



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ  
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DE TUCURUÍ  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA**

**DIMENSIONAMENTO E ANÁLISE DE DESEMPENHO DE BOMBAS  
AXIAIS**

**RODOLFO VITORINO CORREIA RAMALHO**

**Tucuruí - PA  
2019**



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ  
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DE TUCURUÍ  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA**

**DIMENSIONAMENTO E ANÁLISE DE DESEMPENHO DE BOMBAS AXIAIS**

**RODOLFO VITORINO CORREIA RAMALHO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Faculdade de Engenharia Mecânica, do Campus Universitário de Tucuruí, da Universidade Federal do Pará, como requisito parcial para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Mecânica.

**Orientador:**  
**Prof. Dr.º André Luiz Amarantes Mesquita**

**Tucuruí - PA  
2019**

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD  
Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Pará  
Gerada automaticamente pelo módulo Ficat, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

---

C824d Correia Ramalho, Rodolfo Vitorino  
Dimensionamento e análise de desempenho de bombas axiais /  
Rodolfo Vitorino Correia Ramalho. — 2019.  
94 f. : il. color.

Orientador(a): Prof. Dr. André Luiz Amarante Mesquita  
Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) - Faculdade de  
Engenharia Mecânica, Campus Universitário de Tucuruí,  
Universidade Federal do Pará, Tucuruí, 2019.

1. Turbomáquinas. 2. Coeficiente de pressão mínimo. 3.  
CFD. I. Título.

CDD 621.252

---


**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ  
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DE TUCURUÍ  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA**


**DIMENSIONAMENTO E ANÁLISE DE DESEMPENHO DE BOMBAS AXIAIS**

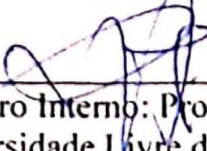
**RÓDOLFO VITORINO CORREIA RAMALHO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à  
Faculdade de Engenharia Mecânica do Campus de  
Tucuruí, como parte dos requisitos para obtenção  
do título de Bacharel em Engenharia Mecânica

**BANCA EXAMINADORA**

  
Orientador: Prof. Dr. André Luiz Amarante Mesquita  
FEM/CAMTUC/UFPB

  
Membro Interno: Prof. Me. Maciel Furtado  
FEM/CAMTUC/UFPB

  
Membro Interno: Prof. Me. Mayo Abeyo Tchada  
Universidade Livre de Bruxelas

Conceito EXC

**Tucuruí, 04 de setembro de 2019.**

Aos meus pais Ernildo e Ilan, por todo o apoio  
que me ofereceram desde sempre.

## **AGRADECIMENTOS**

Aos meus pais, Ernildo Ramalho e Ilan Correia pelo amor, incentivo e apoio incondicional.

A UFPA/CAMTUC, pela oportunidade de fazer o curso.

Ao professor André Mesquita, pela orientação, apoio e confiança.

A dona Maria que me ajudou bastante durante o período inicial da graduação.

Ao meu amigo Ronaldo que foi de grande importância na reta final da minha graduação e uma amizade que levarei pro resto da vida.

Aos meus amigos Arthur Fontana, Klemilson, Washington, Roberto Thomé e Artur Cunha que sempre estiveram junto a mim nos grupos de estudo e ajudaram bastante para que chegasse aqui.

Um agradecimento especial para minha querida companheira Alexsandra que me ajudou bastante na edição das imagens.

Aos nineites que com certeza abriram a minha visão de mundo e ajudaram no meu crescimento.

Aos amigos que fiz durante este curso que com certeza compartilharam diversas experiências positivas e negativas comigo.

*“Uma máquina consegue fazer o trabalho de 50 homens ordinários. Nenhuma máquina consegue fazer o trabalho de um homem extraordinário”.*

*(Elbert Hubbard)*

## **DIMENSIONAMENTO E ANÁLISE DE DESEMPENHO DE BOMBAS AXIAIS**

### **RESUMO**

*É apresentado um estudo sobre o critério do coeficiente de pressão mínimo no lado de sucção das pás do rotor para seções de geometrias de grades, com a finalidade de otimizar o projeto de bombas axiais para um canal de água recirculante. O critério foi testado, experimentalmente em ventiladores e bombas, e numericamente em turbinas, e mostrou-se adequado para definir a geometria inicial de projeto. As principais dimensões da máquina são definidas através de correlações empíricas disponíveis na literatura. Em conjunto com o software X-Foil, para análise bidimensional do escoamento através do método dos painéis é utilizado um código computacional em linguagem MATLAB a fim de proporcionar a automatização do processo de desenho, através do software SolidWorks. A análise das geometrias é realizada utilizando o software Ansys – CFX, específico para solução numérica de escoamentos tridimensionais.*

**Palavra-chave:** Turbomáquinas, Coeficiente de Pressão Mínimo, CFD.

## AXIAL PUMP DESIGN AND PERFORMANCE ANALYSIS

### ABSTRACT

*A study is presented on the minimum pressure coefficient criterion on the suction side of the rotor blades for cascade geometry sections, aiming the design optimization of axial flow pumps for a recirculating water channel. This criterion was tested experimentally, in fans and pumps, and numerically in turbines, and proved to be suitable to define the initial geometry of project. The main geometric aspects of the pumps were defined through statistical correlations available in the literature. In conjunction with X-Foil software, for two-dimensional flow analysis using the panel method a computational code in MATLAB is used to automate the design process through the SolidWorks software. The analysis of the geometries is carried out using software Ansys – CFX, specific for numeric 3-D flow solution.*

**Keyword:** *Turbomachinery, Minimum pressure coefficient, CFD.*

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

|  |    |
|--|----|
| Figura 1. Túnel de água recirculante do NDAE. ....   | 18 |
| Figura 2. Principais componentes de uma bomba axial.....                                       | 21 |
| Figura 3. Diagrama de Cordier. ....  | 23 |
| Figura 4. Diagrama de Stepanoff.....   | 24 |
| Figura 5: Diagrama de Howell. ....   | 25 |
| Figura 6. Superfícies de corrente propostas por Wu.....  | 27 |
| Figura 7. Grades Lineares.....   | 28 |
| Figura 8. Volume de controle abcd e forças sobre a pá. ....                                    | 31 |
| Figura 9. Demonstração do critério do $C_{pmin}$ . ....  | 33 |
| Figura 10. Curvas de rendimento das bombas ensaiadas por Fernandes. ....                       | 34 |
| Figura 11. Bombas ensaiadas por Fernandes.....   | 35 |
| Figura 12. Descrição visual do método dos painéis.....   | 36 |
| Figura 13. Diagrama de forças em um perfil aerodinâmico. ....                                  | 37 |
| Figura 14. Polares de um perfil aerodinâmico. ....   | 37 |
| Figura 15. Distribuição de pressão sobre o perfil. ....  | 38 |
| Figura 16. Túnel de água recirculante onde as bombas serão instaladas. ....                    | 40 |
| Figura 17. Ponto de projeto das máquinas.....  | 41 |
| Figura 18. Seções das pás utilizadas para os cálculos. ....                                    | 42 |
| Figura 19. Diagrama de projeto das pás. ....   | 43 |
| Figura 20. Perfis da ponta meio e raiz da pá das bombas projetadas.....                        | 47 |
| Figura 21. Rotores projetados.....   | 48 |
| Figura 24. Volume de controle. ....  | 52 |
| Figura 25. Domínio de cálculo. ....  | 56 |
| Figura 26. Tipos de célula. ....   | 59 |
| Figura 27. Células no CFX.....   | 60 |
| Figura 28. Fatores de qualidade no CFX - Solver. ....  | 60 |
| Figura 29. Ortogonalidade de um elemento. ....   | 61 |
| Figura 30. Raio de aspecto. ....   | 61 |
| Figura 31. Esquema de cores do Ansys Meshing. ....   | 62 |
| Figura 32. Domínio discretizado. ....  | 62 |
| Figura 33. Detalhes da malha no bordo de fuga da raiz da pá. ....                              | 63 |
| Figura 34. Detalhe do refinamento da camada limite. ....                                       | 63 |
| Figura 35. Raio de aspecto no rotor próximo da carcaça.....                                    | 64 |
| Figura 36. Detalhe do refinamento no bordo de fuga da raiz da pá. ....                         | 64 |
| Figura 36. Qualidade ortogonal do bordo de fuga da ponta da pá. ....                           | 65 |
| Figura 37. Qualidade ortogonal do perfil na raiz da pá do rotor.....                           | 65 |
| Figura 38. Skewness do rotor. ....   | 66 |
| Figura 39. Qualidade ortogonal do estator. ....  | 66 |
| Figura 40. Skewness do estator. ....   | 67 |
| Figura 41. Vetor velocidade no bordo de ataque do rotor na raiz da pá(a) B1 (b) B2 (c) B3..... | 69 |
| Figura 42. Vetor velocidade no bordo de fuga do rotor na raiz da pá (a) B1 (b) B2 (c) B3.....  | 70 |
| Figura 43. Pressão ao redor da raiz da pá (a) B1 (b) B2 (c) B3.....                            | 71 |
| Figura 44. Pressão ao redor do meio da pá (a) B1 (b) B2 (c) B3.....                            | 72 |
| Figura 45. Pressão ao redor da ponta da pá (a) B1 (b) B2 (c) B3.....                           | 73 |
| Figura 46. Vetor velocidade absoluta, ponta da pá.....   | 74 |
| Figura 47. Perfil de velocidade axial na saída da bomba.....                                   | 74 |
| Figura 48. Comparação do valor de $C_{pmin}$ para as mesmas seções de pá dos três rotores..... | 75 |
| Figura 49. Comparação do valor de $C_{pmin}$ obtido no X-Foil e no CFX (B1). ....              | 75 |
| Figura 50. Comparação do valor de $C_{pmin}$ obtido no X-Foil e no CFX (B2). ....              | 76 |
| Figura 51. Comparação do valor de $C_{pmin}$ obtido no X-Foil e no CFX (B3). ....              | 76 |

|   |    |
|---|----|
| Figura 52. Comparação do carregamento da pá na seção da raiz entre X-Foil e CFD (a) B1 (b) B2 (c) B3..... | 77 |
| Figura 53. Comparação do carregamento no meio da pá entre X-Foil e CFD (a) B1 (b) B2 (c) B3. ....         | 78 |
| Figura 54. Comparação do carregamento na ponta da pá entre X-Foil e CFD (a) B1 (b) B2 (c) B3.....         | 79 |
| Figura 55. Representação de um perfil sendo transformado.....   | 86 |
| Figura 56. Vistas frontal e superior dos perfis.....  | 87 |
| Figura 57. Elemento de volume do fluido. ....   | 88 |
| Figura 58. Forças atuantes em uma asa de sustentação. ....  | 91 |

## LISTA DE TABELAS

|   |    |
|---|----|
| Tabela 1. Número ótimo de pás para bombas axiais .....                          | 23 |
| Tabela 2. Constante para a eq. 4 em Função de $D_i/D_e$ .....                   | 25 |
| Tabela 3. $C_{pmin}$ das bombas estudadas .....                                 | 34 |
| Tabela 4. Parâmetros de projeto das máquinas.....                               | 44 |
| Tabela 5. Coeficiente de Thoma para cada seção de pá .....                      | 44 |
| Tabela 6. Análise de cavitação das bombas projetadas .....                      | 45 |
| Tabela 7. Parâmetros de projeto da bomba 1.....                                 | 45 |
| Tabela 8. Parâmetros de projeto da bomba 2.....                                 | 45 |
| Tabela 8. Parâmetros de projeto da bomba 2 - Continuação .....                  | 46 |
| Tabela 9. Parâmetros de projeto da bomba 3.....                                 | 46 |
| Tabela 10. Ângulo relativo e corda dos perfis da raiz, meio e ponta da pá ..... | 46 |
| Tabela 11. Características construtivas do difusor .....                        | 50 |
| Tabela 12. Condições de contorno .....  | 57 |
| Tabela 13. Informações de malha do rotor B1 .....                               | 67 |
| Tabela 14. Informações de malha do rotor B2 .....                               | 68 |
| Tabela 15. Informações de malha do rotor B3 .....                               | 68 |
| Tabela 16. Comparação entre os parâmetros das bombas projetadas .....           | 80 |

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

|       |  |
|-------|--|
| ANSYS | Empresa de <i>software</i> de simulação numérica   |
| CAD   | <i>Computer-aided design</i>                       |
| CFD   | <i>Computational Fluid Dynamics</i>                |
| CFX   | Compilador de código de CFD                        |
| DNS   | Simulação Numérica Direta                          |
| NACA  | <i>National Advisory Committee for Aeronautics</i> |
| NDAE  | Núcleo de Desenvolvimento Amazônico em Engenharia  |
| RANS  | <i>Reynolds Averaged Navier – Stokes</i>           |
| RPM   | Rotações por minuto                                |
| SST   | <i>Shear Stress Transport</i>                      |
| UFPA  | Universidade Federal do Pará                       |

## LISTA DE SÍMBOLOS

|            |   |
|------------|---|
| $C_L$      | Coeficiente de sustentação                              |
| $C_D$      | Coeficiente de arrasto                                  |
| $C_p$      | Coeficiente de pressão                                  |
| $C_{pmin}$ | Coeficiente de pressão mínimo no lado de sucção         |
| $l$        | Corda do perfil   |
| $c_a$      | Componente da velocidade absoluta na direção axial      |
| $c_r$      | Componente da velocidade absoluta na direção radial     |
| $c_u$      | Componente da velocidade absoluta na direção tangencial |
| $D_i$      | Diâmetro interno  |
| $D_e$      | Diâmetro externo  |
| $F_L$      | Força de sustentação                                    |
| $F_D$      | Força de arrasto  |
| $F_R$      | Força resultante no perfil da pá                        |
| $F_x$      | Componente da força resultante na direção x             |
| $F_y$      | Componente da força resultante na direção y             |
| $f$        | Fator de bloqueamento                                   |
| $g$        | Aceleração da gravidade                                 |
| $H$        | Altura de elevação                                      |
| $K$        | Constante de cálculo para solidez                       |
| $m$        | Massa   |
| $\dot{m}$  | Fluxo mássico   |
| $N_p$      | Número de pás   |
| $n$        | Frequência de rotação                                   |
| $n_q$      | Velocidade específica                                   |
| $n_s$      | Velocidade específica em unidades imperiais             |
| $P$        | Potência  |
| $P_4$      | Pressão estática na entrada da grade                    |
| $P_5$      | Pressão estática na saída da grade                      |
| $P_e$      | Potência Efetiva  |
| $P_d$      | Potência Disponível                                     |
| $p_{o4}$   | Pressão de estagnação na entrada da grade               |
| $p_{o5}$   | Pressão de estagnação na saída da grade                 |
| $p_\infty$ | Pressão de referência                                   |
| $Re$       | Número de Reynolds                                      |
| $r$        | raio  |
| $t$        | Passo entre as pás do rotor                             |

|            |   |
|------------|---|
| $T$        | Torque nas pás do rotor                                   |
| $W$        | Trabalho da bomba   |
| $w$        | Velocidade relativa do escoamento                         |
| $w_{max}$  | Velocidade relativa máxima sobre o perfil                 |
| $w_x$      | Componente da velocidade relativa na direção axial x      |
| $w_y$      | Componente da velocidade relativa na direção tangencial y |
| $w_\infty$ | Velocidade relativa média do escoamento                   |
| $w_a$      | Componente da velocidade relativa na direção axial        |
| $w_u$      | Componente da velocidade relativa na direção tangencial   |
| $w_r$      | Velocidade radial   |
| $Y$        | Energia Específica  |

### Símbolos Gregos

|                |   |  |
|----------------|---|--|
| $\alpha$       | – | Ângulo de ataque   |
| $\alpha_4$     | – | Ângulo entre a velocidade tangencial e a velocidade absoluta na entrada da bomba |
| $\alpha_5$     | – | Ângulo entre a velocidade tangencial e a velocidade absoluta na saída da bomba.  |
| $\beta_\infty$ | – | Ângulo do escoamento média da grade  |
| $\beta_4$      | – | Ângulo do escoamento na entrada da grade   |
| $\beta_5$      | – | Ângulo do escoamento na saída da grade   |
| $\beta_5$      | – | Ângulo do escoamento na saída da grade,  |
| $\delta$       | – | Ângulo de desvio da grade  |
| $\Phi$         | – | Coefficiente de pressão  |
| $\eta$         | – | Rendimento   |
| $\eta_h$       | – | Rendimento hidráulico  |
| $v_o$          | – | Relação de diâmetros   |
| $\rho$         | – | Densidade do fluido  |
| $\sigma$       | – | Solidez  |
| $\omega$       | – | Velocidade angular da máquina  |

## SUMÁRIO

|  |    |
|--|----|
| <b>1. INTRODUÇÃO</b> .....   | 18 |
| 1.2. OBJETIVOS .....   | 20 |
| 1.2.1. <b>Objetivo geral</b> .....                                 | 20 |
| 1.2.2. <b>Objetivos específicos</b> .....                          | 20 |
| <b>2. BOMBAS AXIAIS - FUNDAMENTOS</b> .....                        | 21 |
| 2.1. BOMBAS AXIAIS .....   | 21 |
| 2.2. PARÂMETROS ADIMENSIONAIS.....                                 | 22 |
| 2.3. ESCOAMENTO EM BOMBAS AXIAIS.....                              | 26 |
| <b>3.2.1. Equação de Euler das Turbomáquinas</b> .....             | 28 |
| <b>3.2.2. Condição do equilíbrio radial a vórtice livre.</b> ..... | 29 |
| <b>3.2.3. Modelos de Grade Linear</b> .....                        | 30 |
| <b>3. CRITÉRIO DO COEFICIENTE DE PRESSÃO MÍNIMO</b> .....          | 33 |
| 3.1. COEFICIENTE DE PRESSÃO MÍNIMO .....                           | 33 |
| 3.2. CÁLCULO DA DISTRIBUIÇÃO DE PRESSÃO.....                       | 36 |
| 3.3. ANÁLISE DA CONDIÇÃO DE CAVITAÇÃO.....                         | 38 |
| <b>4. DIMENSIONAMENTO DAS MÁQUINAS</b> .....                       | 40 |
| 4.1. ROTOR.....  | 40 |
| 4.2. ESTATOR .....   | 49 |
| <b>5. ANÁLISE NUMÉRICA</b> .....                                   | 52 |
| 5.1. EQUAÇÕES FUNDAMENTAIS.....                                    | 52 |
| <b>5.1.1. Modelo de turbulência</b> .....                          | 55 |
| <b>5.1.2. Modelo de duas equações: SST</b> .....                   | 55 |
| 5.2. DOMÍNIO DE CÁLCULO .....                                      | 56 |
| <b>5.2.1. Condições de Contorno</b> .....                          | 57 |
| 5.3. MALHA COMPUTACIONAL .....                                     | 58 |
| <b>5.3.1. Critérios de qualidade de malha</b> .....                | 59 |
| <b>5.3.2. Análise de qualidade de malha</b> .....                  | 62 |
| <b>5.3.3. Estudo de convergência de malha</b> .....                | 67 |
| <b>6. RESULTADOS</b> .....   | 69 |
| 6.1. CAMPOS DE PRESSÃO E VELOCIDADE.....                           | 69 |
| 6.2. COMPARAÇÃO X-FOIL E CFD .....                                 | 75 |
| 6.3. EFICIÊNCIA DAS BOMBAS .....                                   | 80 |

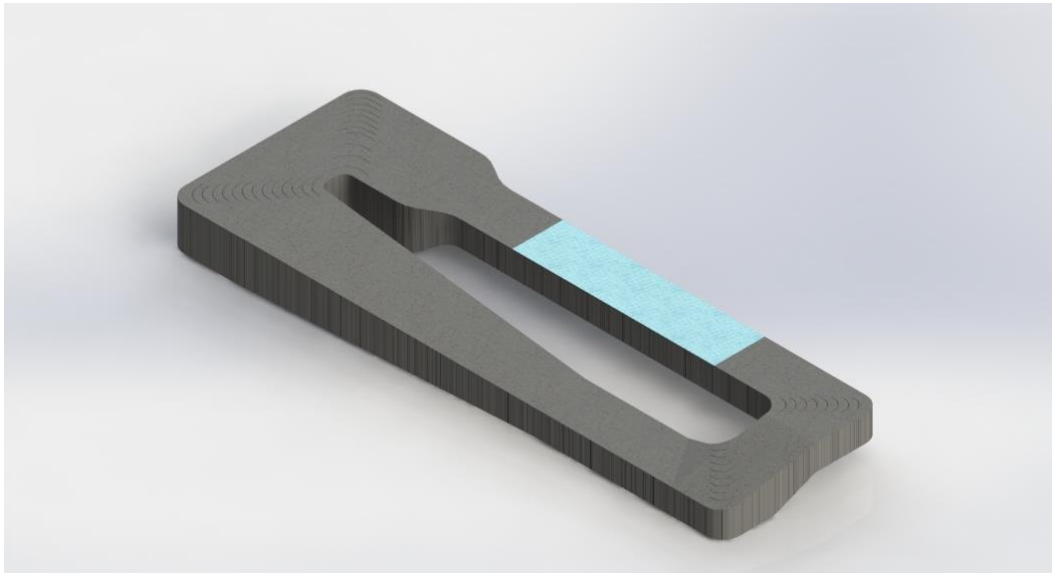
|   |    |
|---|----|
| 6.4. ANÁLISE DO CRITÉRIO DO $C_{psmin}$ ..... | 80 |
| <b>7. CONCLUSÃO</b> .....                     | 82 |
| 7.1. SUGESTÃO PARA TRABALHOS FUTUROS.....     | 82 |
| <b>REFERÊNCIAS</b> .....                      | 83 |
| <b>8. APÊNDICE A.</b> .....                   | 86 |
| <b>9. ANEXO B.</b> .....                      | 88 |
| <b>10. ANEXO C.</b> .....                     | 91 |
| <b>11. ANEXO D.</b> .....                     | 93 |
| MODELO $k-\square$ .....                      | 93 |
| MODELO $k\square\square$ .....                | 93 |
| MODELO SST .....                              | 94 |

## 1. INTRODUÇÃO

O Governo Federal criou o Programa Caminho da Escola, com o objetivo de renovar e padronizar a frota de veículos usada no transporte escolar por meio de concessão de operações de crédito aos municípios para aquisição de ônibus e embarcações novos. Dentro do controle de qualidade deste projeto está previsto o projeto de implantação do canal de água recirculante para testes em modelos de lanchas escolares.

O túnel de água circulante para ensaios de modelos das lanchas escolares será instalado em um galpão disponibilizado pelo Núcleo de Desenvolvimento Amazônico em Engenharia, da Universidade Federal do Pará – NDAE/UFPA, com sede em Tucuruí - Pará.

**Figura 1. Túnel de água recirculante do NDAE.**



Fonte: Autoria Própria

O alto custo de mercado de bombas axiais de grande capacidade e baixa altura manométrica condicionou a decisão de dimensionar, projetar e fabricar as bombas para viabilizar a implantação do túnel. O projeto de um sistema motriz eficiente, visa montar uma infraestrutura laboratorial capaz de produzir testes em modelos de lancha, aumentando a sua eficiência hidrodinâmica nos riachos dos Estados da Região Norte, bem como de outros tipos de modelos em escala.

O estabelecimento de uma metodologia para o projeto de máquinas de fluxo é essencial para a garantia de um alto desempenho e da obtenção das características hidráulicas desejadas. Técnicas de simulação numérica têm sido desenvolvidas para estudar as equações que

descrevem os fenômenos do fluxo, devido à dificuldade de se tratar os escoamentos instáveis, tridimensionais e complexos das turbomáquinas (OLIVEIRA, 2014).

Contudo, é necessária uma geometria inicial de boa qualidade para que as análises do escoamento possam ser efetuadas. As metodologias clássicas encontradas na literatura não fazem uma avaliação detalhada da influência dos parâmetros geométricos, como o tipo de perfil, solidez, e ângulo de montagem, em relação ao desempenho da bomba. Logo, é importante o emprego de certos critérios com a finalidade de atender a certos requisitos de rendimento (CRUZ et al, 2008).

Alguns trabalhos, demonstraram a validade da utilização do critério do coeficiente pressão mínimo ( $C_{pmin}$ ) na seleção de grades lineares em projeto de turbomáquinas axiais. Scholz (1965) idealizou, inicialmente, o coeficiente de pressão mínimo como critério de carregamento em perfis isolados. Fernandes (1973), posteriormente, estendeu a aplicabilidade do critério do coeficiente pressão mínimo para perfis arrançados em grades lineares de turbomáquinas, projetando e realizando ensaios de uma série de bombas axiais, utilizando perfis da série Göttingen. Tendo por base a teoria potencial de Mellor (1959), Fernandes demonstrou que o critério do coeficiente de pressão mínimo como fator de carregamento tem grande influência na determinação do comportamento de turbomáquinas axiais. De La Fuente (1982) confirmou a utilização do critério do  $C_{pmin}$  na avaliação das condições de funcionamento de grades de turbomáquinas axiais, realizando comparações entre diversos critérios de determinação de desempenho de grades usando dados experimentais de perfis da série NACA 65 obtidos por Emery et al (1957). O critério do coeficiente de pressão mínimo também foi testado em projetos de ventiladores axiais como critério de carregamento aerodinâmico para seleção de grades lineares com mínima perda por Mesquita (1996). Também nesse caso, o critério foi julgado adequado para definir a geometria inicial para projeto.

Os parâmetros globais que fornecem as principais dimensões das bombas serão obtidos a partir de correlações estatísticas disponíveis na literatura em Pfeleiderer (1979) e Macintyre, (1990). O procedimento de geração do modelo tridimensional utilizado de base para a posterior análise numérica, foi automatizado através do software MATLAB, com a utilização de um algoritmo que será apresentado mais à frente.

Para análise do escoamento foram utilizados o software livre X-Foil e o pacote de softwares Ansys - CFX. O primeiro, utilizado para obtenção dos parâmetros hidrodinâmicos, como coeficiente de sustentação, arrasto, e coeficiente de pressão. O mesmo utiliza um acoplamento do método dos painéis-viscoso através de um código desenvolvido no Instituto Tecnológico de Massachusetts por Drela (1989) que utiliza a teoria dos escoamentos potenciais,

que são aplicados para escoamentos em que a compressibilidade do fluido em estudo pode ser desprezada, e também utiliza a condição de contorno de Neumann, que requer que não haja escoamento na direção normal à superfície do perfil aerodinâmico. O segundo é tridimensional, para eficiente resolução das equações de Navier-Stokes e Euler que são fundamentais para a resolução do escoamento entre as pás. Ambos serão descritos detalhadamente mais à frente.

## 1.2. OBJETIVOS

### 1.2.1. Objetivo geral

Projetar e analisar a eficiência de três modelos de rotor para instalação em canal de água recirculante.

### 1.2.2. Objetivos específicos

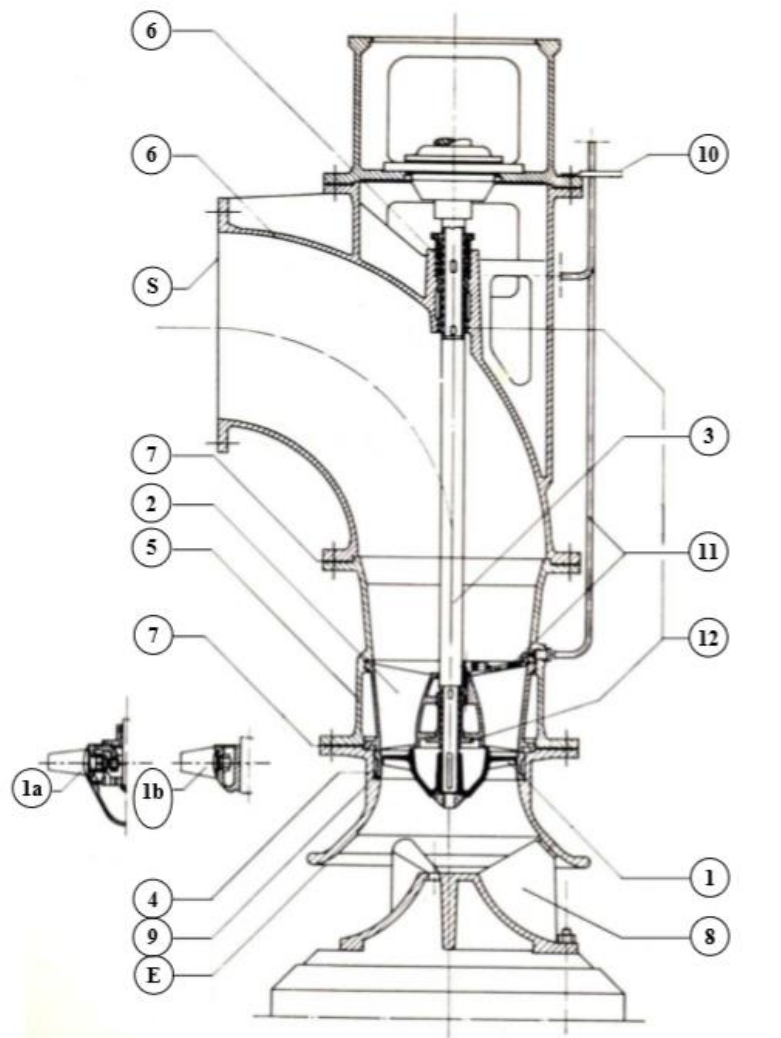
- Aplicar a metodologia do  $C_{pmin}$  para dimensionamento de bombas axiais de recirculação de água.
- Modelar uma bomba axial através de CFD.
- Desenvolver uma metodologia de integração dos softwares, Excel/Matlab/SolidWorks/Ansys, para otimizar o processo de análise.
- Desenvolver um script geral para o desenho de rotores axiais, em linguagem Matlab, para ser executado a partir dos dados do projeto.

## 2. BOMBAS AXIAIS - FUNDAMENTOS

### 2.1. BOMBAS AXIAIS

As bombas hidráulicas constituem uma classe importante de turbomáquinas cujo princípio de funcionamento é baseado na mudança da quantidade de movimento do líquido de trabalho. Quanto à direção do escoamento principal, as bombas hidráulicas geralmente são classificadas em radiais, diagonais e axiais. (MACINTYRE, 1980).

**Figura 2. Principais componentes de uma bomba axial.**



- |                             |  |                             |
|-----------------------------|--|-----------------------------|
| 1 Rotor                     | 5 Corpo da bomba                       | 11 Sistema de lubrificação  |
| 1a Rotor com pás reguláveis | 6 Corpo de saída da bomba              | 12 Sistema de mancais       |
| 1b Rotor com pás ajustáveis | 7 Sistema de juntas                    | E Seção de entrada da bomba |
| 2 Difusor aletado           | 8 Sistema de apoio com guia na entrada | S Seção de saída da bomba   |
| 3 Árvore (eixo) da bomba    | 9 Sistema de anéis de desgaste         |                             |
| 4 Corpo de entrada da bomba | 10 Apoio do tubo de lubrificação       |                             |

Fonte: MACINTYRE, 1980.

Uma maneira eficiente de se elevar a capacidade de uma bomba axial é a instalação de aletas na descarga, para que a energia cinética do fluxo de saída seja completamente convertida em pressão Macintyre, (1980). O projeto de um estator com aletas fixas será apresentado juntamente com o projeto do rotor.

As metodologias de projeto hidro ou aerodinâmicos, podem ser encontrados em livros tal como Stepanoff (1957) e Pfleiderer (1979) que apresentam um procedimento detalhado com base na teoria da asa de sustentação, além de um cálculo detalhado para o rotor e para o difusor de bombas axiais. Schulz (1965) e Bran e Souza (1969) apresentam alguns procedimentos de cálculo para bombas, turbinas e ventiladores axiais, além de gráficos para o projeto dos rotores.

Wallis (1993) apresenta projetos de rotores axiais usando a condição de vórtice-livre (vórtice potencial) e vórtice-forçado.

