SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS
FACULDADE DE GEOFÍSICA

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

TIAGO NASCIMENTO DE ALCANTARA

ESTIMATIVA DE VELOCIDADE EM MEIOS ANISOTRÓPICOS ATRAVÉS DE ESTEREOTOMOGRAFIA

Belém - PA
2008

TIAGO NASCIMENTO DE ALCANTARA

ESTIMATIVA DE VELOCIDADE EM MEIOS ANISOTRÓPICOS ATRAVÉS DE ESTEREOTOMOGRAFIA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Faculdade de Geofísica do Instituto de Geociências da Universidade Federal do Pará, em cumprimento às exigências para a obtenção de grau de bacharel em Geofísica.
Orientadora: Ellen de Nazareth Souza Gomes.

Belém - PA
2008

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação(CIP)
Biblioteca Geól. Rdº Montenegro G. de Montalvão

Alcantara, Tiago Nascimento de

A347e Estimativa de velocidade em meios anisotrópicos através de estereotomografia. / Tiago Nascimento de Alcantara . – 2008

39 f. : il.

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Geofísica) – Faculdade de Geofísica, Instituto de Geociências, Universidade Federal do Pará, Belém, Segundo Semestre de 2007.

Orientador, Ellen de Nazareth Souza Gomes.

1. Inversão (Matematica). 2. Anisotropia. 3. Estereotomografia. 4. Modelo de velocidade. I. Universidade Federal do Pará. II. Gomes, Ellen de Nazareth Souza, Orient. III. Título.

CDD 20º ed.:511.33

TIAGO NASCIMENTO DE ALCANTARA

ESTIMATIVA DE VELOCIDADE EM MEIOS ANISOTRÓPICOS ATRAVÉS DE ESTEREOTOMOGRAFIA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Faculdade de Geofísica do Instituto de Geociências da Universidade Federal do Pará, em cumprimento às exigências para obtenção de grau de bacharel em Geofísica.

Defendido e aprovado em: _____/_____/_____

Conceito: _____

Banca examinadora:

_____

Prof[a]. Ellen de Nazareth Souza Gomes - Orientadora
Doutora em Geofísica
Universidade Federal do Pará

_____

Prof. Jessé Carvalho Costa – Membro
Doutor em Geofísica
Universidade Federal do Pará

_____

Prof. Cícero Roberto Teixeira Régis - Membro
Doutor em Geofísica
Universidade Federal do Pará

À MINHA MÃE.

AGRADECIMENTOS

Agradeço à professora Ellen Gomes pela orientação.

Agradeço ao professor Jessé Costa por permitir o uso do programa de estereotomografia, e ao professor Ivan Psencik por permitir o uso do programa de traçamento de raios, ANRAY.

Agradeço à Agência Nacional do Petróleo pelo apoio financeiro durante o curso.

Agradeço aos meus grandes amigos Allex Raiol, Elyston Carlos Melo Moura, Joel Monteiro e Michell Cardoso.

Agradeço, por fim, a meus familiares e minha namorada pelo apoio e companheirismo.

RESUMO

A estereotomografia isotrópica é testada para meios anisotrópicos anelípticos. Para tal foram realizados testes numéricos com modelos isotrópicos e anisotrópicos a fim de analisar que informações são perdidas durante essa inversão. Os experimentos mostraram que a estereotomografia foi capaz de estimar um modelo de velocidades aceitável para meios anisotrópicos, porém, mostraram também uma limitação da estereotomografia, o picking dos dados.

Palavras chave: Inversão (Matemática). Anisotropia. Estereotomografia. Modelo de velocidade.

ABSTRACT

Isotropic stereotomography is tested to anelliptical anisotropic media. Numerical experiments using isotropic and anisotropic models show that isotropic stereotomography can be used to estimate velocity macromodel for weakly anelliptical anisotropic media. Then we will analyze the causes of information loss during the inversion.

Key words: Inversions (Mathematics). Anisotropy. Stereotomography. Velocity model.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 01	Espaço de dados e espaço de parâmetros do modelo	15
Figura 02	Modelo com duas camadas (Modelo 1).	25
Figura 03	Modelo isotrópico com as velocidades exatas.	27
Figura 04	Modelo isotrópico obtido através da estereotomografia.	27
Figura 05	Erro percentual do modelo isotrópico estimado pela estereotomografia em relação ao modelo de velocidade exato.	28
Figura 06	Traçamento de raios no modelo isotrópico.	28
Figura 07	Modelo estimado de velocidade para o meio anisotrópico.	29
Figura 08	Erro percentual entre o modelo anisotrópico estimado e exato.	29
Figura 09	Traçamento de raios no modelo de velocidade anisotrópico exato.	30
Figura 10	Modelo com quatro camadas (Modelo 2).	31
Figura 11	Modelo de velocidade exato para o meio isotrópico.	32
Figura 12	Modelo de velocidade estimado para o meio isotrópico.	33
Figura 13	Erro percentual do modelo de velocidades estimado em relação ao modelo exato para o caso isotrópico.	33
Figura 14	Traçamento de raios no modelo de velocidades isotrópico exato – Primeira camada.	34
Figura 15	Traçamento de raios no modelo de velocidades isotrópico exato – Segunda camada.	34
Figura 16	Traçamento de raios no modelo de velocidades isotrópico exato – Terceira camada.	35
Figura 17	Modelo de velocidade estimado para o meio anisotrópico.	35
Figura 18	Erro percentual entre o modelo de velocidades estimado em relação ao modelo exato para o caso anisotrópico.	36
Figura 19	Traçamento de raios no modelo de velocidades anisotrópico exato – Primeira camada.	36
Figura 20	Traçamento de raios no modelo de velocidades anisotrópico exato – Segunda camada.	37
Figura 21	Traçamento de raios no modelo de velocidades anisotrópico exato – Terceira Camada.	37
Figura 22	Modelo com quatro camadas paralelas (Modelo 3).	38

Figura 23	Modelo de velocidade exato para o meio isotrópico.	39
Figura 24	Modelo de velocidade estimado para o meio isotrópico.	40
Figura 25	Erro percentual entre o modelo de velocidades estimado em relação ao modelo exato para o caso isotrópico.	40
Figura 26	Traçamento de raios no modelo de velocidades anisotrópico exato – Primeira camada.	41
Figura 27	Traçamento de raios no modelo de velocidades isotrópico exato – Segunda camada.	41
Figura 28	Traçamento de raios no modelo de velocidades isotrópico exato – Terceira camada.	42
Figura 29	Modelo de velocidade exato para o meio anisotrópico.	42
Figura 30	Modelo de velocidade estimado para o meio anisotrópico.	43
Figura 31	Erro percentual entre o modelo de velocidades estimado em relação ao modelo exato para o caso anisotrópico.	43
Figura 32	Traçamento de raios no modelo de velocidades anisotrópico exato – Primeira camada.	44
Figura 33	Traçamento de raios no modelo de velocidades anisotrópico exato – Segunda camada.	44
Figura 34	Traçamento de raios no modelo de velocidades anisotrópico exato – Terceira camada.	45

SUMÁRIO

1	**INTRODUÇÃO**	11
2	**FUNDAMENTOS TEÓRICOS**	13
2.1	MEIOS ELÁSTICOS	13
2.2	ESTEREOTOMOGRAFIA	14
2.3	PROBLEMA DIRETO	16
2.3.1	**Cálculo dos dados através do traçamento de raios**	16
2.3.2	**Condições iniciais**	18
2.3.3	**Hamiltonianas**	20
2.4	PROBLEMA INVERSO	21
2.4.1	**Análise de resolução**	22
2.4.2	**Regularização**	22
3	**TESTES NUMÉRICOS**	25
3.1	MODELO 1	25
3.2	MODELO 2	31
3.3	MODELO 3	39
3.4	ANÁLISE DOS RESULTADOS	47
4	**CONCLUSÃO**	48
	REFERÊNCIAS	49

1 INTRODUÇÃO

A determinação de um macro-modelo de velocidades é de fundamental importância para o imageamento em subsuperfície. O método mais usado é o de análise de velocidade (DIX, 1955). Este método parte do pressuposto de que o meio é lateralmente homogêneo (YILMAZ, 1987) e ainda que este possa ser utilizado em modelos com heterogeneidade lateral suave uma extensão para modelos heterogêneos ainda não foi encontrada. Vários fatores contribuem para esta dificuldade: a indeterminação do problema, que só pode ser removida com a introdução de informação a priori. A relação entre os dados e o macro-modelo de velocidade que é não linear (FARRA ; MADARIAGA, 1988).

Métodos que utilizam tomografia têm também sido utilizados para estimativa de velocidade. Na tomografia de transmissão o vetor de polarização junto com o tempo de trânsito é usado (MENKE, 1984, FARRA ; LE BEGAT, 1995) para construção do modelo de velocidade. Na estereotomografia, o macro-modelo de velocidade é estimado a partir das medidas de tempo de trânsito e vagarosidade. Esta metodologia foi proposta inicialmente por Rierber (1936). A esterotomografia em meios isotrópicos é apresentada em (BILLETTE et al., 2003) com resultados satisfatórios. Considerando meios anisotrópicos, Barbosa (2005), apresenta formulação e análise. De acordo com este trabalho para a estimativa do macro-modelo de velocidade de meios anisotrópicos é necessário além da informação de dados de reflexão e refração, dados de transmissão.

