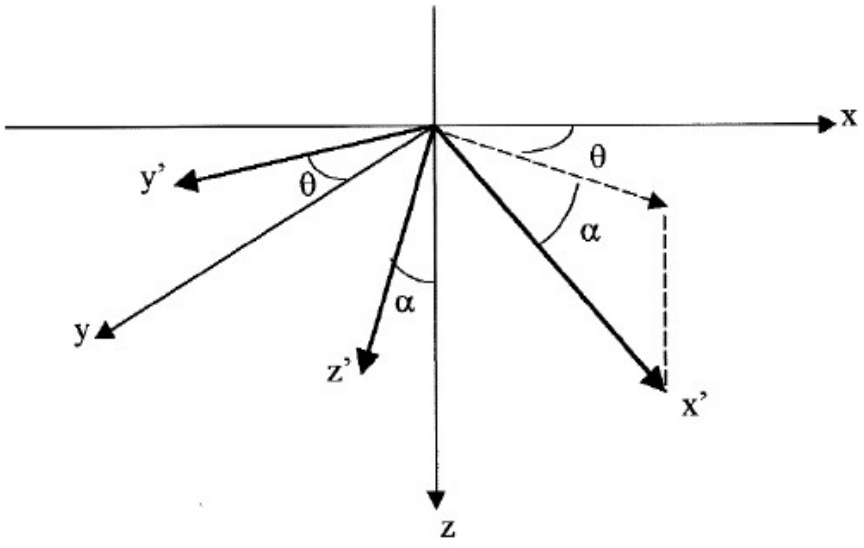

Figura. 2.3. Sistemas de eixos utilizados para descrever o problema.
Fonte: Régis (2000).

Iniciamos com as seguintes relações entre os sistemas (x'', y'', z'') e (x', y', z'):

$$x' = x'' \cos(\alpha) - z'' sen(\alpha) \tag{2.1}$$

$$y' = y'' \tag{2.2}$$

$$z' = z'' \cos(\alpha) + x'' sen(\alpha) \tag{2.3}$$

e deste para o sistema (x, y, z):

$$x = x' \cos(\theta) - y' sen(\theta) \tag{2.4}$$

$$y = y' \cos(\theta) + x' sen(\theta) \tag{2.5}$$

$$z = z' \tag{2.6}$$

Tomando as equações de Maxwell no domínio da frequência:

$$\nabla x \, \vec{E} = -i\omega\mu \, \vec{H} \tag{2.7}$$

$$\nabla . \vec{D} = \rho \tag{2.8}$$

$$\nabla . \vec{B} = 0 \tag{2.9}$$

$$\nabla x \vec{H} = \vec{J_{ext}} + (\sigma + i\omega\varepsilon)\vec{E} \tag{2.10}$$

aplicamos o divergente em 2.7 e 2.10 e assumimos que $\rho = 0$ e $\vec{J_{ext}} = 0$ para obter 2.9 e 2.8. E Então, as equações:

$$\nabla x \vec{E} = -\tau \vec{H} \tag{2.11}$$

$$\nabla x \vec{H} = \eta \vec{E} \tag{2.12}$$

Em que $\tau = i\omega\mu$ e $\eta = (\sigma + i\omega\varepsilon)$. Essas duas equações são suficientes para descrever o problema. No caso do método MT, η é aproximado por σ pois trabalhamos no regime quasi-estático, em baixas frequências (< 10^2 Hz).

Em um meio anisotrópico, a condutividade é descrita como um tensor de segunda ordem dado por:

$$\sigma_{ij} = \begin{vmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{vmatrix} \tag{2.13}$$

aproximando apenas para o eixo principal da anisotropia, o tensor de condutividade será, então:

$$\sigma_{ij} = \begin{vmatrix} \sigma_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{zz} \end{vmatrix} \tag{2.14}$$

Considerando que o campo eletromagnético se propaga na direção *z*, e sabendo que ele é uma onda transversal, e havendo, então, a polarização transversal do campo: na polarização transversal elétrica, modo TE, temos as componentes E_y, H_x e H_z e na polarização transversal magnética, modo TM, temos H_y, E_x e E_z.

2.3.1 Anisotropia paralela aos eixos (x, y, z)

No caso mais simples de anisotropia 1-D, assumimos que o sistema de anisotropia (x'', y'', z'') está na mesma direção do sistema de medidas (x, y, z). Descreveremos assim os modos TM e TE para esse caso:

MODO TM

Partindo do rotacional dos campos:

$$\nabla x \vec{H} = (\frac{\partial H_{z''}}{\partial y''} - \frac{\partial H_{y''}}{\partial z''})\hat{\imath} + (\frac{\partial H_{x''}}{\partial z''} - \frac{\partial H_{z''}}{\partial x''})\hat{\jmath} + (\frac{\partial H_{y''}}{\partial x''} - \frac{\partial H_{x''}}{\partial y''})k \quad (2.15)$$

$$\nabla x \vec{E} = (\frac{\partial E_{z''}}{\partial y''} - \frac{\partial E_{y''}}{\partial z''})\hat{\imath} + (\frac{\partial E_{x''}}{\partial z''} - \frac{\partial E_{z''}}{\partial x''})\hat{\jmath} + (\frac{\partial E_{y''}}{\partial x''} - \frac{\partial E_{x''}}{\partial y''})k \quad (2.16)$$

e sabendo que no modo TM usamos apenas H_y, E_x e E_z, escrevemos:

$$\nabla x \vec{H} = (\frac{-\partial H_{y''}}{\partial z''})\hat{\imath} + (\frac{\partial H_{y''}}{\partial x''})k \quad (2.17)$$

$$\nabla x \vec{E} = (\frac{\partial E_{z''}}{\partial y''})\hat{\imath} + (\frac{\partial E_{x''}}{\partial z''} - \frac{\partial E_{z''}}{\partial x''})\hat{\jmath} + (\frac{-\partial E_{x''}}{\partial y''})k \quad (2.18)$$

Considerando que a fonte eletromagnética no MT incide na superfície de medida e que o campo não varia na direção y:

$$\nabla x \vec{H} = (\frac{-\partial H_{y''}}{\partial z''})\hat{\imath} + (\frac{\partial H_{y''}}{\partial x''})k \quad (2.19)$$

$$\nabla x \vec{E} = (\frac{\partial E_{x''}}{\partial z''} - \frac{\partial E_{z''}}{\partial x''})\hat{\jmath} \quad (2.20)$$

Assumindo que σ_{xx} é agora apenas $\sigma_{x''}$, e observando que,

$$\sigma_{ij}\vec{E} = \begin{vmatrix} \sigma_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{zz} \end{vmatrix} . \begin{vmatrix} E_{x''} \\ E_{y''} \\ E_{z''} \end{vmatrix} = (\sigma_{x''}E_{x''})\hat{\imath} + (\sigma_{y''}E_{y''})\hat{\jmath} + (\sigma_{z''}E_{z''})k \quad (2.21)$$

e utilizando as equações 2.11 e 2.12, podemos concluir:

$$(\frac{-\partial H_{y''}}{\partial z''})\hat{\imath} + (\frac{\partial H_{y''}}{\partial x''})k = (\sigma_{x''}E_{x''})\hat{\imath} + (\sigma_{z''}E_{z''})k \quad (2.22)$$

$$(\frac{\partial E_{x''}}{\partial z''} - \frac{\partial E_{z''}}{\partial z''})\hat{\jmath} = (-\tau H_{y''})\hat{\jmath} \quad (2.23)$$

Reorganizando estas equações, temos, então:

$$\vec{H}_{y''} = \frac{-1}{\tau}(\frac{\partial E_{x''}}{\partial z''} - \frac{\partial E_{z''}}{\partial x''}) \quad (2.24)$$

$$\vec{E}_{x''}=\frac{-1}{\sigma_{x''}}\left(\frac{\partial H_{y''}}{\partial z''}\right) \tag{2.25}$$

$$\vec{E}_{z''}=\frac{-1}{\sigma_{z''}}\left(\frac{\partial H_{y''}}{\partial x''}\right) \tag{2.26}$$

Substituindo 2.25 e 2.26 em 2.24, temos:

$$\vec{H}_{y''}=\frac{1}{\tau}\left(\frac{1}{\sigma_{x''}}\frac{\partial^2 H_{y''}}{\partial z''^2}+\frac{1}{\sigma_{z''}}\frac{\partial^2 H_{y''}}{\partial x''^2}\right) \tag{2.27}$$

$$\gamma^2\frac{\partial^2 H_{y''}}{\partial x''^2}+\frac{\partial^2 H_{y''}}{\partial z''^2}+k_{x''}^2 H_{y''}=0 \tag{2.28}$$

em que,

$$\gamma^2=\frac{\sigma_{x''}}{\sigma_{z''}} \tag{2.29}$$

$$k_x^2{}''=-\tau\sigma_{x''} \tag{2.30}$$

MODO TE

Conforme descrito anteriormente, usando as equações 2.15 e 2.16:

$$\nabla x\vec{H}=\left(\frac{\partial H_{x''}}{\partial z''}-\frac{\partial H_{z''}}{\partial x''}\right)\hat{j} \tag{2.31}$$

$$\nabla x\vec{E}=\left(\frac{-\partial E_{y''}}{\partial z''}\right)\hat{\imath}-\left(\frac{\partial E_{y''}}{\partial x''}\right)k \tag{2.32}$$

e desta forma:

$$E_{y''}=\frac{1}{\sigma_{y''}}\left(\frac{\partial H_{x''}}{\partial z''}-\frac{\partial H_{z''}}{\partial x''}\right) \tag{2.33}$$

$$H_{x''}=\frac{1}{\tau}\left(\frac{\partial E_{y''}}{\partial z''}\right) \tag{2.34}$$

$$H_{z''}=\frac{-1}{\tau}\left(\frac{\partial E_{y''}}{\partial x''}\right) \tag{2.35}$$

Substituindo 2.34 e 2.35 em 2.33, temos:

$$E_{y''}=\frac{1}{\sigma_{y''}}\left(\frac{1}{\tau}\frac{\partial^2 E_{y''}}{\partial z''^2}+\frac{1}{\tau}\frac{\partial^2 E_{y''}}{\partial x''^2}\right) \tag{2.36}$$

$$\frac{\partial^2 E_{y''}}{\partial z''^2}+\frac{\partial^2 E_{y''}}{\partial x''^2}+k_{y''}^2 E_{y''}=0 \tag{2.37}$$

em que,

$$k_{y''}^2 = -\tau\sigma_{y''} \tag{2.38}$$

A seguir veremos as soluções de 2.28 e 2.37 incluindo as rotações dos eixos de anisotropia

2.3.2. Anisotropia oblíqua ao eixo das coordenadas para o meio ilimitado

O próximo passo na descrição do problema é introduzir uma direção oblíqua do sistema (x'',y'',z'') em relação ao (x',y',z'). Esta situação pode ser vista como uma rotação, de uma quantidade α, do primeiro sistema em relação ao segundo em torno de y''. Novamente, temos para os modos TM e TE:

MODO TM

A solução da equação 2.28, incluindo a rotação, será:

$$H_{y''} = H_0 e^{-v_j|z''\cos(\alpha)+x''sen(\alpha)|} \tag{2.39}$$

então,

$$\frac{\partial^2 H_{y''}}{\partial x''^2} = H_0 v_j^2 sen^2(\alpha) e^{-v_j|z''\cos(\alpha)+x''sen(\alpha)|} \tag{2.40}$$

$$\frac{\partial^2 H_{y''}}{\partial z''^2} = H_0 v_j^2 \cos^2(\alpha) e^{-v_j|z''\cos(\alpha)+x''sen(\alpha)|} \tag{2.41}$$