A literatura mais recente de Albuquerque (2006) e Peng (2008) apresenta procedimentos baseados na literatura anterior, também embasados na teoria da asa de sustentação.

## 2.2. PARÂMETROS ADIMENSIONAIS

Uma turbomáquina é definida pela sua velocidade específica,  $n_q$ , que determina o tipo e a forma básica do rotor. De acordo com Pfleiderer (1979) a velocidade específica é usualmente dada por:

$$n_q = n \cdot \frac{Q^{0,5}}{(Hg)^{0,75}} \quad (1)$$

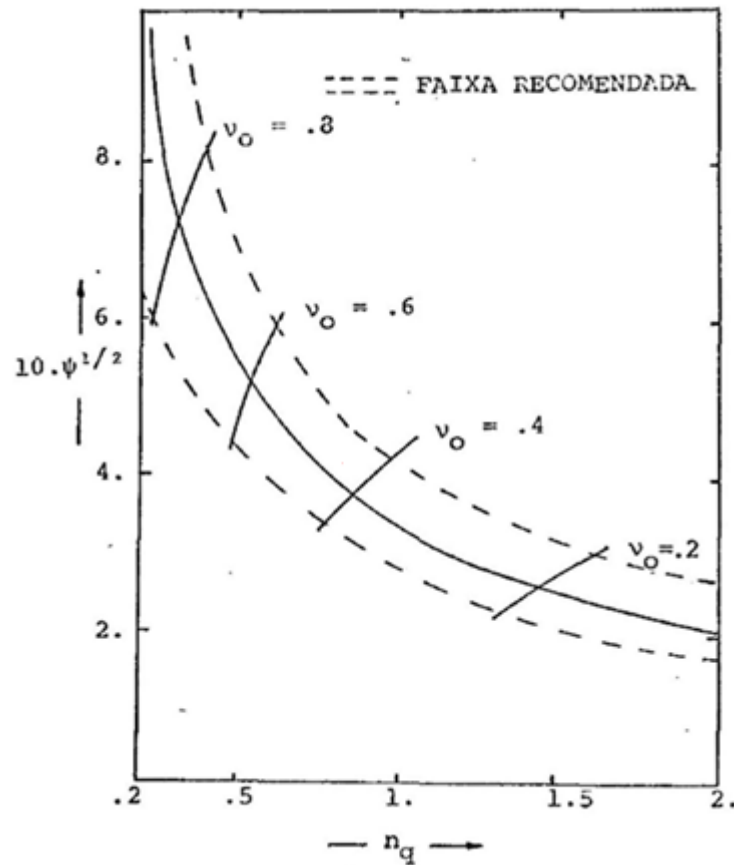
Onde  $n$ ,  $Q$  e  $H$  são rotação (r.p.s.), vazão ( $m^3/s$ ) e altura manométrica (m) de projeto, respectivamente. Para uma análise mais geral, os parâmetros são apresentados na forma adimensional. O coeficiente de pressão  $\Psi$  é utilizado em conjunto com a velocidade específica para obtenção dos parâmetros geométricos básicos do rotor, e é apresentado a seguir:

$$\Psi = \frac{2Hg}{u_e^2} \quad (2)$$

sendo,  $u_e$  a velocidade tangencial da ponta da pá e  $g$  a aceleração da gravidade.

As principais dimensões de um rotor axial, são o diâmetro externo  $D_e$  e o diâmetro interno  $D_i$ , a relação entre o diâmetro interno e o diâmetro externo  $v_o = D_i/D_e$  e o número de pás do rotor,  $N_p$ . Essas grandezas podem ser obtidas através de correlações empíricas que estão descritas em gráficos, Cordier (1955) e Stepanoff (1957), específicos para cada classe de turbomáquina, correlacionados através de seus coeficientes adimensionais.

Figura 3. Diagrama de Cordier.



Fonte: CORDIER, 1955.

Através do diagrama de Cordier é possível obter uma relação de diâmetros  $D_i/D_e$  e uma rotação  $n$  recomendadas para uma determinada condição de vazão e altura manométrica de projeto (PFLEIDERER, 1979).

O número ótimo de pás recomendado é apresentado na Tabela 1 como uma função da velocidade específica  $n_s$ . A velocidade específica  $n_s$ , utilizada como parâmetro na Tabela 1 e na eq. 3, é descrita pela eq. 1, porém com a rotação em  $rad/s$  e as demais unidades em sistema inglês.

Tabela 1. Número ótimo de pás para bombas axiais

| $n_s$ | $N_p$ |
|-------|-------|
| 2-3.5 | 5     |
| 3-4.5 | 4     |
| 4-5.5 | 3     |
| 5-6.5 | 2     |

Fonte: STEPANOFF (1957).



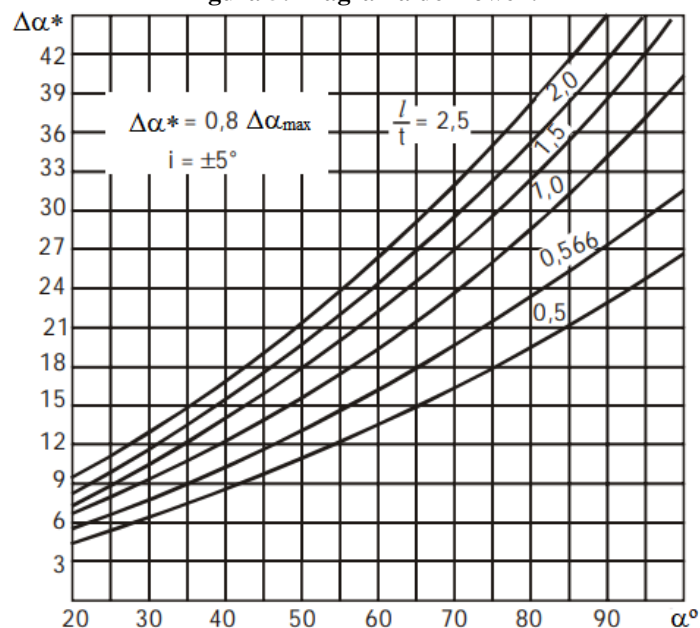
**Tabela 2. Constante para a eq. 4 em Função de  $D_i/D_e$** 

| $D_i/D_e$ | $K$  |
|-----------|------|
| 0,3       | 8,38 |
| 0,35      | 7,65 |
| 0,4       | 6,1  |
| 0,45      | 5,1  |
| 0,5       | 4,49 |
| 0,55      | 3,75 |
| 0,6       | 3,38 |
| 0,65      | 2,94 |
| 0,7       | 2,61 |

Fonte: STEPANOFF (1957)

De acordo com Stepanoff (1957) a solidez calculada na eq. 3 deve estar entre 0.4 e 1.1 e se a mesma estiver fora dessa faixa, uma nova escolha para a relação de diâmetros deve ser feita. O autor também recomenda que o valor de solidez na ponta da pá seja 1.3 vezes o valor da mesma na raiz da pá.

O estator das bombas é construído em perfis de arco circular com espessura constante para todas as seções. Sendo que para o traçado dos perfis foi utilizada a metodologia de Srinivasan, que consiste na utilização do diagrama de Howell para obtenção da relação corda/passo do estator com base nos ângulos de entrada e saída da seção do cubo. Ele utiliza o ângulo de saída do estator no eixo x e o ângulo que vc deve adicionar ao ângulo de saída do rotor no eixo y.

**Figura 5: Diagrama de Howell.**

Fonte: SRINIVASAN, 2008.

### 2.3. ESCOAMENTO EM BOMBAS AXIAIS

Neste t3pico, 3 apresentada uma breve descri33o das teorias e do equacionamento matem3tico necess3rio para o dimensionamento do rotor de uma bomba axial. Neste contexto, ser3o feitas as seguintes hip3teses b3sicas:

- escoamento incompress3vel (densidade constante);
- regime permanente;
- n3mero infinito de p3s (escoamento perfeitamente dirigido);
- entrada sem choque (escoamento sem 3ngulo em rela33o ao eixo do rotor na entrada);
- velocidades meridianas constantes nas dire33es normais 3s superf3cies de escoamento (equil3brio radial);

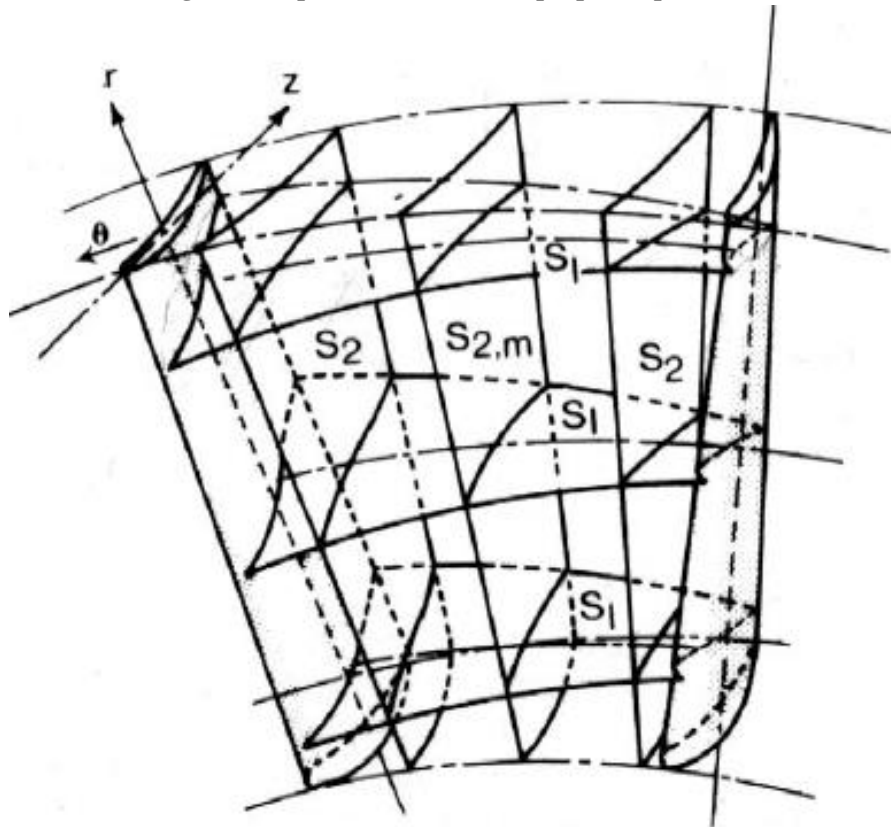
Devido ao alto grau de dificuldade em se determinar uma solu33o para as equa33es que governam o comportamento do escoamento turbulento das turbom3quinas, as solu33es mais simples envolvem a ado33o de hip3teses e considera33es em rela33o aos par3metros e propriedades do escoamento e que dependem do tipo de turbom3quina e da geometria das p3s do rotor (CRUZ, 2002).

Uma simplifica33o cl3ssica do problema tridimensional foi proposta por Wu (1952) e est3 dispon3vel na literatura. O m3todo consiste em representar o campo do escoamento tridimensional atrav3s de superf3cies de correntes bidimensionais, representado na Figura 6, nela podemos visualizar uma fam3lia de superf3cies  $S_1$  para o escoamento p3-a-p3 ou em grades, sobrepostas entre si para definir os perf3s das p3s em se33es que v3o do cubo a carca3a da m3quina; e uma segunda fam3lia de superf3cies, ditas  $S_2$ , para o escoamento meridional.

Devido a simplicidade da configura33o em grade, fica poss3vel investigar os coeficientes din3micos, tais como sustentaa3o e arrasto, bem como, distribu33o de press3o, transi33o e separaa3o, camada limite, vorticidade, cavita33o, dentre outros fen3menos pertinentes ao escoamento entre p3s rotativas (CRUZ, 2002).

Uma das vantagens deste tipo de aproxima33o 3 a possibilidade de se aplicar a equa33o de Euler das turbom3quinas em cada se33o de grade independentemente para determinar os tri3ngulos de velocidades na entrada e sa3da das p3s desta se33o. Feito isso s3o selecionados perf3s aerodin3micos que entreguem a deflex3o requerida pela grade, com perda m3nima de energia do flu3ido (ABOT E DOENHOFF, 1959).

Figura 6. Superfícies de corrente propostas por Wu.



Fonte: WU, 1952.

Para o projeto é empregada a notação mais usual no Brasil, a notação alemã. Segundo esta notação, os pontos 4 e 5, Figura 7, representam a entrada e a saída do rotor. Os pontos 3 e 6 se referem às posições anterior e posterior ao rotor (BRAN, 1969).

Para as velocidades, é convencionado  $c$  para representar a velocidade absoluta do escoamento,  $w$  para a velocidade relativa e  $u$  para a velocidade tangencial. Para uma máquina rotativa, tem-se a seguinte relação:

$$c = u + w \quad (5)$$

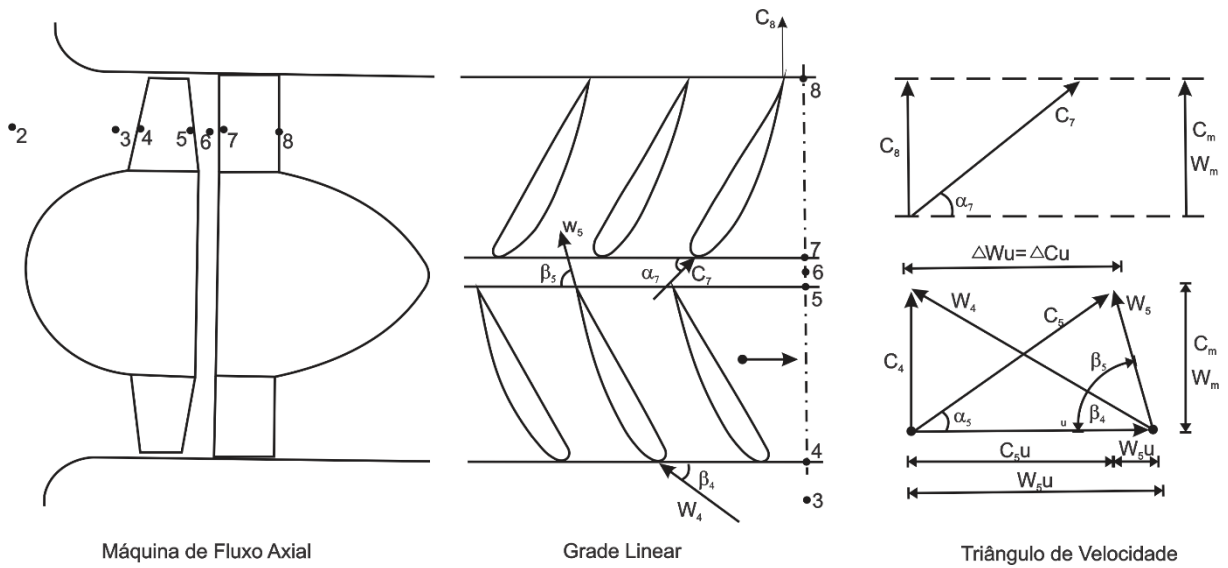
Sendo que os índices  $r$ ,  $u$  e  $a$  se referem as suas componentes radiais, tangenciais e axiais.

$$c = c_r + c_u + c_a \quad (6)$$

onde  $c_a$  também pode ser referido como  $c_m$  pois representam a mesma velocidade.

Os ângulos característicos  $\alpha$  e  $\beta$  referem-se aos ângulos que a velocidade absoluta  $C$  e relativa  $W$  fazem com a velocidade tangencial  $U$ .

Figura 7. Grades Lineares.



Fonte: Autoria Própria

### 3.2.1. Equação de Euler das Turbomáquinas

Considerando uma linha de corrente de grade para um determinado raio da pá da máquina, o torque  $T$  que deve ser aplicado ao eixo do rotor para que a quantidade de movimento tangencial da massa  $m$  de fluido mude de  $mc_{u4}$  para  $mc_{u5}$  pode ser encontrado aplicando-se a segunda lei de Newton (LEWIS, 1996):

Torque aplicado = Taxa de variação da quantidade de movimento tangencial

$$T = \frac{d(mrc_u)}{dt} \quad (7)$$

o termo  $dm/dt$  quando aplicado para toda a extensão do canal da bomba, representa a vazão mássica, através do rotor que é  $Q\rho$ . Substituindo isso na eq. 7 e multiplicando os dois lados pela velocidade angular, obtêm-se:

$$T\omega = Q\rho\omega(r_5c_{u5} - r_4c_{u4}) \quad (8)$$

onde o lado esquerdo da equação representa a potência aplicada ao líquido pelas pás. Substituindo  $u_5 = \omega r_5$  e  $u_4 = \omega r_4$  tem-se:

$$P = T\omega = \dot{m}(u_5c_{u5} - u_4c_{u4}) \quad (9)$$

onde  $\omega$  é a velocidade angular do rotor e  $u = r\omega$  é a velocidade da pá. Dividindo a potência pelo fluxo mássico é obtido o trabalho específico  $Y$ :

$$Y = \frac{dW}{dt} / \frac{dm}{dt} = u_5c_{u5} - u_4c_{u4} \quad (10)$$

Para fluídos incompressíveis (líquidos) ou gases em baixo *Mach*, a análise pode ser feita através da equação da energia para regime permanente incompressível:

$$\bar{Q} - \bar{W} = \frac{(p_5 - p_4)}{\rho} + \frac{c_5^2 - c_4^2}{2} \quad (11)$$

para que seja obtida a equação de Euler para bombas:

$$\frac{(p_{o5} - p_{o4})}{\rho} = u_5 c_{u5} - u_4 c_{u4} \quad (12)$$

$$Y = Hg = u_5 c_{u5} - u_4 c_{u4}$$

onde  $p_o = p + 0.5\rho c^2$ , é a pressão de estagnação do escoamento.

Para uma máquina real é necessário levar em consideração a eficiência hidráulica  $\eta_h$  da pá. Dessa forma a energia específica da máquina se torna:

$$Y_{pá} = \frac{Y}{\eta_h} \quad (13)$$

De posse deste valor, é calculada a potência efetiva,  $P_e$  através de:

$$P_e = \rho Q Y_{pá} \quad (14)$$

que é o produto dos dois parâmetros específicos primários da bomba, ( $Q$ ,  $Hg$ ) e que também é proporcional a  $g$  e  $\rho$ .

As pás do rotor exercem uma variação da quantidade de movimento angular do líquido, que reage exercendo um torque sobre o rotor. O rotor gira a uma velocidade angular constante  $\omega$ , o que implica na existência de uma potência disponível  $P_d$  no movimento de rotação do rotor igual a:

$$P_d = T\omega \quad (15)$$

onde  $T$  é o torque e  $\omega$  é a velocidade angular do rotor em (radianos por segundo).

A eficiência da bomba pode ser calculada numericamente tendo através de:

$$\eta = \frac{P_e}{P_d} \quad (16)$$

### 3.2.2. Condição do equilíbrio radial a vórtice livre.

Para a consideração de um fluxo anular, através de uma análise pelo método das grades lineares em uma máquina de fluxo axial, utiliza-se a aproximação do equilíbrio radial ou vórtice livre (PFLEIDERER, 1950).

O problema será detalhado no anexo B. De uma maneira geral, o equilíbrio se resume na igualdade entre o gradiente de pressão radial e a força centrífuga.

$$\frac{dp}{dr} = \frac{\rho c_u^2}{r} \quad (17)$$

A prática mais comum no projeto de turbomáquinas axiais é utilizar a consideração de escoamento a vórtice livre (PFLEIDERER, 1950):

$$c_u = \frac{k}{r} \quad (18)$$

onde  $k$  é uma constante obtida através da equação da continuidade.

Esta condição implica que a energia da pá  $Y_{pá}$  é constante em toda a extensão radial da pá. E utilizando-se a equação de Bernoulli e as equações 17 e 18 chega-se a:

$$c_a = \text{constante} \quad (19)$$

Assim como as componentes  $c_u$  variam conforme o raio, as pás devem ter torções que considerem esta condição para  $c_a$ .

### 3.2.3. Modelos de Grade Linear

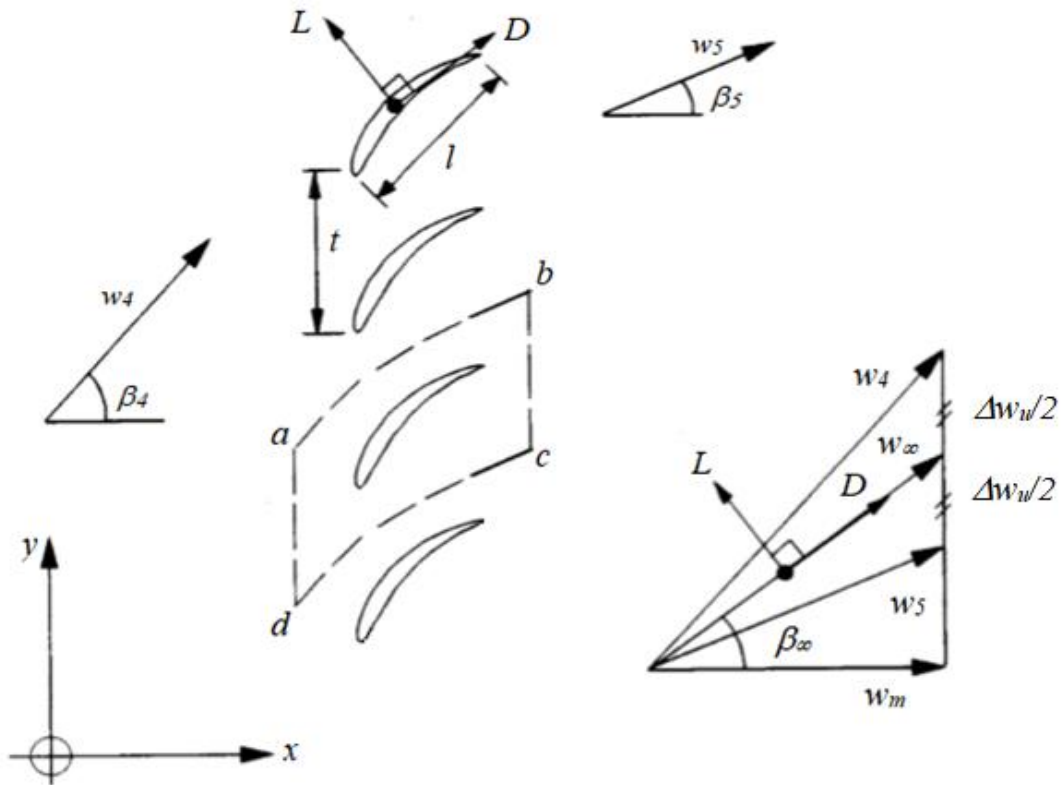
A partir de 1940 os projetos hidro e aerodinâmicos de rotores começaram a incorporar alguns elementos da teoria das asas de sustentação. (PFLEIDERER, 1979)

Com a finalidade de se obter as equações que apresentam os efeitos fluidodinâmicos de um conjunto de pás em grades, considera-se um volume de controle  $abcd$  em volta de uma das pás da grade da bomba. Os lados  $ab$  e  $dc$  do volume de controle são coincidentes com as linhas de correntes através das passagens adjacentes, enquanto que os lados  $ad$  e  $bc$  são posicionados paralelos ao eixo  $y$  (ou  $\theta$  em coordenadas cilíndricas), com comprimento igual ao passo  $t$  da grade.

De forma resumida a passagem de fluído pelo volume de controle será defletida por um ângulo de deflexão  $\delta = \beta_4 - \beta_5$  em reação à força de sustentação  $L$ . Adicionalmente uma força de arrasto  $D$  ocorrerá, causada pela tensão viscosa na superfície da pá, resultando em uma perda de pressão.

A análise subsequente mostra que  $L$  e  $D$  estão nas direções normal e paralela ao vetor de velocidade média  $w_\infty$ . Como mostrado nos triângulos da Figura 8, o vetor de velocidade média é definido pela média das velocidades de entrada e saída  $w_4$  e  $w_5$  e pode ser usada para representar a velocidade média na grade.

Figura 8. Volume de controle  $abcd$  e forças sobre a pá.



Fonte: Autoria Própria

O vetor ângulo médio  $\beta_\infty$  também pode ser expressado em termos dos ângulos de entrada e saída  $\beta_4$  e  $\beta_5$  por:

$$\tan\beta_\infty = \frac{1}{2}(\tan\beta_4 + \tan\beta_5) \quad (20)$$

Para bombas e compressores o coeficiente de sustentação  $C_L$  serve como um importante indicador do carregamento aerodinâmico e pode ser definido por:

$$C_L = \frac{F_L}{\frac{1}{2}\rho w_\infty^2 l} \quad (21)$$

e  $F_L$ , como a força por unidade de comprimento do aerofólio na direção  $z$  perpendicular ao plano  $x, y$  (ou  $r$  no caso de coordenadas cilíndricas).

Utilizando a segunda lei de Newton e fazendo o balanço de forças no volume de controle (Anexo C) tem-se que o coeficiente de sustentação invíscido:

$$C_{Li} = 2 \cdot \frac{t}{l} \cdot (\tan\beta_4 - \tan\beta_5) \cdot \cos\beta_\infty \quad (22)$$

logo:

$$\frac{C_L l}{t} = \frac{2\Delta w_u}{w_\infty} \quad (23)$$

que é a equação característica para o dimensionamento da grade, onde o termo  $2\Delta w_u/w_\infty$  está relacionado com as características do escoamento e o termo  $C_L l/t$  está relacionado às características construtivas que se deve tomar para que a grade reproduza as características de escoamento almejadas (PFLEIDERER, 1979).

É importante notar que o coeficiente de sustentação é muito afetado pelo termo  $\tan \beta_4 - \tan \beta_5$  que é diretamente relacionado com a deflexão do fluido  $\delta$  como esperado. Outro fator importante é a relação entre passo e corda  $t/l$  da qual o coeficiente de sustentação é diretamente dependente de  $t/l$  e a solidez ( $l/t$ ) são importantes fatores com o qual o projetista pode ter um controle sobre o carregamento da pá (PFLEIDERER, 1979).

### 3. CRITÉRIO DO COEFICIENTE DE PRESSÃO MÍNIMO

#### 3.1. COEFICIENTE DE PRESSÃO MÍNIMO

O coeficiente de pressão mínimo,  $C_{pmin}$ , é destacado como sendo o valor mínimo do coeficiente de pressão referente ao lado de sucção do perfil. Este coeficiente dá informações sobre critérios de carregamento aerodinâmico das pás de grades. Por definição:

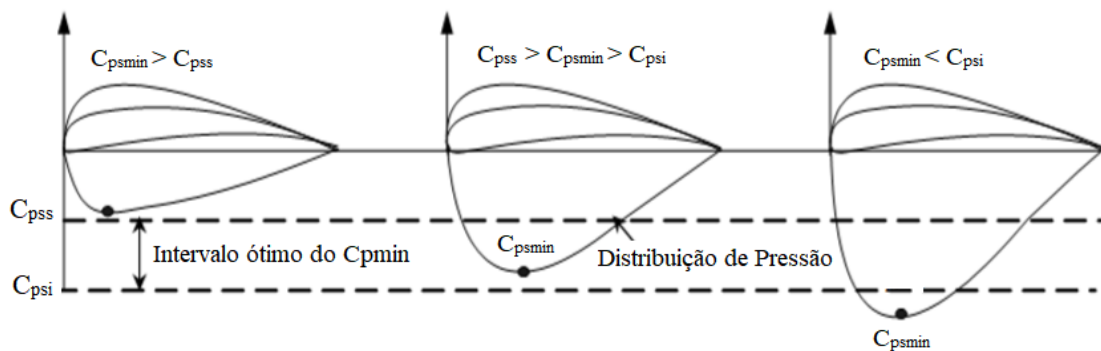
$$C_{pmin} = \frac{p_{smin} - p_{\infty}}{\frac{1}{2} \rho w_{\infty}^2} \quad (24)$$

onde  $C_{psmin}$  é a pressão estática mínima no lado de sucção do perfil e  $p_{\infty}$  é uma pressão de referência do escoamento não influenciada pelo perfil.  $w_{\infty}$  representa o módulo do vetor velocidade média das velocidades de entrada e saída da grade. Aplicando a equação de Bernoulli, verifica-se que:

$$C_{pmin} = 1 - \left( \frac{W_{smax}}{w_{\infty}} \right)^2 \quad (25)$$

onde  $W_{smax}$  representa a velocidade máxima do escoamento no lado de sucção do perfil aerodinâmico da grade.

Figura 9. Demonstração do critério do  $C_{pmin}$ .

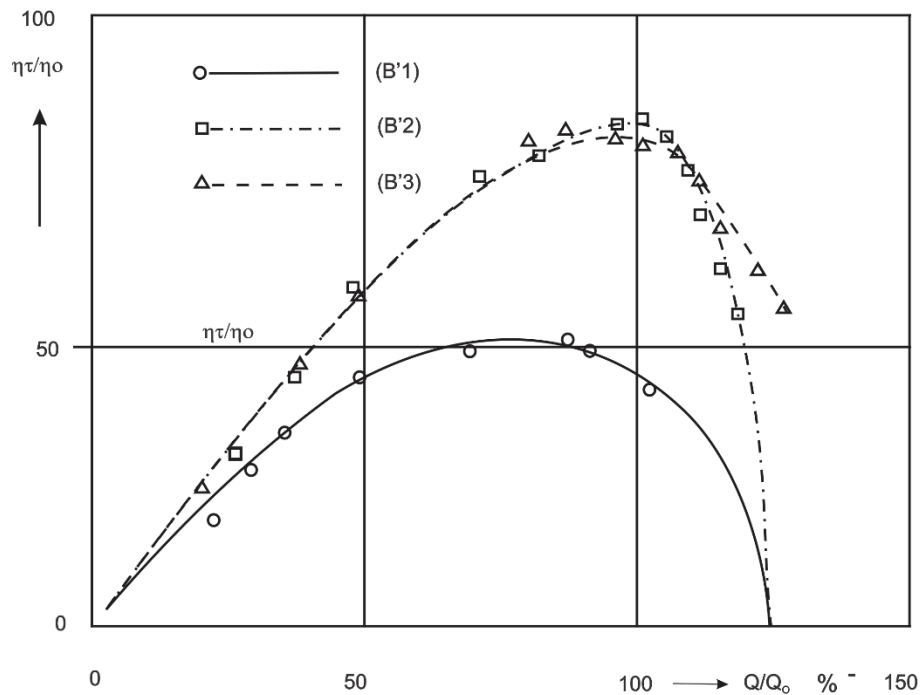


Fonte: Autoria Própria

Ao se utilizar o critério do coeficiente de pressão mínimo como critério de carregamento aerodinâmico, o fato de se adotar diversos perfis aerodinâmicos traz a possibilidade de se obter uma família de grades lineares que atendam aos critérios pré-estabelecidos para o projeto. Isto impõe a necessidade de um refinamento no projeto com o intuito de selecionar as grades de melhor desempenho aerodinâmico dentro desta família de resultados (AMARANTE MESQUITA et al, 1996).

De acordo com o trabalho de Fernandes (1973) valores superiores a -1.6 indicam condições limite com tendências de aumento na altura manométrica e queda no rendimento, devido ao atrito considerável verificado nessas condições. Por outro lado, valores menores que -1.8 indicam uma tendência na redução da altura manométrica e no rendimento, devido aos descolamentos verificados nestas situações. Tais resultados podem ser observados na Figura 10 onde B'1 tem o  $C_{psmin}$  de -2.126; B'2 tem  $C_{psmin} = 1.73$  e B'3 tem  $C_{psmin} = 1.550$ .

**Figura 10. Curvas de rendimento das bombas ensaiadas por Fernandes.**



Fonte: FERNANDES, 1973.