O objetivo deste trabalho é determinar que informações sobre um meio anisotrópico podem ser estimadas a partir da estereotomografia para meios isotrópicos. A estereotomografia para meios anisotrópicos apresenta formulação e análise mais complexa além de depender de mais parâmetros elásticos que a estereotomografia isotrópica.

Este trabalho está dividido em 4 capítulos. No segundo capítulo é feita uma revisão sobre meios elásticos isotrópios e anisotrópicos os fundamentos de estereotomografia. São discutidos ainda neste capítulo os problemas direto e inverso.

No terceiro capítulo são apresentados testes numéricos para quatro modelos anisotrópicos com diferentes graus de complexidade.

No último capitulo, o de conclusão é apresentada uma análise dos resultados obtidos além das perspectivas futuras.

2 FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Neste capítulo são apresentados os fundamentos teóricos da estereotomografia aplicada. É apresentado o problema direto que se baseia na utilização de dados coerentes de tempo de trânsito e componente vertical de vagarosidade. A seguir é apresentado o problema inverso que é mal condicionado e necessita de estabilizadores.

2.1 MEIOS ELÁSTICOS

Um meio elástico[1] é perfeitamente descrito por um tensor de quarta ordem chamado tensor de elasticidade dado por c_{ijkl}, com os subscritos i,j,k,l =1,2,3.

A relação entre o campo de tensão e o campo de deformação em um meio contínuo, chamada relação constitutiva (lei de Hook generalizada) caracteriza as propriedades elásticas do meio. Para meios elásticos lineares esta relação é dada por:

$$s_{ij} = c_{ijkl}\ e_{kl}\ . \qquad \text{Eq. 1}$$

em que e_{kl} é o campo de deformação e s_{ij} é o campo de tensão.

Fazendo-se algumas suposições sobre a propagação em meios elásticos (ver, GOMES, 1999), o tensor elástico possui as seguintes simetrias:

$$c_{ijkl} = c_{jikl} = c_{ijlk} = c_{klji} \qquad \text{Eq. 2}$$

Considerando todas estas simetrias, o tensor elástico possui apenas 21 parâmetros independentes (AKI; RICHARDS, 1985). O tensor c_{ijkl} é dito

[1]Quando é aplicado algum um tipo de força na superfície de um corpo, ela pode causar mudanças na forma e volume deste corpo. A propriedade que o corpo tem de retornar a sua forma normal cessada as força externas é chamada de elasticidade.

homogêneo se for invariante por translações e caso contrário o meio é dito heterogêneo.

Um meio é dito isotrópico elástico se seu tensor de elasticidade não varia por rotação. Assim as propriedades físicas deste meio não mudam em qualquer direção medida.

Quando o tensor varia por rotações ele é dito anisotrópico. Dependendo das simetrias encontradas no meio, existem vários graus de anisotropia que vão desde o meio isotrópico[2] até o triclínico (HELBIG,1994).

Se um sistema original é girado por uma rotação cuja matriz é representada por c_{pqrs}, as coordenadas do novo tensor elástico, c'_{ijkl} , vão estar relacionadas com as antigas pela relação (HELBIG,1994).

$$c'_{ijkl} = a_{ip}\ a_{jq}\ a_{kr}\ a_{ls}\ c_{pqrs}\ . \qquad \text{Eq. 3}$$

em que a_{ip} , são as componentes da matriz de rotação. Para mais detalhes, ver Helbig (1994).

Quando o equilíbrio elástico é rompido há propagação de tensão e deformação na forma de ondas elásticas.

No meio isotrópico ocorre a propagação de dois tipos de onda, ondas P, são ondas longitudinais e possuem primeira chegada, e as ondas S que são ondas transversais e tem chegada atrasada em relação as ondas P.

No meio anisotrópico ocorre a propagação de três tipos de onda: ondas qP, são ondas aproximadamente longitudinais e possuem primeira chegada, e as ondas qS_1 e qS_2 , são ondas aproximadamente transversais e tem chegada atrasada em relação as ondas P.

Neste trabalho as propriedades de meios anisotrópicos serão estimadas a partir da estereotomografia de meios isotrópicos utilizando dados de tempo de trânsito e vagarosidade de ondas qP.

2.2 ESTEREOTOMOGRAFIA

[2]Caso em que o meio apresenta simetria em qualquer plano.

A estereotomografia difere da tomografia de reflexão convencional devido aos dados (tempo de trânsito e vagarosidade) que são utilizados na inversão (BILLETTE et al., 2003). Na aplicação deste método, primeiramente, o tempo de trânsito é registrado de eventos localmente coerentes, que são interpretados como reflexões primárias ou difrações. Em seguida, a projeção do vetor de vagarosidade na linha destes eventos, organizados em família de tiro comum e família de receptor comum, são usadas juntamente com a posição e tempo de trânsito das fontes e receptores. Desta forma o espaço dos dados é dado por:

$$d = \left\lfloor \left(x_f, x_r, \mathrm{s}_f, \mathrm{s}_r, \mathrm{T}_{fr}\right)_n \right\rfloor \qquad \left(n \in \{1,.....,N\}\right), \qquad \text{Eq. 4}$$

em que $\mathbf{x}_f$ e $\mathbf{x}_r$ são os vetores posição da fonte e do receptor respectivamente, T_{fr} é o tempo de trânsito, s_f são as projeções do vetor de vagarosidade da direção da linha das fontes, s_r são as projeções do vetor de vagarosidade na direção da linha dos receptores e N é o número de eventos selecionados (ver Figura 1).

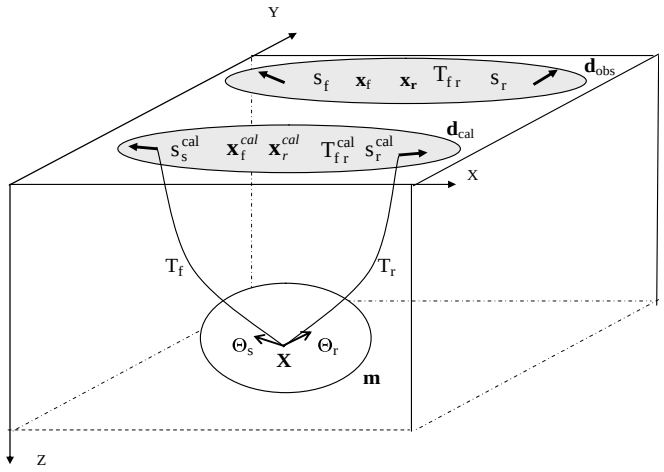

Figura 1. Figura que mostra o espaço dos dados e o espaço dos modelos.

Além disso, a estereotomografia utiliza uma parametrização no espaço do modelo, diferente da tomografia de reflexão convencional. Em duas dimensões, o modelo a ser estimado inclui:

$$m = \left\{ \left[\left(X, \mathrm{T}_f, \mathrm{T}_r, \mathrm{T}_f, \mathrm{T}_r \right)_n \right], p \right\} \qquad \text{Eq. 5}$$

em que: **X** é a coordenada do ponto difrator; os ângulos de emergência T^f e T^r ; o tempo de trânsito do raio que conecta o ponto difrator a fonte, $\mathbf{T_f}$; e o tempo de trânsito do raio que conecta o ponto difrator ao receptor $\mathbf{T_r}$; além do modelo de velocidade, **p.** Vale ressaltar que o subscrito **n** refere-se ao número de observações.

2.3 PROBLEMA DIRETO

Os dados utilizados na estereotomografia, **d**, são as coordenadas, os dados de tempo de trânsito e vagarosidade para fonte e receptor. As coordenadas de fonte e receptor são obtidas da geometria do levantamento. Os dados de tempo de trânsito são medidos de eventos localmente coerentes de reflexões primárias ou difrações. A projeção dos dados de vagarosidade nas linhas desses eventos é selecionada dos dados organizados em família de tiro comum (projeção da vagarosidade da fonte) e família de receptor comum (projeção da vagarosidade do receptor).

Os parâmetros do espaço de dados, **d,** estão relacionados com os parâmetros do espaço de modelos, **m,** pela relação:

$$\mathbf{d} = \mathbf{F}(\mathbf{m}). \qquad \text{Eq. 6}$$

em que, **F** é um operador não linear.

Faz parte do modelo direto o cálculo dos dados de tempo de trânsito e da projeção da vagarosidade para um modelo inicial, $\mathbf{m}_0$, via traçamento de raio. Na próxima seção é mostrada a metodologia deste cálculo.