Substituindo este resultado em 2.28:

$$\gamma^2 H_0 v_j^2 sen^2(\alpha) e^{-v_j|z''\cos(\alpha)+x''sen(\alpha)|} + H_0 v_j^2 \cos^2(\alpha) e^{-v_j|z''\cos(\alpha)+x''sen(\alpha)|} + k_{x''}^2 H_0 e^{-v_j|z''\cos(\alpha)+x''sen(\alpha)|} = 0 \tag{2.42}$$

em que,

$$v_j^2 = \frac{-k_{x''}^2}{1+sen^2(\alpha)(\gamma^2-1)} \tag{2.43}$$

Para calcular as componentes elétricas, substituímos 2.39 em 2.25 e 2.26 e calculando a derivada de primeira ordem:

$$E_{x''} = \frac{1}{\sigma_{x''}} H_0 v_j \cos(\alpha) e^{-v_j|z''\cos(\alpha)+x''sen(\alpha)|}$$

$$E_{x''} = \frac{1}{\sigma_{x''}} H_{y''} v_j \cos(\alpha)$$

$$E_{z''} = \frac{-1}{\sigma_{z''}} H_0 v_j \, sen(\alpha) e^{-v_j |z'' \cos(\alpha) + x'' sen(\alpha)|} \tag{2.44}$$

$$E_{z''} = \frac{-1}{\sigma_{z''}} H_{y''} v_j \, sen(\alpha) \tag{2.45}$$

Fazendo a mudança de sistema, passaremos essa solução para (x', y', z'). Sabendo que $z' = z'' \cos(\alpha) + x'' sen(\alpha)$ e que $H_{y'} = H_{y''}$, a equação 2.39 será:

$$H_{y'} = H_0 e^{-v_j |z'|} \tag{2.46}$$

E como $E_{x'} = E_{x''} \cos(\alpha) - E_{z''} sen(\alpha)$:

$$E_{x'} = \left[\frac{1}{\sigma_{x''}} H_{y'} v_j \cos(\alpha) \right] \cos(\alpha) + \left[\frac{1}{\sigma_{z''}} H_{y'} v_j \, sen(\alpha) \right] sen(\alpha)$$

$$E_{x'} = \frac{v_j}{\sigma_{x''}} \left[1 + (\gamma^2 - 1) \, sen^2(\alpha) \right] H_{y'} \tag{2.47}$$

E como $E_{z'} = E_{x''} sen(\alpha) + E_{z''} \cos(\alpha)$:

$$E_{z'} = \left[\frac{1}{\sigma_{x''}} H_{y'} v_j \cos(\alpha) \right] sen(\alpha) - \left[\frac{1}{\sigma_{z''}} H_{y'} v_j \, sen(\alpha) \right] \cos(\alpha)$$

$$E_{z'} = \frac{v_j \, sen(\alpha) \cos(\alpha)}{\sigma_{x''}} (\gamma^2 - 1) H_{y'} \tag{2.48}$$

Sendo assim, a impedância será dada por:

$$Z' = \frac{E_{x'}}{H_{y'}} \tag{2.49}$$

$$Z' = \frac{v_j}{\sigma_{x''}} [1 + (\gamma^2 - 1) \, sen^2(\alpha)] \tag{2.50}$$

MODO TE

Seguindo os mesmo passos feitos para o modo TM, a solução para a equação 3.37 com a rotação do ângulo α será:

$$E_{y''} = E_0 e^{-u_j |z'' \cos(\alpha) + x'' sen(\alpha)|} \tag{2.51}$$

deste modo,

$$\frac{\partial^2 E_{y''}}{\partial x''^2} = E_0 u_j^2 \, sen^2(\alpha) e^{-u_j |z'' \cos(\alpha) + x'' sen(\alpha)|} \tag{2.52}$$

$$\frac{\partial^2 E_{y''}}{\partial z''^2} = E_0 u_j^2 \cos^2(\alpha) e^{-u_j |z'' \cos(\alpha) + x'' sen(\alpha)|} \tag{2.53}$$

Substituindo 2.51, 2.52 e 2.53 em 2.37, e calculando a derivada de segunda ordem, teremos:

$$E_0 u_j^2 sen^2(\alpha) e^{-u_j|z''\cos(\alpha)+x''sen(\alpha)|} + E_0 u_j^2 \cos^2(\alpha) e^{-u_j|z''\cos(\alpha)+x''sen(\alpha)|} + k_{y''}^2 E_0 e^{-u_j|z''\cos(\alpha)+x''sen(\alpha)|} = 0 \tag{2.54}$$

em que,

$$u_j^2 = -k_{y''}^2 \tag{2.55}$$

Substituindo 2.51 nas componentes magnéticas, e calculando a derivada de primeira ordem, teremos:

$$H_{x''} = \frac{-1}{\tau} E_0 u_j \cos(\alpha) e^{-u_j|z''\cos(\alpha)+x''sen(\alpha)|}$$

$$H_{x''} = \frac{-1}{\tau} E_{y''} u_j \cos(\alpha) \tag{2.56}$$

$$H_{z''} = \frac{1}{\tau} E_0 u_j sen(\alpha) e^{-u_j|z''\cos(\alpha)+x''sen(\alpha)|}$$

$$H_{z''} = \frac{1}{\tau} E_{y''} u_j sen(\alpha) \tag{2.57}$$

Finalmente, mudamos essa solução para (x' y' z') sabendo que $E_{y'} = E_{y''}$ e $z' = z''\cos(\alpha) + x''sen(\alpha)$, a equação 2.51 será:

$$E_{y'} = E_0 e^{-u_j|z|} \tag{2.58}$$

E como $H_{x'} = H_{x''}\cos(\alpha) - H_{z''}sen(\alpha)$:

$$H_{x'} = -\left[\frac{1}{\tau} E_{y'} u_j \cos(\alpha)\right]\cos(\alpha) - \left[\frac{1}{\tau} E_{y'} u_j sen(\alpha)\right] sen(\alpha)$$

$$H_{x'} = \frac{-uj}{\tau} E_{y'} \tag{2.59}$$

Assim como $H_{z'} = H_{x''} sen(\alpha) + H_{z''}\cos(\alpha)$:

$$H_{z'} = -\left[\frac{1}{\tau} E_{y'} u_j \cos(\alpha)\right] sen(\alpha) + \left[\frac{1}{\tau} E_{y'} u_j sen(\alpha)\right]\cos(\alpha)$$

$$H_{z'} = \frac{u_j}{\tau}\left(sen(\alpha)\cos(\alpha) - \cos(\alpha) sen(\alpha)\right) E_{y'} = 0 \tag{2.60}$$

A admitância será calculada, a partir de:

$$Y' = \frac{H_{x'}}{E_{y'}} \tag{2.61}$$

$$Y' = \frac{-u_j}{\tau} \tag{2.62}$$

Na sequência, concluiremos a descrição matemática do problema com uma rotação horizontal do eixo de coordenadas da anisotropia, na situação mais geral de um meio com n camadas.

2.3.3. Anisotropia oblíqua ao eixo de coordenadas em um meio estratificado

Em um meio com n camadas, com o eixo de anisotropia (x'',y'',z'') oblíquo ao eixo de medidas, as soluções dos modos TM e TE são descritos por:

MODO TM

$$H_{y'}^{(j)} = H_j^+ e^{-v_j\left(z-z_j\right)} + H_j^- e^{v_j\left(z-z_j\right)} \tag{2.63}$$

$$E_{x'}^{(j)} = Z_j'\left(H_j^+ e^{-v_j\left(z-z_j\right)} - H_j^- e^{v_j\left(z-z_j\right)}\right) \tag{2.64}$$

$$H_{y'}^{(n)} = H_n^+ e^{-v_n\left(z-z_{n-1}\right)} \tag{2.65}$$

$$E_{x'}^{(n)} = Z_n' H_n^+ e^{-v_n\left(z-z_{n-1}\right)} \tag{2.66}$$

MODO TE

$$H_{x'}^{(j)} = -Y'_j\left(E_j^+ e^{-u_j(z-z_j)} - E_j^- e^{u_j(z-z_j)}\right) \tag{2.67}$$

$$E_{y'}^{(j)} = E_j^+ e^{-u_j\left(z-z_j\right)} + E_j^- e^{u_j\left(z-z_j\right)} \tag{2.68}$$

$$H_{x'}^{(n)} = -Y_n' E_n^+ e^{-u_n\left(z-z_{n-1}\right)} \tag{2.69}$$

$$E_{y'}^{(n)} = E_n^+ e^{-u_n\left(z-z_{n-1}\right)} \tag{2.70}$$

Nas equações 2.65, 2.66, 2.69 e 2.70 temos a propagação na última camada.

Estas soluções são escritas no sistema (x, y, z) usando-se as seguintes transformações:

$$H_{y'}^{(j)} = H_{x'}^{(j)} sen(\theta_j) + H_{y'}^{(j)} \cos(\theta_j) \tag{2.71}$$

$$H_{x'}^{(j)} = -H_{y'}^{(j)} sen(\theta_j) + H_{x'}^{(j)} \cos(\theta_j) \tag{2.72}$$

$$E_{y'}^{(j)} = E_{x'}^{(j)} sen(\theta_j) + E_{y'}^{(j)} \cos(\theta_j) \tag{2.73}$$

$$E_{x'}^{(j)} = -E_{y'}^{(j)} sen(\theta_j) + E_{x'}^{(j)} \cos(\theta_j) \tag{2.74}$$

Desta maneira, substituindo 2.63 e 2.67 em 2.71 temos:

$$\begin{aligned} H_{y'}^{(j)} = & [-Y'_j (E_j^+ e^{-u_j(z-z_j)} - E_j^- e^{u_j(z-z_j)})] sen(\theta_j) \\ & + [(H_j^+ e^{-v_j(z-z_j)} + H_j^- e^{v_j(z-z_j)})] \end{aligned} \tag{2.75}$$

e 2.63 e 2.67 em 2.72 nos dá:

$$\begin{aligned} H_x^{(j)} = & -\left[H_j^+ e^{-v_j(z-z_j)} + H_j^- e^{v_j(z-z_j)}\right] sen(\theta_j) \\ & -\left[Y'_j\left(E_j^+ e^{-u_j(z-z_j)} + E_j^- e^{u_j(z-z_j)}\right)\right] \cos(\theta_j) \end{aligned} \tag{2.76}$$

assim como, 2.64 e 2.68 em 2.73 resulta em:

$$\begin{aligned} E_y^{(j)} = & \left[Z'_j\left(H_j^+ e^{-v_j(z-z_j)} - H_j^- e^{v_j(z-z_j)}\right)\right] sen(\theta_j) \\ & + \left[E_j^+ e^{-u_j(z-z_j)} + E_j^- e^{u_j(z-z_j)}\right] \cos(\theta_j) \end{aligned} \tag{2.77}$$

e, finalmente, 2.64 e 2.68 em 2.74:

$$\begin{aligned} E_x^{(j)} = & -\left[E_j^+ e^{-u_j(z-z_j)} + E_j^- e^{u_j(z-z_j)}\right] sen(\theta_j) \\ & + \left[Z'_j\left(H_j^+ e^{-v_j(z-z_j)} - H_j^- e^{v_j(z-z_j)}\right)\right] \cos(\theta_j) \end{aligned} \tag{2.78}$$

E na última camada, fazendo a substituição de 2.65 e 2.69 em 2.71:

$$H_y^{(n)} = \left[-Y'_n E_n^+ e^{-u_n(z-z_{n-1})}\right] sen(\theta_n) + \left[H_n^+ e^{-v_n(z-z_{n-1})}\right] \cos(\theta_n) \tag{2.79}$$

e 2.65 e 2.69 em 2.72:

$$H_x^{(n)} = -\left[H_n^+ e^{-v_n(z-z_{n-1})}\right] sen(\theta_n) + \left[-Y'_n E_n^+ e^{-u_n(z-z_{n-1})}\right] \cos(\theta_n) \tag{2.80}$$

e substituindo também 2.66 e 2.70 em 2.73:

$$H_y^{(n)} = [Z'_n H_n^+ e^{-v_n(z-z_{n-1})}] sen(\theta_n) + [E_n^+ e^{-u_n(z-z_{n-1})}] \cos(\theta_n) \tag{2.81}$$

assim como, 2.66 e 2.70 em 2.74:

$$E_x^{(n)} = -[E_n^+ e^{-u_n(z-z_{n-1})}] sen(\theta_n) + [Z'_n H_n^+ e^{-v_n(z-z_{n-1})}] \cos(\theta_n) \tag{2.82}$$