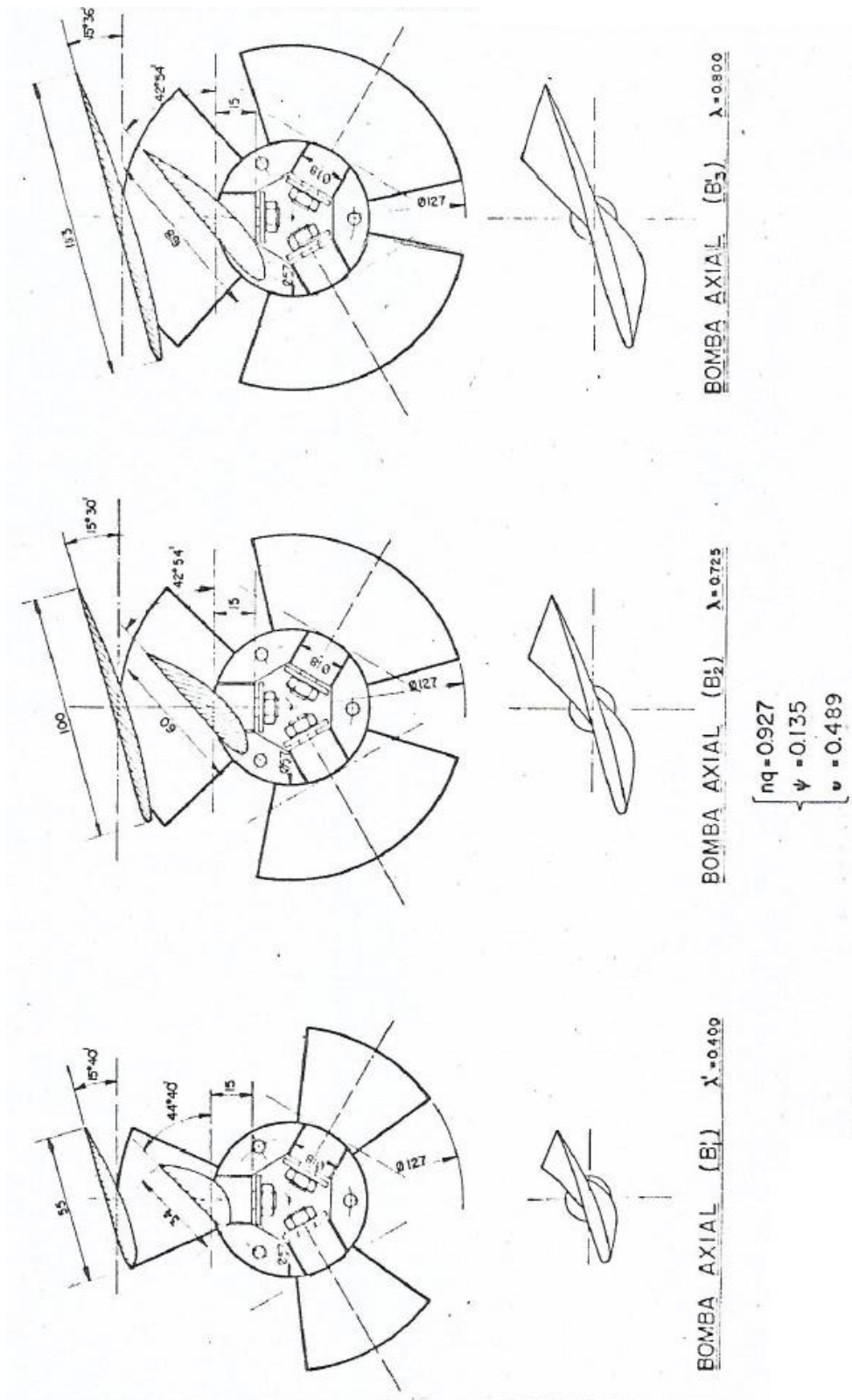
A Tabela 3 mostra os valores utilizados para o critério, por Fernandes e os utilizados neste trabalho, que foram definidos com base na faixa estudada por Fernandes, onde o  $C_{psi}$  é de -1.8 e o  $C_{pss}$  é de -1.6.

**Tabela 3.  $C_{pmin}$  das bombas estudadas**

| <b>Fernandes</b> | <b>Ramalho</b> |
|------------------|----------------|
| 2.126            | 2.0            |
| 1.730            | 1.7            |
| 1.550            | 1.5            |

Fonte: Autoria Própria

Figura 11. Bombas ensaiadas por Fernandes.



Fonte: FERNANDES, 1973

### 3.2. CÁLCULO DA DISTRIBUIÇÃO DE PRESSÃO

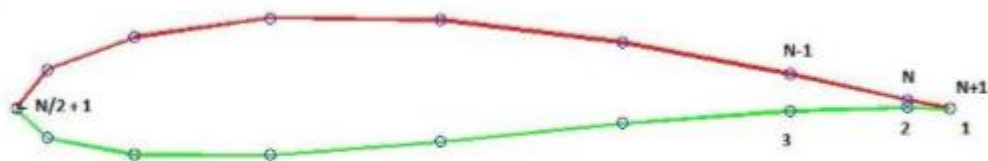
Os parâmetros hidrodinâmicos tais como sustentação, arrasto, e coeficiente de pressão mínimo foram calculados utilizando o software livre X-Foil, que utiliza o método dos painéis, em conjunto com a formulação matemática, para calcular as variações de pressão em torno das superfícies dos perfis aerodinâmicos (DRELA, 1989).

Esse método, que apareceu por volta da década de sessenta do século passado, tornou possível o cálculo de escoamentos em torno de geometrias complexas através da discretização da superfície do corpo em segmentos de reta, fazendo a distribuição de singularidades pela superfície do corpo e a resolução da equação de Laplace como um somatório das contribuições das singularidades em cada painel (ARRIAGA E CHAVES, 2012).

Embora os resultados de métodos de cálculo mais recentes se aproximem mais das condições de um escoamento real, são poucas as aplicações deste programa que não beneficiem de um cálculo prévio com um método de painel a duas dimensões, não só pela grande precisão numérica e facilidade de uso deste método comparativamente a qualquer outro método mais complexo, mas também pela grande correlação que se consegue alcançar entre os resultados obtidos por este método e os resultados obtidos por outros métodos mais pesados, fornecendo uma boa estimativa preliminar da solução a uma fração muito reduzida do elevado tempo de cálculo que outros métodos mais complexos inevitavelmente consomem (ARRIAGA E CHAVES, 2012).

Durante a resolução desse problema, são definidas duas condições de contorno. A primeira é que a velocidade normal à superfície sólida deve ser nula, conhecido como condição de contorno de Neumann. A segunda impõe que a velocidade do escoamento, tenda para a velocidade do escoamento não perturbado à medida que a distância em relação ao corpo aumenta. O procedimento de cálculo para as análises viscosas e não – viscosas são descritos em (DRELA, 1979).

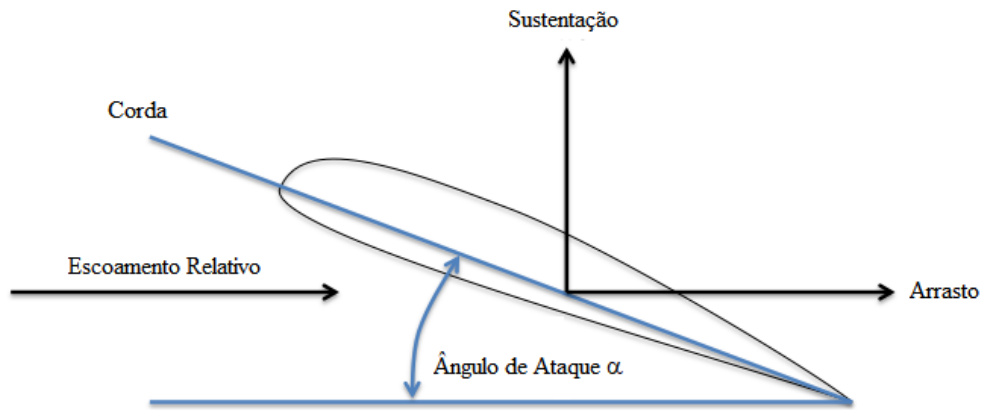
**Figura 12. Descrição visual do método dos painéis.**



Fonte: ARRIAGA e CHAVES, 2012.

A Figura 12, ilustra como a forma do corpo é aproximada por vários segmentos de reta. A linha vermelha do extradorso e a verde do intradorso contêm exatamente o mesmo número de pontos. Assim o número de painéis é  $N$  e o número de pontos é  $N+1$ .

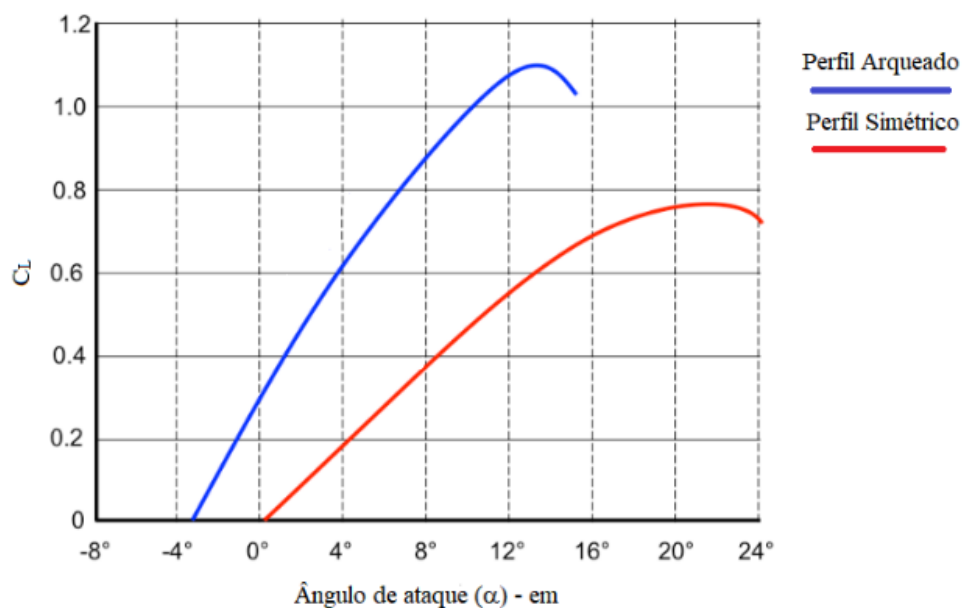
**Figura 13. Diagrama de forças em um perfil aerodinâmico.**



Fonte: <http://www.aviationchief.com>

Ao se testar os perfis no programa é obtida a razão entre sustentação e arrasto em relação ao ângulo de ataque  $\alpha$  do perfil no escoamento. As curvas da Figura 14 são denominadas “polares”, que representam o “comportamento estacionário” do perfil aerodinâmico. O perfil a ser escolhido é melhor quanto maior for a razão entre a sua sustentação e o arrasto (PFLEIDERER, 1979).

**Figura 14. Polares de um perfil aerodinâmico.**

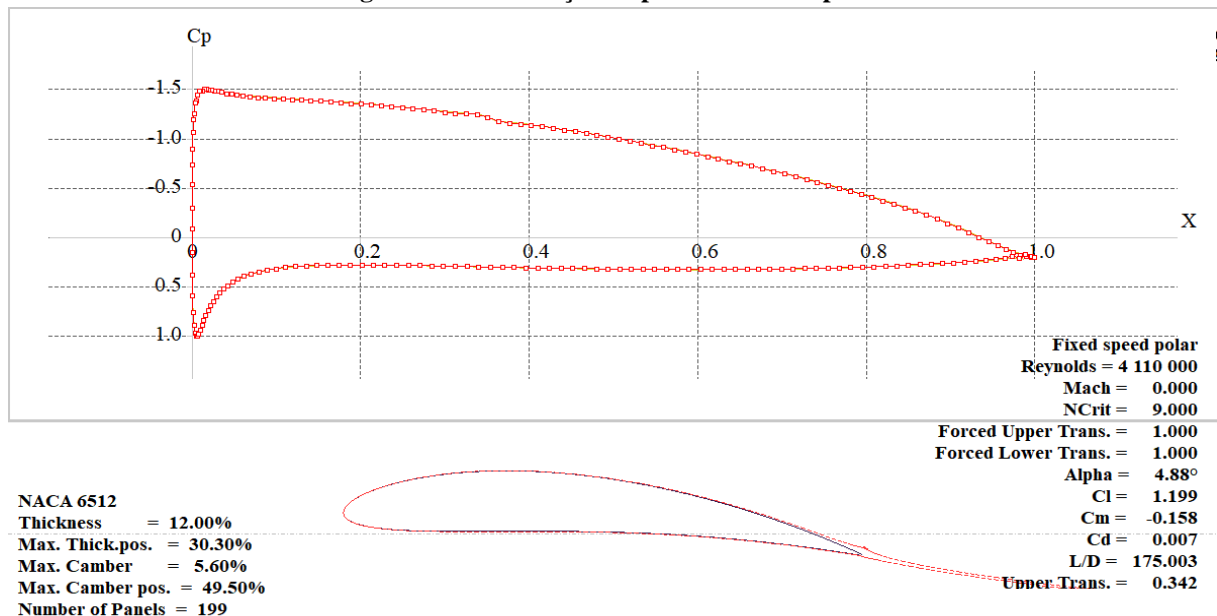


Fonte: <http://www.aviationchief.com>

Perfis de elevados valores de distância até a espessura máxima, até 50% (série NACA x5xx) são pronunciadas em relação à cavitação, apesar de serem mais sensíveis ao choque, ou seja, suas polares apresentam vantagens em uma estreita região, caindo bastante de rendimento ao sair da faixa de operação (PFLEIDERER, 1979).

O X-Foil utiliza as informações de número de Reynolds do escoamento local calculado com base na velocidade média, e a geometria do perfil, para calcular os coeficientes de sustentação e arrasto, bem como o coeficiente de pressão para cada ângulo de ataque. A família de perfis utilizada para se fazer os cálculos foi a NACA 65xx e 55xx que são perfil de curvatura média, pois há dados consistentes na literatura sobre a performance fluidodinâmica desses perfis em Reynolds não muito elevados (Mach <0.3) (ABOTT e DOENHOFF, 1959).

**Figura 15. Distribuição de pressão sobre o perfil.**



Fonte: Autoria Própria

A Figura 15 mostra a interface do programa no qual é possível ver o número de Reynolds inserido como parâmetro inicial, e o ângulo de ataque (Alfa) do perfil em relação à linha de centro para que fosse alcançada a distribuição de pressão desejada, bem como o coeficiente de sustentação requerido para satisfazer os parâmetros de projeto.

### 3.3. ANÁLISE DA CONDIÇÃO DE CAVITAÇÃO

A cavitação deve ser considerada durante o design de qualquer turbomáquina hidráulica, tendo em vista que a sua ocorrência pode causar danos estruturais permanentes nas pás e reduzir a performance da máquina. Durante a cavitação o líquido se evapora instantaneamente e forma

bolhas de vários tamanhos que acabam por alterar o fluxo. Quando essa bolha implode devido a variação de pressão que há no rotor, a pressão na superfície da pá aumenta drasticamente, o que acaba por causar erosão na pá. O dano causado diminui a sustentação e aumenta o arrasto aerodinâmico, o que é a causa da queda no rendimento da máquina (PFLEIDERER, 1979).

Tendo em vista que a pressão varia ao longo das pás do rotor, a cavitação é mais suscetível de ocorrer próximo da ponta da pá, onde a pressão é menor. A ocorrência ou não do fenômeno de cavitação pode ser prevista comparando-se a pressão local da pá, com o número de cavitação, ou coeficiente de Thoma, que é classicamente definido por:

$$\sigma = \frac{p_{\infty} - p_v}{\frac{1}{2} \rho w_{\infty}^2} \quad (26)$$

onde  $p_{\infty}$  é uma pressão de referência á montante do rotor. A cavitação vai ocorrer se coeficiente de pressão mínimo for menor do que Thoma. O critério pra evitar a cavitação se torna:

$$\sigma + C_{pmin} \geq 0 \quad (27)$$

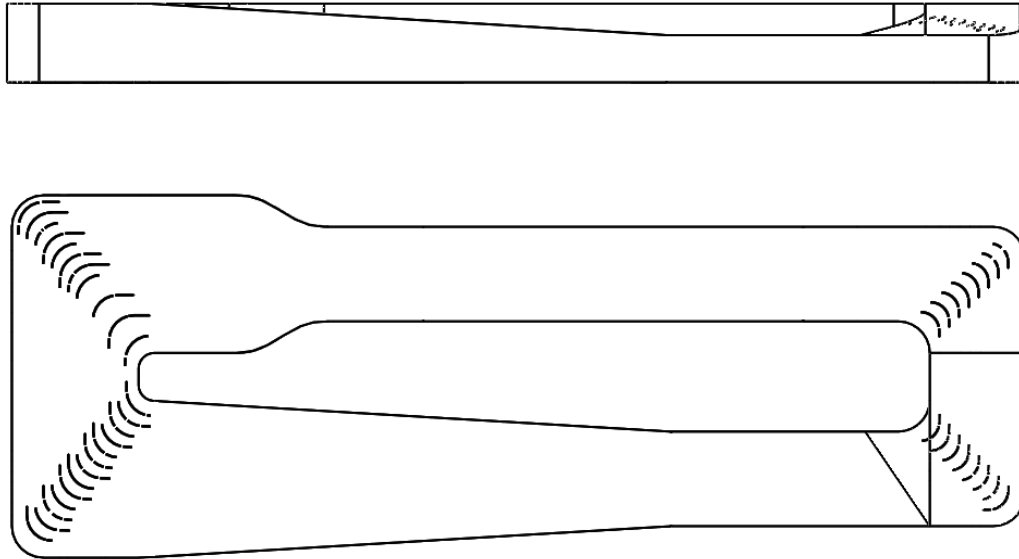
consequentemente, para evitarmos a ocorrência da cavitação, é necessário que a pressão local na pá, seja menor que a pressão de vapor do líquido (PFLEIDERER, 1979).

Caso o critério não seja satisfeito, um novo cálculo de pressão será efetuado aumentando-se a corda do perfil aerodinâmico, o que acaba mudando o coeficiente de pressão na seção da pá.

## 4. DIMENSIONAMENTO DAS MÁQUINAS

### 4.1. ROTOR

Figura 16. Túnel de água recirculante onde as bombas serão instaladas.



Fonte: Autoria Própria

Para o projeto das máquinas foram adotou-se as seguintes condições:

Para o fluído de trabalho:

- Densidade  $\rho=997 \text{ kg/m}^3$
- Gravidade  $g=9.8066 \text{ m/s}^2$

Para as condições de projeto:

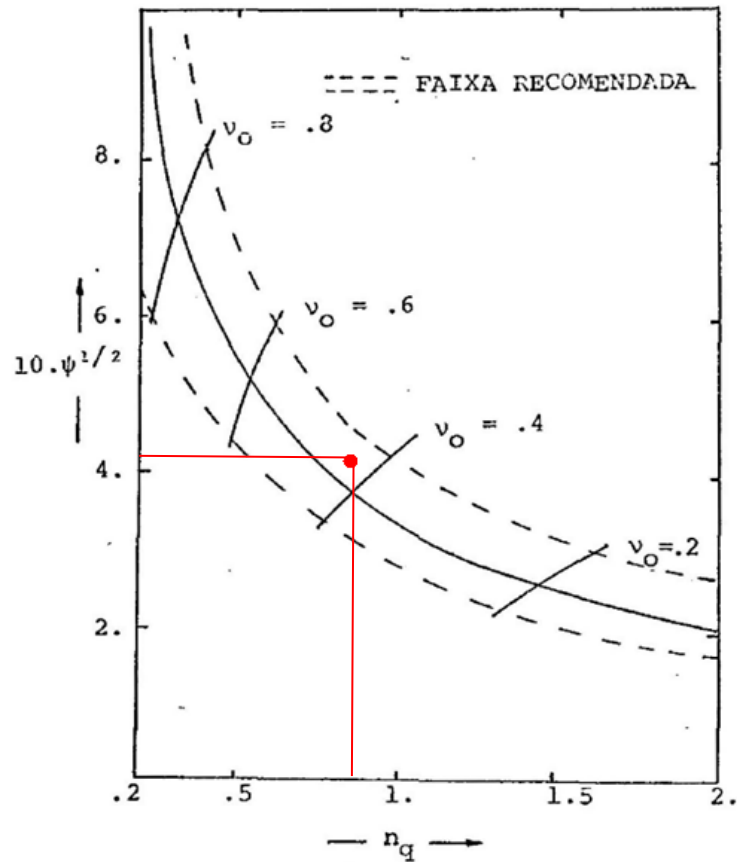
- Vazão  $Q=6.75 \text{ m}^3/\text{s}$  (Dois rotores em paralelo para atingir a vazão necessária)
- Altura Manométrica  $H = 2.15 \text{ m.c.a.}$

O ponto de projeto da máquina está indicado na Figura 17. A rotação de 205 R.P.M. foi selecionada pra que a velocidade específica da máquina ficasse dentro da faixa recomendada. A relação de diâmetros  $v_o$ , nesse caso será de 0,45. O número de pás foi definido de acordo com a Tabela 1. O rendimento hidráulico para os cálculos foi de 85%.

Assim pode ser calculado primeiramente:

- Velocidade Específica  $\eta_q=0,89$  (Eq. 1)
- Coeficiente de Pressão  $\psi=0,176$  (Eq. 2)
- Energia Específica  $Y= 24.8 \text{ J/kg}$  (Eq. 13)

Figura 17. Ponto de projeto das máquinas.



Fonte: CORDIER, 1955.

Com a obtenção dos parâmetros globais, através dos coeficientes adimensionais descritos no início da seção anterior, foram fixados os diâmetros externos e interno da máquina.

Através da equação da continuidade pode ser obtido a velocidade axial ou velocidade meridional média através de:

$$c_a = \frac{4Q}{\pi(D_e^2 - D_i^2)} f \quad (28)$$

onde  $f$  é o fator de estrangulamento, dado por:

$$f = \frac{t - e_t}{t} \quad (29)$$

onde  $e_t$  é a espessura da pá na direção tangencial referente a seção média.

Para a modelagem das seções o ponto inicial é a equação de Euler para máquinas de Fluxo demonstrada anteriormente:

$$Y_{pá} = \frac{u(c_{u5} - c_{u4})}{\eta_h} = \frac{u \cdot \Delta c_u}{\eta_h} \quad (30)$$

Com a obtenção da velocidade meridional média e a determinação de  $\frac{\Delta c_u}{2}$  através dos triângulos de velocidade podem ser obtidas as velocidades relativas  $W_\infty$  e os ângulos  $\beta_\infty$  (ângulo formado entre a corda do perfil aerodinâmico).

Tais velocidade de relacionam da seguinte maneira:

$$W_\infty = \frac{c_a}{\text{sen}(\beta_\infty)} \quad (31)$$

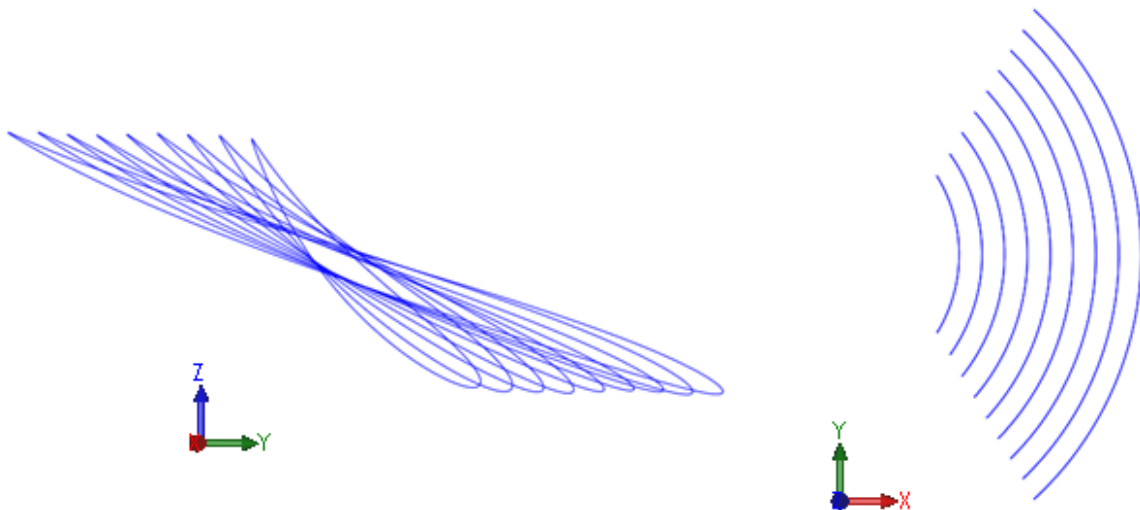
$$\beta_\infty = \arctg\left(\frac{c_a}{u - \frac{\Delta c_u}{2}}\right) \quad (32)$$

As pás foram divididas em 9 seções (Figura 18) e utilizou-se da seguinte metodologia para um determinado  $C_{p\text{min}}$  do rotor:

- Cálculo de  $\beta_\infty$  e  $C_L/l/t$  à partir das condições de projeto.
- Fixação da solidez e determinação do  $C_L$
- Cálculo de  $\alpha$  e  $\beta$  que fornecem o  $C_L$  exigido, através do método apresentado.
- Após fixados o  $C_L$  exigido e a corda do perfil, é calculado o coeficiente de pressão do perfil.

Se o  $C_{p\text{min}}$  encontrado não for o estabelecido, volta-se a etapa b e procede-se com as etapas seguintes até que o critério requerido seja apresentado. Sempre atentando-se para o coeficiente de cavitação.

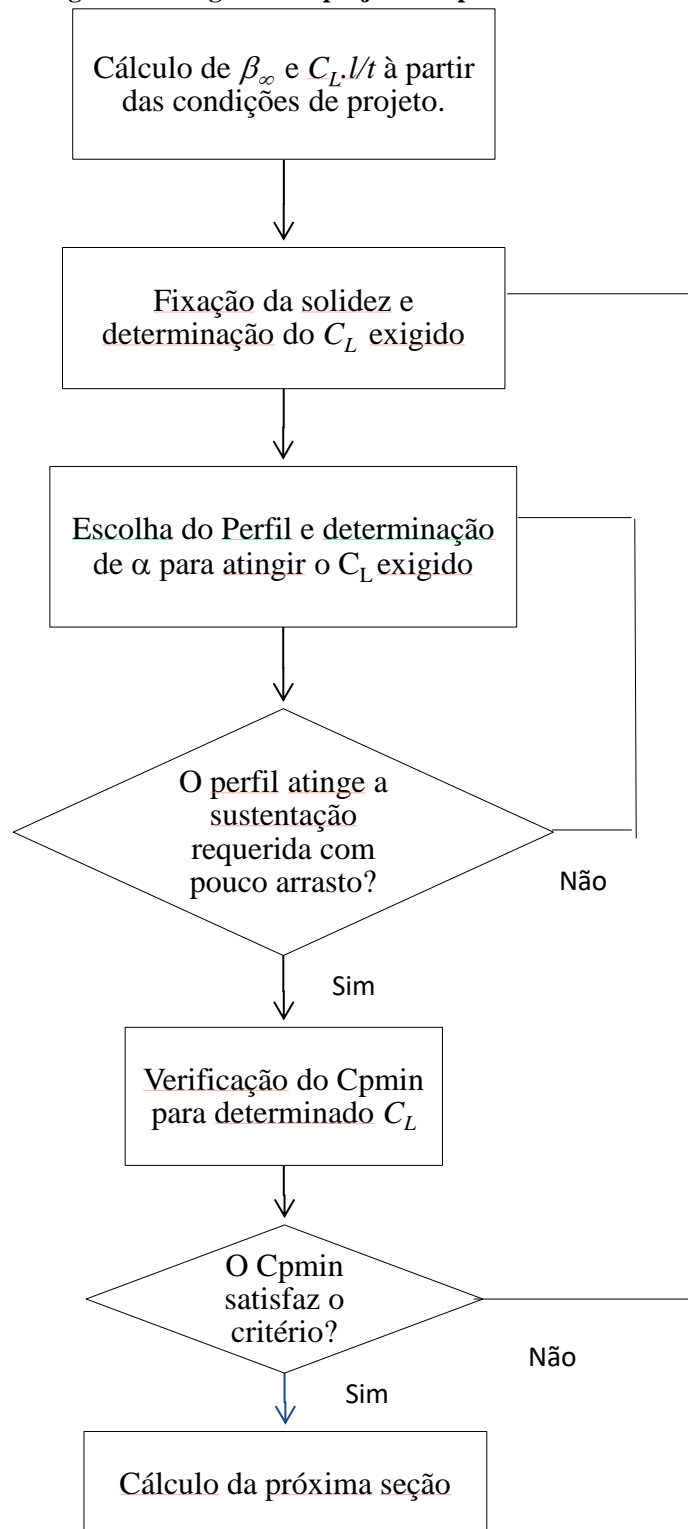
**Figura 18. Seções das pás utilizadas para os cálculos.**



Fonte: Autoria Própria

O processo pode ser melhor visualizado através do diagrama abaixo:

**Figura 19. Diagrama de projeto das pás.**



Fonte: Autoria Própria

**Tabela 4. Parâmetros de projeto das máquinas**

| Seção | D     | U    | Ca     | $\Delta C_u$ | $\beta_\infty$ | $W_\infty$ | $C_s^*(l/t)$ | $t$  |
|-------|-------|------|--------|--------------|----------------|------------|--------------|------|
| -     | -     | -    | Eq. 28 | Eq. 30       | Eq. 32         | Eq.31      | Eq. 23       | Eq.4 |
| -     | m     | m/s  | m/s    | m/s          | graus          | m/s        | m            | m    |
| raiz  | 0.664 | 7.1  | 4.51   | 3.64         | 40.37          | 6.96       | 1.05         | 0.70 |
| a     | 0.765 | 8.2  | 4.51   | 3.16         | 34.21          | 8.02       | 0.79         | 0.80 |
| b     | 0.867 | 9.3  | 4.51   | 2.79         | 29.69          | 9.10       | 0.61         | 0.91 |
| c     | 0.968 | 10.4 | 4.51   | 2.50         | 26.25          | 10.19      | 0.49         | 1.01 |
| d     | 1.069 | 11.5 | 4.51   | 2.26         | 23.54          | 11.29      | 0.40         | 1.12 |
| e     | 1.171 | 12.6 | 4.51   | 2.07         | 21.35          | 12.38      | 0.33         | 1.23 |
| f     | 1.272 | 13.7 | 4.51   | 1.90         | 19.54          | 13.48      | 0.28         | 1.33 |
| g     | 1.374 | 14.7 | 4.51   | 1.76         | 18.01          | 14.58      | 0.24         | 1.44 |
| ponta | 1.475 | 15.8 | 4.51   | 1.64         | 16.71          | 15.67      | 0.21         | 1.54 |

Fonte: Autoria Própria

O coeficiente de Thoma (eq. 26) que foi calculado na seção anterior ao rotor representada pelo ponto 2 na Figura 7 está representado na Tabela 5.

**Tabela 5. Coeficiente de Thoma para cada seção de pá**

| Seção | Diâmetro | Coeficiente de Thoma $\sigma$ eq. 26 | $C_{pmin} + \sigma$ |        |        |
|-------|----------|--------------------------------------|---------------------|--------|--------|
|       |          |                                      | B1                  | B2     | B3     |
| raiz  | 0.664    | 4.576                                | 3.076               | 2.876  | 2.576  |
| a     | 0.77     | 3.43                                 | 1.930               | 1.730  | 1.430  |
| b     | 0.87     | 2.65                                 | 1.150               | 0.950  | 0.650  |
| c     | 0.968    | 2.106                                | 0.606               | 0.406  | 0.106  |
| d     | 1.069    | 1.708                                | 0.208               | 0.008  | -0.292 |
| e     | 1.171    | 1.414                                | -0.086              | -0.286 | -0.586 |
| f     | 1.272    | 1.187                                | -0.313              | -0.513 | -0.813 |
| g     | 1.374    | 1.010                                | -0.490              | -0.690 | -0.990 |
| ponta | 1.475    | 0.870                                | -0.630              | -0.830 | -1.130 |

Fonte: Autoria Própria

Como o critério de não cavitação é:

$$\sigma + C_{pmin} \geq 0 \quad (33)$$

É notado que as seções que representam um raio maior que 50% da pá, em todas as máquinas apresentaram uma condição de cavitação, isso ocorre no bordo de ataque da pá, pois é o ponto onde há a maior diferença de pressão no fluido. A corda da pá nessas regiões foi corrigida, para que a condição de não cavitação fosse satisfeita e houvesse um coeficiente de segurança de 10%, para garantir um funcionamento livre desse problema.