2.3.1 **Calculo dos dados através do traçamento de raios**

Para estimar o modelo **m** através das inversões dos dados observados, **d**, é necessária a utilização de um modelo inicial de referência. Neste modelo $\mathbf{m}_0$, é feito o traçamento de raio para a determinação dos dados sintéticos

iniciais, $\mathbf{d}^c = \left(X_f^{cal}, X_r^{cal}, s_f^{cal}, s_r^{cal}, T_{fr}^{cal}\right)$. Para um ponto difrator, **X**, são traçados segmentos contém ângulos inicias de θ_{ns} e $\theta_{nr,}$ e são calculados até um tempo T_{ns} e T_{nr} (Ver Figura 1).

A trajetória do raio obedece ao sistema canônico:

$$\frac{dx}{dt} = \nabla_s \mathrm{H}, \qquad \frac{ds}{dt} = -\nabla_x \mathrm{H}. \qquad \text{Eq. 7}$$

em que: ∇_x e ∇_s, representam os gradientes com relação a posição e ao vetor de vagarosidade, **x** e **s**, respectivamente; t é o tempo de trânsito ao longo do raio; e **H** é a Hamiltoniana do meio (a ser discutida na próxima seção) com H(**x**,s,**p**) = 0 ao longo do raio.

Na equação 7 é necessário calcular a perturbação dos parâmetros do meio, **p**, a posição **x** e o vetor de vagarosidade, **s**, para um raio de referência. Os efeitos de primeira ordem nas perturbações $d\,p$, $d\,x$ e $d\,s$ em relação a esse raio são apresentados no sistema:

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} d\,x \\ d\,s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \nabla_s \nabla_x^T H & \nabla_s \nabla_s^T H \\ -\nabla_x \nabla_x^T H & -\nabla_x \nabla_s^T H \end{bmatrix}\begin{bmatrix} d\,x \\ d\,s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \nabla_s \nabla_p^T H\, d_p \\ -\nabla_x (\nabla_p^T H\, d_p) \end{bmatrix}. \qquad \text{Eq. 8}$$

Para maiores detalhes ver Barbosa, 2005. Estas equações valem para meios anisotrópicos arbitrários, pois nenhuma forma particular da Hamiltoniana foi pressuposta em sua dedução. A solução do sistema de equações 7 e 8 permite obter aproximações lineares para a estereotomografia para esses meios.

Na estereotomografia apresentada em Barbosa (2005), dois tipos de eventos são considerados: eventos de reflexão ou difração e eventos de transmissão. Esses eventos são indistinguíveis na forma em como são modelados. Neste trabalho estaremos considerando apenas eventos de reflexão.

Cada um destes eventos é modelado pela trajetória de dois segmentos de raio. O primeiro conecta a fonte a um ponto espalhador em subsuperfície, **X** e, o segundo, conecta o ponto espalhador ao receptor.

Os dados observados associados a cada evento na estereotomografia são: o tempo de trânsito, $\mathbf{T_{fr}}$, a posição da fonte, $\mathbf{x_f}$, e do receptor, $\mathbf{x_r}$, e as projeções do vetor vagarosidade medidos na fonte e no receptor, $\mathbf{s_f}$ e $\mathbf{s_r}$.

A linearização do problema, em relação a trajetória dos raios em um meio elástico de referência, consiste em determinar as perturbações nos dados de cada evento causadas por perturbações na posição do ponto espalhador **X**, na direção da vagarosidade de cada segmento de raio no ponto espalhador, $\mathrm{T}_f, \mathrm{T}_r$, no tempo de trânsito de cada segmento de raio, T_f e T_r, e nos parâmetros elásticos do meio, **p**. A trajetória dos segmentos de raio no meio de referência é obtida pela integração de 7 a partir do ponto espalhador, conhecidas as direções do vetor vagarosidade associadas a cada segmento de raio, $\mathrm{T}_f, \mathrm{T}_r$. As perturbações nos dados, $\delta\mathbf{x}_\mathrm{f}$, $\delta\mathbf{x}_\mathrm{r}$, δs_f , δs_r e T_{fr} são calculadas integrando-se 8.

2.3.2 **Condições iniciais**

As condições iniciais para dx e ds podem ser estabelecidas supondo que a perturbação de 1ª ordem da Hamiltoniana para um ponto inicial seja zero. Esta condição garante que os raios paraxiais satisfaçam em 1ª ordem, as equações Hamiltonianas. Para estereotomografia, é necessário integrar o sistema 8 para uma condição inicial para cada possível perturbação. Desta forma essa determinação é reduzida a três casos, (BARBOSA, 2005).

- Perturbação na direção da vagarosidade

$$ds = s\left(I - \frac{n\nabla_s^T H}{\nabla_s^T H n}\right)\frac{dn}{d\theta}\,d\theta\,, \qquad \text{Eq. 9}$$

- Perturbação na posição do ponto espalhador

$$ds = -\frac{\nabla_s H}{\left\|\nabla_s H\right\|}\frac{\nabla_x^T H dd}{\left\|\nabla_s H\right\|} \ , \qquad \text{Eq. 10}$$

- Perturbação nos parâmetros elásticos

$$ds = -\frac{\nabla_s H}{\left\|\nabla_s H\right\|}\nabla_p^T H \ d \ p / \left\|\nabla_s H\right\| \ . \qquad \text{Eq. 11}$$

Com essas condições iniciais o sistema 8 pode ser integrado ao longo de um raio em um meio de referência. Desta forma, as derivadas de Fréchet com relação as perturbações da posição inicial, ângulo inicial e parâmetros elásticos, pode ser numericamente avaliada. O sistema 8 pode ser resolvido de forma eficiente para cada escolha da condição inicial por meio do método propagador (CERVENY, 2001). Com o raio central, $x(t)$ e $s(t)$, supostamente conhecidos, o sistema é dado por:

$$\frac{dy}{dt} = A(t)y + f(t), \qquad \text{Eq. 12}$$

em que

$$y = \begin{bmatrix} dx \\ ds \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad f = \begin{bmatrix} \nabla_s\left(\nabla_p^T H \ dp\right) \\ -\nabla_x\left(\nabla_p^T H \ dp\right) \end{bmatrix}. \qquad \text{Eq. 13}$$

Sendo que a equação 13 representa um sistema de equações diferenciais ordinárias. O método da propagação permite representar a solução para a equação 12 em um intervalo $\left(t_0, t\right)$, satisfazendo a condição inicial $y(t_0) = y_0$, como:

$$y(t) = P(t(t_0)\, y_0 + \int_{t_0}^{t} P(t(\xi)\ f(\xi(\, d\xi \, . \qquad \text{Eq. 14}$$

A condição inicial da matriz de propagação $P(t,t_0)$ é que $P(t_0,t_0)=I$, em que **I** é a matriz identidade. Numericamente, $P(t,t_0)$ pode ser determinada através do sistema Runge-Kutta. Para estereotomografia esta abordagem tem a vantagem de se determinar o propagador $P(t,t_0)$ independente de y_0, isto significa que só há necessidade de se calcular a matriz de propagação uma única vez.

A integração do sistema 8 está baseada no pressuposto de que os parâmetros elásticos variam suavemente. Na verdade eles precisariam ser diferenciáveis até segunda ordem. Além disso, o modelo precisa ser descrito por um número finito de parâmetros. Para satisfazer essas condições, os parâmetros devem ser interpolados. Em nossa implementação, os parâmetros de cada meio são representados através de um tensor produto de spline de terceira ordem dado por:

$$p_m(x_1,x_3)=\sum_{a=1}^{N_1}\sum_{ß=1}^{N_2} p_m^{aß}\, B_a(x_1)\, B_ß(x_3), \qquad \text{Eq. 15}$$

em que as funções $B_\gamma(x_j)$ são funções bases para a interpolação ao longo de x_j e N_j indicam funções base nessa direção. Além disso, $p_m^{aß}$ são os coeficientes de interpolação que constituem os parâmetros do meio a ser estimado pela estereotomografia.

2.3.3 **Hamiltonianas**

A formulação da Hamiltoniana é freqüentemente utilizada para descrever o traçamento de raio em um meio (CHAPMAN, 1985; FARRA ; MADARIAGA, 1987; CERVENY, 1996).

Para meios anisotrópicos, a Hamiltoniana associada ao traçamento de raios nestes meios é dada por:

$$H(x,s)=\left| a_{ijkl}(x)\, s^2 - d_{ik} \right| = 0 \ , \qquad \text{Eq. 16}$$

em que **s** é o vetor de vagarosidade, $a_{ijkl}(\mathbf{x})$ são as componentes do tensor de rigidez normalizadas pela densidade (MUSGRAVE, 1970) e, em sua forma mais geral apresenta 21 componentes independentes[3] . A Hamiltoniana 16 descreve os raios de ondas qP, qS1 e qS2 (HELBIG, 1994). A determinação de 21 parâmetros elásticos em meios heterogêneos a partir de dados geofísicos, inevitavelmente com cobertura angular limitada, e utilizando apenas ondas qP, é impossível (BARBOSA, 2005). Para a inversão tomográfica em Geofísica, tem sido propostos modelos anisotrópicos que apresentem simetrias.