Reescrevendo as equações 2.75 a 2.78 em forma de matriz:

$$F_j = M_j . C_j \tag{2.83}$$

em que,

$$F_j = \begin{vmatrix} H_{x'}^{(j)} \\ H_{y'}^{(j)} \\ E_{x'}^{(j)} \\ E_{y'}^{(j)} \end{vmatrix} \tag{2.84}$$

$$M_j = \begin{vmatrix} -Y'_j e^{-u_j(z-z_j)} \cos(\theta_j) & Y'_j e^{u_j(z-z_j)} \cos(\theta_j) & -e^{-v_j(z-z_j)} sen(\theta_j) & -e^{v_j(z-z_j)} sen(\theta_j) \\ -Y'_j e^{-u_j(z-z_j)} sen(\theta_j) & Y'_j e^{u_j(z-z_j)} sen(\theta_j) & e^{-v_j(z-z_j)} \cos(\theta_j) & e^{v_j(z-z_j)} \cos(\theta_j) \\ -e^{-u_j(z-z_j)} sen(\theta_j) & -e^{u_j(z-z_j)} sen(\theta_j) & Z'_j e^{-v_j(z-z_j)} \cos(\theta_j) & -Z'_j e^{v_j(z-z_j)} \cos(\theta_j) \\ e^{-u_j(z-z_j)} \cos(\theta_j) & e^{u_j(z-z_j)} \cos(\theta_j) & Z'_j e^{-v_j(z-z_j)} sen(\theta_j) & -Z'_j e^{v_j(z-z_j)} sen(\theta_j) \end{vmatrix} \tag{2.85}$$

$$C_j = \begin{vmatrix} E_j^+ \\ E_j^- \\ H_j^+ \\ H_j^- \end{vmatrix} \tag{2.86}$$

Aplicando as condições de continuidade à equação 2.83, isto é:

$$\begin{gathered} \left(F_j = F_{j+1}\right)_{z=z_j} \\ \left(M_j . C_j = M_{j+1} . C_{j+1}\right)_{z=z_j} \\ \left(C_j = M_j^{-1} . M_{j+1} . C_{j+1}\right)_{z=z_j} \end{gathered} \tag{2.87}$$

$$C_j = X_j . C_{j+1}$$

em que,

$$X_j = M_j^{-1} . M_{j+1} \tag{2.88}$$

Para obter C_j, calcularemos os valores da última até a primeira camada. Na última camada, C_n será como mostrado na equação 2.89, com E_n e H_n positivos.

$$C_n = \begin{vmatrix} E_n^+ \\ 0 \\ H_n^+ \\ 0 \end{vmatrix} \tag{2.89}$$

Desta forma,

$$\begin{gathered} C_{n-1} = X_{n-1}.C_n \\ C_{n-2} = X_{n-2}.C_{n-1} = \left(X_{n-1}.X_{n-1}\right)C_n \\ C_1 = \left(X_1.X_2.X_3 \ldots X_n.X_{n-1}\right).C_n \\ C_1 = R.C_n \end{gathered} \tag{2.90}$$

em que,

$$R = \left(X_1.X_2.X_3 \ldots X_n.X_{n-1}\right) \tag{2.91}$$

deste modo,

$$R^{(j)} = \prod_{n-1}^{1} X_j(m) \tag{2.92}$$

$$C_{(j)} = R^{(j)}.C_{j+1}$$

com *j = n - 1* até *1.*

Reescrevendo a matriz M_j e M_{j+1}, poderemos obter a matriz M_j^{-1} da seguinte maneira:

$$M_j = \begin{vmatrix} \cos(\theta_j)\begin{vmatrix} -Y'_j e^{-u_j(z-z_j)} & Y'_j e^{u_j(z-z_j)} \\ e^{-u_j(z-z_j)} & e^{u_j(z-z_j)} \end{vmatrix} & sen(\theta_j)\begin{vmatrix} -e^{-v_j(z-z_j)} & -e^{v_j(z-z_j)} \\ Z'_j e^{-v_j(z-z_j)} & -Z'_j e^{v_j(z-z_j)} \end{vmatrix} \\ sen(\theta_j)\begin{vmatrix} -Y'_j e^{-u_j(z-z_j)} & Y'_j e^{u_j(z-z_j)} \\ -e^{-u_j(z-z_j)} & -e^{u_j(z-z_j)} \end{vmatrix} & \cos(\theta_j)\begin{vmatrix} e^{-v_j(z-z_j)} & e^{v_j(z-z_j)} \\ Z'_j e^{-v_j(z-z_j)} & -Z'_j e^{v_j(z-z_j)} \end{vmatrix} \end{vmatrix} \tag{2.93}$$

assim como,

$$M_{j+1} = \begin{vmatrix} M_{j+1}^{1,1} & M_{j+1}^{1,2} \\ M_{j+1}^{2,1} & M_{j+1}^{2,2} \end{vmatrix} \tag{2.94}$$

$$M_{j+1}^{1,1} = \cos(\theta_{j+1}) \begin{vmatrix} -Y'_{j+1} e^{-u_{j+1}(z-z_{j+1})} & Y'_{j+1} e^{u_{j+1}(z-z_{j+1})} \\ e^{-u_{j+1}(z-z_{j+1})} & e^{u_{j+1}(z-z_{j+1})} \end{vmatrix} \tag{2.95}$$

$$M_{j+1}^{1,2} = sen(\theta_{j+1}) \begin{vmatrix} -e^{-v_{j+1}(z-z_{j+1})} & -e^{v_{j+1}(z-z_{j+1})} \\ Z'_{j+1} e^{-v_{j+1}(z-z_{j+1})} & -Z'_{j+1} e^{v_{j+1}(z-z_{j+1})} \end{vmatrix} \tag{2.96}$$

$$M_{j+1}^{2,1}=sen(\theta_{j+1})\begin{vmatrix} -Y'_{j+1}e^{-u_{j+1}(z-z_{j+1})} & Y'_{j+1}e^{u_{j+1}(z-z_{j+1})} \\ -e^{-u_{j+1}(z-z_{j+1})} & -e^{u_{j+1}(z-z_{j+1})} \end{vmatrix} \tag{2.97}$$

$$M_{j+1}^{2,2}=\cos(\theta_{j+1})\begin{vmatrix} e^{-v_{j+1}(z-z_{j+1})} & e^{v_{j+1}(z-z_{j+1})} \\ Z'_{j+1}e^{-v_{j+1}(z-z_{j+1})} & -Z'_{j+1}e^{v_{j+1}(z-z_{j+1})} \end{vmatrix} \tag{2.98}$$

Fazendo as medidas na interface, *z* será igual a z_j. Deste modo, 2.93 e 2.94 serão iguais a:

$$(M_j)_{z=z_j}=\begin{vmatrix} \cos(\theta_j)\begin{vmatrix} -Y_j & Y_j \\ 1 & 1 \end{vmatrix} & -sen(\theta_j)\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -Z_j & Z_j \end{vmatrix} \\ -sen(\theta_j)\begin{vmatrix} Y_j & -Y_j \\ 1 & 1 \end{vmatrix} & \cos(\theta_j)\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ Z_j & -Z_j \end{vmatrix} \end{vmatrix} \tag{2.99}$$

$$(M_{j+1}^{1,1})_{z=z_j}=\cos(\theta_{j+1})\begin{vmatrix} -Y'_{j+1}e^{-u_{j+1}h_{j+1}} & Y'_{j+1}e^{u_{j+1}h_{j+1}} \\ e^{-u_{j+1}h_{j+1}} & e^{u_{j+1}h_{j+1}} \end{vmatrix} \tag{2.100}$$

$$(M_{j+1}^{1,2})_{z=z_j}=sen(\theta_{j+1})\begin{vmatrix} -e^{-v_{j+1}h_{j+1}} & -e^{v_{j+1}h_{j+1}} \\ Z'_{j+1}e^{-v_{j+1}h_{j+1}} & -Z'_{j+1}e^{v_{j+1}h_{j+1}} \end{vmatrix} \tag{2.101}$$

$$(M_{j+1}^{2,1})_{z=z_j}=sen(\theta_{j+1})\begin{vmatrix} -Y'_{j+1}e^{-u_{j+1}h_{j+1}} & Y'_{j+1}e^{u_{j+1}h_{j+1}} \\ -e^{-u_{j+1}h_{j+1}} & -e^{u_{j+1}h_{j+1}} \end{vmatrix} \tag{2.102}$$

$$(M_{j+1}^{2,2})_{z=z_j}=\cos(\theta_{j+1})\begin{vmatrix} e^{-v_{j+1}h_{j+1}} & e^{v_{j+1}h_{j+1}} \\ Z'_{j+1}e^{-v_{j+1}h_{j+1}} & -Z'_{j+1}e^{v_{j+1}h_{j+1}} \end{vmatrix} \tag{2.103}$$

Usando a seguinte propriedade, poderemos chegar à matriz M_j^{-1}:

$$(M_j)^{-1}.M_j=1 \tag{2.104}$$

ou seja, o produto da matriz M_j pela sua inversa será igual a matriz identidade.

$$(M_j)^{-1}.M_j=\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}.\begin{vmatrix} \cos(\theta_j)\begin{vmatrix} -Y_j & Y_j \\ 1 & 1 \end{vmatrix} & -sen(\theta_j)\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -Z_j & Z_j \end{vmatrix} \\ -sen(\theta_j)\begin{vmatrix} Y_j & -Y_j \\ 1 & 1 \end{vmatrix} & \cos(\theta_j)\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ Z_j & -Z_j \end{vmatrix} \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \tag{2.105}$$

deste modo,

$$(M_j)^{-1}=\begin{vmatrix} \frac{\cos(\theta_j)}{2Y_j}\begin{vmatrix}-1 & Y_j\\ 1 & Y_j\end{vmatrix} & \frac{-sen(\theta_j)}{2Y_j}\begin{vmatrix}1 & Y_j\\ -1 & Y_j\end{vmatrix} \\ \frac{-sen(\theta_j)}{2Z_j}\begin{vmatrix}Z_j & -1\\ Z_j & 1\end{vmatrix} & \frac{\cos(\theta_j)}{2Z_j}\begin{vmatrix}Z_j & 1\\ Z_j & -1\end{vmatrix} \end{vmatrix} \quad (2.106)$$

Fazendo, finalmente, a multiplicação da matriz M_{j+1} por M_j^{-1} (equação 2.88), e X_j será:

$$X_j=\begin{vmatrix} X_j^{1,1} & X_j^{1,2} \\ X_j^{2,1} & X_j^{2,2}\end{vmatrix} \quad (2.107)$$

em que,

$$X_j^{1,1}=\frac{\cos(\theta_j-\theta_{j+1})}{2}\begin{vmatrix} (1+\frac{Y_{j+1}}{Y_j})e^{-u_{j+1}h_{j+1}} & (1-\frac{Y_{j+1}}{Y_j})e^{u_{j+1}h_{j+1}} \\ (1-\frac{Y_{j+1}}{Y_j})e^{-u_{j+1}h_{j+1}} & (1+\frac{Y_{j+1}}{Y_j})e^{u_{j+1}h_{j+1}}\end{vmatrix} \quad (2.108)$$

$$X_j^{1,2}=\frac{-sen(\theta_j-\theta_{j+1})}{2}\begin{vmatrix} (\frac{1}{Y_j}+Z_{j+1})e^{-v_{j+1}h_{j+1}} & (\frac{1}{Y_j}-Z_{j+1})e^{v_{j+1}h_{j+1}} \\ -(\frac{1}{Y_j}-Z_{j+1})e^{-v_{j+1}h_{j+1}} & -(\frac{1}{Y_j}+Z_{j+1})e^{v_{j+1}h_{j+1}}\end{vmatrix} \quad (2.109)$$

$$X_j^{2,1}=\frac{-sen(\theta_j-\theta_{j+1})}{2}\begin{vmatrix} -(Y_{j+1}+\frac{1}{Z_j})e^{-u_{j+1}h_{j+1}} & (Y_{j+1}-\frac{1}{Z_j})e^{u_{j+1}h_{j+1}} \\ -(Y_{j+1}-\frac{1}{Z_j})e^{-u_{j+1}h_{j+1}} & (Y_{j+1}+\frac{1}{Z_j})e^{u_{j+1}h_{j+1}}\end{vmatrix} \quad (2.110)$$

$$X_j^{1,1}=\frac{\cos(\theta_j-\theta_{j+1})}{2}\begin{vmatrix} (1+\frac{Z_{j+1}}{Z_j})e^{-v_{j+1}h_{j+1}} & (1-\frac{Z_{j+1}}{Z_j})e^{v_{j+1}h_{j+1}} \\ (1-\frac{Z_{j+1}}{Z_j})e^{-v_{j+1}h_{j+1}} & (1+\frac{Z_{j+1}}{Z_j})e^{v_{j+1}h_{j+1}}\end{vmatrix} \quad (2.111)$$