A Tabela 6 apresenta o resultado das alterações efetuadas no design de cada um dos rotores nos Reynolds de cada seção:

**Tabela 6. Análise de cavitação das bombas projetadas**

| B1        |                              | B2        |                              | B3        |                              |
|-----------|------------------------------|-----------|------------------------------|-----------|------------------------------|
| Corda (m) | C <sub>pmin</sub> + $\sigma$ | Corda (m) | C <sub>pmin</sub> + $\sigma$ | Corda (m) | C <sub>pmin</sub> + $\sigma$ |
| 0.591     | 3.08                         | 0.521     | 2.88                         | 0.452     | 2.48                         |
| 0.685     | 1.93                         | 0.609     | 1.73                         | 0.545     | 1.33                         |
| 0.789     | 1.15                         | 0.699     | 0.95                         | 0.635     | 0.55                         |
| 0.887     | 0.61                         | 0.791     | 0.41                         | 0.720     | 0.11                         |
| 0.981     | 0.21                         | 0.885     | 0.11                         | 0.806     | 0.11                         |
| 1.090     | 0.11                         | 0.981     | 0.11                         | 0.907     | 0.11                         |
| 1.186     | 0.19                         | 1.079     | 0.19                         | 1.000     | 0.19                         |
| 1.282     | 0.11                         | 1.179     | 0.11                         | 1.093     | 0.11                         |
| 1.390     | 0.07                         | 1.282     | 0.07                         | 1.189     | 0.07                         |

Fonte: Autoria Própria

As tabelas abaixo mostram os parâmetros de projeto que são específicos para cada máquina, eles estão relacionados a distribuição de pressão em torno da pá, que varia para cada rotor projetado.

**Tabela 7. Parâmetros de projeto da bomba 1**

| D     | $l/t$ | $l$   | C <sub>L</sub><br>exigido | C <sub>L</sub><br>X-Foil | $\beta$ | $\alpha$ |
|-------|-------|-------|---------------------------|--------------------------|---------|----------|
| -     | Eq. 3 | Eq. 3 | Eq. 23                    | X-Foil                   | -       | X-Foil   |
| m     | -     | m     | -                         | -                        | graus   | graus    |
| 0.664 | 0.850 | 0.591 | 1.232                     | 1.230                    | 44.95   | 4.68     |
| 0.765 | 0.855 | 0.685 | 0.922                     | 0.925                    | 51.89   | 3.90     |
| 0.867 | 0.870 | 0.789 | 0.705                     | 0.701                    | 57.34   | 2.97     |
| 0.968 | 0.875 | 0.887 | 0.561                     | 0.562                    | 61.05   | 2.70     |
| 1.069 | 0.876 | 0.981 | 0.458                     | 0.457                    | 64.59   | 1.87     |
| 1.171 | 0.889 | 1.090 | 0.375                     | 0.378                    | 66.95   | 1.70     |
| 1.272 | 0.890 | 1.186 | 0.317                     | 0.318                    | 69.01   | 1.45     |
| 1.374 | 0.891 | 1.282 | 0.271                     | 0.272                    | 70.62   | 1.37     |
| 1.475 | 0.900 | 1.390 | 0.233                     | 0.234                    | 72.05   | 1.24     |

Fonte: Autoria Própria

**Tabela 8. Parâmetros de projeto da bomba 2**

| D     | $l/t$ | $l$   | C <sub>L</sub><br>exigido | C <sub>L</sub><br>X-Foil | $\beta$ | $\alpha$ |
|-------|-------|-------|---------------------------|--------------------------|---------|----------|
| -     | Eq. 3 | Eq. 3 | Eq. 23                    | X-Foil                   | -       | X-Foil   |
| m     | -     | m     | -                         | -                        | graus   | graus    |
| 0.664 | 0.75  | 0.521 | 1.397                     | 1.395                    | 44.27   | 5.36     |
| 0.765 | 0.76  | 0.609 | 1.038                     | 1.037                    | 50.97   | 4.82     |

**Tabela 8. Parâmetros de projeto da bomba 2 - Continuação**

|       |      |       |       |       |       |      |
|-------|------|-------|-------|-------|-------|------|
| 0.867 | 0.77 | 0.699 | 0.797 | 0.795 | 56.48 | 3.83 |
| 0.968 | 0.78 | 0.791 | 0.629 | 0.627 | 60.46 | 3.29 |
| 1.069 | 0.79 | 0.885 | 0.507 | 0.509 | 64.06 | 2.4  |
| 1.171 | 0.8  | 0.981 | 0.417 | 0.419 | 66.90 | 1.75 |
| 1.272 | 0.81 | 1.079 | 0.348 | 0.349 | 68.96 | 1.5  |
| 1.374 | 0.82 | 1.179 | 0.295 | 0.299 | 70.49 | 1.5  |
| 1.475 | 0.83 | 1.282 | 0.252 | 0.255 | 72.14 | 1.15 |

Fonte: Autoria Própria

**Tabela 9. Parâmetros de projeto da bomba 3**

| D     | $l/t$ | $l$   | $C_L$<br>exigido | $C_L$<br>X-Foil | $\beta$ | $\alpha$ |
|-------|-------|-------|------------------|-----------------|---------|----------|
| -     | Eq. 3 | Eq. 3 | Eq. 23           | X-Foil          | -       | X-Foil   |
| m     | -     | m     | -                | -               | graus   | graus    |
| 0.664 | 0.65  | 0.452 | 1.611            | 1.607           | 43.63   | 6        |
| 0.765 | 0.68  | 0.545 | 1.159            | 1.158           | 49.84   | 5.95     |
| 0.867 | 0.70  | 0.635 | 0.877            | 0.878           | 56.06   | 4.25     |
| 0.968 | 0.71  | 0.720 | 0.691            | 0.689           | 59.80   | 3.95     |
| 1.069 | 0.72  | 0.806 | 0.557            | 0.556           | 63.31   | 3.15     |
| 1.171 | 0.74  | 0.907 | 0.451            | 0.450           | 66.51   | 2.14     |
| 1.272 | 0.75  | 1.000 | 0.376            | 0.377           | 68.71   | 1.75     |
| 1.374 | 0.76  | 1.093 | 0.318            | 0.317           | 70.34   | 1.65     |
| 1.475 | 0.77  | 1.189 | 0.272            | 0.269           | 72.01   | 1.28     |

Fonte: Autoria Própria

A Figura 20, mostra de cima para baixo os perfis aerodinâmicos da ponta, meia altura e base da pá de cada um dos três rotores projetados, nela pode-se observar que os perfis diminuem o arqueamento e espessura, além de aumentarem de corda conforme se aproximam da extremidade exterior da pá, para que a distribuição de pressão não favoreça a condição de cavitação. A rotação dos perfis é igual ao ângulo  $\beta_\infty$  da eq. 32 somado ao ângulo  $\alpha$  calculado pelo X-foil.

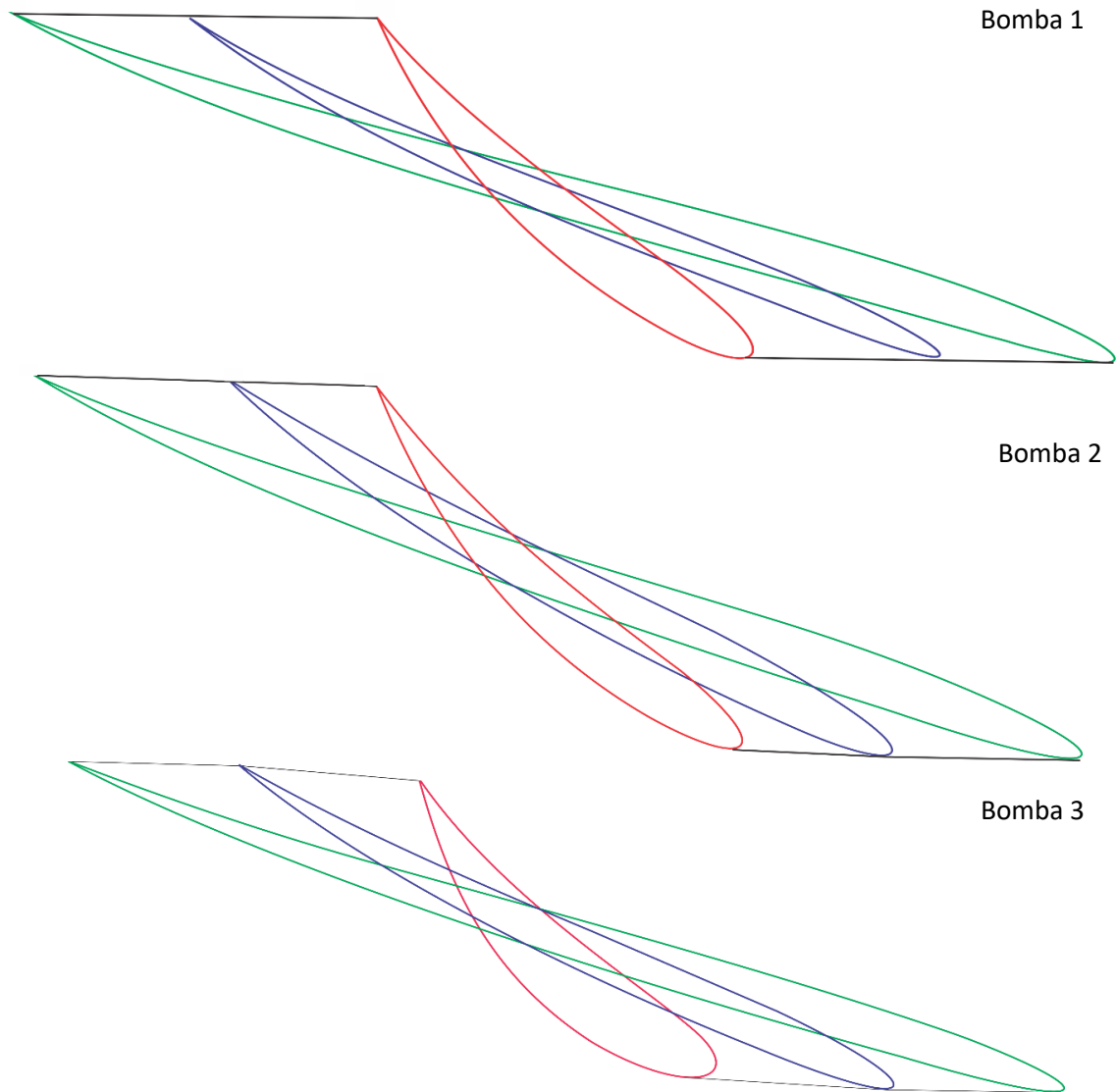
A Tabela 10 mostra os ângulos das pás e as cordas de cada perfil.

**Tabela 10. Ângulo relativo e corda dos perfis da raiz, meio e ponta da pá**

| Diâmetro<br>(m) | Bomba 1           |           | Bomba 2           |           | Bomba 3           |           |
|-----------------|-------------------|-----------|-------------------|-----------|-------------------|-----------|
|                 | $\beta(^{\circ})$ | Corda (m) | $\beta(^{\circ})$ | Corda (m) | $\beta(^{\circ})$ | Corda (m) |
| 0.664           | 45.05             | 0.591     | 45.73             | 0.560     | 46.37             | 0.452     |
| 1.069           | 26.16             | 0.981     | 26.27             | 0.969     | 25.43             | 0.806     |
| 1.475           | 17.96             | 1.390     | 17.86             | 1.375     | 18                | 1.205     |

Fonte: Autoria Própria

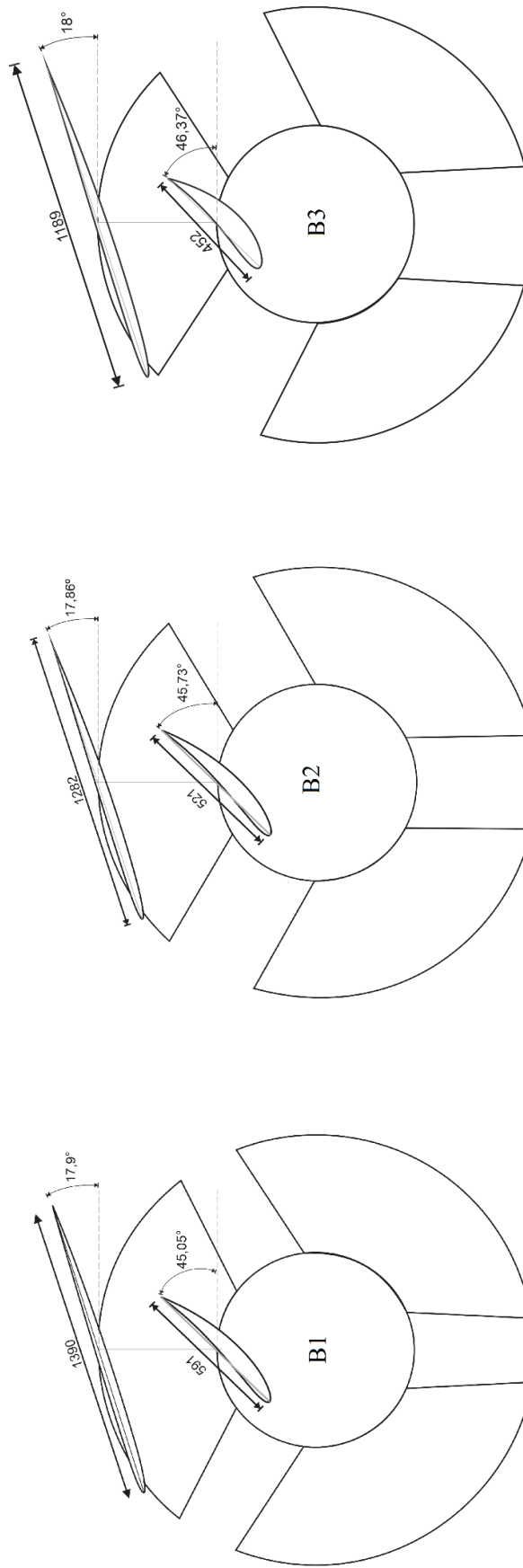
**Figura 20. Perfis da ponta meio e raiz da pá das bombas projetadas.**



Fonte: Autoria Própria

A Figura 21, mostra os três rotores em uma vista frontal, em que se pode perceber as diferenças de geometria entre cada um deles.

Figura 21. Rotores projetados.



Fonte: Autoria Própria

## 4.2. ESTATOR

Em máquinas axiais as condições de entrada dos difusores dependem das condições de saída do rotor. Na saída do difusor o fluxo é sempre axial, e a energia cinética do fluido que sai do rotor é transformada em pressão pelas pás do estator (PFLEIDERER, 1979).

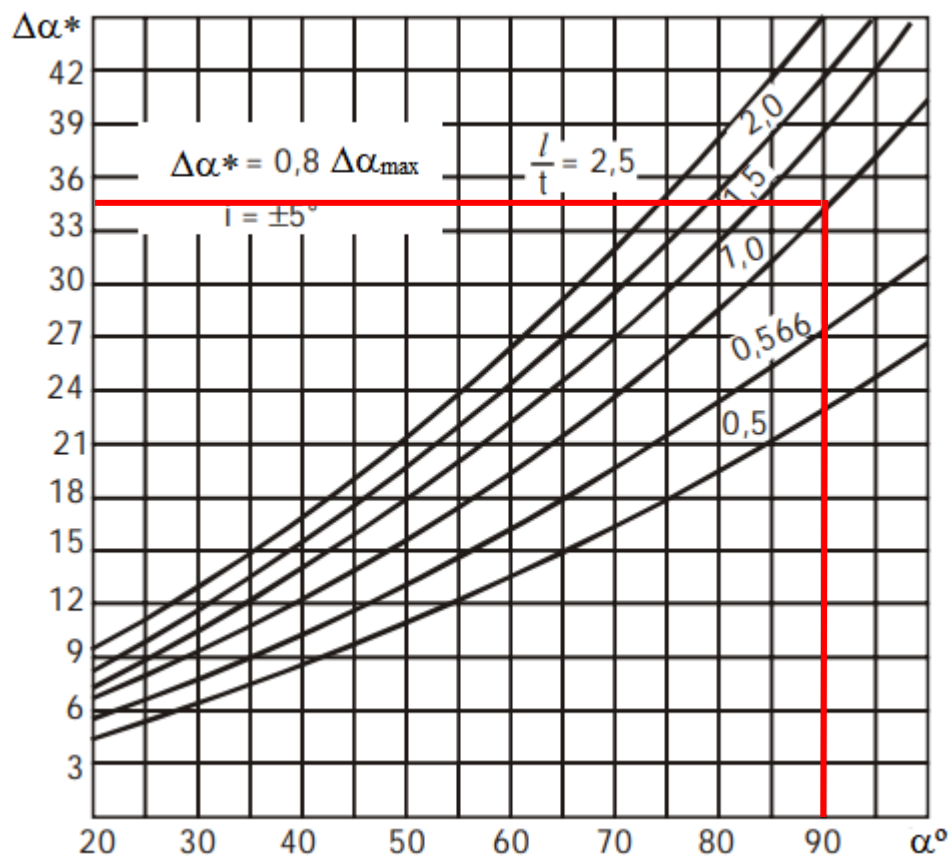
Para as mesmas seções de pás que foram divididas para o rotor é utilizado o ângulo de entrada da aleta:

$$\operatorname{tg} \alpha_7 = \frac{c_m}{c_{u5}} \quad (34)$$

do diagrama de Howell o valor da solidez ( $l/t$ ) do estator pode ser determinado.

O número de pás do estator varia de 5 a 8 sendo um número menor de pás para bombas menores. A distância axial entre as pás do rotor e do estator deve ficar em torno de 5% do diâmetro externo do rotor para que não afete a performance da máquina (STEPANOFF, 1957).

Figura 22. Ponto de projeto do estator.



Fonte: SRINIVASAN, 2008.

onde  $\Delta\alpha$  é a diferença entre  $\alpha_7$  e  $\alpha_5$ .

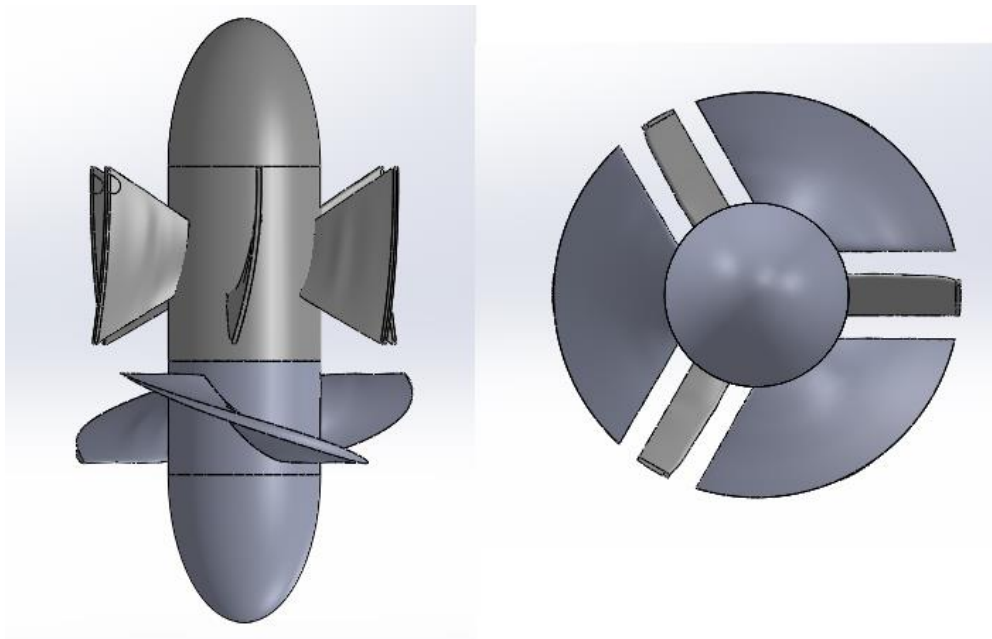
**Tabela 11. Características construtivas do difusor**

| D     | $l/t$   | $t$     | $l$     | $\alpha_7$ |
|-------|---------|---------|---------|------------|
| -     | Fig. 22 | Fig. 22 | Fig. 22 | Eq. 34     |
| m     | -       | m       | m       | graus      |
| 0.664 | 1       | 0.348   | 0.348   | 51.06      |
| 0.765 | 1       | 0.401   | 0.401   | 54.97      |
| 0.867 | 1       | 0.454   | 0.454   | 58.24      |
| 0.968 | 1       | 0.507   | 0.507   | 61.01      |
| 1.069 | 1       | 0.560   | 0.560   | 63.36      |
| 1.171 | 1       | 0.613   | 0.613   | 65.38      |
| 1.272 | 1       | 0.666   | 0.666   | 67.14      |
| 1.374 | 1       | 0.719   | 0.719   | 68.67      |
| 1.475 | 1       | 0.772   | 0.772   | 70.01      |

Fonte: Autoria Própria

Baseado em resultados experimentais a circulação dentro do estator é de 75% a 80% do rotor. Isso compensa a perda hidráulica causada pelo comprimento aumentado das pás do estator em relação as pás do rotor (SRINIVASAN, 2008).

O tratamento das aletas como asa de sustentação não traz dificuldade, mas não é aconselhável neste tipo de bomba devido ao aumento de pressão na seção do estator ser pequeno. Algumas vezes sendo até desnecessário o próprio sistema diretor se a bomba for pequena (PFLEIDERER, 1959).

**Figura 23. Conjunto Rotor-Estator em CAD.**

Fonte: Autoria Própria

A visualização das bombas é feita através da utilização de ferramentas CAD. Nesta metodologia de projeto faz-se uso do software SolidWorks devido este apresentar uma ótima capacidade de modelagem 3D, flexibilidade e grande interatividade com o usuário. O uso dessa ferramenta proporciona a edição e alteração do desenho, sem acúmulo de perdas na qualidade e nem custos adicionais elevados. Foi desenvolvido um código em MATLAB para que fosse possível, agilizar o processo de desenho das máquinas, o algoritmo será melhor esclarecido no apêndice A.

## 5. ANÁLISE NUMÉRICA

### 5.1. EQUAÇÕES FUNDAMENTAIS

A dinâmica dos fluídos computacional é aplicada quando as análises teóricas ou experimentais não são suficientes, por razões de complexidade, custo e tempo. A simulação numérica possibilitada pelos computadores atuais pode acelerar o desenvolvimento de um determinado projeto, por meio da redução do tempo gasto com ensaios de laboratório (OLIVEIRA, 2014).

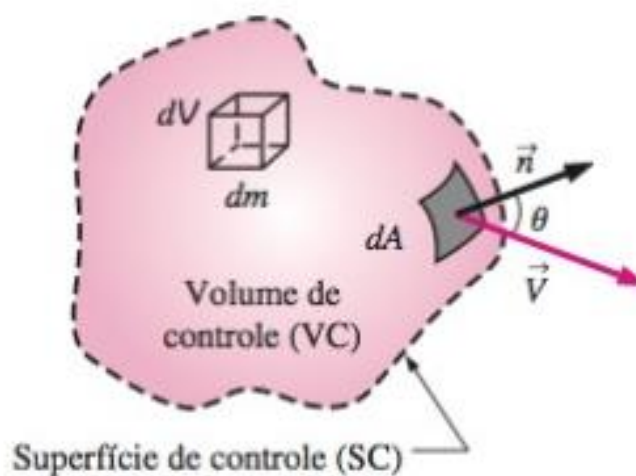
As soluções em CFD até os anos 70 eram todas baseadas nas equações de Euler em 2D. A análise Euleriana utiliza um conjunto inteiro através do que chamaremos ao longo desse trabalho como volume de controle (OLIVEIRA, 2014).

Na mecânica dos fluídos é comum se trabalhar com volumes de controle para controlar as variações em um sistema. A relação entre as taxas de variação no tempo de uma propriedade específica de um fluído nesse volume de controle é expressada pelo teorema de transporte de Reynolds. Sendo sua forma geral:

$$\frac{dB_{sis}}{dt} = \frac{d}{dt} \int_{vc} \rho b dV + \int_{sc} \rho b \vec{v} \cdot \vec{n} dA \quad (35)$$

onde  $B$  é uma propriedade extensiva desse volume de controle que está relacionada com a propriedade intensiva  $b$ ,  $vc$  é o volume de controle e  $sc$  é a superfície do volume.

Figura 24. Volume de controle.



Fonte: ÇENGEL, 2007.

Os fenômenos do escoamento podem ser representados numericamente por equações da mecânica dos fluídos, sendo as utilizadas para o caso em estudo a da conservação da massa e a da conservação da quantidade do movimento (WHITE, 2000).

Utilizando o teorema de Reynolds pode-se relacionar a conservação da massa com um volume de controle que pode ser expressada por:

$$\frac{d}{dt} \int_{VC} \rho dV + \int_{SC} \rho(\vec{v} \cdot \vec{n}) dA = 0 \quad (36)$$

tem-se então uma condição em que a variação interna da massa do volume de controle somado a quantidade de massa que passa pela fronteira do volume é 0.

Somado a essa condição está a equação da quantidade de movimento que também é utilizada para se calcular as forças que o fluído impõe à superfície das pás, descrevendo assim a quantidade de movimento transmitida pelo fluído. Nela, a variação da quantidade de movimento com o tempo no volume de controle é igual ao fluxo de quantidade de movimento através da fronteira do volume de controle. Representada pela eq. 37.

$$\Sigma \vec{F}_{sistema} = \frac{d}{dt} \int_{VC} V \rho dV + \int_{vc} \vec{V}(\rho \vec{V} \cdot \vec{n}) dA \quad (37)$$

onde  $\Sigma \vec{F}_{sistema}$  equivale a somatória das forças de pressão (normais à superfície), viscosas (tangenciais à superfície) e as forças de campo, que no caso em estudo equivalem as forças gravitacionais. Podendo também ser separada em suas componentes:

$$\Sigma F_x = \frac{d}{dt} \int_{VC} u \rho dV + \int_{vc} u(\rho \vec{V} \cdot \vec{n}) dA \quad (38)$$

$$\Sigma F_y = \frac{d}{dt} \int_{VC} v \rho dV + \int_{vc} v(\rho \vec{V} \cdot \vec{n}) dA \quad (39)$$

$$\Sigma F_z = \frac{d}{dt} \int_{VC} w \rho dV + \int_{vc} w(\rho \vec{V} \cdot \vec{n}) dA \quad (40)$$

Porém, para se utilizar essas equações na solução do movimento do fluido para  $u$ ,  $v$  e  $w$ , as expressões adequadas para as tensões devem ser obtidas em relação aos campos de velocidade e pressão. Pensando nisso, o engenheiro Francês Claude Louis Marie Henri Navier (1785) e o físico irlandês George Gabriel Stokes (1819) desenvolveram as equações que resolvem esse problema. Essas equações em forma vetorial resumida assumem a seguinte forma:

$$\rho \frac{D\vec{V}}{Dt} = \rho \vec{g} - \nabla p + \mu^2 \nabla^2 \vec{V} \quad (41)$$

que nada mais é do que a soma das forças gravitacionais, as forças de pressão e das forças viscosas. Diz-se resumida porque essa forma leva em conta que o escoamento é incompressível  $\rho = \text{constante}$  e viscosidade constante. Para um escoamento invíscido a equação se torna a equação de Euler, que foi derivada em 1755:

$$\rho \frac{D\vec{V}}{Dt} = \rho \vec{g} - \nabla p \quad (42)$$

Essa equação estabelece que, para um fluido sem viscosidade, a variação na quantidade de movimento de uma partícula fluída é causada pela força de campo (gravitacional) e pela força líquida de pressão.

Após ampla utilização destas equações, foi possível estender o uso para situações em 3D. Porém a capacidade de processamento permitia apenas a solução de malhas grosseiras devido a capacidade de armazenamento em memória ser ainda precária. E se as equações citadas acima fossem resolvidas para um caso turbulento, acabariam resultando em flutuações aleatórias das propriedades do escoamento. Para resolvê-las por simulação numérica direta (DNS) necessitaria de uma malha muito fina e uma alta capacidade computacional (SILVA,2012).

Isso mudou na década de 80, através da utilização das equações de Navier-Stokes, a partir desse momento os efeitos viscosos foram considerados, baseados em médias de flutuações que variam com o tempo, também conhecidas como *Reynolds Averaged Navier-Stokes (RANS)*. Dessa forma, faz-se um modelamento dos efeitos turbulentos que permitem a utilização de malhas não tão densas e que permitem a simulação computacional de um escoamento viscoso (MENDONÇA, 2008).

Fazendo a resolução numérica dessas equações pode-se chegar a um valor muito próximo do real, dependendo da complexidade da geometria e do refinamento da malha. E também da escolha dos modelos de turbulência, modelo de acoplamento, dentre outros, fatores que dependem também da experiência e do bom senso em compreender o fenômeno e as equações que o representam (SILVA, 2012).

A solução de qualquer problema em CFD envolve quatro etapas, a primeira consiste na definição do problema, através da sua geometria. Programas auxiliares como SolidWorks® e AutoCAD® que permitem modelar essa geometria. A segunda etapa consiste na geração de uma malha computacional (estruturada ou não estruturada), que pode ser criada no mesmo software em que foi gerada a geometria ou outro software especial para esse propósito. E também a definição das condições físicas de contorno, na entrada e na saída do volume de controle representado pela sua geometria. A terceira etapa é a solução das equações diferenciais com

base na definição de certos critérios numéricos. E a quarta etapa é o pós-processamento que permite visualizar a solução na forma global ou local. (ANSYS. INC. 2009)

### 5.1.1. Modelo de turbulência

A turbulência é um problema de física clássica que ainda não foi totalmente resolvido. Principalmente porque os seus efeitos são muito caóticos e tridimensionais, que causam mudanças no escoamento, através da elevação dos coeficientes de difusão da massa, calor e quantidade de movimento (VERSTEEG E MALALASEKERA, 1995).

Os fenômenos turbulentos consistem de uma grande faixa de vórtices, os vórtices maiores transportam grande quantidade de energia. Conforme esses vórtices vão diminuindo de tamanho, a influência das forças inerciais diminui e as forças viscosas se tornam mais presentes, até que eles se dissipam em forma de calor. Esse fenômeno é conhecido por efeito cascata. Kolmogorov, 1942 estudou esses efeitos, pioneiramente. Para se ter uma solução numérica de um escoamento turbulento seria necessário capturar todas as escalas de vórtices (BRADSHAW, 1996).

É consenso a necessidade de dois parâmetros para a correta determinação da turbulência. Nesse modelo, a velocidade e a escala de turbulência são resolvidas em equações de transporte separadas, por isso o termo “duas equações”. Por esse motivo, os modelos que possuem duas equações são completos. (WILCOX, 1998).

O modelo utilizado neste trabalho será apresentado a seguir.

### 5.1.2. Modelo de duas equações: SST

O modelo de baixo Reynolds criado por (Menter, 1993) tem conseguido espaço na área das turbomáquinas nos últimos anos (Silva, 2012). Esse modelo resolve o modelo  $k-\omega$  proposto por Wilcox próximo a parede e o modelo  $k-\varepsilon$  no restante do escoamento.

Os modelos de duas equações  $k-\varepsilon$  e  $k-\omega$  usam a hipótese de difusão de gradiente para relacionar as tensões de Reynolds com os gradientes médios de velocidade e a viscosidade turbulenta.