Um caso particular de meio anisotrópico é o meio isotrópico. Para estes meios a Hamiltoniana associada ao traçamento de raios é dada por:

$$H(x,s,t) = \frac{1}{2}\left| s^2 \; c^2(x) - 1 \right|, \qquad \text{Eq. 17}$$

em que **t** é o tempo ao longo da trajetória do raio, **x** é o vetor posição e **s** é o vetor vagarosidade, tal que, $\mathbf{s} = \nabla t$ e **c** é a velocidade de propagação da onda P ($c = \alpha$) ou S ($c = \beta$). Em ambos os casos a informação do meio está restrita a velocidade de propagação.

Para outros modelos anisotrópicos, têm sido considerados modelos anisotrópicos com simetria azimutal, transversalmente isotrópico, ou simetria ortorrômbica (BARBOSA, 2005, BARBOSA et al, 2008). A hipótese de anisotropia fraca permite fatorar a hamiltoniana e determinar superfícies de vagarosidade aproximadas para ondas qP apenas. Para meios transversalmente isotrópicos, estes modelos apresentam 5 parâmetros. Se o eixo de simetria coincide com um eixo de coordenadas o número de parâmetros se reduz a 3. Em meios fracamente ortorrômbicos, em 3D, a superfície de vagarosidade aproximada para ondas qP possui 6 parâmetros se os planos de simetria coincidem com os planos de coordenadas. Embora a formulação apresentada anteriormente para a estereotomografia seja geral, incluindo ondas qP e qS, neste trabalho será discutida apenas a inversão de eventos qP. Para reduzir o número de parâmetros para inversão em 2D, duas aproximações para a superfície de vagarosidade de ondas qP são utilizadas. A

[3]Ver seção 1, no início deste capítulo

aproximação elíptica é dada por (DELLIGER, 1993):

$$H(x,s) = \frac{1}{2}\left| p_1(x)\, s_1^2 + p_2(x)\, s_3^2 + 2\, p_3(x)\, s_1 s_3 - 1 \right| = 0\,, \qquad \text{Eq. 18}$$

Além da aproximação anelíptica para meios transversalmente isotrópicos com eixo de simetria vertical (TIV) (SHOENBERG ; DEHOOP, 2000)

$$H(x,s) = \frac{1}{2}\left| p_1(x)\, s_1^2 + p_2(x)\, s_3^2 + \left(p_1(x)p_2(x) - p_3^2(x)\right) s_1^2\ s_3^2 - 1 \right| = 0\,. \qquad \text{Eq. 19}$$

2.4 PROBLEMA INVERSO

O problema inverso consiste em estimar um modelo **m** que ajuste o conjunto de dados observados **d** usando iterações lineares. É necessária a utilização de um modelo inicial de referência $\mathbf{m}_0$, onde é feito o traçamento de raios e então, são calculados os dados sintéticos iniciais, $\mathbf{d}^c$. A diferença entre os dados calculados e observados, $\mathbf{d}^c - \mathbf{d}$, é definido por $d\,d$. Esta diferença é modelada por uma aproximação linear, dada por:

$$dd = Đ\, F(m_0)\, d\, m \qquad \text{Eq. 20}$$

Em que ĐF é aproximadamente o operador que descreve o problema direto para o modelo de referência m_0. O operador $Đ\, F(m_0)$ é conhecido como derivada de Frechét (ver, MENKE, 1989). A solução do sistema linear 20 determina um novo modelo de referência $m_0^{novo} = m_0 + dm$, esse processo continua iterativamente até que a norma da diferença $\|dd\|$ seja menor que um valor de tolerância dado (no caso de convergência) ou até um número máximo de iterações. Em outras palavras é usada a norma L2 (MENKE, op.cit.).

2.4.1 **Análise de resolução**

As derivadas de Frechét contém toda informação sobre a completude

dos dados para a estimativa de dm . Em geral o sistema linear (3) é mal condicionado devido ao limite de cobertura dos raios (NOLET, 1987). A matriz de resolução $R = V_r V_r^T$ pode ser determinada da decomposição em valores singulares da matriz Ð**F,** matriz constituída das derivadas de Frechét, (MENKE, op.cit.). Aqui V_r é a submatriz da matriz ortogonal **V** de dimensão N_m, cujas colunas são os autovetores do espaço Ð^T**F** Ð**F.** Sendo que V_r é formada pelos valores singulares maiores que um determinado valor λ_{rr} que deve ser próximo do número de condição aceitável de Ð**F.** As linhas da matriz de resolução **R** indicam quais parâmetros do modelo puderam ser resolvidos[4]. Quando **R** é igual a matriz de identidade, diz-se que os parâmetros do modelo são bem resolvidos. Elementos não nulos fora da diagonal principal de **R** representam a dependência linear dos parâmetros correspondentes e que desta forma não serão bem resolvidos.

2.4.2 **Regularização**

Devido à falta de informação contida nos dados, informações a priori que apresentem propriedades desejadas para a solução procurada devem ser incorporadas a função objetivo. Estas restrições são chamadas de regularização.

Para reduzir a ambigüidade, três tipos de regularização são utilizados, duas das quais minimizam a heterogeneidade e anisotropia do meio, enquanto que o terceiro tipo maximiza a focalização do ponto difrator. Considerando que a posição média do ponto difrator i é dado por $< X_i >$ a focalização é maximizada se:

$$\sum_{j=1}^{N_i} \left\| X_i^j - < X_i > \right\|_2^2, \qquad \text{Eq. 21}$$

é minimizada. Denotamos os operadores que minimizam as derivadas

[4]Na análise de sensibilidade pode-se apenas determinar que conjunto de parâmetros do modelo não podem ser resolvidos. Os parâmetros poderão ser resolvidos, mas a resolução depende da análise das estimativas em presença de ruído.

espaciais por $D_1^{(n)}$ e $D_3^{(n)}$ e a minimização de anisotropia D_{iso}, a função objetivo regularizada para a estereotomografia anisotrópica pode ser escrita como:

$$F(m,\lambda_i) = \left\|d - F(m)\right\|_2^2 + \lambda_0^2 \left\| m - m_0 \right\|_2^2 + \lambda_1^2 \left\| D_1^{(n)}\ p \right\|_2^2 + \lambda_2^2 \left\| D_3^{(n)}\ p \right\|_2^2 + \lambda_3^2 \left\| D_{\text{iso}}\ p \right\|_2^2 + \lambda_4^2 \sum_{i=1}^{N_{\text{events}}} \sum_{j=1}^{N_i} \left\| X_j^i - < X_i > \right\|_2^2 , \quad \text{Eq. 22}$$

em que os λ_i são multiplicadores Lagrangianos que ponderam as contribuições para a função objetivo. Para maiores detalhes ver Barbosa (2005).

Os parâmetros do modelo a serem estimados pela estereotomografia não são dimensionalmente homogêneos. O valor de λ_i, prescrito pelo usuário no intervalo $0 < \lambda_i < 1$, para cada funcional regularizador é multiplicado pelo valor máximo da norma das colunas da matriz da derivada de Frechét correspondente aos parâmetros com a mesma dimensão, ou seja, comprimento, tempo, quadrado da velocidade e ângulos em radianos. Após a linearização da função objetivo em torno do modelo de referência obtêm-se o sistema linear a ser resolvido em cada iteração:

$$\begin{aligned}
&\text{Ð}\mathbf{F}(\mathbf{m}_0)\ \delta\mathbf{m} = \delta\mathbf{d}\ ; \\
&\lambda_0\ \delta\mathbf{m} = 0; \\
&\lambda_1\ D_1^{(n)}\ \delta\mathbf{p} = -\lambda_1\ D_1^{(n)}\ \mathbf{p}_0 \\
&\lambda_2\ D_3^{(n)}\ \delta\mathbf{p} = -\lambda_2\ D_3^{(n)}\ \mathbf{p}_0; \\
&\lambda_3\ D_{iso}^{(n)}\ \delta\mathbf{p} = -\lambda_3\ D_{iso}^{(n)}\ \mathbf{p}_0; \\
&\lambda_4\ \delta\mathbf{X}^{\mathrm{i}} = -\lambda_4\ (\ \mathbf{X}^{\mathrm{i}} - < \mathbf{X}^{\mathrm{i}} >)
\end{aligned} \quad (1)$$

A solução deste sistema é encontrada através do método LSQR (PAGE; SAUNDERS, 1982). A cada novo valor de $\delta\mathbf{m}$, o modelo é atualizado. Este processo é repetido até que um dos critérios de parada abaixo seja alcançado:

- O resíduo do ajuste dos dados atinja uma tolerância prescrita pelo usuário;

- O valor de $\|dm\|_2$ seja menor que uma fração prescrita pelo usuário de $\|m\|_2$;
- O número máximo de iterações permitido seja atingido.