Como estamos tratando método MT marinho, os receptores são colocados no fundo do mar, ou seja, z será igual a z_j da primeira camada (z_1). Para calcular a equação 2.90, temos:

$$\begin{vmatrix} E_1^+ \\ E_1^- \\ H_1^+ \\ H_1^- \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} R_{1,1} & R_{1,2} & R_{1,3} & R_{1,4} \\ R_{2,1} & R_{2,2} & R_{2,3} & R_{2,4} \\ R_{3,1} & R_{3,2} & R_{3,3} & R_{3,4} \\ R_{4,1} & R_{4,2} & R_{4,3} & R_{4,4}\end{vmatrix}\cdot\begin{vmatrix} E_n^+ \\ 0 \\ H_n^+ \\ 0 \end{vmatrix} \quad (2.112)$$

$$E_1^+ = R_{1,1} E_n^+ + R_{1,3} H_n^+ \tag{2.113}$$

$$E_1^- = R_{2,1} E_n^+ + R_{2,3} H_n^+ \tag{2.114}$$

$$H_1^+ = R_{3,1} E_n^+ + R_{3,3} H_n^+ \tag{2.115}$$

$$H_1^- = R_{4,1} E_n^+ + R_{4,3} H_n^+ \tag{2.116}$$

Aplicando essa condições às equações 2.75 e 2.76, teremos:

$$\begin{aligned} H_y^{(1)} = & [-Y_1'(E_1^+ e^{-u_1(z-z_1)} - E_1^- e^{u_1(z-z_1)})]\, sen(\theta_1) \\ & + [H_1^+ e^{-v_1(z-z_1)} + H_1^- e^{v_1(z-z_1)}] \cos(\theta_1) \end{aligned} \tag{2.117}$$

$$\begin{aligned} H_x^{(1)} = & -[H_1^+ e^{-v_1(z-z_1)} + H_1^- e^{v_1(z-z_1)}]\, sen(\theta_1) \\ & - [Y_1'(E_1^+ e^{-u_1(z-z_1)} - E_1^- e^{u_1(z-z_1)})] \cos(\theta_1) \end{aligned} \tag{2.118}$$

Substituindo as equações 2.113 a 2.116 nas equações acima:

$$\begin{aligned} H_y^{(1)} = & [(-Y_1(R_{1,1} e^{-u_1(z-z_1)} - R_{2,1} e^{u_1(z-z_1)}))\, sen(\theta_1) + (R_{3,1} e^{-v_1(z-z_1)} + R_{4,1} e^{v_1(z-z_1)}) \cos(\theta_1)] E_n^+ \\ & + [(-Y_1(R_{1,3} e^{-u_1(z-z_1)} - R_{2,3} e^{u_1(z-z_1)}))\, sen(\theta_1) + (R_{3,3} e^{-v_1(z-z_1)} + R_{4,3} e^{v_1(z-z_1)}) \cos(\theta_1)] H_n^+ \end{aligned} \tag{2.119}$$

$$\begin{aligned} H_y^{(1)} = & [(-Y_1(R_{1,1} e^{-u_1(z-z_1)} - R_{2,1} e^{u_1(z-z_1)}))\cos(\theta_1) + (R_{3,1} e^{-v_1(z-z_1)} + R_{4,1} e^{v_1(z-z_1)})\, sen(\theta_1)] E_n^+ \\ & + [(-Y_1(R_{1,3} e^{-u_1(z-z_1)} - R_{2,3} e^{u_1(z-z_1)}))\cos(\theta_1) + (R_{3,3} e^{-v_1(z-z_1)} + R_{4,3} e^{v_1(z-z_1)})\, sen(\theta_1)] H_n^+ \end{aligned} \tag{2.120}$$

Em que, definindo em forma de uma matriz P as equações acima, teremos os seguintes termos:

$$P_{1,1} = (-Y_1(R_{1,1} e^{-u_1(z-z_1)} - R_{2,1} e^{u_1(z-z_1)}))\cos(\theta_1) - (R_{3,1} e^{-v_1(z-z_1)} + R_{4,1} e^{v_1(z-z_1)})\, sen(\theta_1)$$

$$P_{1,2} = (-Y_1(R_{1,3} e^{-u_1(z-z_1)} - R_{2,3} e^{u_1(z-z_1)}))\cos(\theta_1) - (R_{3,3} e^{-v_1(z-z_1)} + R_{4,3} e^{v_1(z-z_1)})\, sen(\theta_1)$$

$$P_{2,1} = (-Y_1(R_{1,1} e^{-u_1(z-z_1)} - R_{2,1} e^{u_1(z-z_1)}))\, sen(\theta_1) + (R_{3,1} e^{-v_1(z-z_1)} + R_{4,1} e^{v_1(z-z_1)})\cos(\theta_1)$$

$$P_{2,2} = (-Y_1(R_{1,3} e^{-u_1(z-z_1)} - R_{2,3} e^{u_1(z-z_1)}))\, sen(\theta_1) + (R_{3,3} e^{-v_1(z-z_1)} + R_{4,3} e^{v_1(z-z_1)})\cos(\theta_1)$$

como z = z_1 pois estamos medindo na segunda interface (mar/sedimento),

$$P_{1,1}=(-Y_1(R_{1,1}-R_{2,1}))\cos(\theta_1)-(R_{3,1}+R_{4,1})\,sen(\theta_1) \quad (2.121)$$

$$P_{1,2}=(-Y_1(R_{1,3}-R_{2,3}))\cos(\theta_1)-(R_{3,3}+R_{4,3})\,sen(\theta_1) \quad (2.122)$$

$$P_{2,1}=(-Y_1(R_{1,1}-R_{2,1}))\,sen(\theta_1)+(R_{3,1}+R_{4,1})\cos(\theta_1) \quad (2.123)$$

$$P_{2,2}=(-Y_1(R_{1,3}-R_{2,3}))\,sen(\theta_1)+(R_{3,3}+R_{4,3})\cos(\theta_1) \quad (2.124)$$

Teremos, então a seguinte equação:

$$\begin{vmatrix} P_{1,1} & P_{1,2} \\ P_{2,1} & P_{2,2} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} E_n^+ \\ H_n^+ \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} H_x^{(1)} \\ H_y^{(1)} \end{vmatrix} \quad (2.125)$$

Vamos aplicar agora condições de fronteira para que possamos resolver a equação acima. Vamos admitir duas possibilidades de polarização:

$$TM=\left(H_x^{(1)}\left(z=z_1\right)=0\right) \quad \left(H_y^{(1)}\left(z=z_1\right)=1\right) \quad (2.126)$$

$$TE=\left(H_x^{(1)}\left(z=z_1\right)=1\right) \quad \left(H_y^{(1)}\left(z=z_1\right)=0\right) \quad (2.127)$$

Aplicando 2.126 em 2.125:

$$\begin{vmatrix} P_{1,1} & P_{1,2} \\ P_{2,1} & P_{2,2} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} E_n^+ \\ H_n^+ \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 1 \end{vmatrix} \quad (2.128)$$

e teremos:

$$P_{1,1}E_n^+ + P_{1,2}H_n^+ = 0 \quad (2.129)$$

$$P_{2,1}E_n^+ + P_{2,2}H_n^+ = 1 \quad (2.130)$$

e obteremos por fim,

$$E_n^+ = \frac{-P_{1,2}}{P_{1,1}P_{2,2}-P_{1,2}P_{2,1}} \quad (2.131)$$

$$H_n^+ = \frac{P_{1,1}}{P_{1,1}P_{2,2}-P_{1,2}P_{2,1}} \quad (2.132)$$

Da mesma forma, aplicando 2.127 em 2.125:

$$\begin{vmatrix} P_{1,1} & P_{1,2} \\ P_{2,1} & P_{2,2} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} E_n^+ \\ H_n^+ \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \end{vmatrix} \quad (2.133)$$

em que teremos:

$$P_{1,1} E_n^+ + P_{1,2} H_n^+ = 1 \quad (2.134)$$

$$P_{2,1} E_n^+ + P_{2,2} H_n^+ = 0 \quad (2.135)$$

e por fim,

$$E_n^+ = \frac{P_{2,2}}{P_{1,1} P_{2,2} - P_{1,2} P_{2,1}} \quad (2.136)$$

$$H_n^+ = \frac{-P_{2,1}}{P_{1,1} P_{2,2} - P_{1,2} P_{2,1}} \quad (2.137)$$

Deste modo, agora podemos calcular o valor do campos em qualquer posição desejada em um meio de n-camadas, homogêneo e anisotrópico. E uma vez sabendo os valores dos campos, podemos calcular os valores de impedância nestes pontos e assim obter as fases e resistividades para esse meio. O tensor de impedância é dado por:

$$\hat{Z}_{ij}^{(j)} = \begin{vmatrix} \hat{Z}_{xx}^{(j)} & \hat{Z}_{xy}^{(j)} \\ \hat{Z}_{yx}^{(j)} & \hat{Z}_{yy}^{(j)} \end{vmatrix} \quad (2.137)$$

e a sua relação com os campos é dada por:

$$\begin{vmatrix} E_x^{(j)} \\ E_y^{(j)} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \hat{Z}_{xx}^{(j)} & \hat{Z}_{xy}^{(j)} \\ \hat{Z}_{yx}^{(j)} & \hat{Z}_{yy}^{(j)} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} H_x^{(j)} \\ H_y^{(j)} \end{vmatrix} \quad (2.138)$$

Na equação (2.138), temos 4 incógnitas e 2 equações. Esse sistema é resolvido através das polarizações (2.128) e (2.133).

A fase e a resistividade aparente serão calculadas a partir da impedância. A resistividade é igual a :

$$\rho_{xx}^{(j)} = \frac{1}{\omega \mu_0} |\hat{Z}_{xx}^{(j)}|^2 \quad (2.139)$$

$$\rho_{xy}^{(j)} = \frac{1}{\omega \mu_0} |\hat{Z}_{xy}^{(j)}|^2 \quad (2.140)$$

$$\rho_{yx}^{(j)} = \frac{1}{\omega \mu_0} |\hat{Z}_{yx}^{(j)}|^2 \quad (2.141)$$

$$\rho_{yy}^{(j)} = \frac{1}{\omega \mu_0} |\hat{Z}_{yy}^{(j)}|^2 \quad (2.142)$$

E a fase é igual a:

$$\phi_{xx}^{(j)} = Arg\ \hat{Z}_{xx} \tag{2.143}$$

$$\phi_{xy}^{(j)} = Arg\ \hat{Z}_{xy} \tag{2.144}$$

$$\phi_{yx}^{(j)} = Arg\ \hat{Z}_{yx} \tag{2.145}$$

$$\phi_{yy}^{(j)} = Arg\ \hat{Z}_{yy} \tag{2.146}$$

3 RESULTADOS

Para cálculo dos dados sintéticos utilizamos o modelo geoelétrico descrito na Figura 3.1, chamado modelo 1. Ele possui lâmina de água de 500 m, com resistividade de 0.3 Ωm. O sedimento logo abaixo do mar, tem 500 m de espessura e 1 Ωm de resistividade, e logo abaixo dele um sedimento um pouco mais resistivo e espesso com 1500 m de espessura e 5 Ωm de resistividade. O sal é representado pela camada seguinte com 100 Ωm de resistividade e 3000 m de espessura, e o sedimento abaixo é de 20 Ωm (um pouco mais resistivo por que, como o sal pode ser uma trapa estrutural para petróleo, o sedimento logo abaixo do sal, conteria o reservatório, que por sua vez, aumenta a resistividade do sedimento em que ele se encontra). Os receptores estão posicionados no assoalho oceânico e medem sinal de 10^{-4} a 10^{1} Hz. Cada camada possui resistividade ρ_x, ρ_y, ρ_z, e um ângulo θ e α para essa resistividade. No modelo isotrópico essas resistividades são todas iguais e os ângulos iguais a zero.

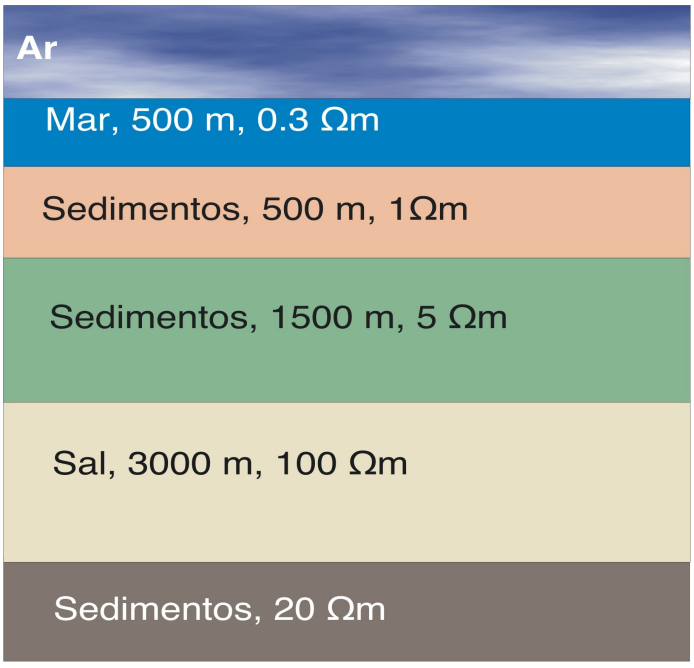

Figura 3.1. Modelo geoelétrico isotrópico de referência.