No SST, o modelo  $k-\varepsilon$  é resolvido no escoamento médio e o modelo  $k-\omega$  é resolvido próximo da parede. Para realizar a transição entre um e outro o  $k-\varepsilon$  é reescrito na forma de  $k-\omega$  e nas equações  $k-\omega$  é adicionado um termo de difusão. Para que isso ocorra, o modelo  $k-\omega$  é multiplicado por uma “Função de mistura”  $F_1$ , e o modelo é transformado em  $k-\varepsilon$  quando a função  $1 - F_1 = 1$  for satisfeita.  $F_1$  é função da distância da parede, sendo  $F_1 = 0$  quando fora

da região da camada limite. Sendo assim, o modelo  $k-\omega$  é utilizado dentro da camada limite ( $1 - F_1 < 1$ ) e fora dela, a equação passa para o modelo  $k-\varepsilon$ . (ANSYS. INC. 2009)

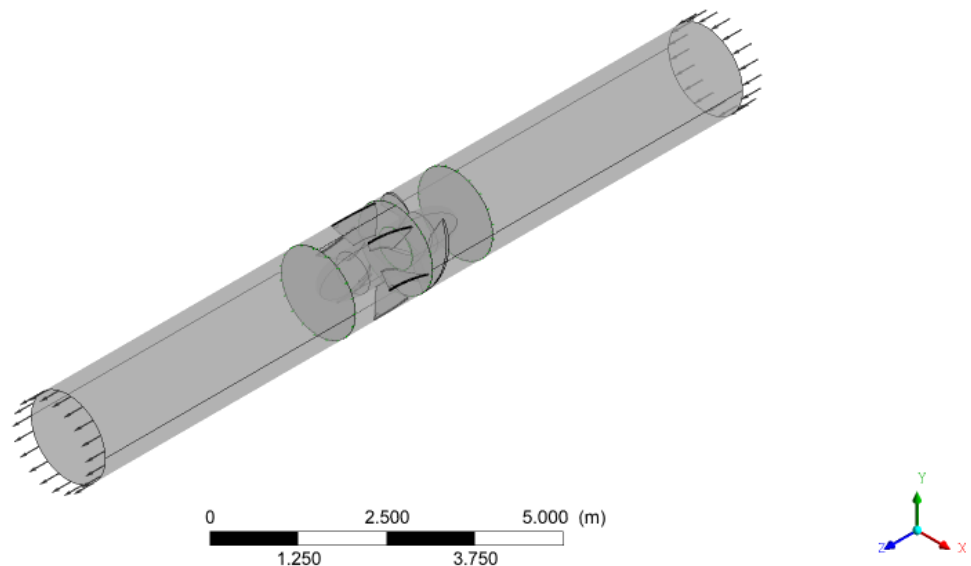
Dessa forma, o modelo utiliza as vantagens de ambos os modelos de turbulência. Em 2003, Menter et al. Propuseram modificações no modelo baseados em anos de experiência desses autores. Essas modificações já estão incorporadas no software CFX 13.0 e versões mais atualizadas. Os detalhes sobre o modelo serão especificados no anexo D.

## 5.2. DOMÍNIO DE CÁLCULO

O conjunto de células forma o domínio computacional ou domínio numérico, que possui geometria aproximada do domínio a ser estudado. Os softwares compiladores de CFD mais modernos possuem um pacote de geração de domínio computacional que atendem muito bem a maioria dos casos. (ANSYS. INC. 2009)

Dentro desse domínio existem as condições de contorno, que definem como será o comportamento do escoamento. Podem ser definidas tanto internamente, quanto nas faces externas do domínio.

**Figura 25. Domínio de cálculo.**



Fonte: Autoria Própria

Esse domínio foi selecionado de modo a permitir que as condições do escoamento na entrada da bomba sejam mais próximas do real, e a que a região de entrada da bomba fica distante o suficiente da região de entrada do canal de modo que o escoamento seja

completamente desenvolvido. Mesma condição que foi aplicada na saída da bomba, o comprimento após a saída do rotor é de seis diâmetros.

Não foi utilizada uma condição de periodicidade, ou seja, o rotor foi discretizado por inteiro, pois o número de pás da bomba é pequeno e dessa forma pode se obter uma ótima aproximação das condições do escoamento na região das pás.

### 5.2.1. Condições de Contorno

Dentre as condições de contorno, temos a de parede (*wall*) como a mais simples. Para essa, dizemos que velocidade normal é igual a zero ( $\vec{U} \cdot \vec{n} = 0$ ) na face nomeada como parede, assim, nenhum fluido pode atravessá-la. Além disso, a parede deverá ser definida com condição de escorregamento ou não-escorregamento, onde no segundo caso, a velocidade tangencial a face da parede é igual a 0. Nas paredes sólidas (difusor, aletas, carcaça e pás) foi utilizada a condição de não-deslizamento. (ANSYS. INC. 2009)

Outras condições estabelecidas nas fronteiras são as de entrada (*inlet*) e saída (*outlet*) de fluido. Ao contrário das condições de parede, nesta é possível que o fluido transite para dentro do domínio no caso da entrada e para fora no caso da saída.

Na condição de entrada, deverá ser definido uma pressão ou uma velocidade, nunca os dois juntos, pois essas duas variáveis estão acopladas nas equações de movimento, sendo a pressão calculada com a velocidade fornecida e vice-versa.

Na saída, uma pressão ou uma velocidade também são definidas, possibilitando que o escoamento saia do domínio. Além disso, quando estiver analisando os efeitos de turbulência, deverá ser definido o grau de turbulência que está entrando e saindo do domínio, para que possa ser calculada a produção e dissipação da mesma.

**Tabela 12. Condições de contorno**

| Local                   | Condição  | Tipo               | Valor        |
|-------------------------|-----------|--------------------|--------------|
| Entrada do domínio      | Inlet     | Pressão Estática   | 17500 Pa     |
| Saída do domínio        | Outlet    | Vazão Mássica      | 6729.75 kg/s |
| Rotor                   | Wall      | Soft Wall          | -            |
| Carcaça                 | Wall      | Counter Rotating   | -            |
| Estator                 | Wall      | Soft Wall          | -            |
| Interface rotor/estator | Interface | Stage Mixing-Plane | -            |
| Interface rotor/entrada | Interface | Frozen Rotor       | -            |
| interface estator/saída | Interface | Default            | -            |

Fonte: Autoria Própria

A intensidade de turbulência na entrada do domínio foi definida como sendo de 5%, que é o valor médio para um escoamento subsônico (Ansys 2009). As constantes utilizadas para o modelo de turbulência foram:

$$\sigma_k = 2; \beta' = 0,09; \beta_1 = 0,075; \beta_2 = 0,0828;$$

$$\sigma_{k1} = 0,5; \sigma_{\omega 1} = 0,5; \sigma_{\omega 2} = 0,856; \sigma_{k2} = 1; \alpha_1 = \frac{5}{9}; a_1 = 0,31; \alpha_2 = 0,044;$$

O valor da aceleração da gravidade adotado foi o valor da mesma estando no mesmo nível do mar  $g=9.8066 \text{ m/s}^2$ .

O modelo de turbulência escolhido foi o SST, devido a seu uso frequente para simulações de turbomáquinas em geral.

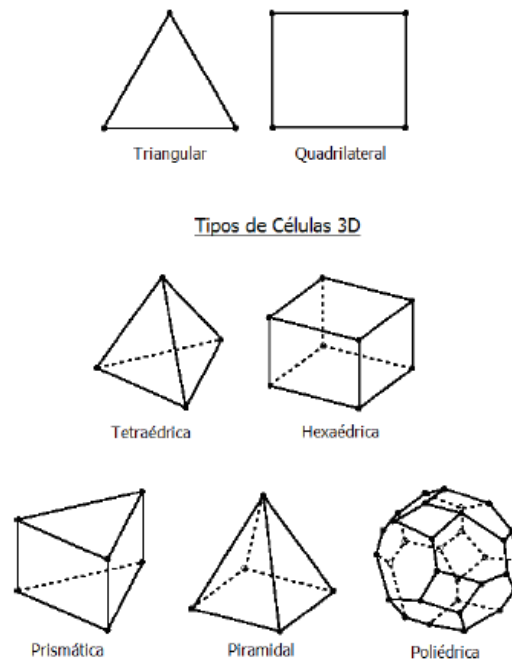
O critério de convergência adotado foi o valor quadrado médio do erro, sendo considera um valor aceitável  $1 \cdot 10^{-4}$ .

### 5.3. MALHA COMPUTACIONAL

Uma malha computacional é uma representação em forma discreta de um plano ou de um volume. Ela é constituída por arestas e pontos que interligam essas mesmas. Existem vários tipos de células 2D e 3D que podem ser formados por esses conjuntos de arestas, a Figura 26, ilustra-os.

O conjunto de células forma o que chamamos de domínio computacional ou domínio numérico, que possui geometria aproximada do domínio a ser estudado. Os softwares compiladores de códigos de CFD mais modernos possuem um pacote de geração de domínio computacional que atendem muito bem a maioria dos casos. Trabalhando com o ANSYS, usa-se geralmente o ANSYS Meshing para malhas não-estruturadas e o ICEM CFD para malhas estruturadas.

Nas regiões próximas às paredes do domínio (impelidor, carcaça e bordos de fuga e de ataque) é necessária uma atenção especial, pois devido a condição de não-deslizamento, há a criação de uma camada limite que acaba por gerar um gradiente de velocidade, que para ser discretizado da forma correta necessita de um número suficiente de pontos dentro da camada limite, o que pode ser alcançado através de um refinamento extra na primeira camada da malha (GEERTS, 2006).

**Figura 26. Tipos de célula.**

Fonte: OLIVEIRA, 2014.

De forma a gerar uma malha mais eficaz na geração de resultados consistentes, o parâmetro adimensional  $y^+$  é utilizado para estimar o valor da altura da primeira célula em relação a parede. Para estimar o valor da primeira célula através do  $y^+$  desejado, uma solução (HINZE, 1959) é usada:

$$y_w = 6 \left( \frac{V_{ref}}{v} \right)^{\frac{7}{8}} \left( \frac{L_{ref}}{2} \right)^{\frac{1}{8}} y^+ \quad (43)$$

onde  $y_w$  é a altura da primeira camada, a velocidade de referência  $V_{ref}$  é a média da entrada do domínio, e  $L_{ref}$  é a distância entre a base e a ponta da pá antes do bordo de ataque da pá. O valor do  $y^+$  depende do modelo de turbulência utilizado, pois variam-se as resoluções de camada limite para cada um deles.

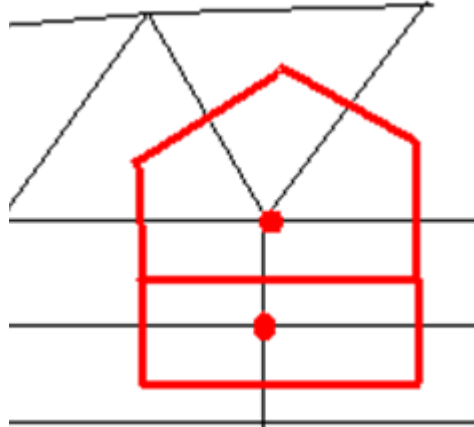
### 5.3.1. Critérios de qualidade de malha

O CFX emprega um esquema em que as variáveis de fluxo são armazenadas no vértice da célula, e o elemento utilizado no solver tem o seu centro no vértice do elemento da malha. A Figura 27 ilustra isso, em vermelho tem-se o elemento que será utilizado no solver, e em preto, tem-se o elemento de malha.

O Solver então calcula 3 importantes medidas de malha no início de cada simulação. A ortogonalidade da malha, o raio de aspecto e o fator de expansão. Estes fatores serão utilizados

para controle de qualidade da malha, além das estimativas anteriores que foram embasadas em trabalhos similares efetuados anteriormente. A Figura 28 mostra a interface do programa para cada nível de qualidade dos três fatores.

Figura 27. Células no CFX



Fonte: Ansys Meshing 12 Apêndice A, 2011.

Figura 28. Fatores de qualidade no CFX - Solver.

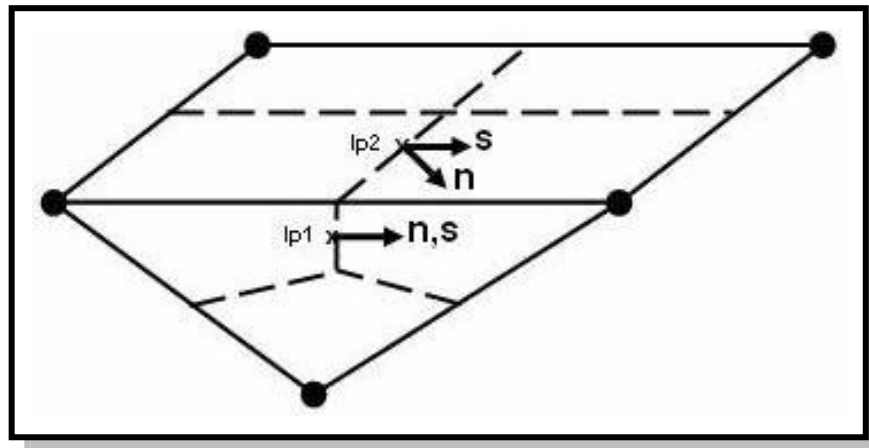
| Mesh Statistics                       |   |         |
|---------------------------------------|---|---------|
| Domain Name: Air Duct                 |   |         |
| Minimum Orthogonality Angle [degrees] | = | 20.4 ok |
| Maximum Aspect Ratio                  | = | 13.5 OK |
| Maximum Mesh Expansion Factor         | = | 700.4 ! |
| Domain Name: Water Pipe               |   |         |
| Minimum Orthogonality Angle [degrees] | = | 32.8 ok |
| Maximum Aspect Ratio                  | = | 6.4 OK  |
| Maximum Mesh Expansion Factor         | = | 73.5 !  |
| Global Mesh Quality Statistics :      |   |         |
| Minimum Orthogonality Angle [degrees] | = | 20.4 ok |
| Maximum Aspect Ratio                  | = | 13.5 OK |
| Maximum Mesh Expansion Factor         | = | 700.4 ! |

Bom (OK)  
Aceitável (ok)  
Questinável (!)

Fonte: Ansys Meshing 12 Apêndice A, 2011.

A ortogonalidade da malha mede o quão os ângulos entre as faces adjacentes de um elemento, ou dos vértices adjacentes estão próximos de um ângulo ótimo ( $90^\circ$  se for um quadrilátero e  $60^\circ$  se for um triangular). Para o Solver, os fatores mais importantes estão ilustrados na Figura 29 eles envolvem o vetor que junta dois nós de dois volumes de controle diferentes ( $s$ ) e o vetor normal a cada ponto de integração na superfície relacionada a aquele ponto ( $n$ ). Sendo  $Ip1$  um elemento não-ortogonal, e  $Ip2$  um elemento ortogonal. (Ansys. INC. 2009)

**Figura 29. Ortogonalidade de um elemento.**

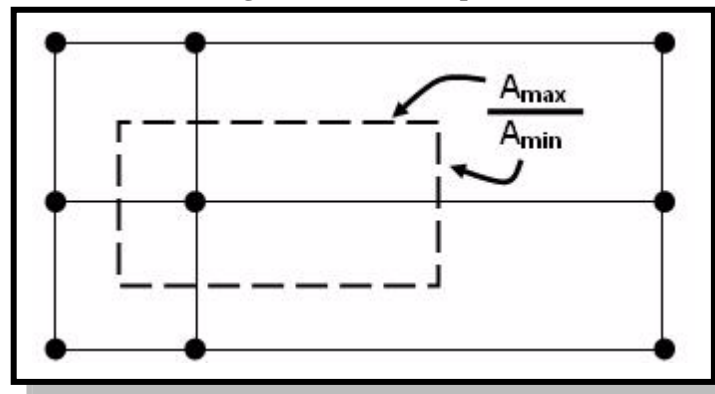


Fonte: Ansys Meshing 12 Apêndice A, 2011.

O fator de expansão de malha mede o quão pobre as posições dos nós correspondem ao centroide do volume de controle. Ele é o raio do maior elemento em volta de um nó, dividido pelo menor elemento em volta de um nó. O valor desejado deve ser  $<20$ .

O raio de aspecto mede o quão espichado está um volume de controle. Ele mede o fator entre a maior e a menor área para cada elemento em volta de um nó. O valor desejado é  $<100$ .

**Figura 30. Raio de aspecto.**



Fonte: Ansys Meshing 12 Apêndice A, 2011.

O raio de aspecto mede o quão espichado está um volume de controle. Ele mede o fator entre a maior e a menor área para cada elemento em volta de um nó. O valor desejado é  $<100$ .

O programa mostra esses fatores em uma escala de cores que é discretizada conforme a Figura 31.

**Figura 31. Esquema de cores do Ansys Meshing.**



Fonte: Ansys Meshing 12 Apêndice A, 2011.

### 5.3.2. Análise de qualidade de malha

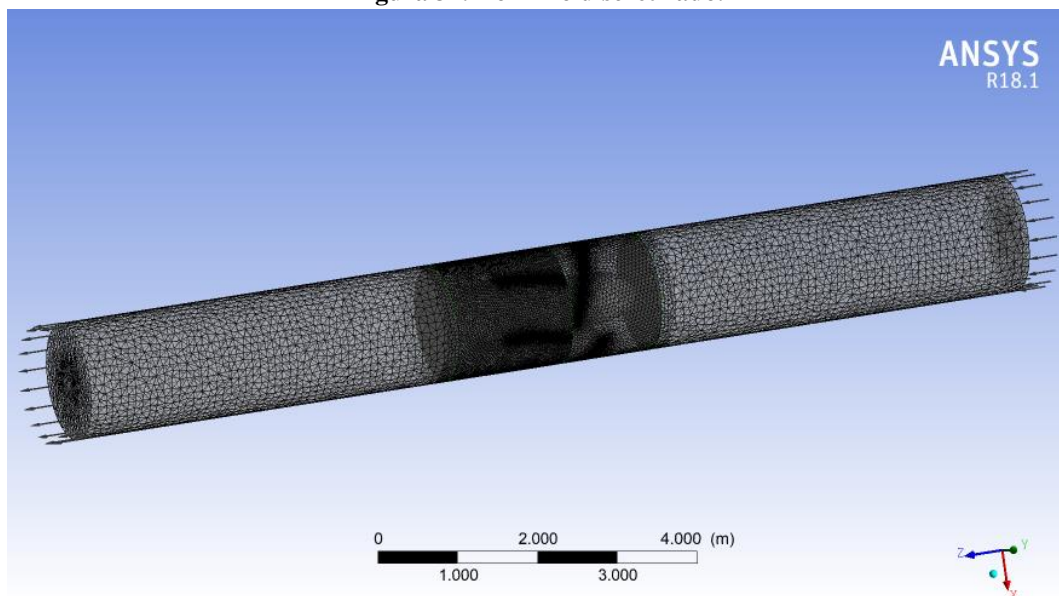
Para a geração da malha do domínio, foi utilizando o pacote de geração de malha da ANSYS, o ANSYS *meshing*. Nesse pacote, o domínio é transformado em um domínio discretizado, utilizando o método de volumes finitos para o domínio fluido com uma malha não estruturada.

Além do fato de a primeira camada da malha ter sido cuidadosamente refinada para garantir uma boa resolução na região da camada limite, foi definido uma divisão de no mínimo 25 elementos nos bordos de ataque e de fuga das pás, e 100 elementos na direção do escoamento.

O número de células mínimo foi definido como sendo de 5 células entre a ponta da pá e a carcaça da bomba, para garantir um bom refinamento nessa região, que tem muitos gradientes de velocidade.

Além disso alguns fatores de qualidade de malha emitidos pelo programa também foram usados como critério de análise de malha.

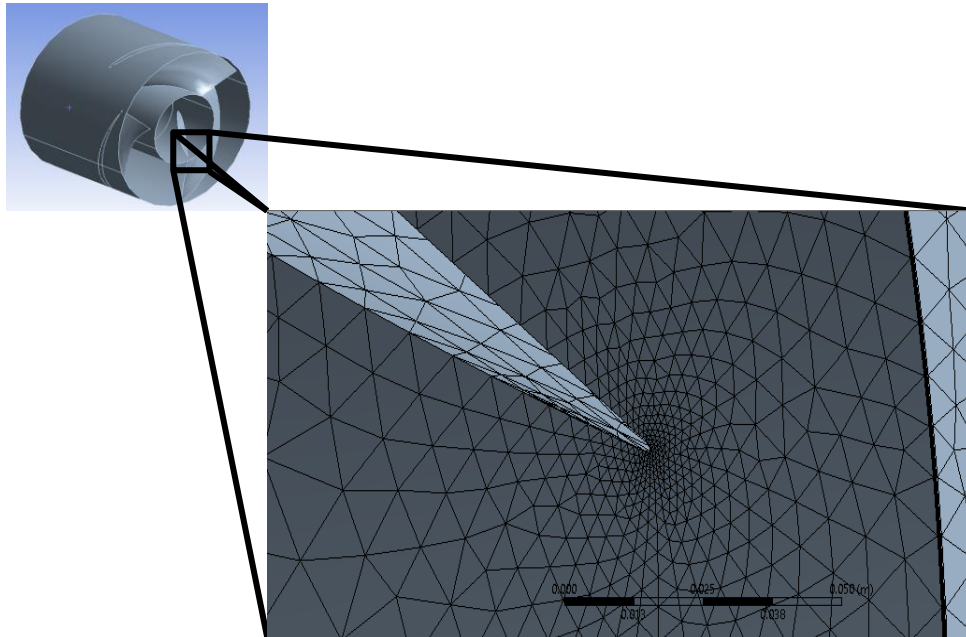
**Figura 32. Domínio discretizado.**



Fonte: Autoria própria.

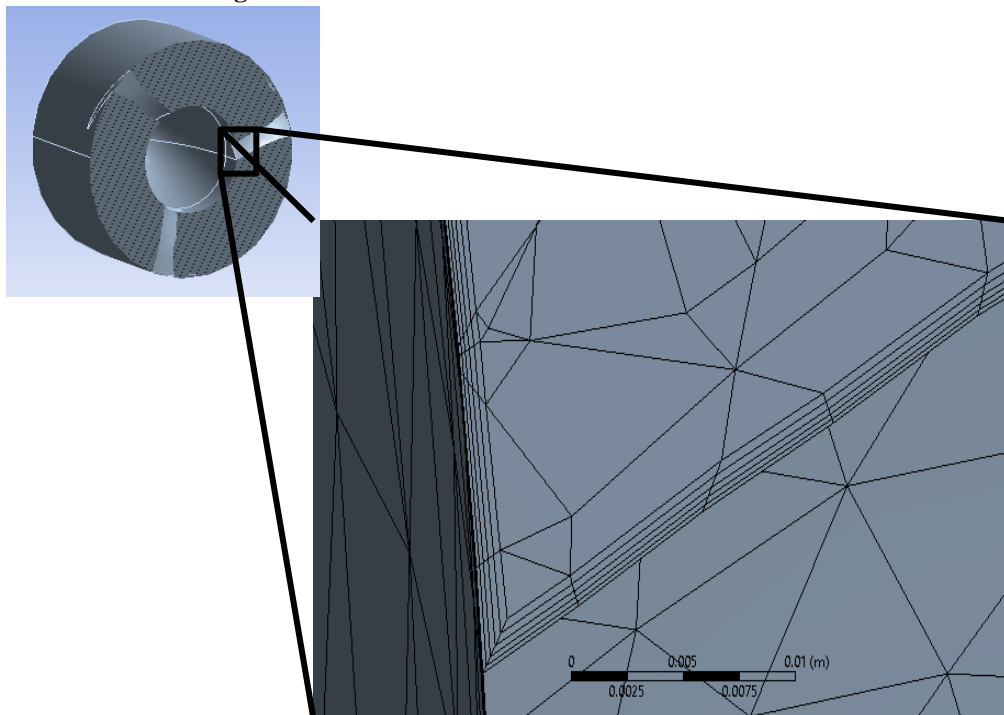
Na Figura 32 podem ser visualizados os vetores do escoamento que indicam a entrada e saída do fluido, e as três interfaces que foram colocadas para auxiliar na resolução do cálculo pelo programa. Nas Figuras 33 e 34 podem ser visualizados os detalhes da malha nos locais de maior concentração de vértices.

**Figura 33. Detalhes da malha no bordo de fuga da raiz da pá.**



Fonte: Autoria própria.

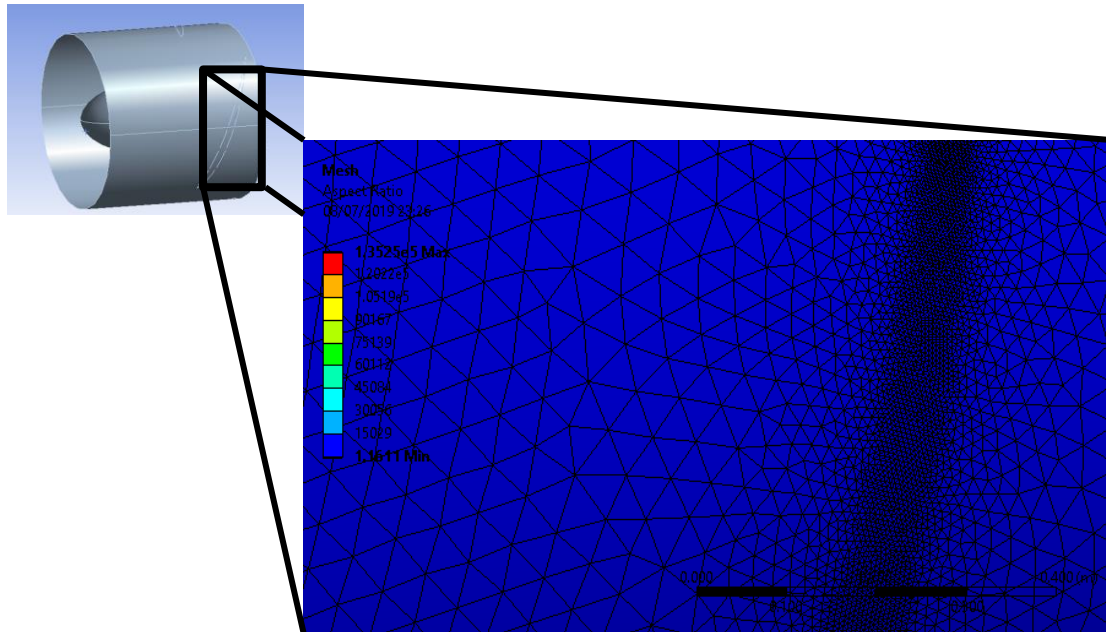
**Figura 34. Detalhe do refinamento da camada limite.**



Fonte: Autoria própria.

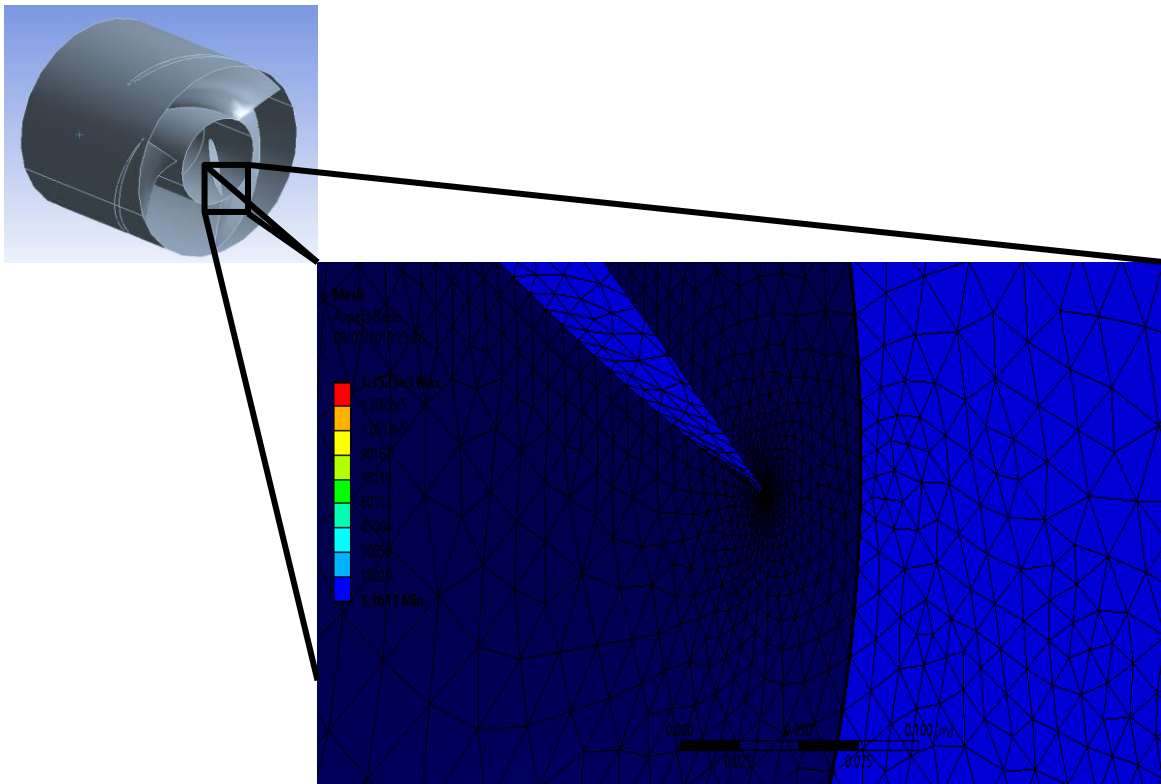
Nas imagens a seguir podem ser visualizados os valores dos critérios de qualidade de malha para as partes mais oblíquas da malha do domínio.

**Figura 35. Raio de aspecto no rotor próximo da carcaça.**



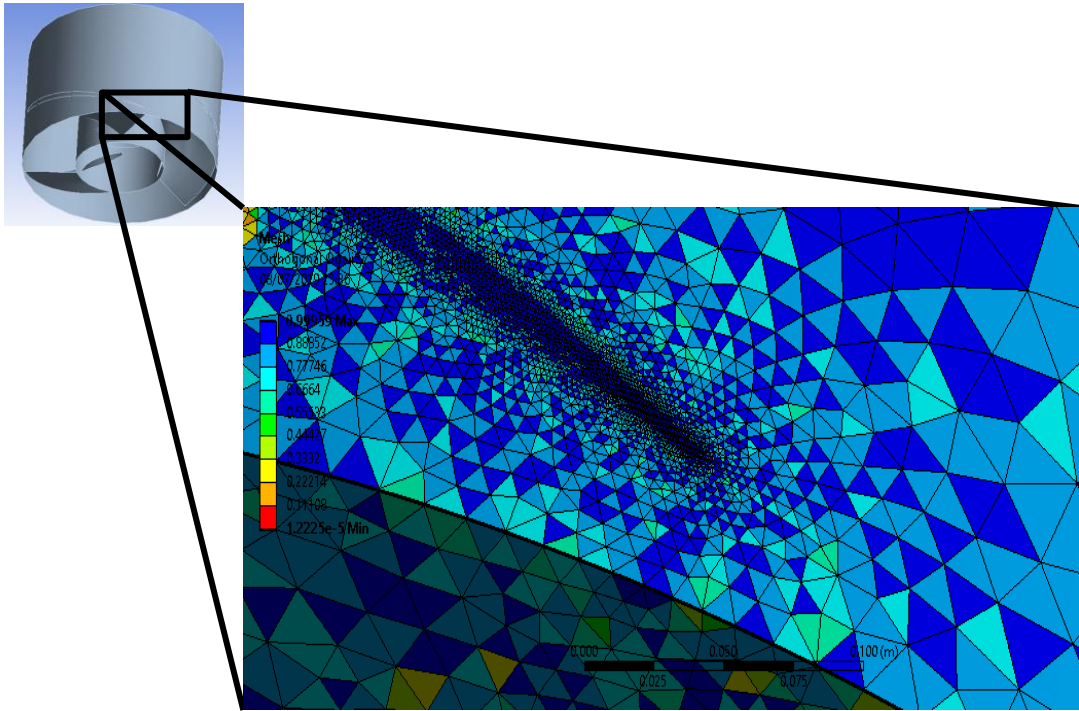
Fonte: Autoria própria.