3 TESTES NUMÉRICOS

Nesta etapa do trabalho serão mostrados os resultados de testes numéricos realizados em dois modelos. Os dados obtidos foram inicialmente

invertidos considerando que estes modelos fossem isotrópicos e em seguida foram considerados anisotrópicos anelípticos.

Os dados necessários a estereotomografia foram obtidos pelo programa de traçamento de raios ANRAY, no qual eram inseridas informações das geometrias do modelo e de aquisição sísmica (tiro comum).

3.1 MODELO 1

Neste teste o modelo possui dimensões 5 Km x 3 Km de acordo com a figura 2. Inicialmente foi considerada a primeira camada sendo isotrópica homogênea, e posteriormente a mesma camada foi considerada anisotrópica anelíptica homogênea. Vale ressaltar que foram obtidas informações, através do ANRAY, apenas da primeira camada, portanto deve-se analisar o comportamento do modelo de velocidade somente para esta.

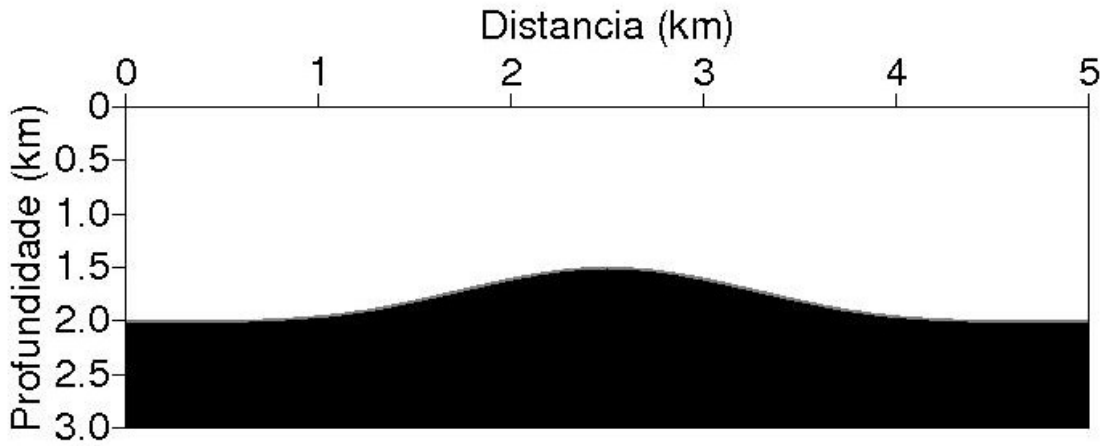

Figura 2. Modelo com duas camadas (Modelo 1).

O procedimento para determinar o modelo de velocidade do meio isotrópico foi inicialmente posicionar o refletor e em seguida perturbar o modelo de velocidade encontrado durante o posicionamento a fim de obter o modelo de velocidade mais próximo do real. Dessa forma inicialmente foi considerado que $\lambda_0 = 0.1$, $\lambda_1 = 0.5$, $\lambda_2 = 0.5$ e $\lambda_3 = 0$. Posicionados os refletores o modelo foi então perturbado considerando $\lambda_0 = 0.1$, $\lambda_1 = 0$, $\lambda_2 = 0.001$ e $\lambda_3 = 0$. O modelo de

velocidade isotrópico com a velocidade exata é mostrado na figura 3, já o modelo obtido pela estereotomografia está na figura 4. Há ainda o erro percentual do modelo estimado em relação ao modelo real e o traçamento de raios no modelo com as velocidades reais nas figuras 5 e 6, respectivamente.

Analisando a figura 6, que contém o traçamento de raios, é possível notar uma área com pouca iluminação entre as posições 3 Km e 4 Km em x. É importante ressaltar que nesse intervalo não foram obtidos os dados necessários a estereotomografia devido, provavelmente, a necessidade de adensamento do ângulo de tiro na região. No entanto, é interessante notar que mesmo com a falta de informação naquele intervalo a estereotomografia obteve um modelo de velocidade com erro máximo de 5% (Ver figura 5).

O procedimento utilizado para determinar o modelo de velocidade anisotrópico foi o mesmo utilizado anteriormente, inicialmente posiciona-se o refletor e em seguida perturba-se o modelo de velocidade até que um bom modelo de velocidade seja estimado. Assim os lambdas utilizados para posicionar o refletor e estimar o modelo de velocidade foram os mesmos do modelo isotrópico, no entanto, foram necessários mais testes uma vez que a quantidade de informação perdida durante o traçamento de raios no ANRAY foi maior.

Nas figuras 3,7,8 e 9 estão os modelos exato e estimado de velocidade, o erro percentual e o traçamento de raios para o modelo com as velocidades reais, respectivamente. Na figura 9 é possível perceber que há duas grandes áreas com pouca iluminação, uma localizada ente 0.5 Km e 2 Km e outra entre 3.5 Km e 4.9 Km, aproximadamente. Dois fatores, provavelmente, contribuíram para o fato, a anisotropia uma vez que a velocidade, na camada, varia com a direção, dessa forma o programa não obteve raios que saíssem da fonte e fossem ao receptor com margem de erro aceitável, o outro fator está relacionado ao adensamento do ângulo de tiro.

Mesmo com a falta de informações necessárias à inversão, em algumas regiões, foi estimado um modelo de velocidade razoável com erro entre 5% e 13% aproximadamente (Ver figura 8).

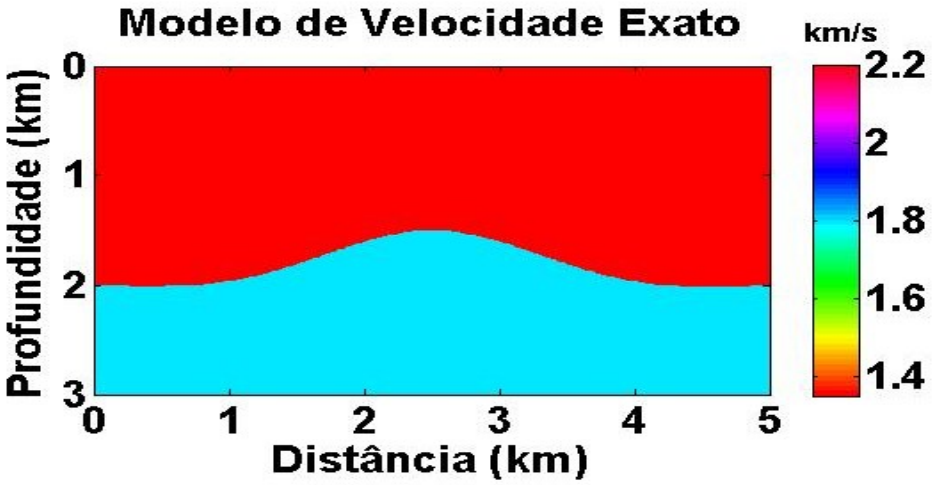

Figura 3. Modelo isotrópico com as velocidade exato.

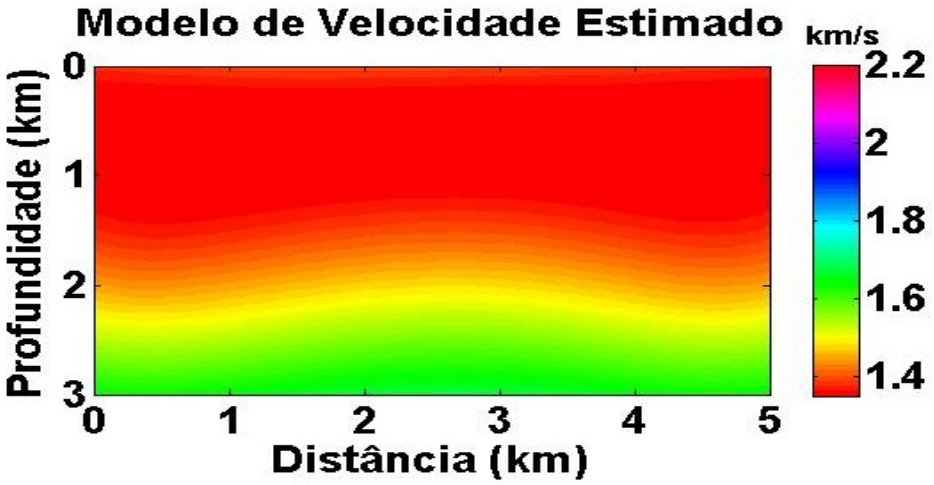

Figura 4. Modelo isotrópico obtido através da estereotomografia.