Para análise da influência da anisotropia, construímos experimentos variando um desses parâmetros de cada vez e apenas as propriedades da camada de sedimento acima do sal, do sal e do sedimento abaixo do sal. As respostas serão mostradas em gráficos de freqüência x resistividade e freqüência x fase.

EXPERIMENTO 1

Neste experimento mantivemos os ângulos iguais a zero e variamos ρ_x e ρ_y. Não variamos ρ_z, pois como os campos propagam na vertical, a única influência será na horizontal, deste modo o valor de ρ_z não influencia na resposta para este caso.

No experimento 1A, variamos o valor de ρ_x e mantivemos constantes as outras resistividades. O valor de ρ_x utilizado foi de 2, 5 e 10 vezes menor que ρ_y e ρ_z. A Figura 3.2 mostra a resistividade aparente e a fase para esse modelo. As resistividades aparentes mostradas são apenas, ρ_{xy} e ρ_{yx} porque as componentes ρ_{xx} e ρ_{yy} são iguais a zero. As curvas de ρ_{xy}, ρ_{yx} do modelo isotrópico são iguais, e iguais a curva ρ_{yx} do modelo anisotrópico. E a curva de ρ_{xy} do modelo anisotrópico diminui quão menor for ρ_x. Este resultado é esperado pela análise da relação do tensor impedância com os campos E e H. A componente xy sente variações de resistividade na direção x. Da mesma forma se comporta a fase. As componentes Φ_{xy} e Φ_{yx} do modelo isotrópico são iguais a Φ_{yx} do modelo anisotrópico. E a componente Φ_{xy} aumenta quando diminui ρ_x.

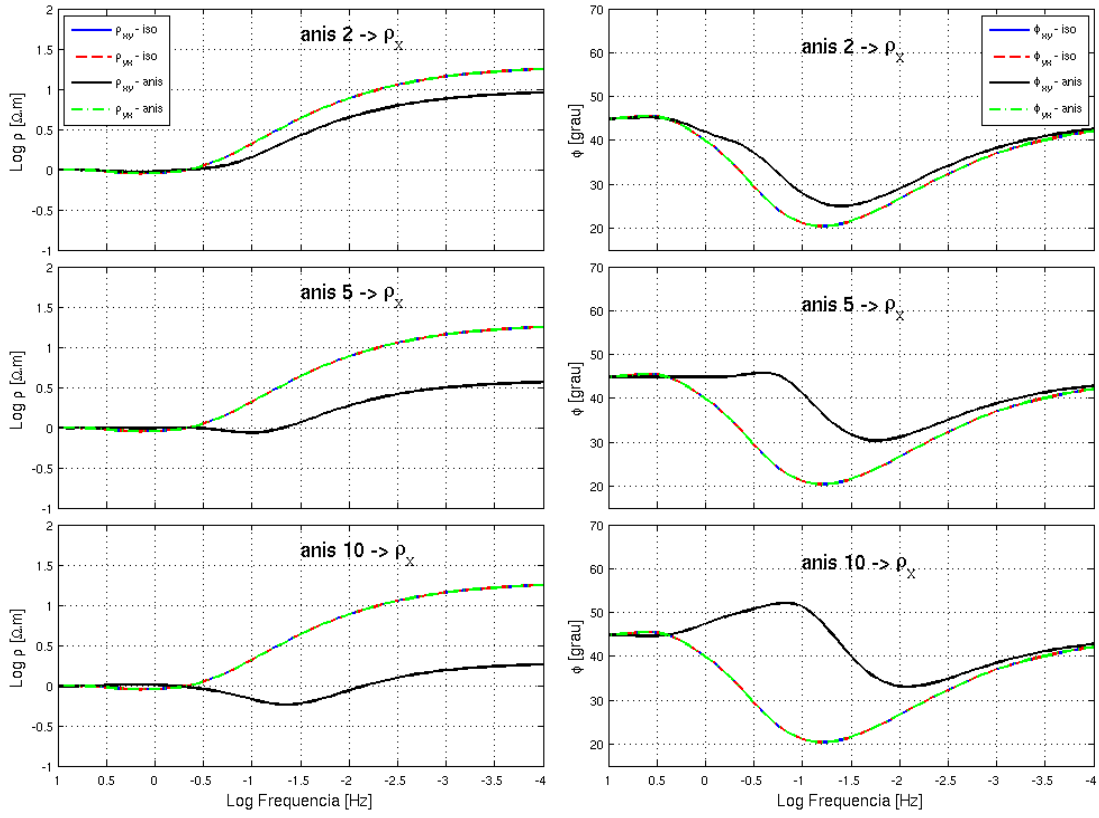

Figura 3.2. Experimento 1A: curvas de resistividade aparente e fase com variação apenas em ρ_x.

No experimento 1B, variamos agora o valor de ρ_y e mantivemos constantes os valor de ρ_x e ρ_z . A Figura 3.3 mostra as curvas de resistividade aparente e fase do modelo 1B, ρ_y é 2, 5 e 10 vezes menor que ρ_x e ρ_z. Como podemos ver nesta figura, as curvas ρ_{xy} e ρ_{yx} do modelo isotrópico são iguais e desta vez, a curva ρ_{xy} do modelo anisotrópico é que é igual às curvas do modelo isotrópico (da mesma forma acontece com as componentes da fase). A curva ρ_{yx} diminui quando diminui o valor de ρ_y, da mesma forma que no caso anterior, confirmando assim a simetria do modelo 1-D. Novamente, as componentes ρ_{xx} e ρ_{yy} do modelo isotrópico e anisotrópico são iguais a zero. O valor de Φ_{yx} aumenta quando diminui o valor de ρ_y . Apenas as componentes yx sente a variação do valor de ρ_y, pois, se analisarmos a relação do tensor de impedância com os campos E e H, veremos que yx varia apenas com mudanças em y.

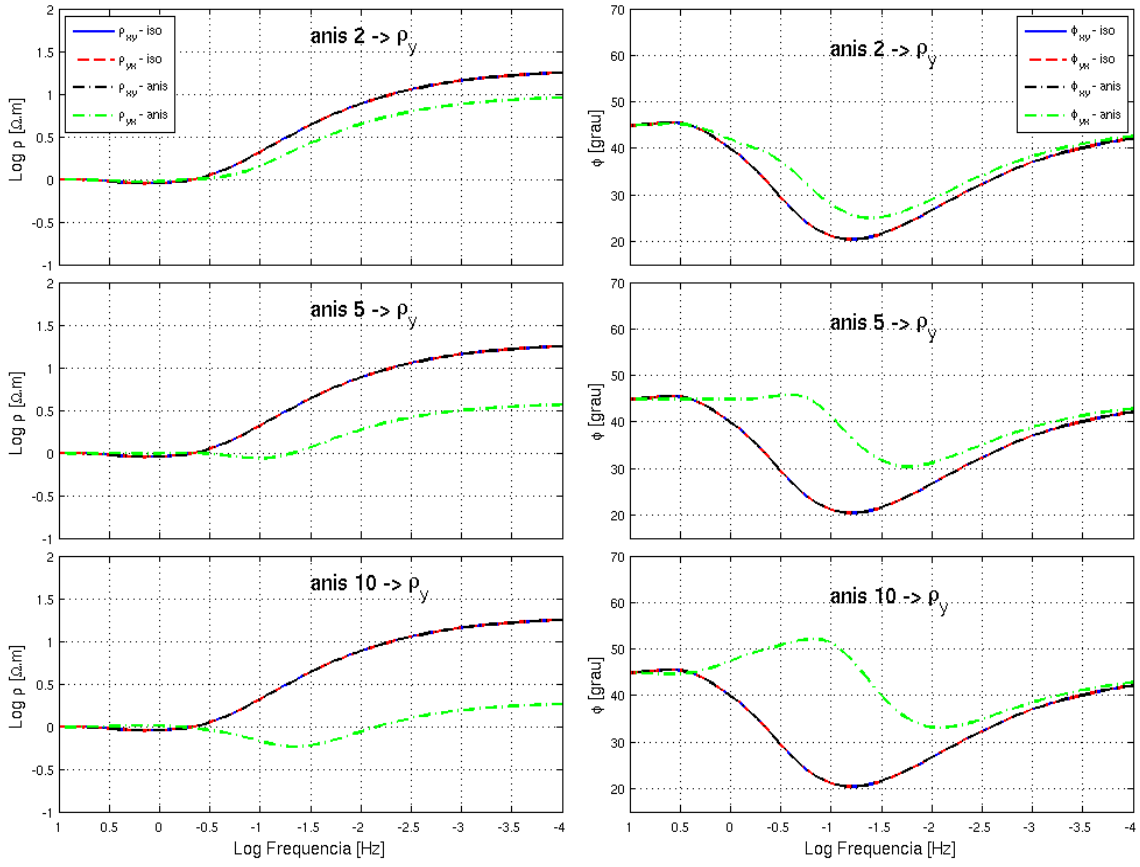

Figura 3.3. Experimento 1B: curvas de resistividade aparente e fase com variação apenas em ρ_y.

No experimento 1C, variamos os valor de ρ_x e ρ_y e mantivemos constante o valor de ρ_z com os ângulos iguais a zero, sendo que ρ_x e ρ_y são 2, 5 e 10 vezes menor que ρ_z (Figura 3.4). As componentes ρ_{xx} e ρ_{yy} são iguais a zero no modelo

isotrópico e anisotrópico. As curvas ρ_{xy} e ρ_{yx} são iguais no modelo isotrópico. No modelo anisotrópico, ρ_{xy} e ρ_{yx} são iguais, mas estão deslocadas do modelo isotrópico. Quanto menor os valores de ρ_x e ρ_y , menor é essa curva (ρ_{xy} e ρ_{yx}). A fase, assim como nos experimentos anteriores se comporta da mesma forma. As componentes Φ_{xy} e Φ_{yx} do modelo isotrópico, assim como, Φ_{xy} e Φ_{yx} são iguais para o modelo anisotrópico. Assim como no caso 1A e 1B pela análise do tensor de impedância com os campos E e H, temos o que era esperado, como as componentes xy sentem variações em x e yx em y, e como variamos as resistividades nas duas direções, essas duas componentes variam. Se comportam como um caso isotrópico, pois as resistividades em x e em y são iguais e qualquer mudança em z não influencia na resposta.

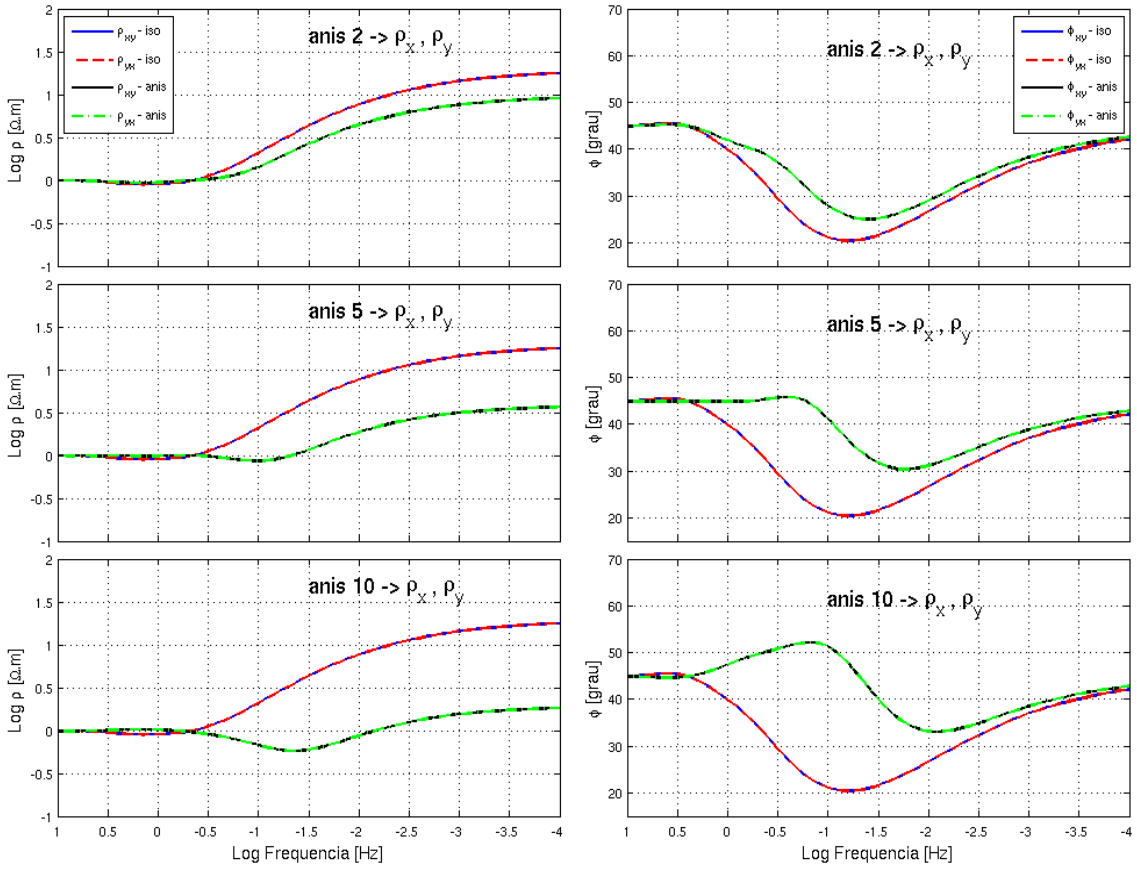

Figura 3.4. Experimento 1C: curvas de resistividade aparente e fase com variação em ρ_x e ρ_y.