**Figura 36. Detalhe do refinamento no bordo de fuga da raiz da pá.**



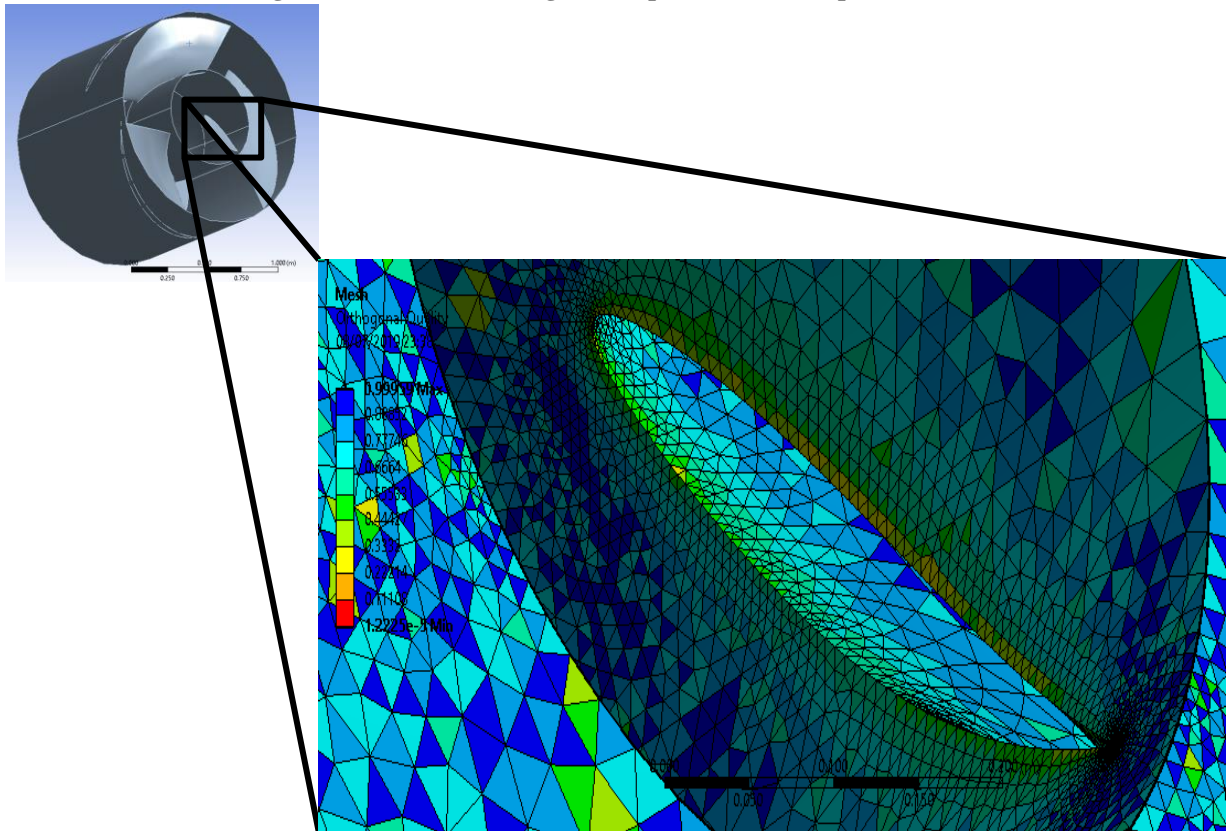
Fonte: Autoria Própria.

Figura 36. Qualidade ortogonal do bordo de fuga da ponta da pá.



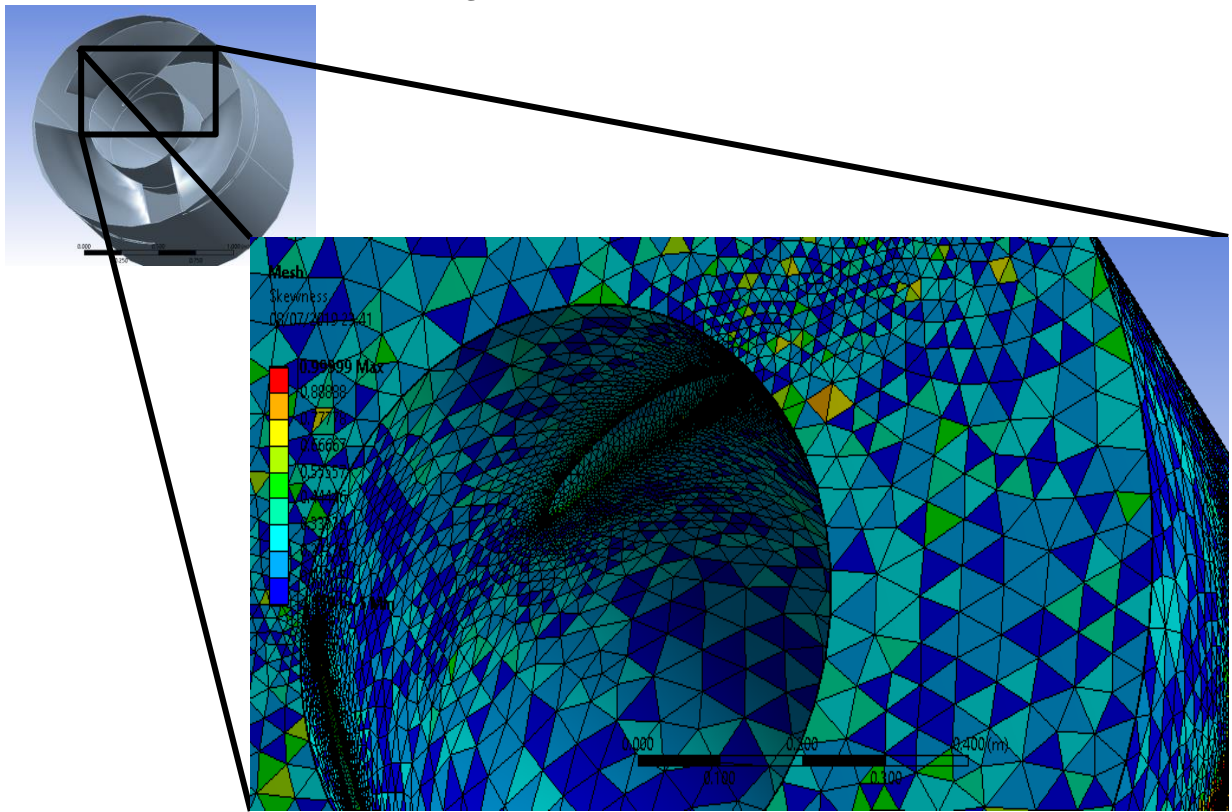
Fonte: Autoria própria.

Figura 37. Qualidade ortogonal do perfil na raiz da pá do rotor.



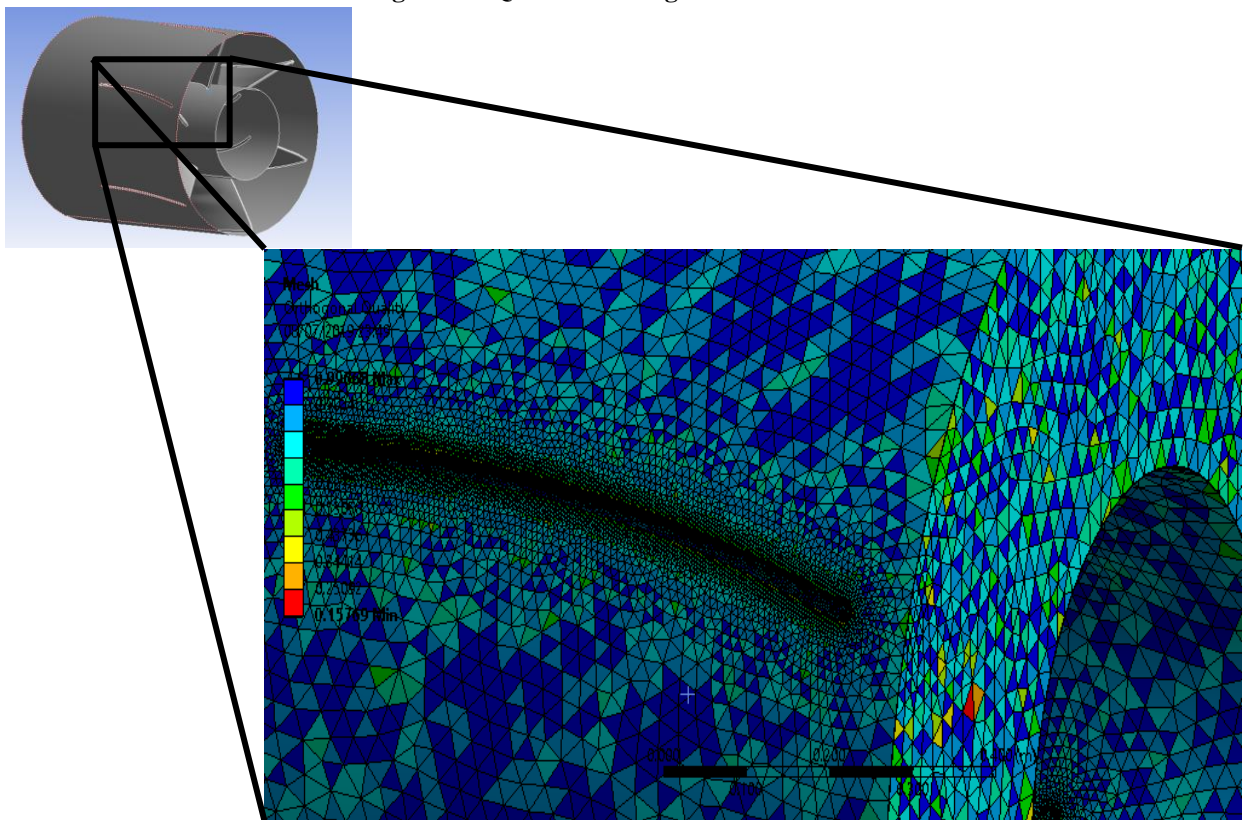
Fonte: Autoria própria.

Figura 38. Skewness do rotor.



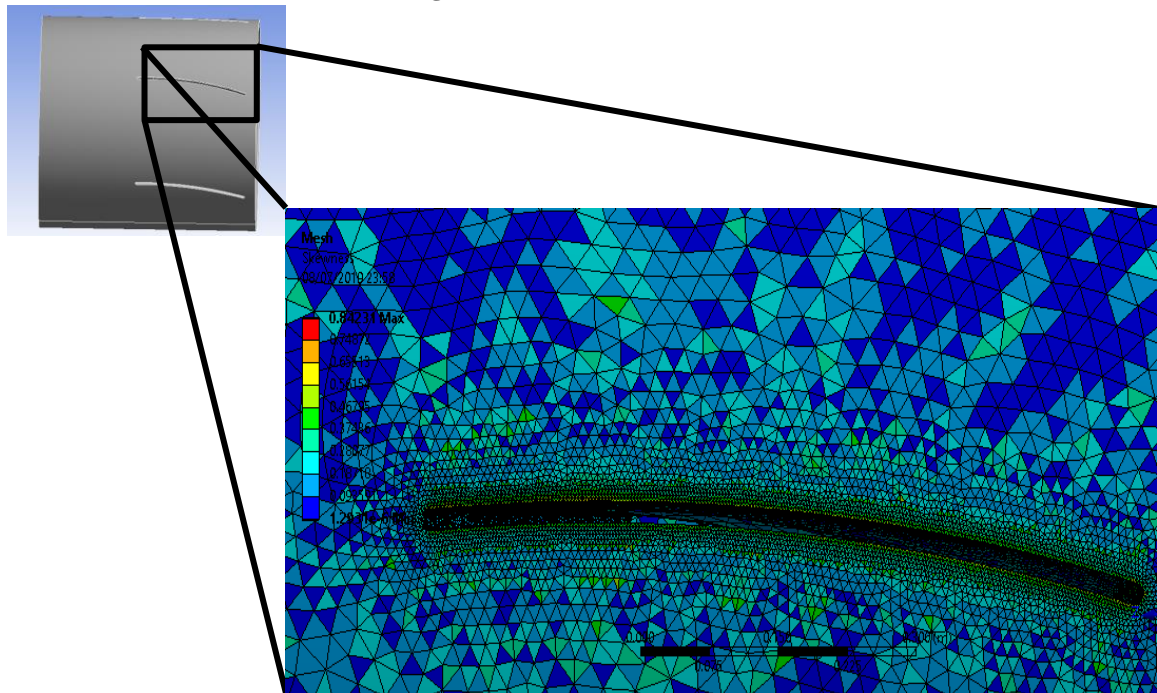
Fonte: Autoria própria.

Figura 39. Qualidade ortogonal do estator.



Fonte: Autoria própria.

Figura 40. Skewness do estator.



Fonte: Autoria própria.

### 5.3.3. Estudo de convergência de malha

Como é natural de qualquer análise numérica é necessário um estudo de convergência de malha para saber a dependência entre os resultados e a malha. Um número muito baixo pode levar a incertezas de resultado. Um número muito alto pode levar a um custo computacional demasiadamente caro (OLIVEIRA, 2014).

Tendo em vista isso, neste trabalho foram impostos dois critérios para o estudo da malha, todas as malhas deveriam obedecer a um critério mínimo de *skewness*, raio de aspecto e ortogonalidade. O limite máximo de nós foi estabelecido quando a mudança no valor das grandezas de saída não se alterava mais do que 1%. Sendo assim escolhido uma malha intermediária que garantisse tanto a robustez dos resultados quanto um tempo razoável de computação. Abaixo as tabelas com as malhas testadas e em destaque as malhas utilizadas.

Tabela 13. Informações de malha do rotor B1

|    | Malha          | Canal        | Aletas         | Rotor          | Total          | Eficiência   | Altura      |
|----|----------------|--------------|----------------|----------------|----------------|--------------|-------------|
| B1 | Malha 1        | 42761        | 2152153        | 3723768        | 5918682        | 84.9%        | 2.064       |
|    | <b>Malha 2</b> | <b>42761</b> | <b>3384631</b> | <b>3781068</b> | <b>7208460</b> | <b>84.7%</b> | <b>2.06</b> |
|    | Malha 3        | 42761        | 3961000        | 4281445        | 8285206        | 84.6%        | 2.07        |

Fonte: Autoria Própria

**Tabela 14. Informações de malha do rotor B2**

|    | Malha                 | Canal               | Aletas                | Rotor                 | Total                 | Eficiência          | Altura               |
|----|-----------------------|---------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|---------------------|----------------------|
| B2 | Malha 1               | 42761               | 2514569               | 3489621               | 6046951               | 86.3%               | 2.1014               |
|    | <b><u>Malha 2</u></b> | <b><u>42761</u></b> | <b><u>3384631</u></b> | <b><u>3685123</u></b> | <b><u>7112515</u></b> | <b><u>86.4%</u></b> | <b><u>2.1208</u></b> |
|    | Malha 3               | 42761               | 3862366               | 3961068               | 7866195               | 86.1%               | 2.1377               |

Fonte: Autoria Própria

**Tabela 15. Informações de malha do rotor B3**

|    | Malha                 | Canal               | Aletas                | Rotor                 | Total                 | Eficiência          | Altura              |
|----|-----------------------|---------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|---------------------|---------------------|
| B3 | Malha 1               | 42761               | 3216516               | 3546552               | 6805829               | 84.0%               | 2.163               |
|    | <b><u>Malha 2</u></b> | <b><u>42761</u></b> | <b><u>3684531</u></b> | <b><u>3741572</u></b> | <b><u>7468864</u></b> | <b><u>83.6%</u></b> | <b><u>2.164</u></b> |
|    | Malha 3               | 42761               | 3862366               | 3961068               | 7866195               | 84.2%               | 2.172               |

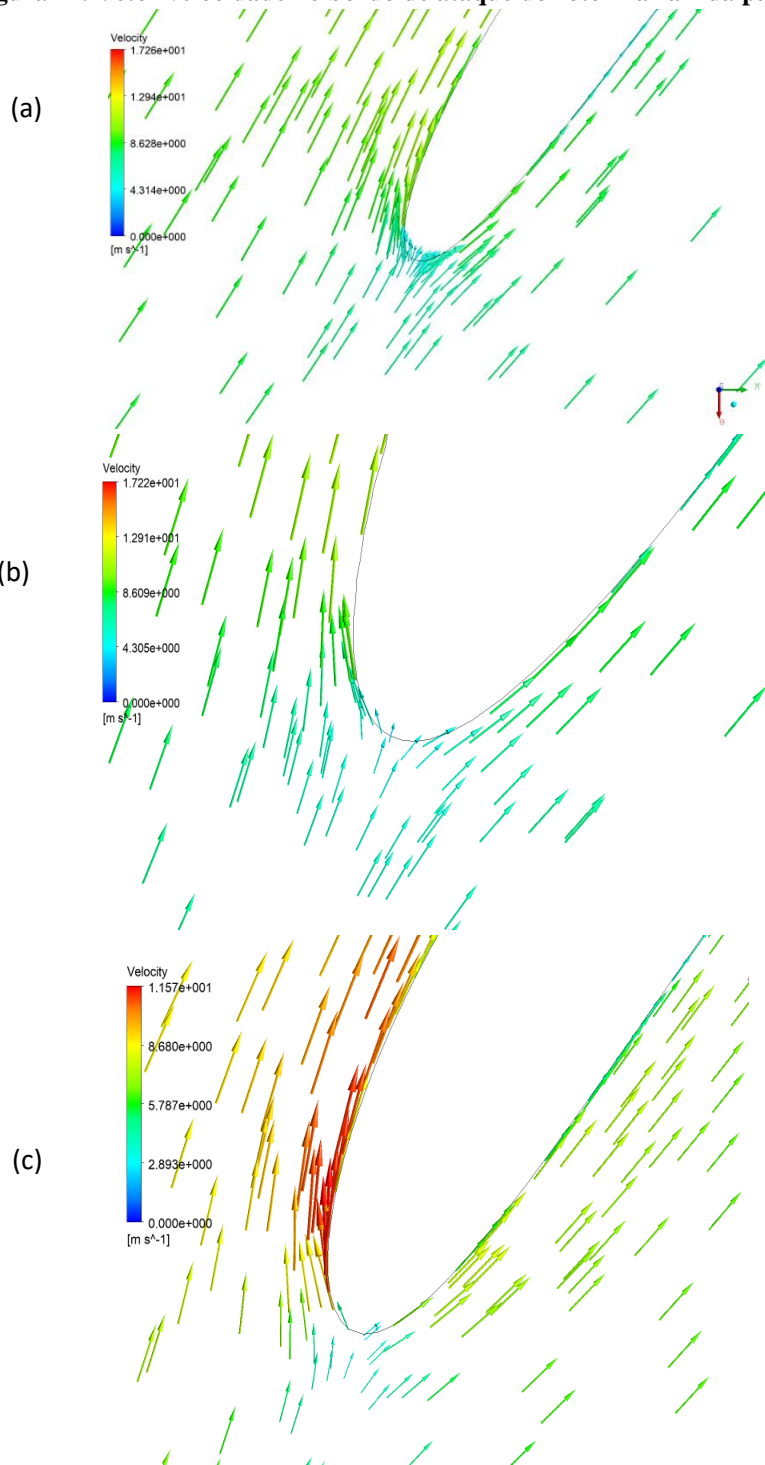
Fonte: Autoria Própria

## 6. RESULTADOS

Após concluído a simulação, foram gerados os resultados com o auxílio da ferramenta de pós processamento do ANSYS, o *CFD-post*, que podem ser conferidos a seguir.

### 6.1. CAMPOS DE PRESSÃO E VELOCIDADE

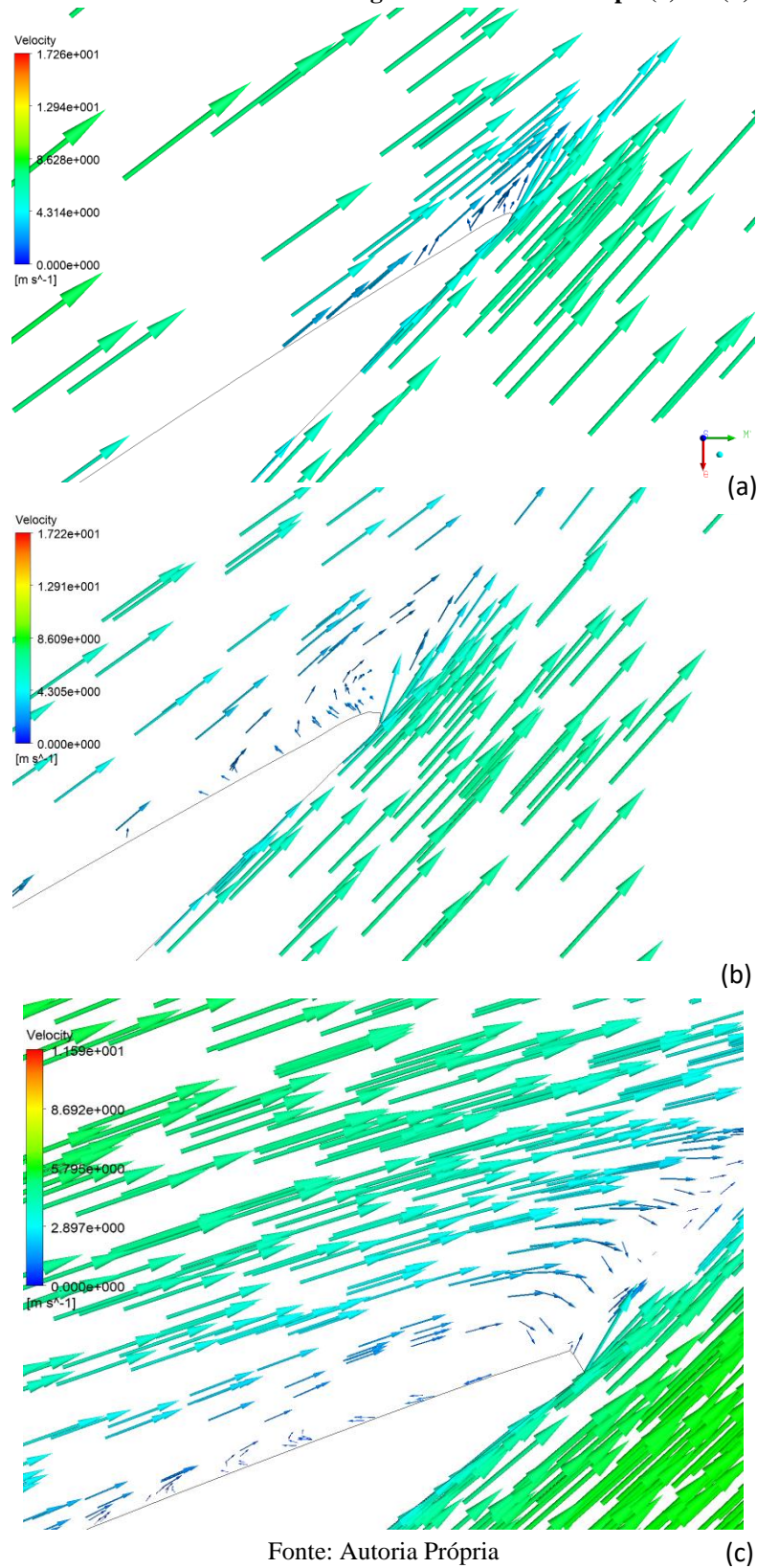
Figura 41. Vetor velocidade no bordo de ataque do rotor na raiz da pá(a) B1 (b) B2 (c) B3.



Fonte: Autoria Própria

Na Figura 41 é fácil notar a diferença de distribuição de velocidade no bordo de ataque para cada uma das três bombas, onde a bomba mais carregada B3 possui uma forte aceleração do fluxo no início da pá, o que é um reflexo do  $C_{pmin}$  de -2.0.

**Figura 42. Vetor velocidade no bordo de fuga do rotor na raiz da pá (a) B1 (b) B2 (c) B3.**

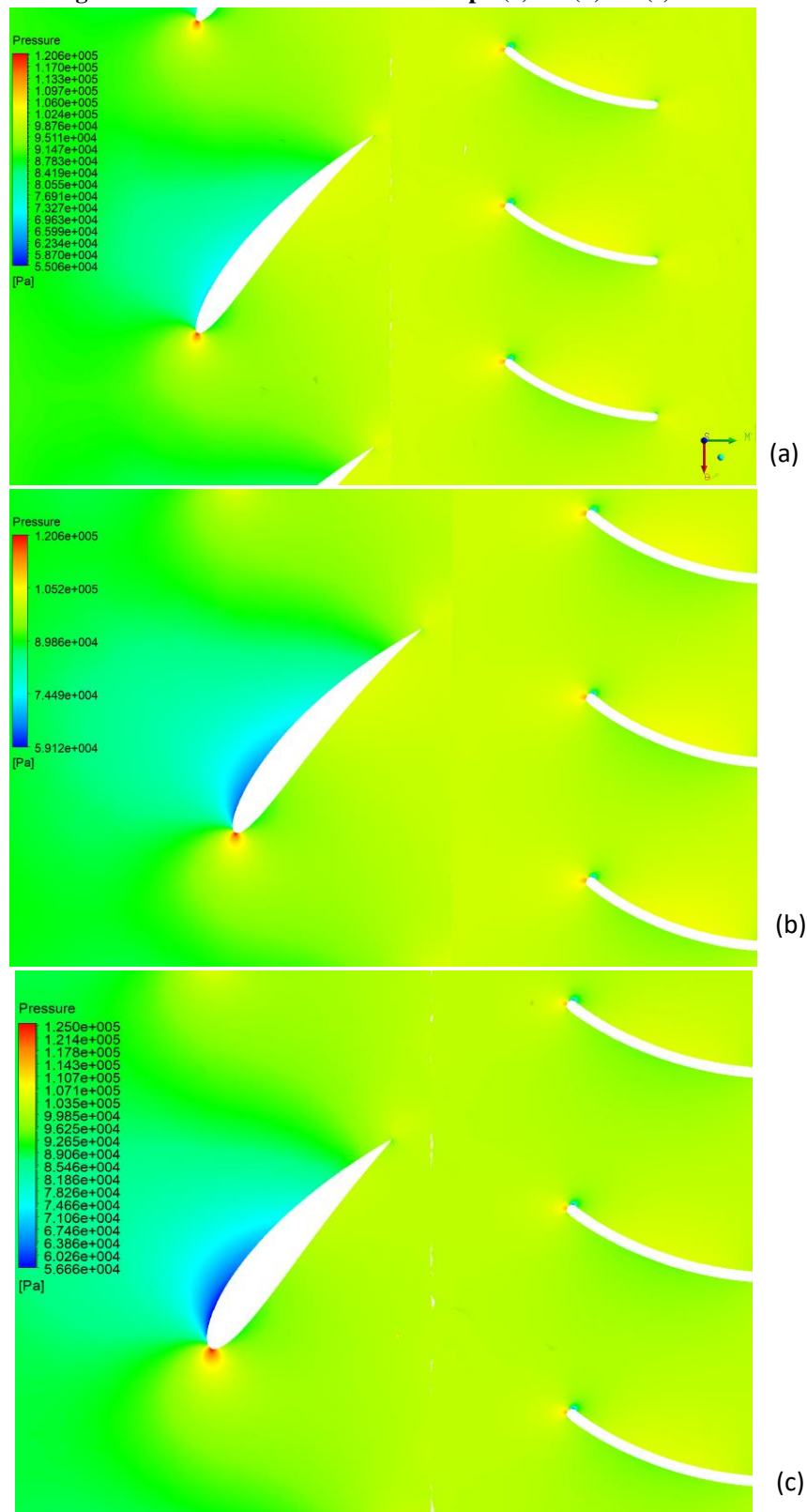


Fonte: Autoria Própria

(c)

Essa distribuição mais carregada de pressão na B3 também acaba gerando os descolamentos da Figura 42 no bordo de fuga do rotor, pelo fato de o mesmo ter uma curvatura mais acentuada.