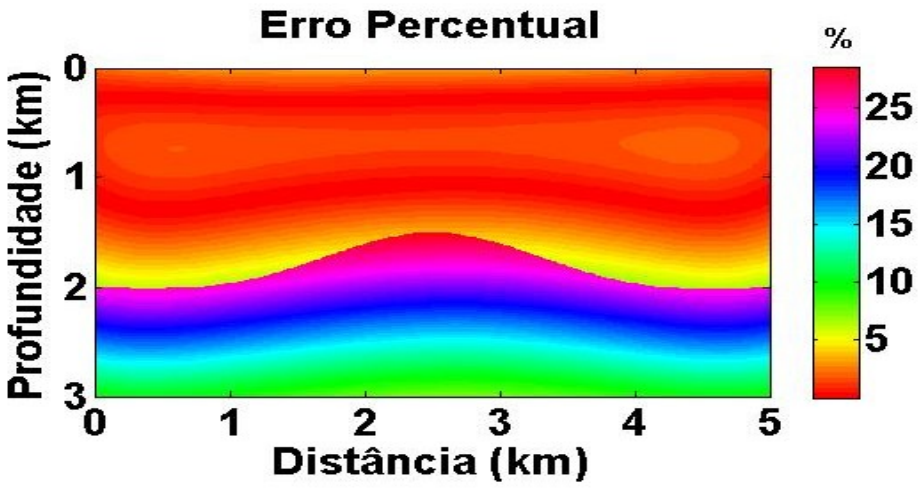

Figura 5. Erro percentual do modelo isotrópico estimado pela estereotomografia em relação ao modelo de velocidade exato.

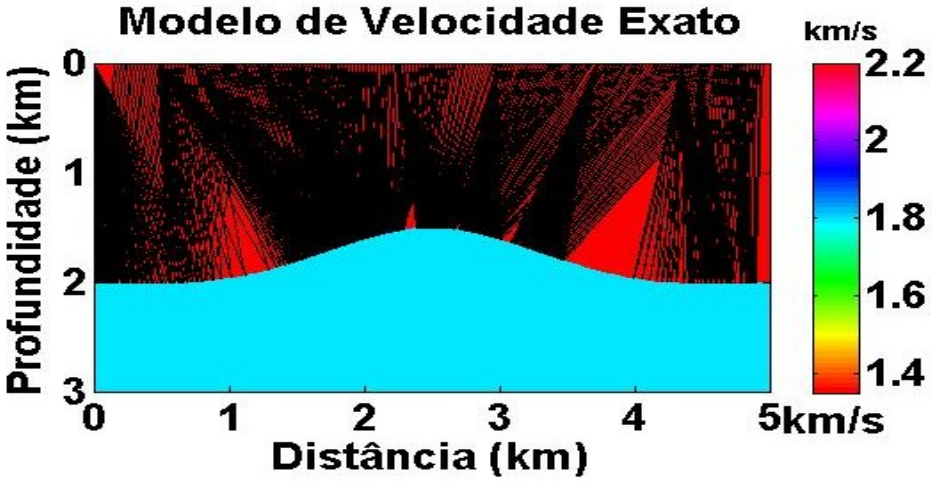

Figura 6. Traçamento de raios no modelo isotrópico.

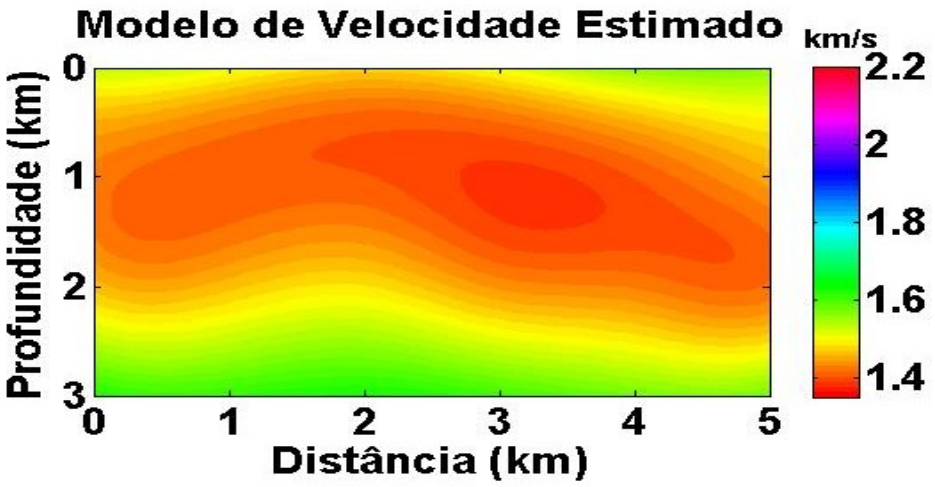

Figura 7. Modelo estimado de velocidade para o meio anisotrópico.

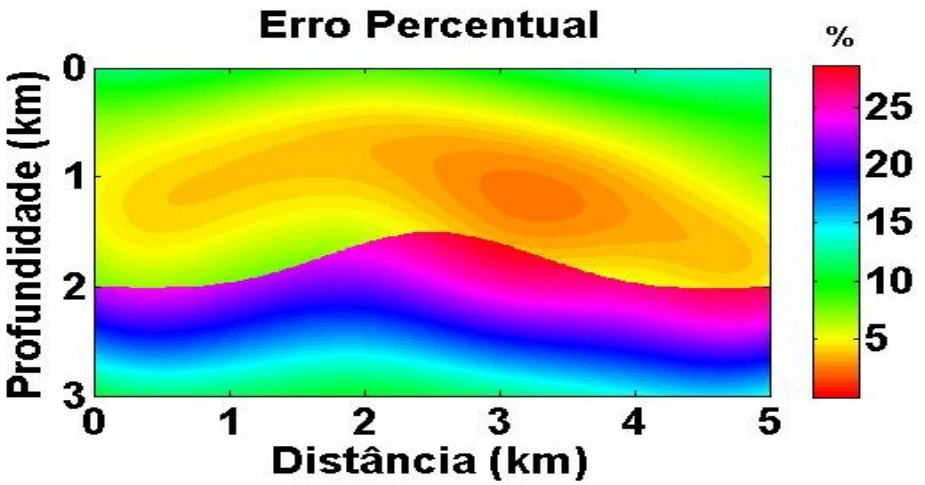

Figura 8. Erro percentual entre o modelo anisotrópico estimado e exato.

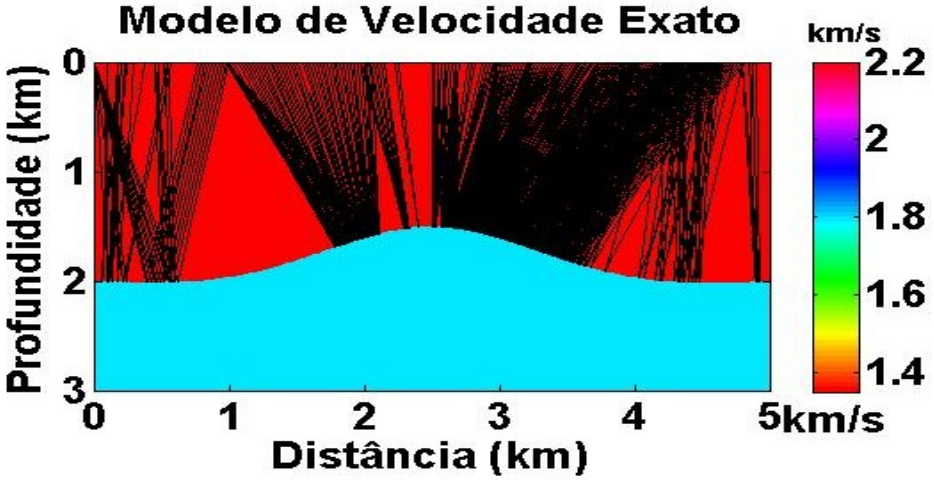

Figura 9. Traçamento de raios no modelo de velocidade anisotrópico exato.

3.2 MODELO 2

Neste teste o modelo possui dimensões 5 Km x 4 Km de acordo com a figura 10. Inicialmente foi considerada a segunda camada sendo isotrópica homogênea, e posteriormente a mesma camada foi considerada anisotrópica anelíptica homogênea. Vale ressaltar que foram obtidas informações, através do ANRAY, apenas das primeiras três camadas, portanto deve-se analisar o comportamento do modelo de velocidade somente nestas.

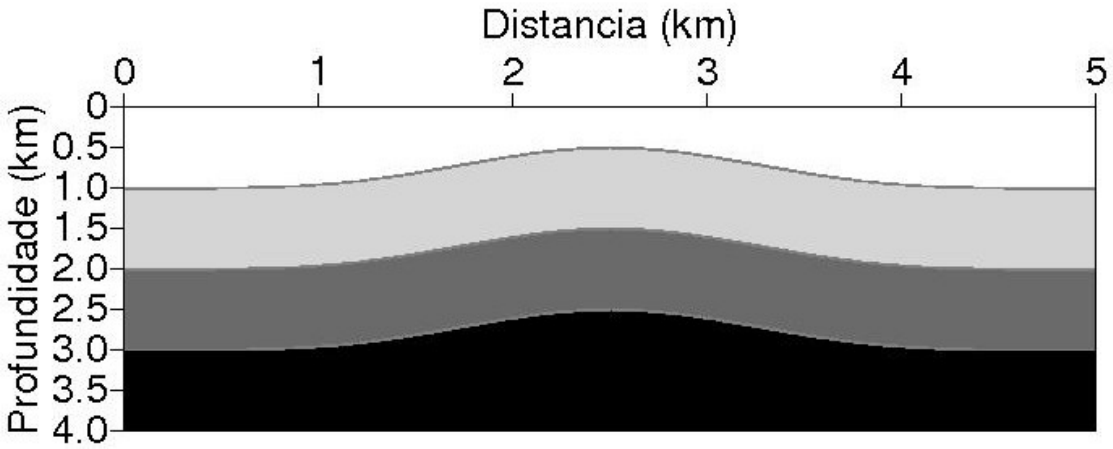

Figura 10. Modelo com quatro camadas (Modelo 2).