EXPERIMENTO 2

Nesta etapa fixamos o valor da resistividade, em que ρ_x é 2 vezes menor que ρ_y e ρ_z e esses dois valores são iguais, e variamos os ângulos. No primeiro caso

(experimento 2A) o valor de θ é mantido igual a zero e o valor de α é igual a 30º, 45º e 60º. Na Figura 3.5, temos a resistividade aparente e fase, e temos a comparação de quando os ângulo são iguais a zero e quando existe variação. As componentes ρ_{xx}, ρ_{yy} dos modelos com variação e sem variação de α são iguais a zero. As componentes ρ_{yx} são iguais para os modelos com e sem variação de α. E a componente ρ_{xy} do modelo com variação de α aumenta quando aumenta o valor de α, ela se aproxima do valor de ρ_{yx}. Isso acontece porque temos um aumento da influência de ρ_z na direção x, por isso é a componente xy que varia. Igualmente, Φ_{yx} do modelo com α igual a zero e com α variando, e no caso com variação de α são iguais e Φ_{xy} se aproxima da curva Φ_{xy} quando α aumenta.

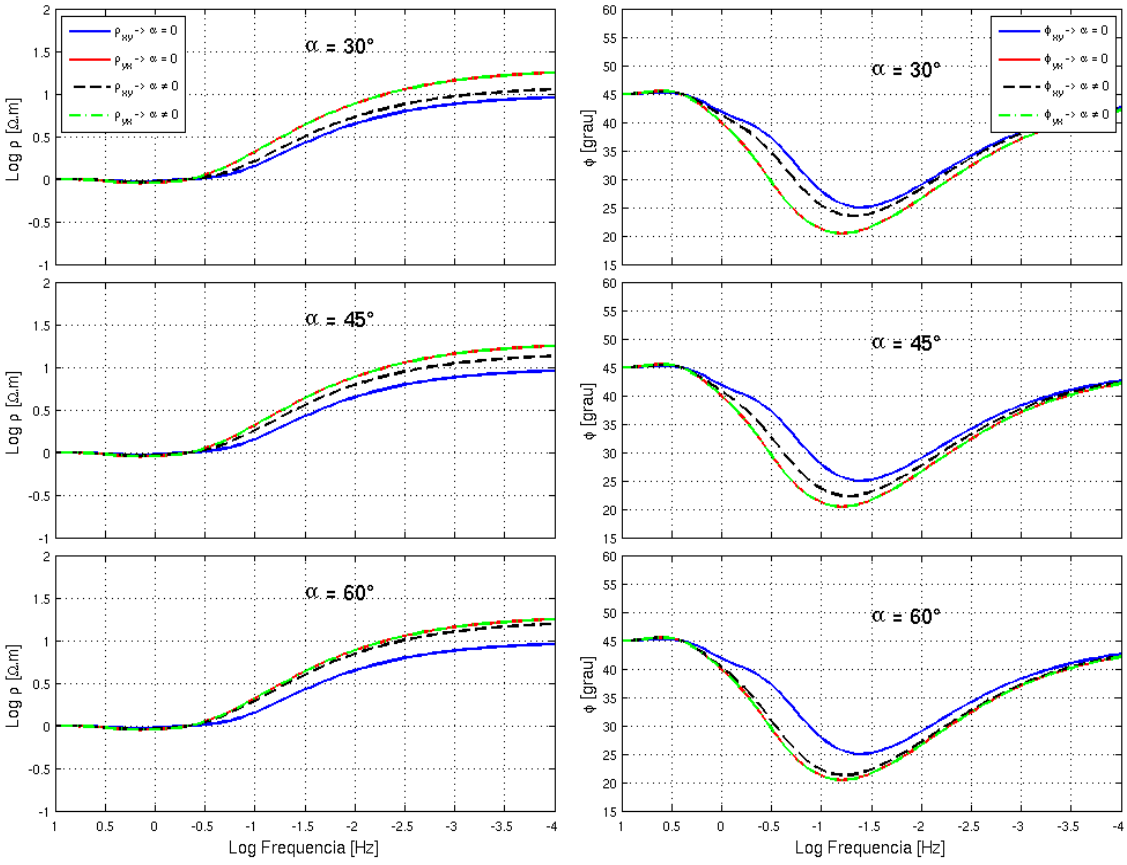

Figura 3.5. Experimento 2A: curvas de resistividade aparente e fase com variação em α.

O experimento 2B é o inverso do 2A. Mantemos o α constante e variamos θ de 30º, 45º e 60º, como é mostrado na Figura 3.6. À medida θ aumenta, ρ_{xy} diminui enquanto ρ_{yx} aumenta, sempre limitados aos valores obtidos em θ igual a zero. Em θ igual a 45º essas componentes são iguais, e a partir deste ângulo as curvas se afastam. Igualmente as componentes da fase possuem esse comportamento. Isso

ocorre porque, como θ é uma variação na horizontal, as resistividades x e y vão influenciar uma à outra. A resistividade x se aproxima da direção y e vice-versa. É como se uma virasse a outra. Como elas são iguais em θ igual a 45º, as componentes xy e yx são iguais. Na Figura 3.7 temos as componentes ρ_{xx} e ρ_{yy} para esta mesma situação e podemos perceber que os valores das curvas são iguais e esta é dominada pela resistividade aparente da primeira camada de sedimentos, que é isotrópica, assim a curva começa em zero para as frequências mais baixas e vai até próximo a 1. Com relação à fase, a curva vai desde 45º e aumenta, mudando duas vezes de quadrante e tende a novamente a 45º nas frequências mais baixas.

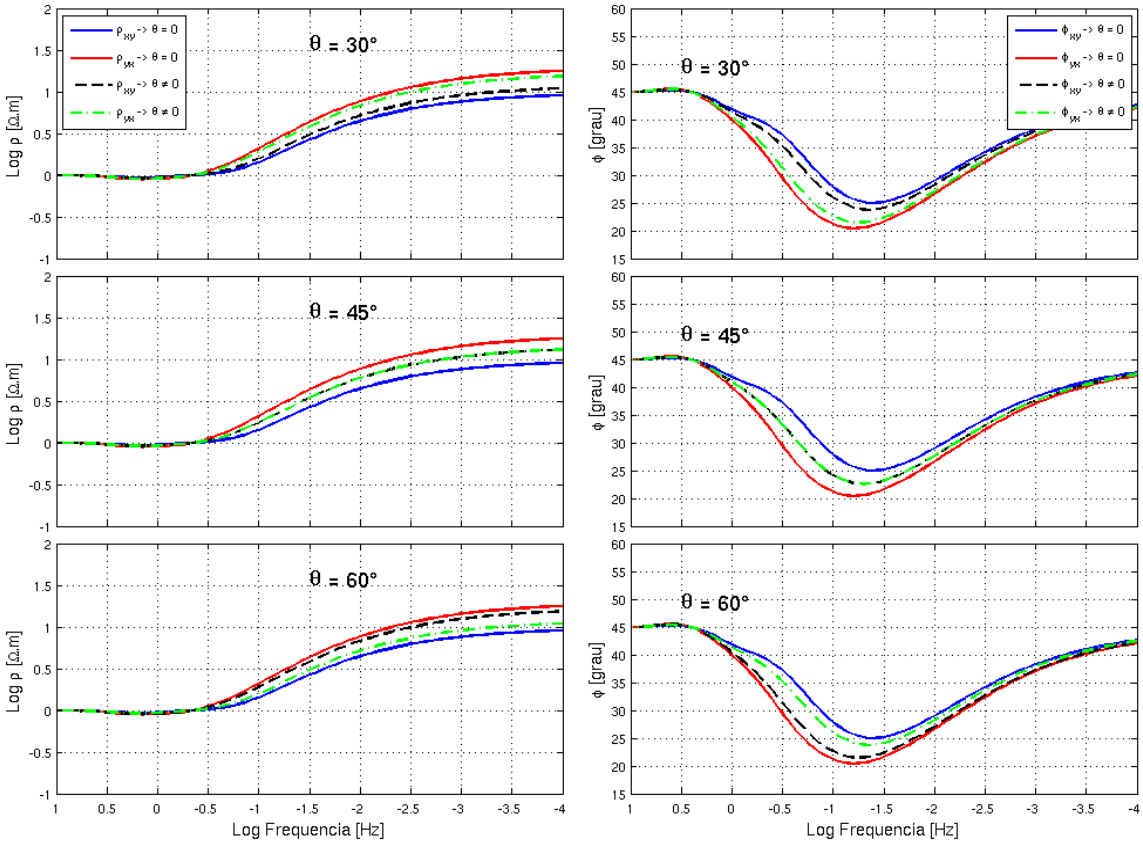

Figura 3.6. Experimento 2B: Resistividade aparente e fase. Componentes ρ_{xy} e ρ_{yx}

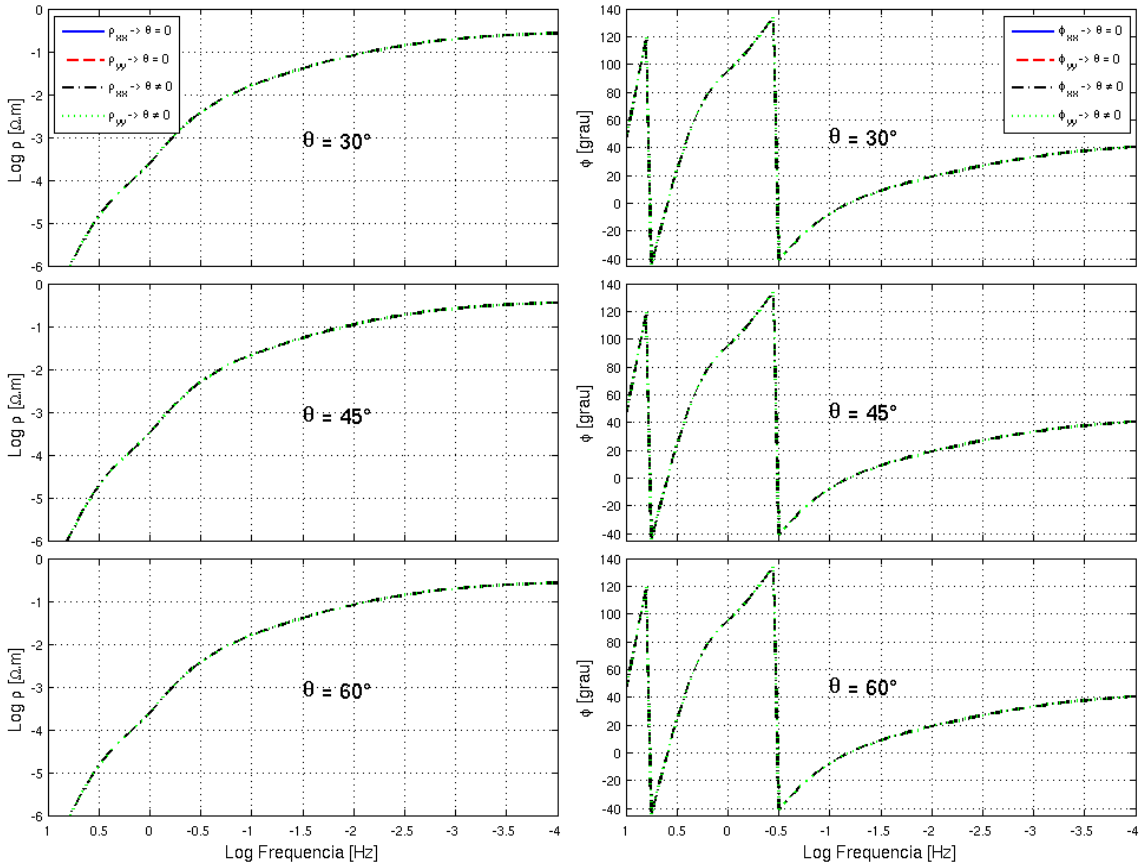

Figura 3.7. Experimento 2B. Resistividade aparente e fase. Componentes ρ_{xx} e ρ_{yy}