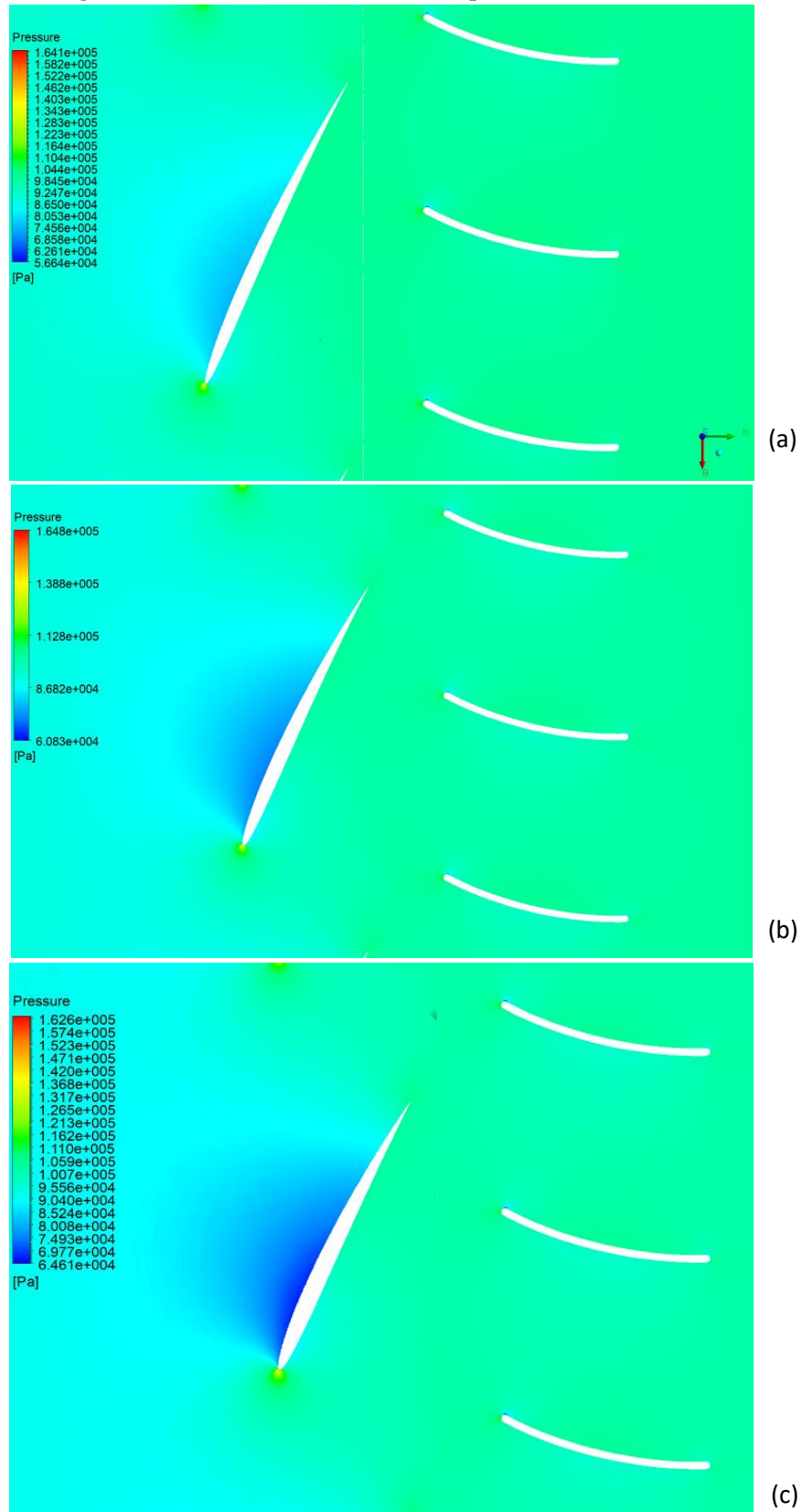
**Figura 43. Pressão ao redor da raiz da pá (a) B1 (b) B2 (c) B3.**



Fonte: Autoria Própria

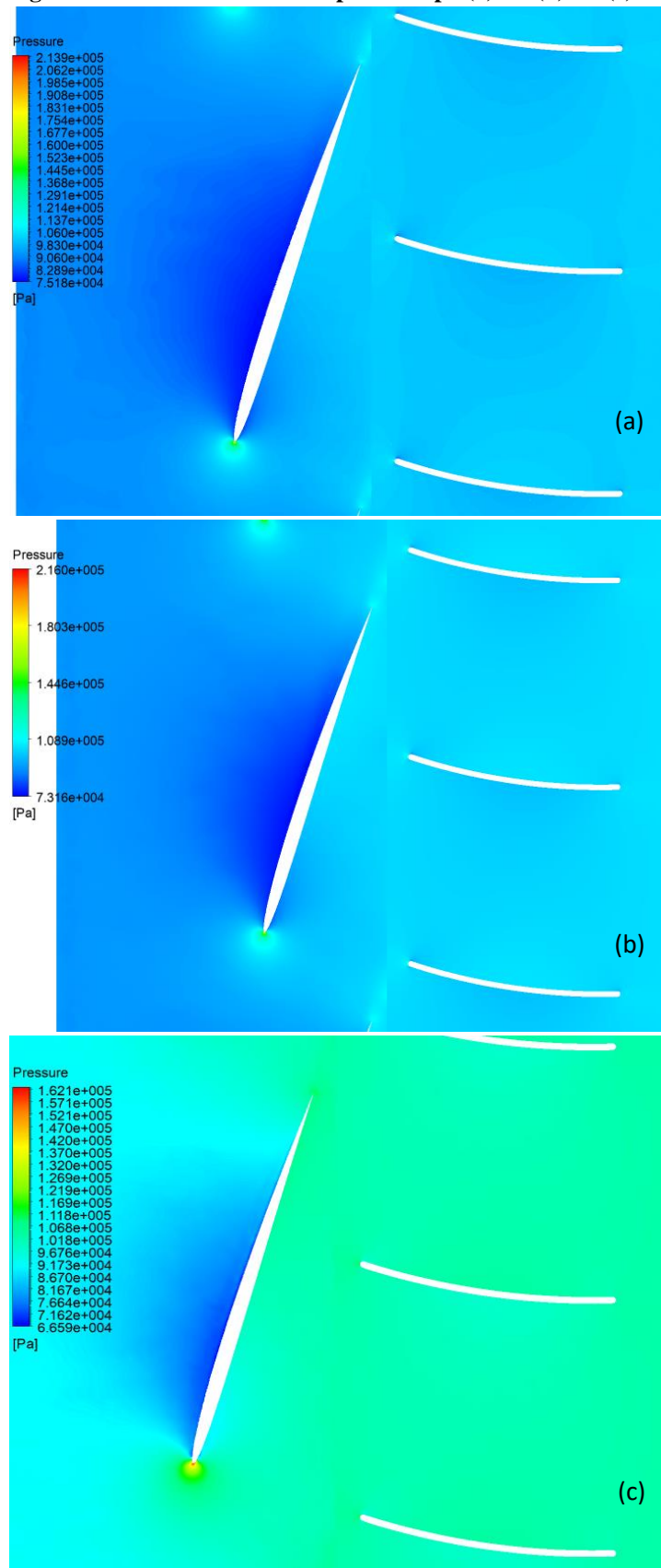
A distribuição de pressão é mais parecida entre as três bombas conforme se aproxima da ponta da pá, como mostram as Figuras 44 e 45.

**Figura 44. Pressão ao redor do meio da pá (a) B1 (b) B2 (c) B3.**



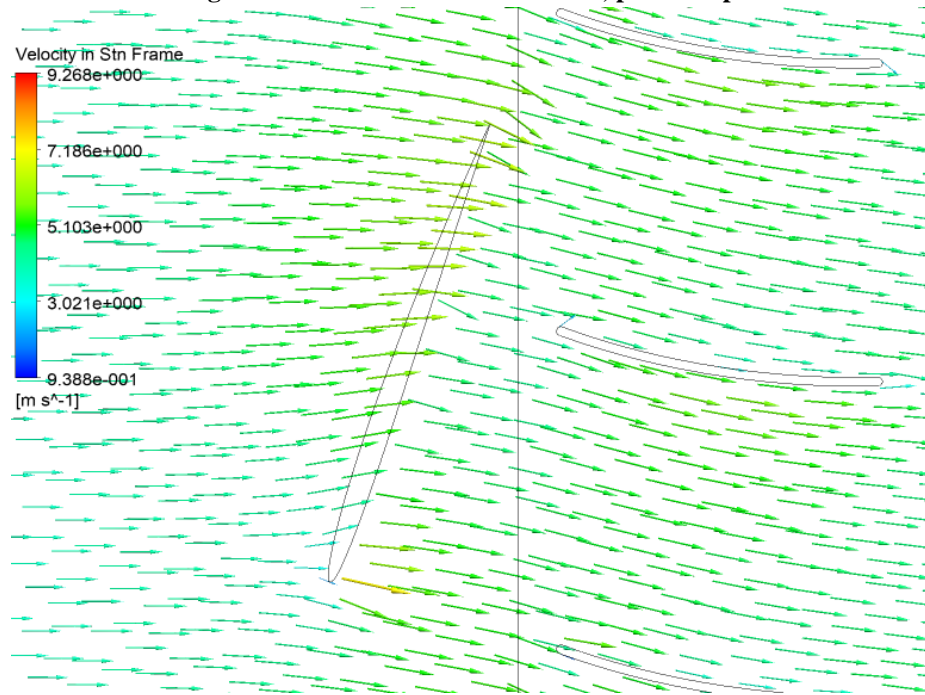
Fonte: Autoria Própria

Figura 45. Pressão ao redor da ponta da pá (a) B1 (b) B2 (c) B3.



Fonte: Autoria Própria

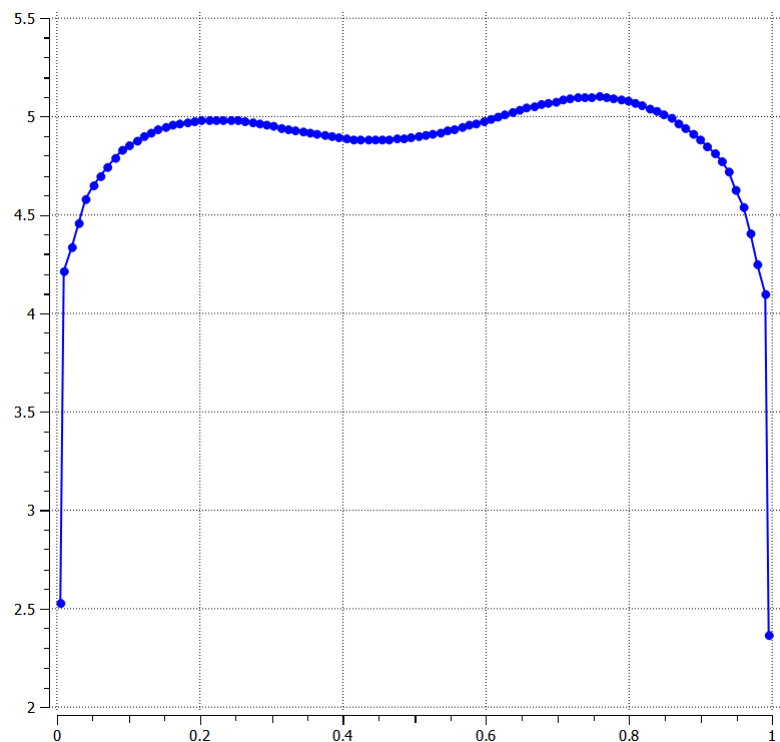
**Figura 46. Vetor velocidade absoluta, ponta da pá.**



Fonte: Autoria própria

A Figura 46 mostra como a velocidade de saída do rotor tem um ângulo diferente do da entrada do estator, o que justifica a metodologia utilizada. A Figura 47 mostra o perfil de velocidade axial na saída da bomba, que é maior que o calculado analiticamente, por conta da diferença entre o fator de estrangulamento médio e o total.

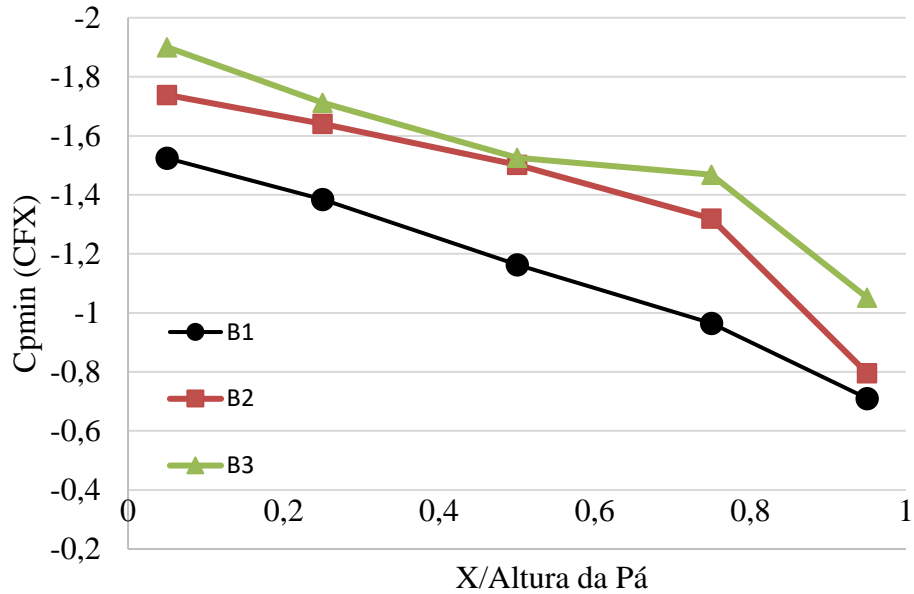
**Figura 47. Perfil de velocidade axial na saída da bomba.**



Fonte: Autoria Própria

## 6.2. COMPARAÇÃO X-FOIL E CFD

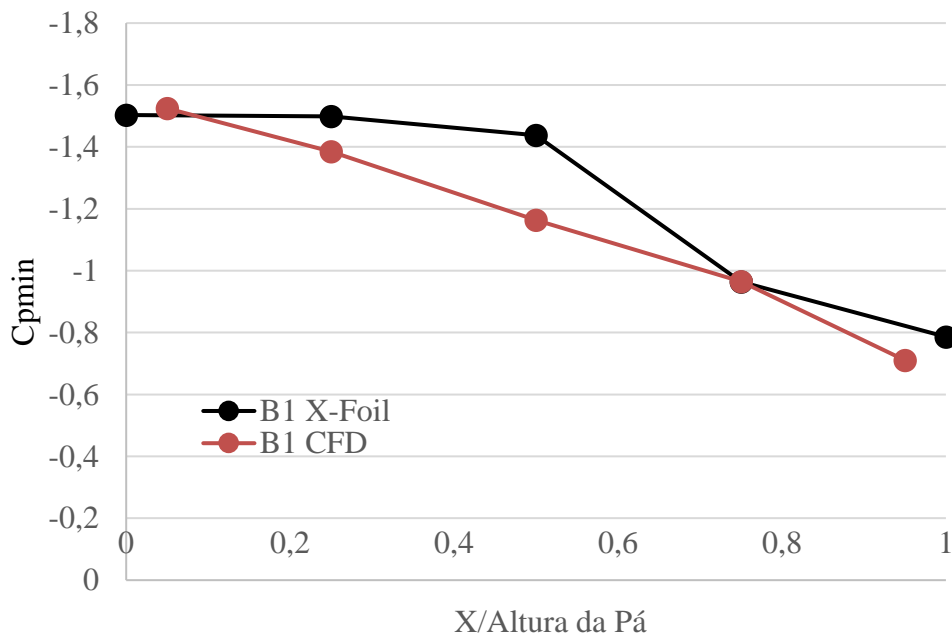
**Figura 48. Comparação do valor de  $C_{pmin}$  para as mesmas seções de pá dos três rotores.**



Fonte: Autoria Própria

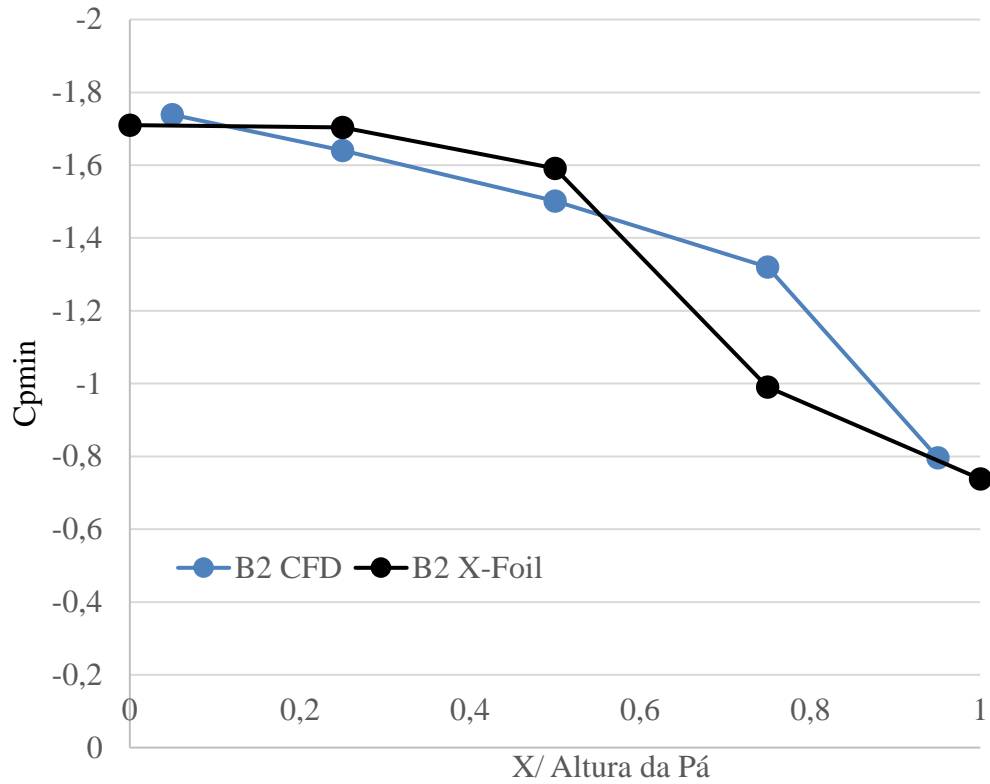
Conforme pode ser observado na Figura 48 o  $C_{pmin}$  obtido para a Bomba 1 foi bem próximo do projetado (-1.5244), enquanto que para a Bomba 2 o  $C_{pmin}$  ficou um pouco acima (-1.7386) e o  $C_{pmin}$  da Bomba 3 ficou abaixo do projetado (-1.91). Conforme poderá ser observado melhor nos seguintes gráficos que comparam o  $C_p$  projetado (X-foil) com o obtido (CFX).

**Figura 49. Comparação do valor de  $C_{pmin}$  obtido no X-Foil e no CFX (B1).**



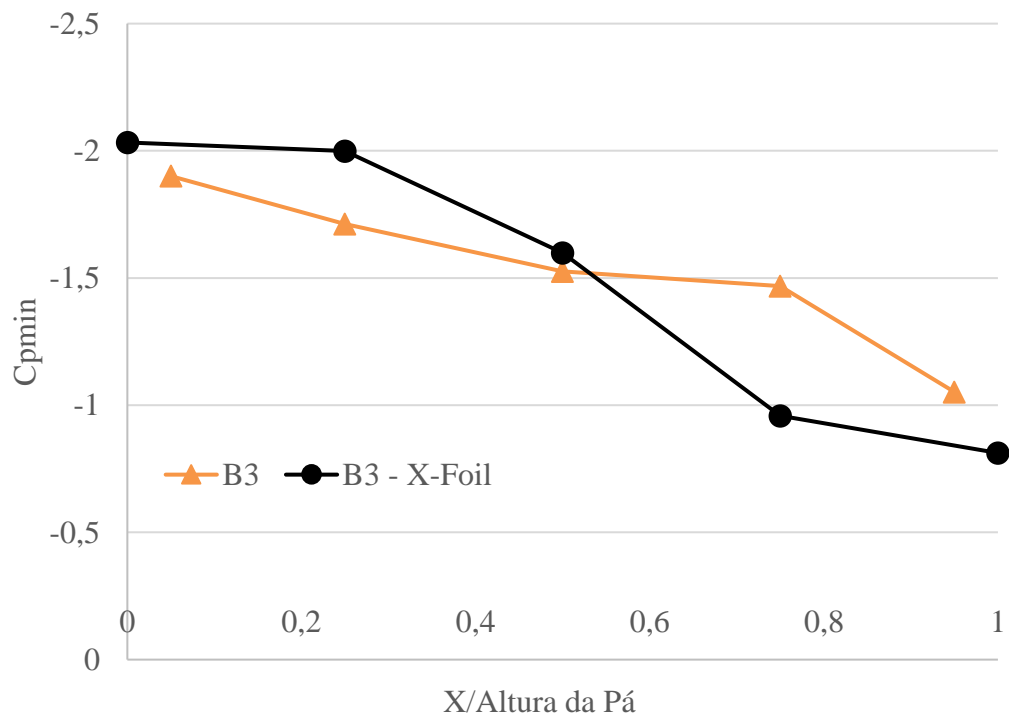
Fonte: Autoria Própria

**Figura 50. Comparação do valor de  $C_{pmin}$  obtido no X-Foil e no CFX (B2).**



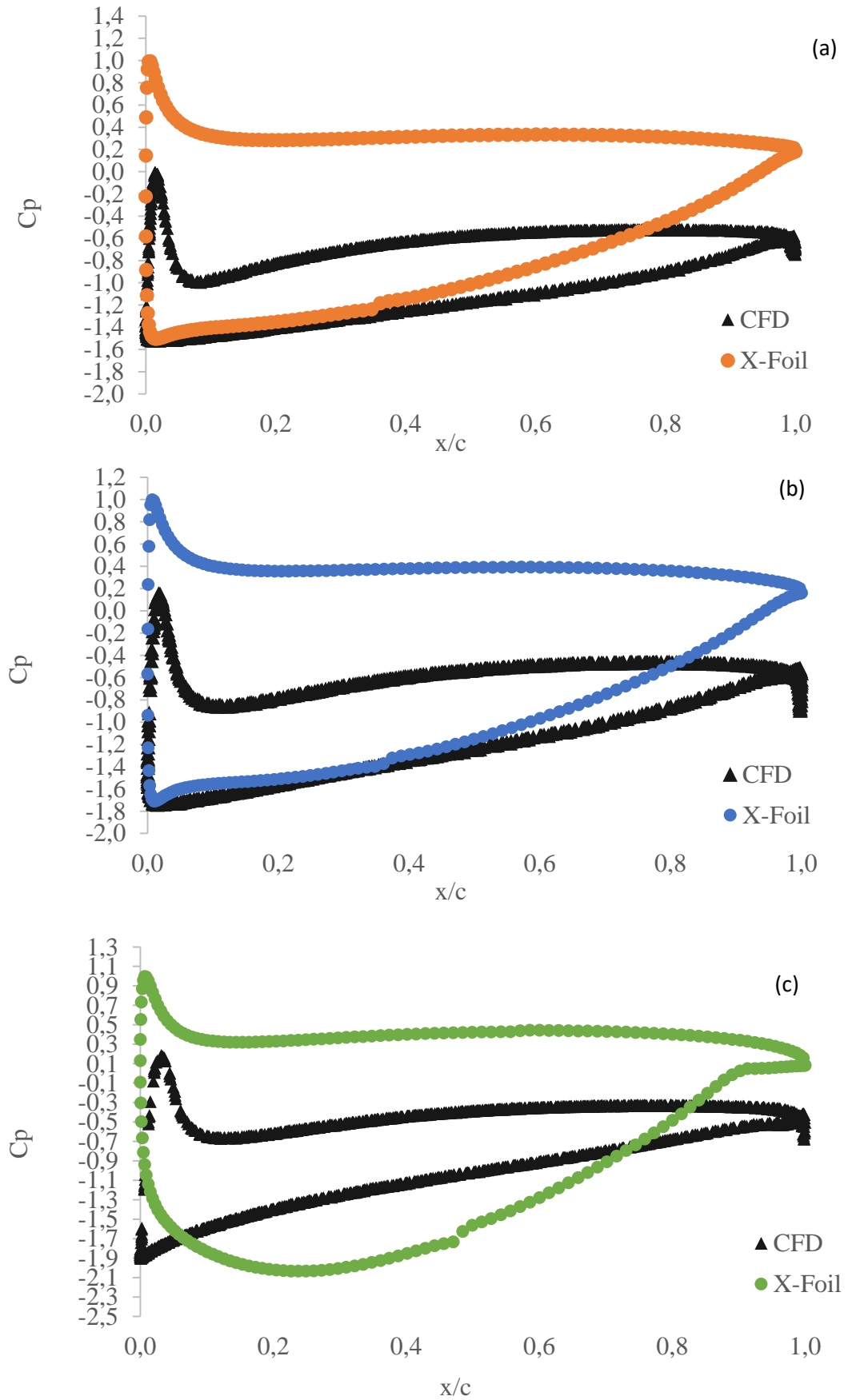
Fonte: Autoria Própria

**Figura 51. Comparação do valor de  $C_{pmin}$  obtido no X-Foil e no CFX (B3).**



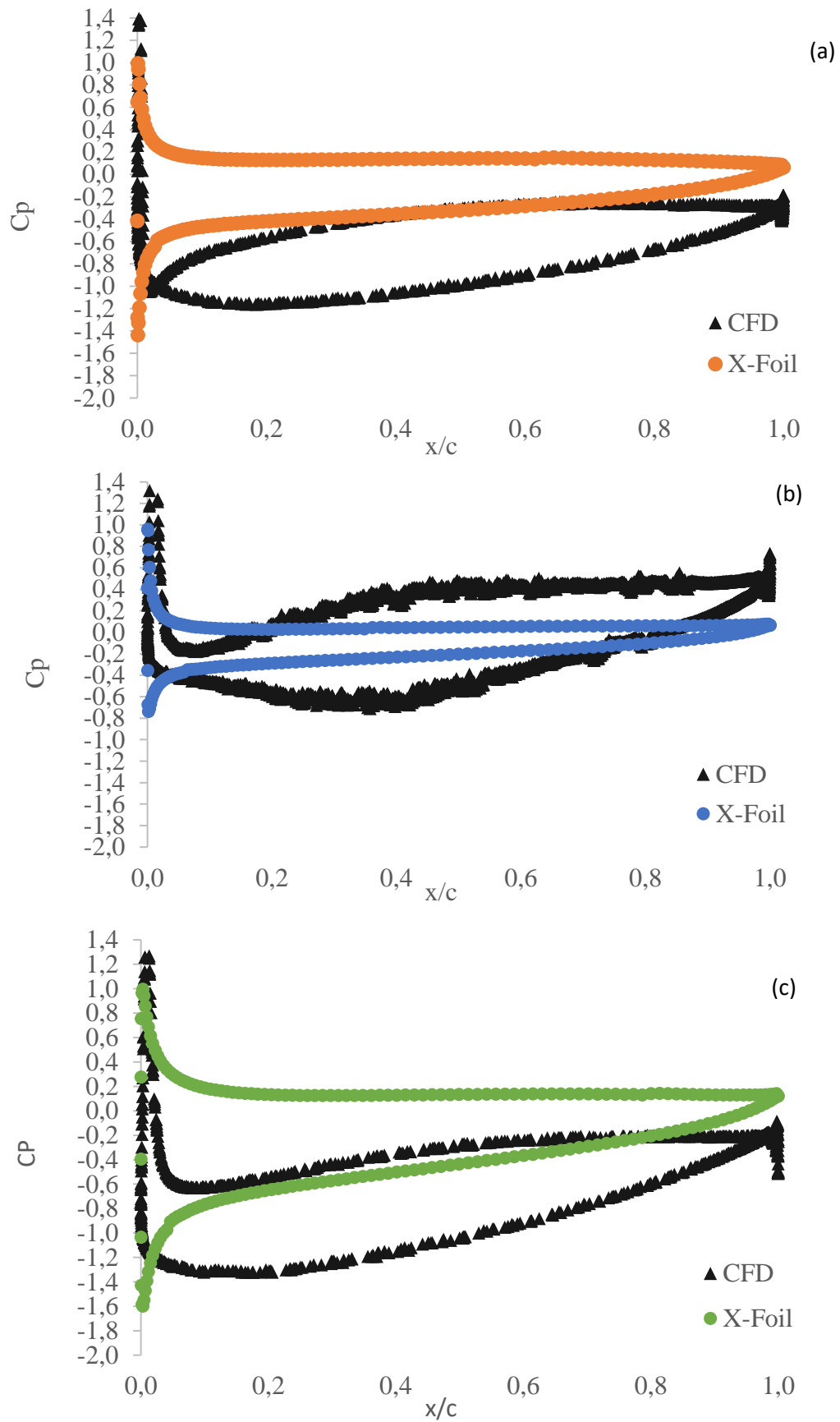
Fonte: Autoria Própria

Figura 52. Comparação do carregamento da pá na seção da raiz entre X-Foil e CFD (a) B1 (b) B2 (c) B3.



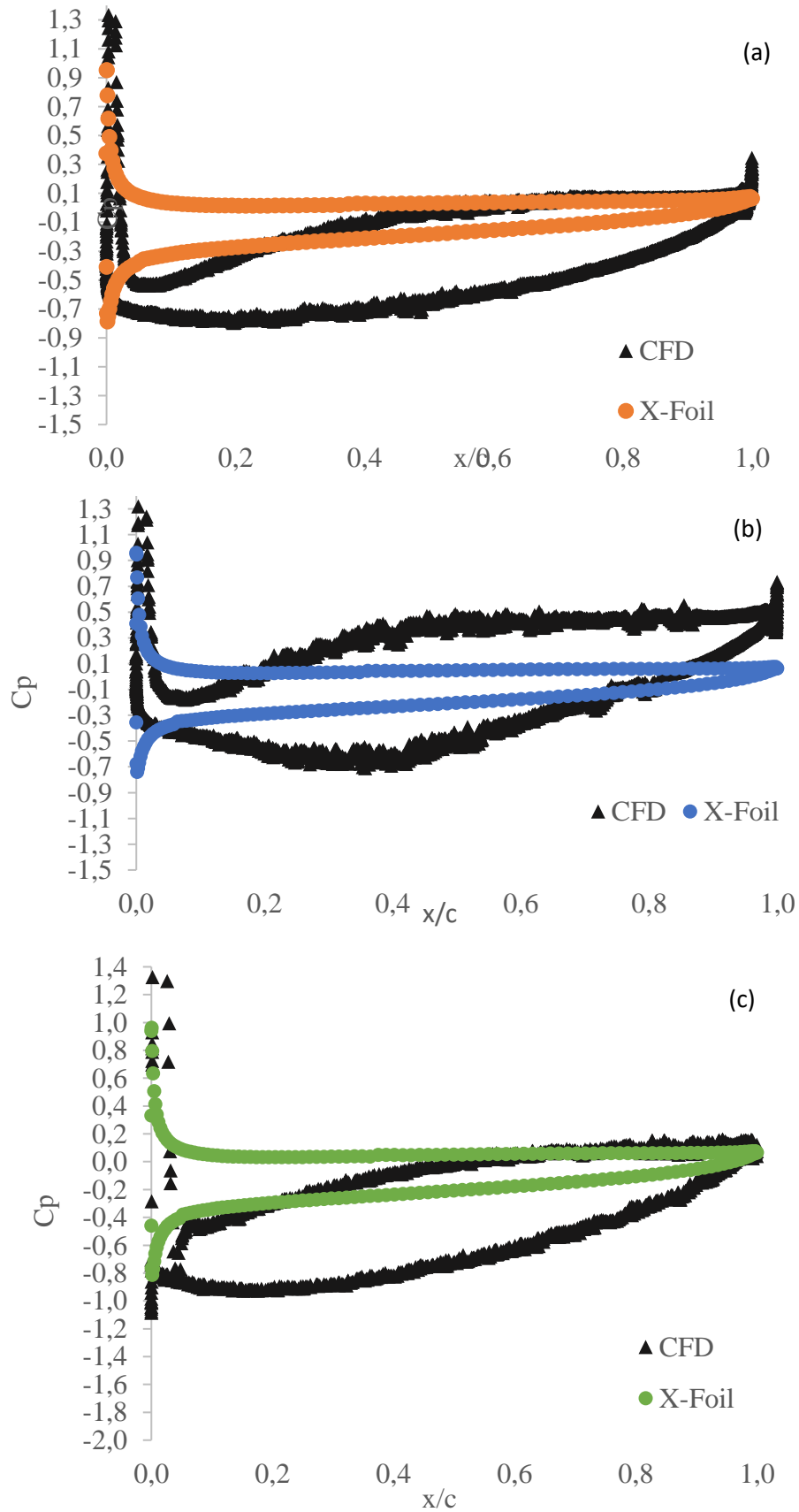
Fonte: Autoria Própria

Figura 53. Comparação do carregamento no meio da pá entre X-Foil e CFD (a) B1 (b) B2 (c) B3.



Fonte: Autoria Própria

Figura 54. Comparação do carregamento na ponta da pá entre X-Foil e CFD (a) B1 (b) B2 (c) B3.



Fonte: Autoria Própria

A diferença entre a distribuição de pressão calculadas no X-Foil e no CFX se devem ao fato de o cálculo efetuado pelo método dos painéis levar em consideração um perfil de asa isolado, e o CFX levar em conta o efeito de uma pá sobre as outras.

### 6.3. EFICIÊNCIA DAS BOMBAS

A eficiência das bombas foi calculada conforme a eq. 16 utilizando os valores de torque nas pás e a elevação de pressão gerado pelas máquinas que foram obtidos através do cálculo em CFD.

**Tabela 16. Comparação entre os parâmetros das bombas projetadas**

| <b>Parâmetro</b>           | <b>Projeto B1</b> | <b>Projeto B2</b> | <b>Projeto B3</b> |
|----------------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| Energia Específica, [J/kg] | 20.20             | 20.78             | 21.22             |
| Torque, [N.m]              | 7470.67           | 7540.47           | 7950.45           |
| <b>Eficiência, [-]</b>     | <b>0,8477</b>     | <b>0,8639</b>     | <b>0,8367</b>     |

Fonte: Autoria Própria

### 6.4. ANÁLISE DO CRITÉRIO DO $C_{psmin}$

Ao simular as bombas axiais foi fácil perceber que há uma certa tendência quando se utiliza o critério de coeficiente de pressão mínimo. Quanto mais próximo do limite inferior de pressão, ou seja, na bomba B3 que tem um coeficiente de pressão baixo, foram observados descolamentos no bordo de fuga da pá na parte do cubo, onde há um maior carregamento. Porém essa mesma bomba também teve um aumento na altura manométrica, como já havia sido constatado por Fernandes (1973) em seu trabalho.

Tal comportamento se deve ao fato de esta máquina ter um carregamento mais acentuado no cubo e uma forte tendência a gerar fluxos secundários devido a sua curvatura ser mais acentuada que os outros rotores, em relação a corda. Isso acaba por diminuir a sua eficiência hidráulica por gerar um maior torque viscoso na pá, principalmente na região de maior curvatura, pois há uma elevação pontual na velocidade do escoamento nesse ponto. Tal comportamento pode ser observado na Figura 41c.