Neste teste a metodologia utilizada para estimar o modelo de velocidades é a mesma utilizada para o Modelo 1, sendo que o posicionamento dos refletores foi feito utilizando os mesmos lambdas do modelo anterior, tanto para o modelo isotrópico quanto para o anisotrópico.

Sendo assim , posicionados os refletores para o modelo isotrópico, o modelo de velocidade foi perturbado até encontrar um modelo estimado que mais se aproximasse do modelo de velocidades exato. Foram utilizados λ_0 = 0.1, λ_1 = 0, λ_2 = 0 e λ_3 = 0. Os modelos de velocidades, exato e estimado, são mostrados nas figuras 11 e 12, respectivamente. O erro percentual é mostrado na figura 13, e o traçamento de raio para cada camada nas figuras 14, 15 e 16.

Analisando o resultado nota-se que o modelo obtido pela estereotomografia foi aceitável, contendo erro de no máximo 4%.

A fim de obter o modelo de velocidades para o caso anisotrópico foram utilizados os mesmos valores para os regularizadores (lambdas) do modelo isotrópico. Comparando o modelo de velocidade exato (Figura 11) com o

modelo estimado (Figura 15) é possível perceber que as interfaces 2 e 3 não são bem posicionadas, embora as velocidades sejam aceitáveis. Analisando as figuras (Figs. 19, 20 e 21) que contém o traçamento de raios nota-se que a iluminação nas duas interfaces é reduzida provocando assim perda de informação durante o traçamento de raios. No entanto, o erro percentual do modelo estimado com relação ao modelo exato foi inferior a 10 %.

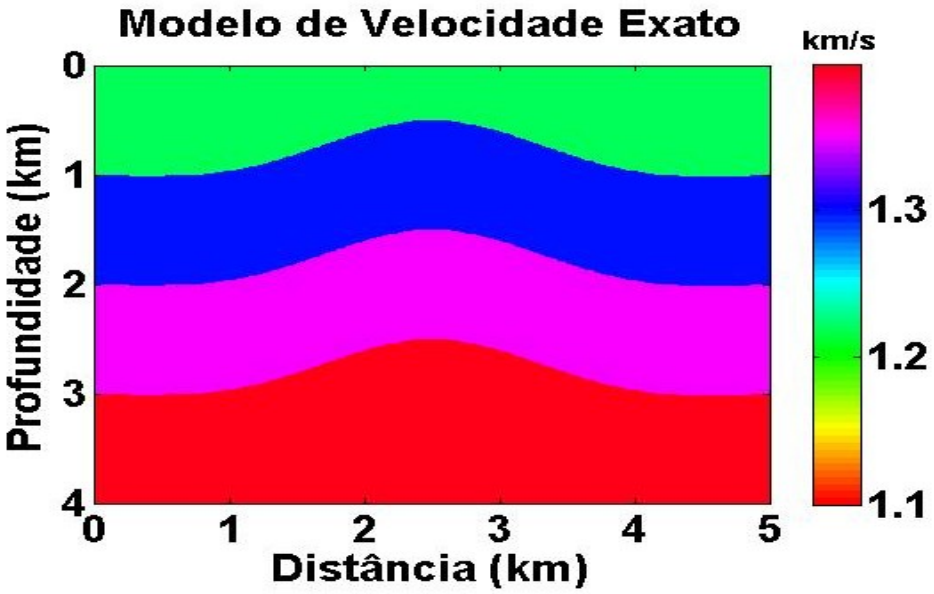

Figura 11. Modelo de velocidade exato para o meio isotrópico.

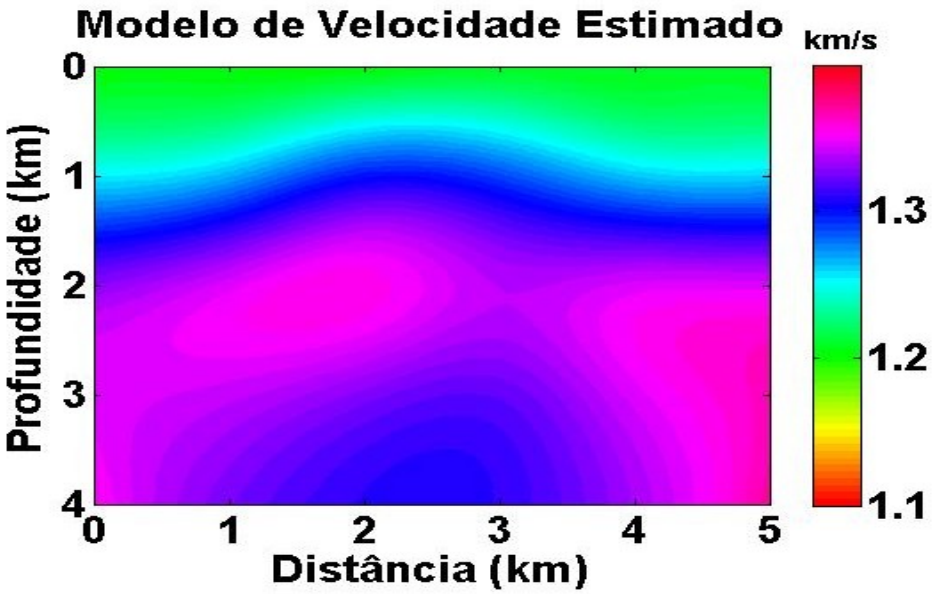

Figura 12. Modelo de velocidade estimado para o meio isotrópico.

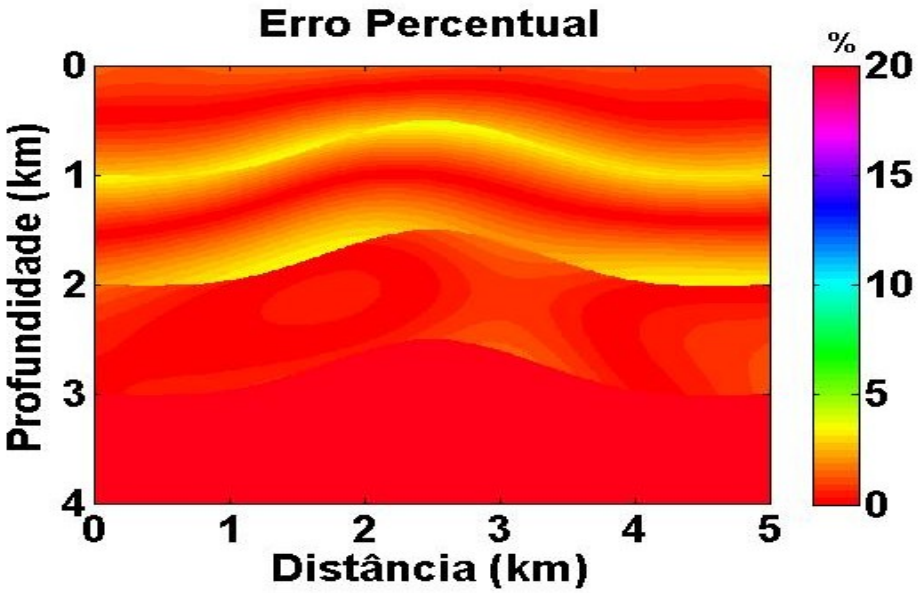

Figura 13. Erro percentual do modelo de velocidades estimado em relação ao modelo exato para o caso isotrópico.