EXPERIMENTO 3

O experimento 3 é similar ao experimento 2, só que desta vez vamos fazer ρ_y menor 2 vezes que ρ_x e ρ_z. No experimento 3A, mantivemos θ igual a zero e variamos α (30º, 45º e 60º). As componentes ρ_{xy} dos casos com e sem variação dos ângulos são iguais. Assim como, as componentes ρ_{yx} para esses dois casos. Isso porque, como já foi dito, a rotação em α faz com que aumente a influência da resistividade em z na direção x, e como nesse casos a resistividade em x e z são iguais, a componentes xy não varia e é igual yx. No experimento 3B (Figura 3.9), temos o comportamento inverso ao experimento 2B. Em θ igual a 30º, ρ_{xy} é maior que ρ_{yx}. Em θ igual a 45º elas são iguais, e em θ igual a 60º ρ_{yx} é maior que ρ_{xy}. As componentes da fase possuem esse mesmo comportamento. O comportamento é inverso, porque agora, ρ_y é menor que as outras resistividades (ao contrário do experimento 2).

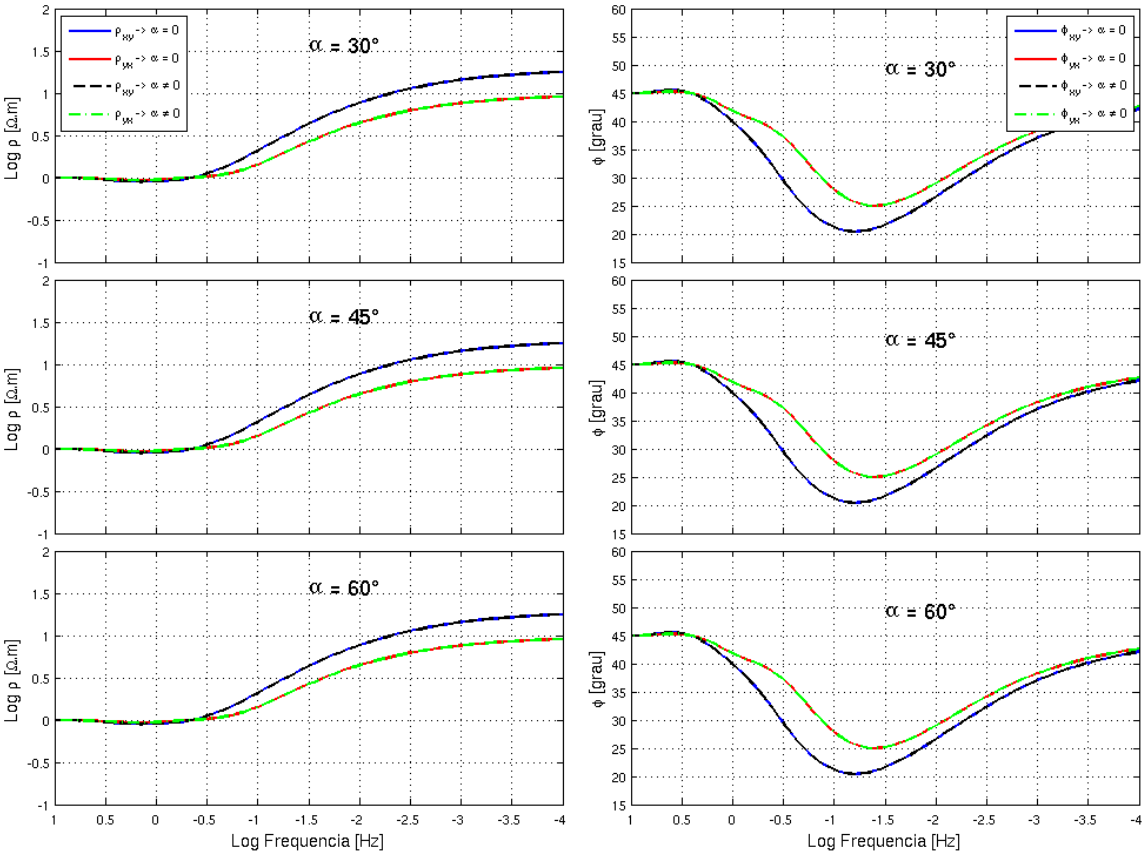

Figura 3.8. Experimento 3A. Resistividade aparente e fase.

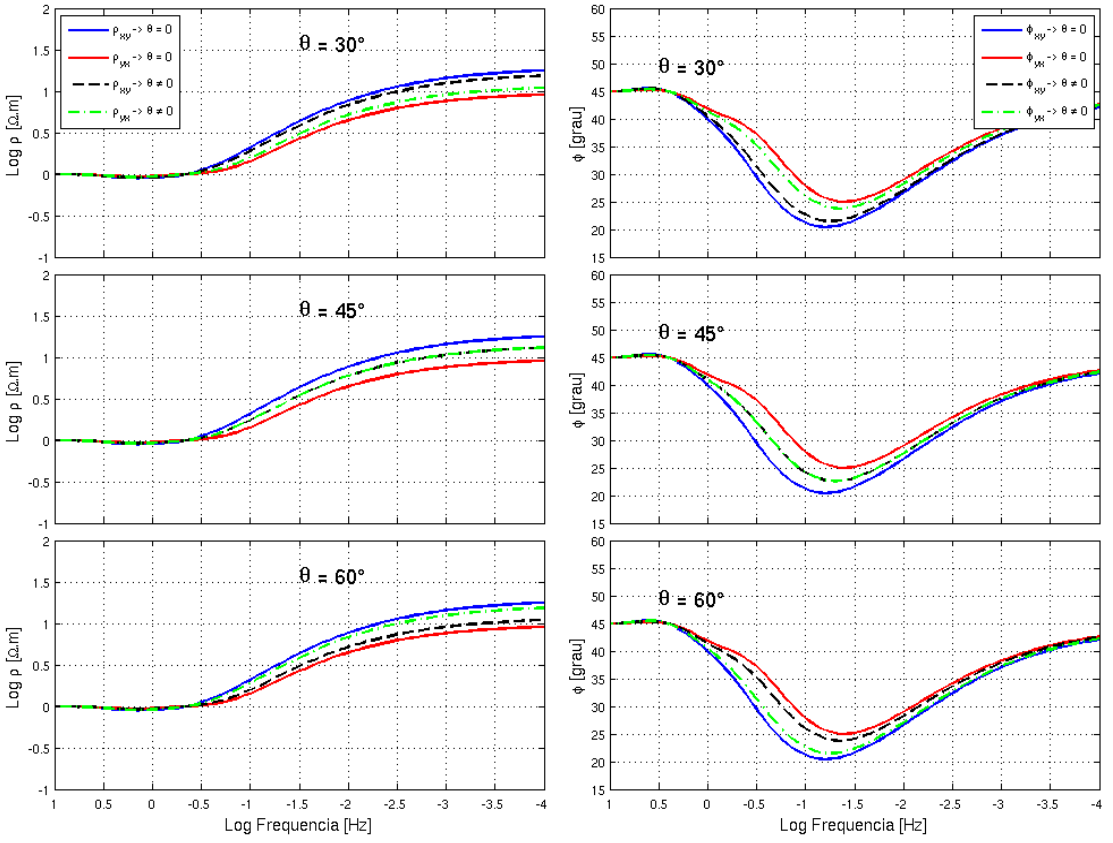

Figura 3.9. Experimento 3B. Resistividade aparente e fase. Componentes ρ_{xy} e ρ_{yx}

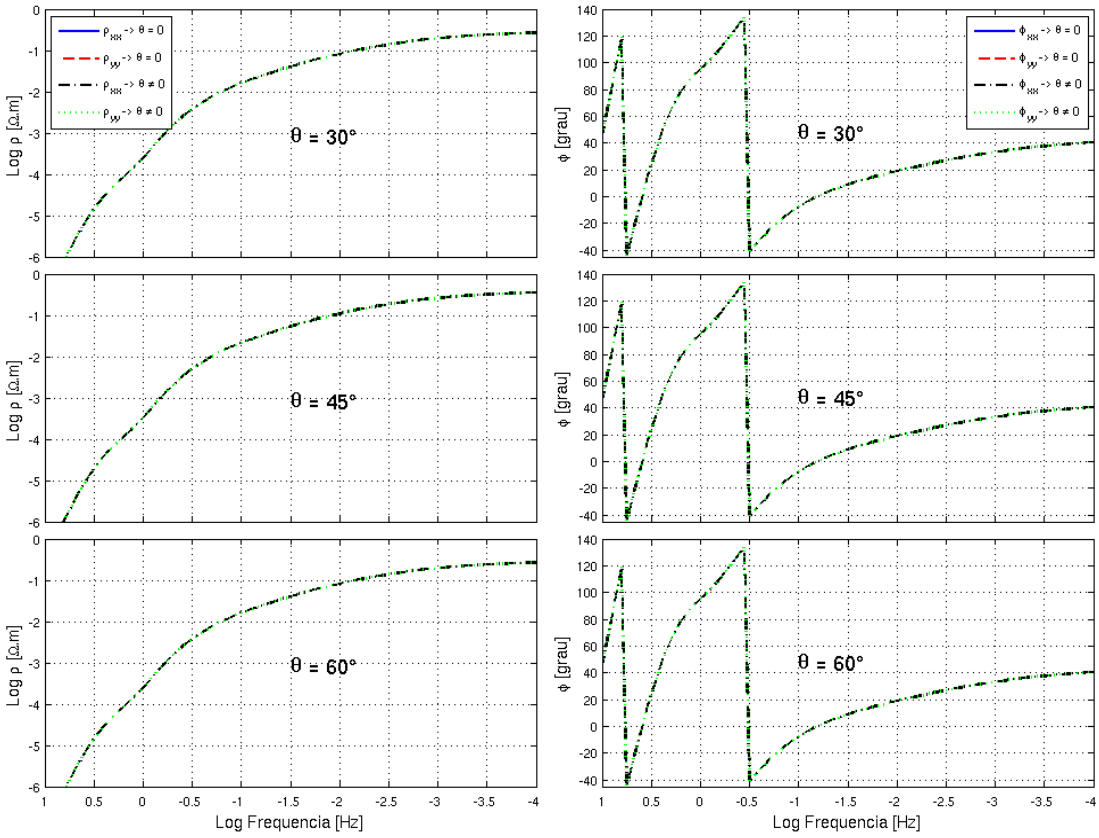

Figura 3.10. Experimento 3B. Resistividade aparente e fase. Componentes ρ_{xx} e ρ_{yy}.

EXPERIMENTO 4

Neste experimento, fizemos ρ_x e ρ_y iguais e com valor 2 vezes menor que ρ_z . Primeiro, mantendo θ fixo e igual a zero, e variando α de 30º, 45º e 60º temos o resultado 4A na Figura 3.12. A componente ρ_{xy} é a única componentes que varia, quanto maior o α, maior o valor dela. As outras componentes permanecem fixas com a variação de α e iguais. Depois, no resultado 4B, mantivemos α igual a zero e variamos θ (30º, 45º e 60º). Nos dois casos os valores de todas as componentes são iguais entre si (ρ_{xy}, ρ_{yx}) para os casos em e sem variação nos ângulos, separadamente, e elas não variam mudando os valores dos ângulos. Isto ocorre porque devido apenas às componentes de E e H estarem envolvidas nas medidas, as curvas se comportam como se todo o meio tivesse condutividade maior na horizontal.