O rotor B2 teve o maior rendimento hidráulico, como esperado, pois estava em uma faixa de coeficiente de pressão recomendada por Fernandes (1973) para bombas. A sua distribuição de carregamento é mais suave do que a da bomba B3, porém não tanto quanto a da bomba B1. Seus perfis não apresentam o descolamento evidente da bomba B3, no entanto, apresenta mais tendência a esse efeito do que no rotor B1, de maior corda e menor arqueamento.

O rotor B1 possui um comportamento interessante, pois apesar de ter uma distribuição de pressão suave, e ser menor carregado do que o rotor B3, tem um rendimento hidráulico menor que o rotor B2. Isso pode ser explicado devido ao fato de o rotor B1 ter uma maior superfície de contato com a água, ocasionando maior atrito e maiores perdas de energia, gerando assim menos pressão.

Confrontando as distribuições de pressão nas seções das pás do resultado dos cálculos Navier-Stokes 3-D com os resultados pelo método dos painéis, observam-se algumas diferenças nos resultados. Diferenças estas relativas a forma da distribuição e ao valor do coeficiente de pressão mínimo no lado de sucção. Uma das causas destas diferenças pode estar no fato de que a simulação do escoamento está sujeita à efeitos tridimensionais e viscosos do escoamento, além da influência da rotação da pá.

Outro fator que foi notado é que o perfil de velocidade na saída do rotor Figura 47, ficou muito próximo do estimado através da eq. 28. Tendo se observado apenas uma diferença de 1% entre a velocidade calculada analiticamente e a média obtida numericamente.

Além disso na Figura 46 pode ser observado a importância da adição de aletas diretórias na descarga da bomba. Onde o escoamento pode ser observado sendo guiado pelas pás do estator, transformando energia cinética em energia de pressão.

## 7. CONCLUSÃO

O objetivo maior deste trabalho consistiu em propor uma metodologia que possibilitasse o projeto de rotores de bombas axiais de grande porte, tendo como critério de seleção das grades lineares para o projeto das pás, o critério do coeficiente pressão mínimo do lado de sucção dos perfis aerodinâmicos. Para análise do escoamento em grades foi efetuado um cálculo bidimensional através do método dos painéis e um cálculo viscoso tridimensional através da solução das equações de Navier-Stokes pelo software comercial CFX, para a análise da eficiência das máquinas geradas, permitindo uma comparação entre os projetos desenvolvidos e uma análise da validade da metodologia proposta.

O pós-processamento dos resultados das simulações mostraram as características do escoamento em regiões estratégicas das pás analisadas.

Percebeu-se que o critério de pressão mínimo não pode ser o único critério utilizado para o projeto, pois perfis diferentes podem gerar o mesmo coeficiente de pressão em diferentes configurações de solidez.

As melhores grades que utilizam esse método sempre apresentam um pequeno descolamento, e deve sempre se procurar entre o ponto ótimo com pouco descolamento (que ocorre com menores ângulos de ataque) e a maximização da transferência de energia (que ocorre em maiores ângulos de ataque).

O software CFX é uma ferramenta poderosa para análise do escoamento em turbomáquinas. Entretanto a sua utilização eficaz não é de fácil domínio e exige um grande conhecimento tanto da teoria de turbomáquinas, quanto da utilização de métodos numéricos, em especial para a geração de malhas que permitam a obtenção de resultados satisfatórios.

Neste trabalho foi possível se alcançar os objetivos referentes a utilização desta ferramenta, entretanto mais estudos são necessários para se atingir a sua plena potencialidade para a análise de geometrias complexas de rotores de turbomáquinas.

### 7.1. SUGESTÃO PARA TRABALHOS FUTUROS

A construção de um modelo experimental em escala para que possam ser validados os resultados obtidos por esta análise computacional.

Uma simulação transiente e multifásico para verificação da ocorrência de cavitação em pontos isolados.

O projeto de um sistema de transmissão entre o rotor e o motor que servirá de fonte de energia para a bomba.

## REFERÊNCIAS

- ABOTT, I. H. e VON DOENHOFF, A. E. – **Theory of Wings Sections**. Dover Publications Inc., 1959.
- ALBUQUERQUE, R. B. F., **Projeto de Turbinas Hidráulicas Axiais com Parametrização da Geometria, Equação de Equilíbrio Radial e Técnicas de Otimização**, Itajubá, 94p. Dissertação (Mestrado em Dinâmica dos Fluidos e Máquinas de Fluxo) - Instituto de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Itajubá, 2006.
- AMARANTE MESQUITA, A. L., CRUZ, D. O. A. e SERRA, C. M. V. – **A Simplified Method for Axial-Flow Turbomachinery Design**. Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences, 1996.
- ANSYS, **CFX Solver theory guide**, 2005.
- ARRIAGA, D., CHAVES C.M. **Método de Painel para o Cálculo do Escoamento Potencial em Torno de Vários Perfis Sustentadores**. Dissertação de Mestrado. Universidade Técnica de Lisboa, 2012.
- BRADSHAW, P., - **Understanding and prediction of turbulent flow**. 1996.
- BRAN, R. e SOUZA., Z. – **Máquinas de Fluxo, Bombas, Turbinas e Ventiladores**. Ao Livro Técnico S/A Rio de Janeiro, 1969.
- ÇENGEL, Y. A., CIMBALA, J. M., **Mecânica dos Fluidos – fundamentos e Aplicações**. Editora McGraw-Hill, 2007.
- CORDIER, O. **Ähnlichkeitsbedingungen für Strömungsmaschinen**. BWK Bd. 1955.
- CRUZ, A.G.B., **Uma metodologia de projeto de pequenas turbinas axiais**. Tese de Mestrado. Universidade Federal do Pará, 2002.
- CRUZ, A.G.B., MESQUITA, A.L.A., BLANCO, C.J.C. **Minimum Pressure Coefficient Criterion Applied in Axial-Flow Hydraulic Turbines**. Journal of the Brazilian society of mechanical science and engineering, 2008.
- DE LA FUENTE, R. P. – **Critérios de Avaliação do Desempenho de Grades Lineares**. Tese de Mestrado. ITA, S. J. Campos, 1982.
- DRELA, M. **XFOIL: An Analysis and Design System for Low Reynolds Number Airfoils**. MIT Dept. of Aeronautics and Astronautics, Cambridge, Massachusetts, 1989.
- EMERY, J. C., HERRIG, L. J., ERWIN, J. R. e FELIX, A. R. – **Systematic Two-Dimensional Cascade Tests of NACA 65 Series Compressor Blades at Low Speeds**. Naca Report 1368, 1957.

- FERNANDES, E. C. – **Análise da Influência dos Parâmetros Geométricos no Dimensionamento das Máquinas de Fluxo Axiais**. Tese de Mestrado. ITA, S. J. Campos, 1973.
- FOX, R.W., MCDONALD, A.T. e Pritchard, P.J., “**Introdução à Mecânica dos Fluidos**”, Sexta Edição, LTC Editora, 2006.
- FRISCH, G. D., **The legacy of a. n. Kolmogorov**. University of Cambridge, 1995.
- LEWIS, R. I. e – **Turbomachinery Performance Analysis**, Howverter-Heinemann: Oxford, UK (1996)
- MACINTYRE, A., J., **Bombas e Instalações de bombeamento**. Editora Guanabara, 1980.
- MANZANARES FILHO, N. – **Análise do Escoamento em Máquinas de Fluxo Axiais**. Tese de Doutorado. Instituto Tecnológico de Aeronáutica, S. J. Campos, São Paulo, Brasil, 1994.
- MEHTA, R. D. **Aspects of the Design and performance of Blower Wind Tunnel Components**. PhD Thesis, Department of Aeronautics, Imperial College, University of London, 1978.
- MEHTA, R., BRADSHAW, P. **Technical notes: design rules for small low speed wind tunnels**. Aeronaut. J. R. Aeronaut. Soc., 443–449, 1979.
- MELLOR, G. L. – **An Analysis of Axial Compressor Cascade Aerodynamics. Part 1: Potential Flow Analysis with Complete Solution for Symmetrically Cambered Airfoil Families. Part 2: Comparison of Potential Flow Results with Experimental Data**. ASME Journal of Basic Engineering, Vol. 81, pp. 362-386, September, 1959.
- MENTER, F.R. – **Zonal two equation  $k$ - $\omega$  turbulence models for aerodynamic flows**. Elort Institute CA. 1993.
- MENTER, F.R., KUNTZ, M., LANGTRY, R. – **Ten years of industrial experience with the SST turbulence model**. Begell House, Inc. 2003.
- OLIVEIRA, A.A.C. – **Metodologia de Projeto Aerodinâmico de Rotores Axiais e Otimização da Pá com base nos Efeitos de Sweep e Dihedral**. Dissertação de Mestrado, UNIFEI, Itajubá 2014.
- PENG, W.W. – **Fundamentals of turbomachinery**, TJ267. P43 2008.
- PFLEIDERER, C. e PETERMANN H. – **Máquinas de Fluxo**. Livros Técnicos e Científicos S/A. Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 1979.
- SCHOLZ, N. – **Aerodynamik der Scaufelgitter**. Band I, Verlag G. Braun, Karlsruhe, 1965.
- SRINIVASAN, K.M. **Rotodynamic Pumps (Centrifugal and axial)**. New Age International Publishers, 2008.
- STEPANOFF, A., J., **Centrifugal and Axial flow pumps: Theory, Design, and Application**. John Wiley & Sons, INC., 1957.

VERSTEEG, H. K., MALALASEKERA, W., **An Introduction to Computational Fluid Dynamics**. Pearson Education Limited, 1995.

WALLIS, R., A., **Axial flow, fans and ducts**. Malabar, Florida, 1993.

WHITE, F. M., **Viscous Fluid Flow**, 3<sup>o</sup> edição. Nova York, 2000.

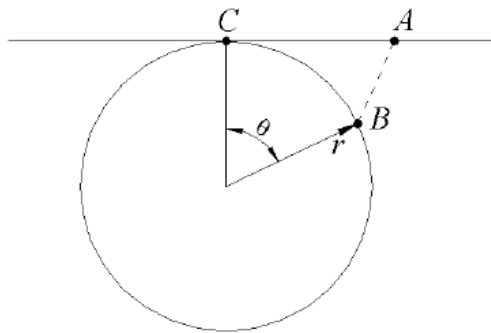
WU, C.H., **A general theory of steady three-dimensional flow of a nonviscous fluid in ... Subsonic and Supersonic Turbomachines of Axial-, Radial, and Mixed-Flow Types**. NACA, Washington 1952.

## 8. APÊNDICE A.

Para geração da geometria da pá de forma mais automatizada foi necessário criar um algoritmo que conseguisse ler os dados do perfil que são obtidos no X-Foil e transformá-los em uma curva que possa ser utilizada pelo SolidWorks®. Um código parecido já foi desenvolvido por (CRUZ, 2000).

Os pontos são gerados em coordenadas cartesianas pelo X-Foil e depois são transformadas em coordenadas cilíndricas pelo software MATLAB®. Os valores para a corda e o raio de cada perfil são retirados de um documento de texto gerado através do software EXCEL®, e então utilizados pelo MATLAB® para fazer a conversão. O esquema é demonstrado a seguir:

**Figura 55. Representação de um perfil sendo transformado.**



Fonte: Autoria Própria.

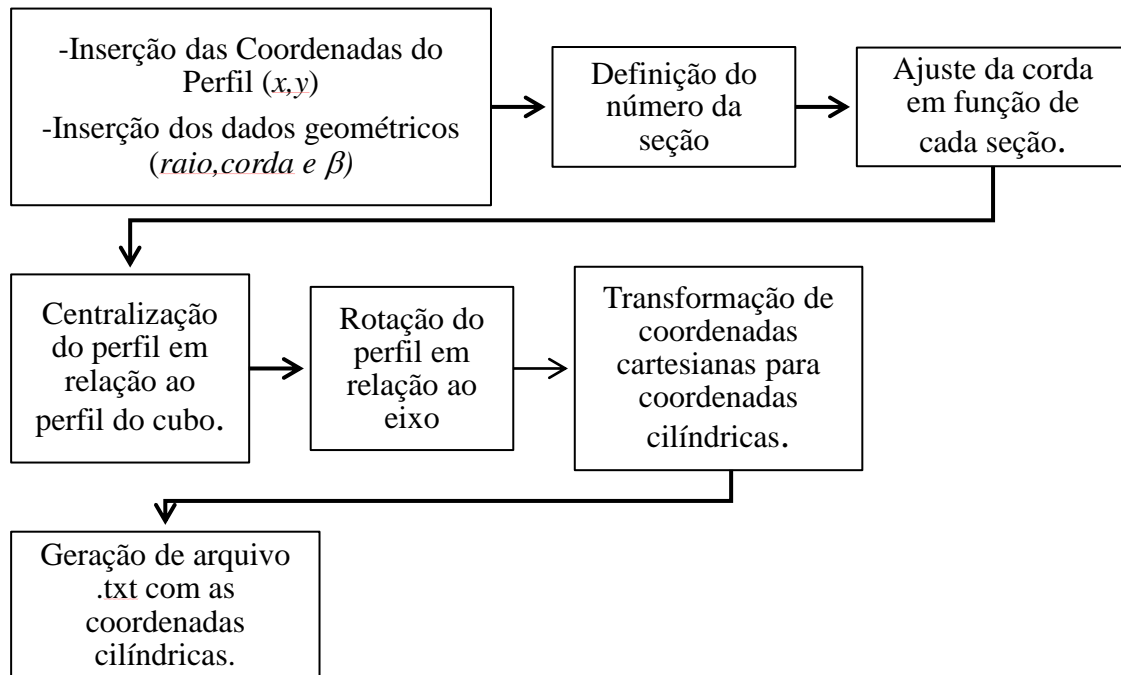
Logo:

$$\theta = \frac{CA}{r} \quad (44)$$

portanto a transformação será a seguinte:

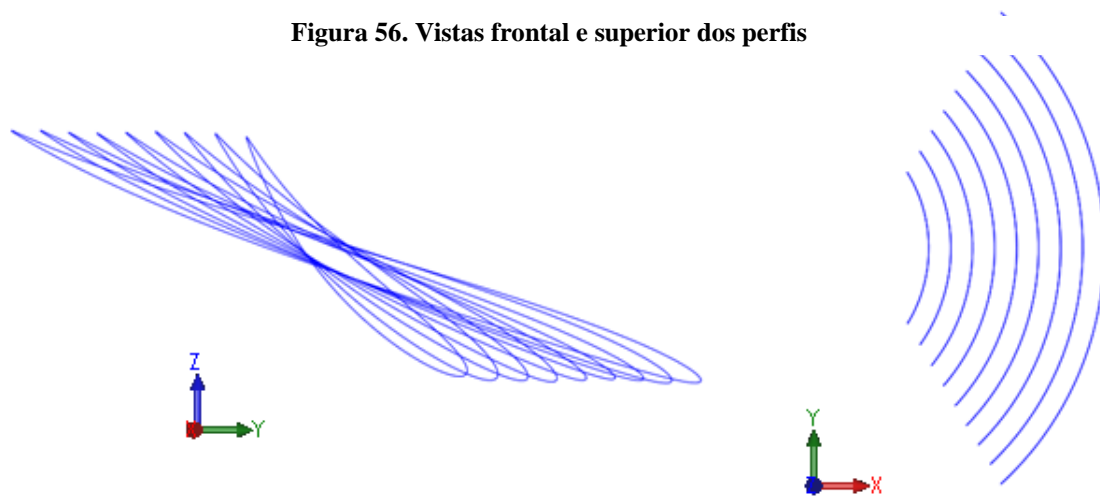
$$(x, y) = r, \left(\theta = \frac{y}{r}\right), (z = x) \quad (45)$$

O ponto C representa o centro de rotação do perfil. O mesmo está localizado no ponto de maior espessura do perfil, que por coincidência se encontra em 50% da corda. Todos os pontos do perfil gerado em (45) são rotacionados em um ângulo  $\beta$ , onde  $\beta = \beta_{\infty} + \alpha$ , esse ângulo  $\alpha$  é obtido através das análises do X-Foil, sendo ele o ângulo de ataque necessário para que o perfil gere a sustentação requerida no projeto. O algoritmo está apresentado a seguir:



A visualização dos perfis após o procedimento é a seguinte:

**Figura 56. Vistas frontal e superior dos perfis**

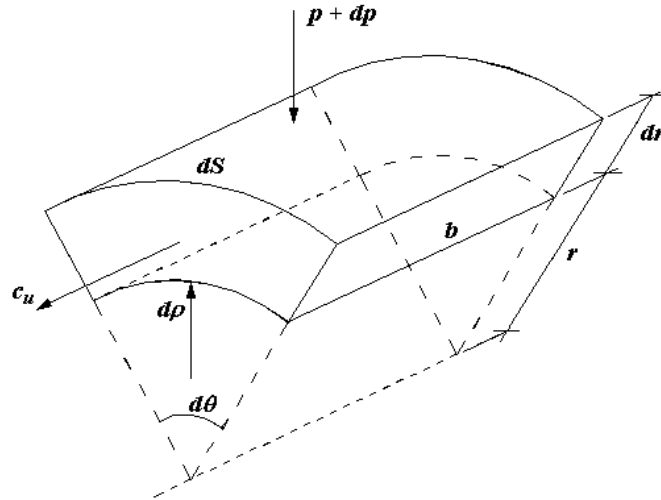


Fonte: Autoria Própria

## 9. ANEXO B.

Se considerarmos um escoamento sem atrito, incompressível e que as partículas de fluido se movem em superfícies de corrente cilíndricas, conforme a Figura 57.

Figura 57. Elemento de volume do fluido.



Fonte: CRUZ, 2001.

O somatório das forças atuante neste elemento é dado por:

$$dF_c + p \cdot dS \cdot b - (p + dp) \cdot dS \cdot b = 0 \quad (46)$$

$$dF_c - dp \cdot dS \cdot b = 0 \quad (47)$$

$$dm \frac{c_u^2}{r} - dp \cdot dS \cdot b = 0 \quad (48)$$

Onde

$dF_c$ : é a força centrípeta atuante no elemento;

$p$ : pressão;

$r$ : raio do elemento diferencial;

$c_u$ : velocidade tangencial;

$dm$ : massa do elemento diferencial ( $dm = \rho \cdot dr \cdot dS \cdot b$ );

portanto:

$$\rho \cdot dr \cdot dS \cdot b \cdot \frac{c_u^2}{r} - dp \cdot dS \cdot b = 0 \quad (49)$$

$$\frac{1}{\rho} \cdot \frac{dp}{dr} = \frac{c_u^2}{r} \quad (50)$$

esta condição caracteriza o equilíbrio radial, onde  $dp$  é a diferença de pressão.

A vorticidade do escoamento é dada pela expressão:

$$\vec{\xi} = 2 \cdot \vec{\omega} = \nabla \times \vec{V} \quad (51)$$

onde  $\vec{V}$  é o campo de velocidade através do rotor. Considerando o movimento das partículas no plano  $r\theta$ , tem-se:

$$\xi_z = 2 \cdot \omega_z = \frac{1}{r} \frac{\partial(r c_u)}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial c_r}{\partial \theta} \quad (52)$$

Como a componente de velocidade radial  $c_r$  é nula, então:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial r c_u}{\partial r} = 0 \quad (53)$$

integrando em relação a  $r$ , encontra-se

$$r \cdot c_u = k \quad (54)$$

Conhecida como condição de vórtice livre. A constante  $k$  pode ser obtida aplicando-se a equação da continuidade que será comentada mais à frente.

A entalpia de estagnação:

$$h_0 = h + \frac{c^2}{2} \quad (55)$$

representa a energia total por unidade de massa do fluido do escoamento. Como:

$$c^2 = c_a^2 + c_u^2 \quad (56)$$

onde  $c$ ,  $c_a$  e  $c_u$  são as velocidades absoluta, componente axial e tangencial da velocidade do fluido, respectivamente. Logo:

$$h_0 = h + \frac{c_a^2 + c_u^2}{2} \quad (57)$$

obtendo-se a variação de entropia em relação ao raio e sabendo que:

$$dh = T ds - \frac{1}{\rho} dp \quad (58)$$

obtém-se

$$\frac{dh_0}{dr} = T \frac{ds}{dr} + \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dr} + \frac{1}{2} \frac{d}{dr} (c_a^2 + c_u^2) \quad (59)$$

a condição de equilíbrio radial (50), entrega:

$$\frac{dh_0}{dr} = T \frac{ds}{dr} + \frac{c_u^2}{r} + c_a \frac{dc_a}{dr} + c_u \frac{dc_u}{dr} \quad (60)$$

isolando as velocidades:

$$\frac{dh_0}{dr} - T \frac{ds}{dr} = \frac{c_u}{r} \frac{d}{dr} (r \cdot c_u) + c_a \frac{dc_a}{dr} \quad (61)$$

Para escoamento adiabático sem atrito, isto é, isentrópico as propriedades de estagnação são constantes em todos os pontos, portanto,  $s = \text{constante}$  e  $h_0 = \text{constante}$ . Para escoamento a

vórtice livre  $c_u r = \text{constante}$ , de acordo com a relação (54), logo a equação (61) é nula, o que implica:

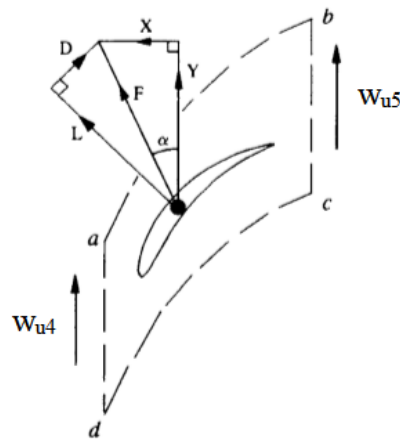
$$c_a \frac{dc_a}{dr} = 0 \quad (62)$$

logo, a componente de velocidade axial é constante.

## 10. ANEXO C.

Do teorema de Kutta-Joukowski que para o caso de grades lineares pode ser enunciado como: "A força  $F$  da pá devido ao escoamento potencial, incompressível e permanente sobre um perfil disposto em grade, é perpendicular ao vetor  $w_\infty$ " surgem duas forças que atuam no perfil de asa: uma perpendicular à direção da velocidade da corrente não perturbada, denominada força de sustentação  $F_L$  e outra na direção de  $W_\infty$ , denominada força de arrasto  $F_D$ . A Figura 58 esquematiza como essas forças agem no perfil de asa, considerando  $w_4 = w_3$  e  $w_5 = w_6$ .

Figura 58. Forças atuantes em uma asa de sustentação.



Fonte: Autoria Própria

. O balanço de forças no volume de controle  $abcd$  na direção  $x$  pode ser colocado da seguinte forma:

(Força em  $x$  aplicada pelo perfil aerodinâmico) + (força de pressão em  $ad$ ) - (força de pressão em  $bc$ ) = 0

Como as forças de pressão em  $ab$  e  $dc$  são iguais e opostas podem ser ignoradas. Expressando analiticamente:

$$F_x = (p_5 - p_4)t \quad (63)$$

aplica-se a definição de pressão de estagnação:

$$p_o = p + \frac{1}{2}\rho w^2 \quad (64)$$

onde  $p_o$  é pressão de estagnação, a soma da pressão estática  $p$  com a pressão dinâmica  $\frac{1}{2}\rho w^2$ ; juntamente com relações trigonométricas obtidas dos triângulos de velocidade, a equação acima se transforma em:

$$\begin{aligned}
F_x &= \frac{1}{2}\rho(w_4^2 - w_5^2)t - (p_{o4} - p_{o5}) \\
&= \frac{1}{2}\rho w_a^2 t (\tan^2 \beta_4 - \tan^2 \beta_5) - \Delta p_o t \\
&= \rho w_\infty^2 t \cdot \tan \beta_\infty (\tan \beta_4 - \tan \beta_5) - \Delta p_o t
\end{aligned} \tag{65}$$

onde  $\Delta p_o = p_{o4} - p_{o5}$  é a perda da pressão de estagnação que acontece na grade.

Uma expressão análoga pode ser utilizada para o componente  $y$  da força  $F$  da pá, ao se aplicar a Segunda Lei de Newton para o volume de controle. Sendo o fluxo mássico por unidade de comprimento da pá  $\dot{m} = \rho w_a t$ . Então:

(Força aplicada ao volume de controle na direção  $y$ ) = (Taxa de variação de momento na direção  $y$ )

ou

$$-F_y = \dot{m}(w_{u5} - w_{u4}) = \rho w_a^2 t (\tan \beta_5 - \tan \beta_4) \tag{66}$$

Para isolar o efeito da força de sustentação  $F_L$  considerando o caso de um escoamento potencial, para o qual a perda de pressão de estagnação será nula. Fazendo uso das equações 65 e 66 com  $\Delta p_o = 0$ , e do ângulo  $\alpha$  da Fig. 58:

$$\tan \alpha = \frac{F_x}{F_y} = \frac{\rho \cdot w_a^2 \cdot t \cdot \tan \beta_\infty (\tan \beta_4 - \tan \beta_5)}{\rho w_a^2 t (\tan \beta_4 - \tan \beta_5)} = \tan \beta_\infty \tag{67}$$

ou  $\alpha = \beta_\infty$ . Como a força  $F_L$  é normal ao vetor de velocidade média  $w_\infty$ , suas componentes serão:

$$F_x = F_L \sin \beta_\infty \tag{68}$$

$$F_y = F_L \cos \beta_\infty \tag{69}$$

## 11. ANEXO D.

Para explicar o modelo SST é necessário explicar dois modelos de duas equações e que são anteriores a ele e que servem de base matemática.

### MODELO $k-\epsilon$

O modelo  $k-\epsilon$  foi o modelo mais utilizado pela engenharia. Foi desenvolvido por (Jones e Launder, 1974) e logo em seguida foi recalibrado por (Launder e Sharma, 1974). O modelo, como o próprio nome diz resolve uma equação para a energia cinética,  $k$  Eq. 68 e outro para a taxa de dissipação das flutuações de velocidade,  $\epsilon$  Eq. 69

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U_j k)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_{k1}} \right) \nabla k \right] + P_k - \rho \epsilon \quad (70)$$

$$\frac{\partial(\rho \epsilon)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U_j \epsilon)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right] + \frac{\epsilon}{k} (C_{\epsilon 1} P_k - C_{\epsilon 2} \rho \epsilon) \quad (71)$$

onde o termo  $\mu_t$  é a viscosidade turbulenta, dado por:

$$\mu_t = \frac{C_\mu \rho k^2}{\epsilon} \quad (72)$$

sendo  $P_k$  a produção turbulenta, sendo que o mesmo equacionamento é usado nos modelos  $k-\omega$  e SST.

$$P_k = \mu_t \left[ \frac{\partial U_j}{\partial x_j} \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_i} + \frac{\partial U_j}{\partial x_j} \right) \right] - \frac{2}{3} \frac{\partial U_i}{\partial x_i} \left( 3\mu_t \frac{\partial U_i}{\partial x_i} + \rho k \right) \quad (73)$$

as constantes do modelo são:

$$\sigma_\epsilon = 1.3; \sigma_{k1} = 1; C_{\epsilon 1} = 1.44; C_{\epsilon 2} = 1.92; C_\mu = 0.09$$

Esse modelo não é recomendável para casos em que ocorre separação de camada limite. Para a solução desses limitadores foram feitas diversas variações e modificações na literatura (MENDONÇA, 2008).

### MODELO $k-\omega$

Apesar de ser o modelo mais antigo, só passou a ser utilizado com mais frequência quando foi proposto por Wilcox no final da década de 1980 (Silva, 2013). A principal diferença entre este modelo e o citado acima é que este resolve uma equação para a energia cinética

turbulenta,  $k$  e  $\omega$  para a frequência de dissipação turbulenta. As equações governantes desse modelo são as seguintes para  $k$  e  $\omega$  respectivamente:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U_j k)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_{k2}} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P_k - \beta' \rho k \omega \quad (74)$$

$$\frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U_j \omega)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_{\omega 1}} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + \alpha \frac{\omega}{k} P_k + P_{\omega b} - \beta_0 \rho \omega^2 \quad (75)$$

onde:

$$\mu_t = \frac{\rho k}{\omega} \quad (76)$$

as constantes do modelo são:

$$\beta_0 = 0,072; \beta' = 0,09; \alpha = 0,52; \sigma_{k2} = 2; \sigma_{\omega 1} = 2$$

Esse modelo leva vantagem sobre o modelo anterior quando são efetuados cálculos na região da camada limite (Mendonça, 2008).

## MODELO SST

No SST, o modelo  $k-\varepsilon$  é resolvido no escoamento médio e o modelo  $k-\omega$  é resolvido próximo da parede. Para realizar a transição entre um e outro o  $k-\varepsilon$  é reescrito na forma de  $k-\omega$  e nas equações  $k-\omega$  é adicionado um termo de difusão. Para que isso ocorra, o modelo  $k-\omega$  é multiplicado por uma “Função de mistura”  $F_1$ , e o modelo é transformado em  $k-\varepsilon$  quando a função  $1 - F_1 = 1$  for satisfeita.  $F_1$  é função da distância da parede, sendo  $F_1 = 0$  quando fora da região da camada limite. Sendo assim, o modelo  $k-\omega$  é utilizado dentro da camada limite ( $1 - F_1 < 1$ ) e fora dela, a equação passa para o modelo  $k-\varepsilon$ . Dessa forma chegando as equações B7 para  $k$  e B8 para  $\omega$ :

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U_j k)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_{k3}} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P_k - \beta' \rho k \omega \quad (77)$$

$$\frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U_j \omega)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_{\omega 2}} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + (1 + F_1) 2\rho \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} + \frac{\alpha_2 \omega}{k} P_k - \beta_2 \rho \omega^2 \quad (78)$$

sendo que  $F_1$  vale 1 na parede e 0 quando fora da camada limite.

$$F_1 = \tanh(W^4) \quad (79)$$

onde:

$$W = \min \left[ \max \left( \frac{\sqrt{k}}{\beta' \omega y}, \frac{500v}{y^2 \omega} \right), \frac{4\rho k}{CD_{kw} \sigma_{\omega 2} y^2} \right] \quad (80)$$

e:

$$CD_{kw} = \max\left(\frac{2}{\rho} \frac{1}{\sigma_{\omega 2} \omega} \nabla k \nabla \omega, 1e^{-10}\right) \quad (81)$$

Para capturar melhor a separação do escoamento a determinação do deslocamento da camada-limite é diretamente dependente da tensão cisalhante na parede. Nos modelos de duas equações existe uma relação entre a tensão cisalhante, a produção de energia cinética turbulenta e a dissipação dela (MENTER, 1993).

$$\tau = \rho \cdot \sqrt{\frac{\text{Produção } k}{\text{Dissipação } k}} \cdot \text{constante} \quad (82)$$

Porém, de acordo com Menter se houvessem grandes gradientes de pressão, essa relação ia atingir valores extremos, levando a uma superestimação da tensão. Assim, Menter propôs duas equações, uma para a viscosidade turbulenta e outra para a viscosidade cinemática turbulenta.

$$\mu_t = \rho v_t \quad (83)$$

$$v_t = \frac{a_1 k}{\max(a_1 w, SF2)} \quad (84)$$

onde F2 é dado por:

$$F2 = \tanh(W_2^2) \quad (85)$$

sendo:

$$W_2 = \max\left(\frac{2\sqrt{k}}{\beta' \omega y}, \frac{500v}{y^2 \omega}\right) \quad (86)$$

As constantes desse modelo são:

$$\sigma_k = 2; \beta' = 0,09; \beta_1 = 0,075; \beta_2 = 0,0828;$$

$$\sigma_{k1} = 0,5; \sigma_{\omega 1} = 0,5; \sigma_{\omega 2} = 0,856; \sigma_{k2} = 1; \alpha_1 = \frac{5}{9}; a_1 = 0,31; \alpha_2 = 0,044;$$