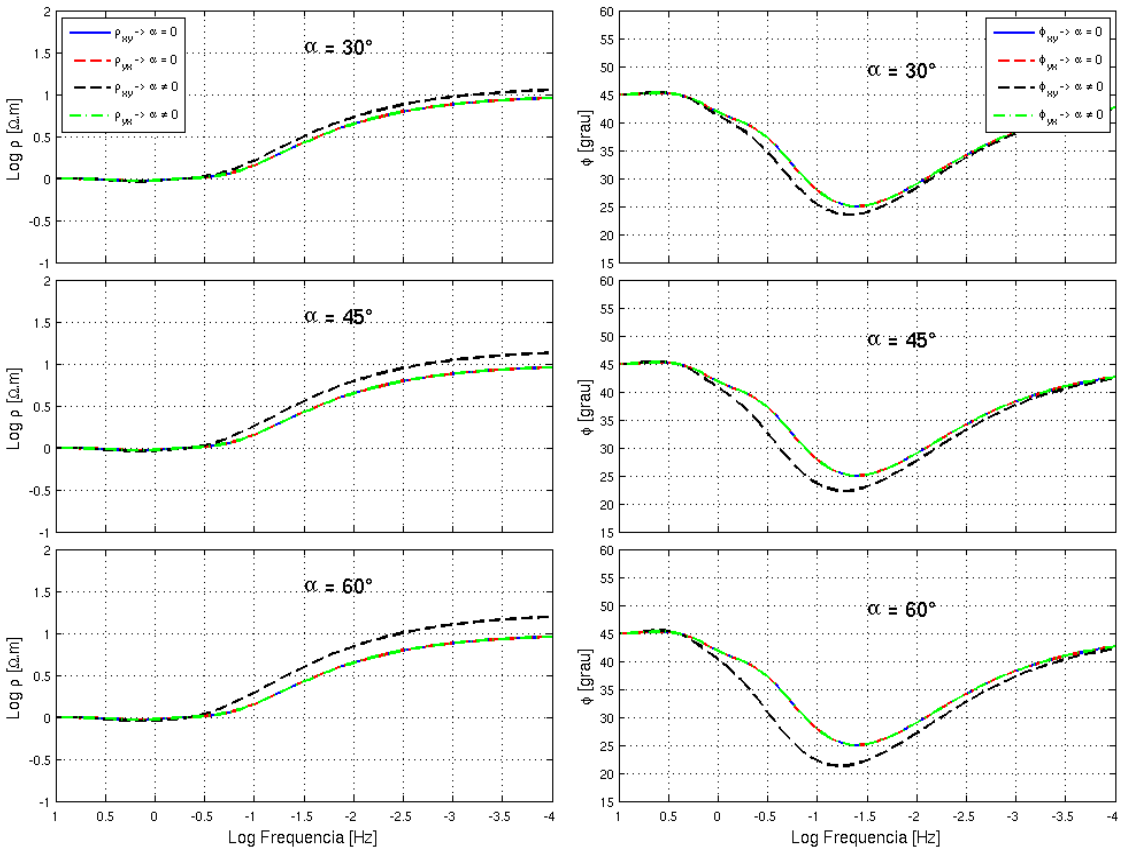

Figura 3.11. Experimento 4A. Resistividade aparente e fase.

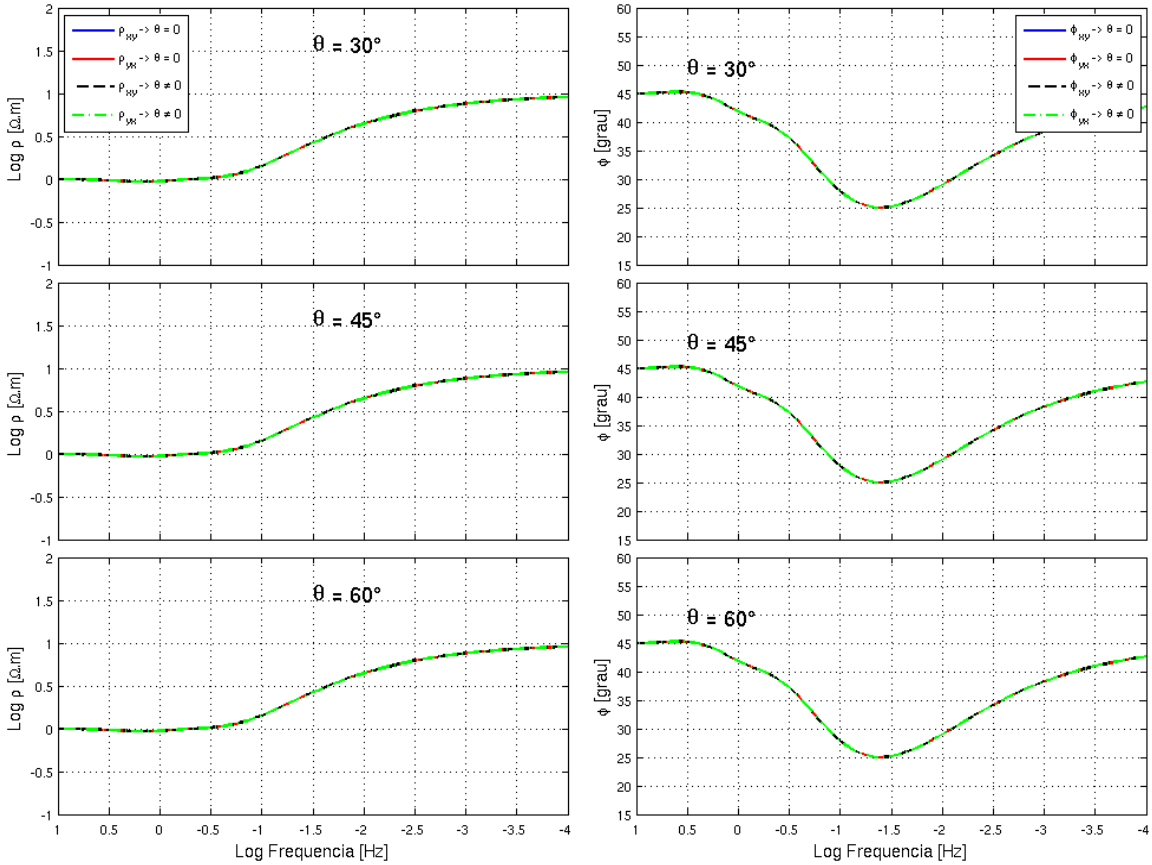

Figura 3.12. Experimento 4B. Resitividade aparente e fase.

4 CONCLUSÕES

Neste trabalho, utilizamos a formulação matemática descrita por Régis (2009), em que faz a inversão de dados MT anisotrópicos unidimensionais. Utilizando matrizes, ele descreve a propagação dos campos eletromagnéticos e a anisotropia é dada em forma de um tensor de condutividade, com sua geometria podendo ter uma variação angular na horizontal (θ) ou na vertical (α), e havendo também variação em amplitude das componentes.

Adaptamos essa formulação para o caso MT marinho (mMT), com mudanças mínimas nas equações, em que as medidas são feitas no fundo do mar. Construímos um modelo geoelétrico para analisarmos a influência da anisotropia nas respostas mMT, variando os parâmetros da anisotropia (ρ_x, ρ_y, ρ_z, θ e α).

Utilizando o modelo geoelétrico, fizemos 4 experimentos. No primeiro, variamos uma resistividade de cada vez, primeiro variamos ρ_x e mantivemos as outras resistividades constantes, e como era esperado, apenas a componente ρ_{xy} variou. Depois, variamos ρ_x e mantivemos as outras resistividades constantes, e pela simetria, a componente que respondeu foi a componente ρ_{yx}. Por fim, variamos ρ_x e ρ_y, e é claro, as componentes ρ_{xy} e ρ_{yx} variaram. No experimento 2, usamos ρ_x igual a metade do valor de ρ_y e ρ_z e variamos os ângulos. Quando variamos α, a componente ρ_{xy} é a componente que varia. Quando variamos θ, as componentes ρ_{xy} e ρ_{yx} se aproximam e se cruzam e as componentes ρ_{xx} e ρ_{yy} possuem influência da camada isotrópica e essa influência predomina na resposta. No experimento 3, usamos ρ_y igual a metade do valor de ρ_x e ρ_z. Primeiro variamos apenas e α, e as componentes ρ_{xy} esão iguais para o caso com e sem variação no ângulo, assim como ρ_{yx} são iguais para estes dois casos. Variando θ, pela simetria possui o mesmo comportamento do experimento 2. As componentes ρ_{xy} e ρ_{yx} se aproximam e se cruzam (só que inversamente) e as componentes ρ_{xx} e ρ_{yy} são todas iguais, pois a influência da primeira camada anisotrópica predomina na resposta. E por fim, no experimento 4, variamos ρ_y e ρ_x e usamos os valor dessas propriedades igual a metade de ρ_z. Variamos α e a única componente que variou foi a componente ρ_{xy}. As outras se mantiveram fixas e iguais. E variando θ, todas as componentes são iguais, independente dessa variação.

Este trabalho é um importante exercício de aplicação de metologia descrita para resolver o problema MT 1-D com anisotropia. Analisando a influência desta nas respostas MT.

A metologia desenvolvida provavelmente pode ser extendida para o método geofísico com fonte controlada, porém o grau de complexidade da solução varia de fonte para fonte.

REFERÊNCIAS

ABREU, P. M. Estudos geofísicos (magnetotelúrico e eletromagnético transiente) da porção Leste da Bacia do Parnaíba: contribuição ao conhecimento hidrogeológico. 2002. 130. Dissertação (Mestrado em Geofísica de Exploração). Observatório Nacional, Rio de Janeiro, 2002.

ANDERSON, B. et al. Oilfield anisotropy: its origins and electrical characteristics. *Oilfield Review*, p. 48-56, 1994.

AL'TGAUZEN, N. M. Electromagnetic wave propagation theory in layered anisotropic media: (Izv.) Acad. Sci. USSR, *Earth Physics*, no. 8, p. 60-69. 1969.

CAGNIARD, L. Basic of the magnetotelluric method of geophysical prospecting. *Gephysics*, vol. 18, p. 605-635. 1953.

CHETAEV D. N. The determination of the anisotropy coefficient and the angle of inclination of a homogeneous anisotropic medium. by measuring the impedance of the natural electromagnetic field: (Izv.) Acad. Sci. USSR, *Geophysics*. no. 4, p. 617-619, 1960.

CONSTABLE, S.C.; HOVERSTEN, G.M.; MORRISON, H.F. Marine magnetotellurics for petroleum exploration, Part II: Numerical analysis of subsalt resolution. *Geophysics*, vol. 63, p. 826–840. 1998.

KONG, J. A Electromagnetic fields due to dipole antennas over stratified anisotropic media. *Geophysics*, vol. 37, p. 985-996, 1972.

MANN, J.E. The importance of anisotropic conductivity in magnetotelluric interpretation. *Journal of Geophysics Research* . Vol. 70, p. 2940 - 2942. 1965.

O'BRIEN, D. P.; MORISON, H. F. Electromagnetic fields in an N-layer anisotropic half-space. *Geophysics*, vol. 32, p. 668-677, 1967.

PRAUS, O.; PETER, V. Magnetotelluric calculations for the interaction of polarized fields with anisotropic layered media. *Canadian Journal of Earth Science.* vol. 6, p. 759-769. 1969.

REDDY, 1. K.; RANKIN, D. Magnetotelluric effect of dipping anisotropies. *Geophysics Prospection.* Vol. 19, 84-97, 1971.

RÉGIS, C.R.T. Inversão Vinculada de dados EMAP e MT 1-D anisotrópico. 2000. Tese (Doutorado em Geofísica).Centro de Geociências, Universidade Federal do Pará. Belém, 2000.

RÉGIS, C.R.T., Modelagem mMT com anisotropia inclinada. Notas pessoais. 2009. Instituto de Geociências, Belém, 2009.

SINGH, R.P. Effect of inclined anisotropic substratum on magnetotelluric response, *Geophysical Prospecting*. vol. 33, p. 36-376. 1985.

SINHA, A.K. The magnetotelluric effect in an inhomogeneous and anisotropic earth. *Geoexploration*, vol.7, p. 9-28. 1969.

TIKHONOV, A.N. On determining electrical characteristics of deep layers of the earth's crust. *Doklady*, vol. 73, no 2, p. 295 – 297. 1950.

WAIT, J. R. Geo-electromagnetism. Academic Press, 263-264, 1981

XIONG, Z. et al, Induced-polarization and electromagnetic modeling of a three-dimensional body in a two-layer anisotropic earth. *Geophysics*, vol. 51, p. 2235-2246, 1986.