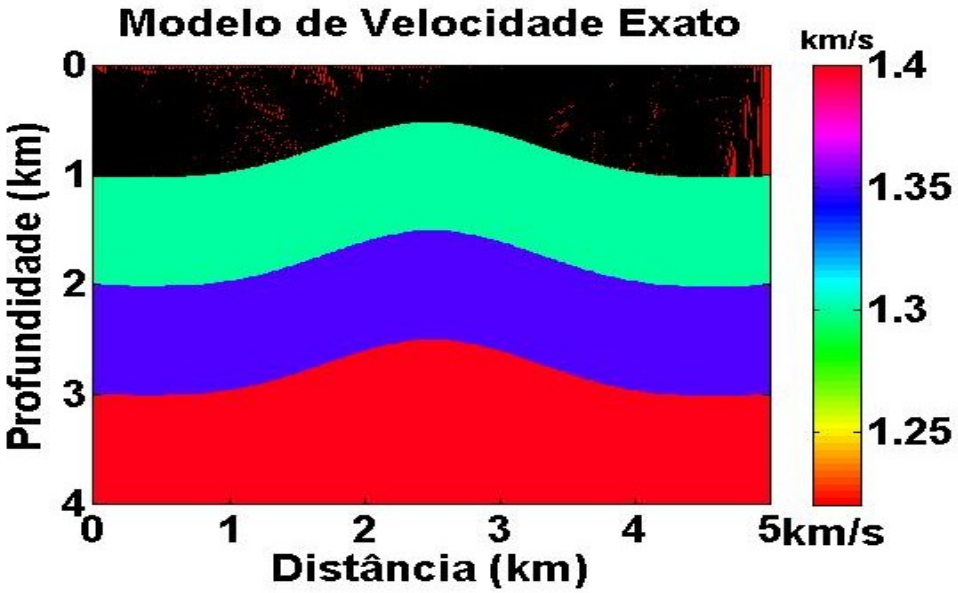

Figura 14. Traçamento de raios no modelo de velocidades isotrópico exato – Primeira camada.

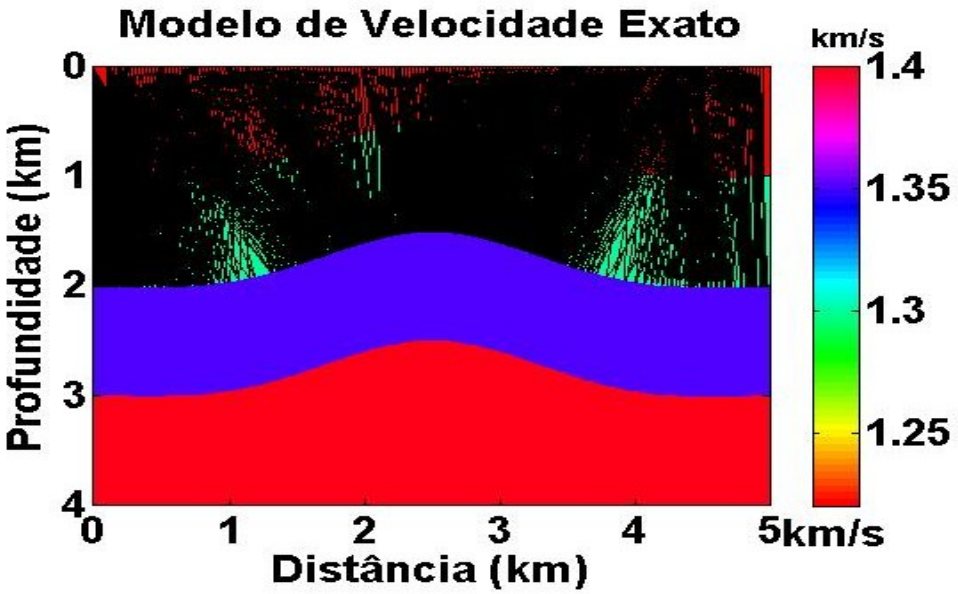

Figura 15. Traçamento de raios no modelo de velocidades isotrópico exato – Segunda camada.

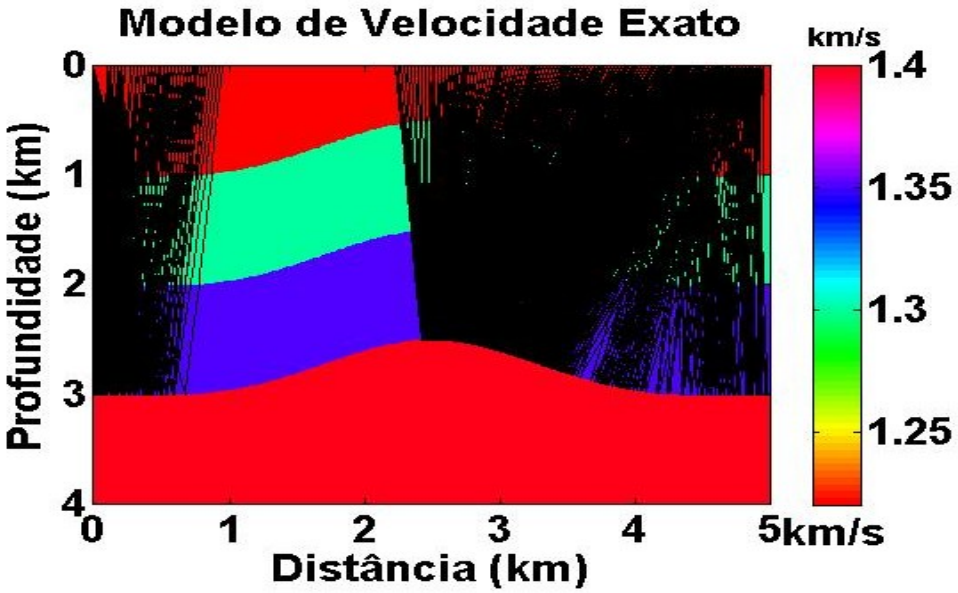

Figura 16. Traçamento de raios no modelo de velocidades isotrópico exato – Terceira camada.

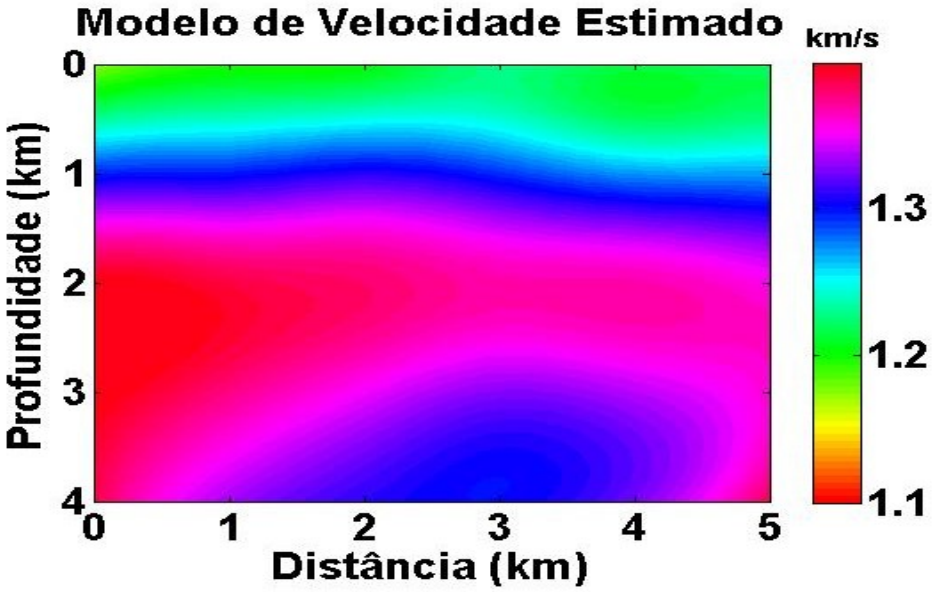

Figura 17. Modelo de velocidade estimado para o meio anisotrópico.

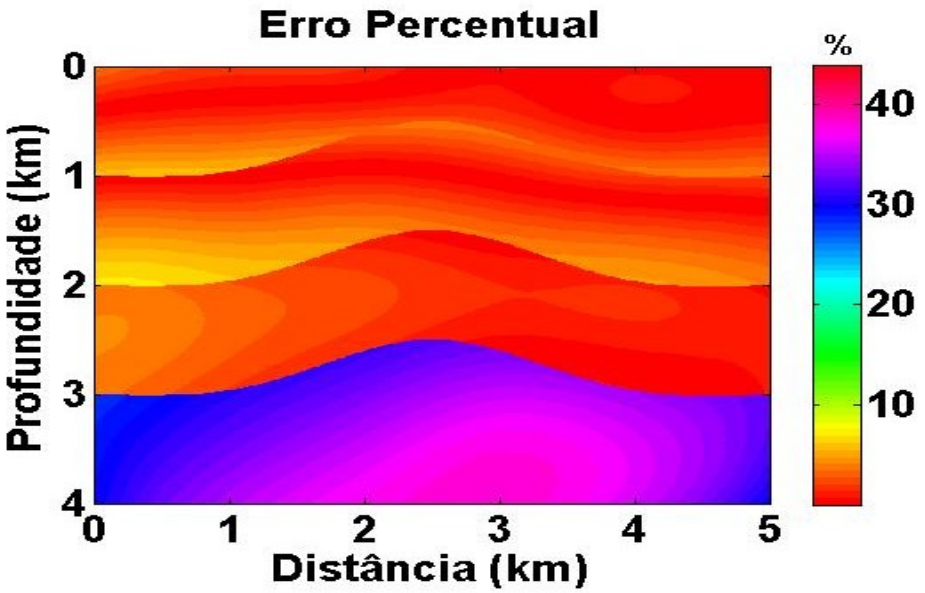

Figura 18. Erro percentual entre o modelo de velocidades estimado em relação ao modelo exato para o caso anisotrópico.

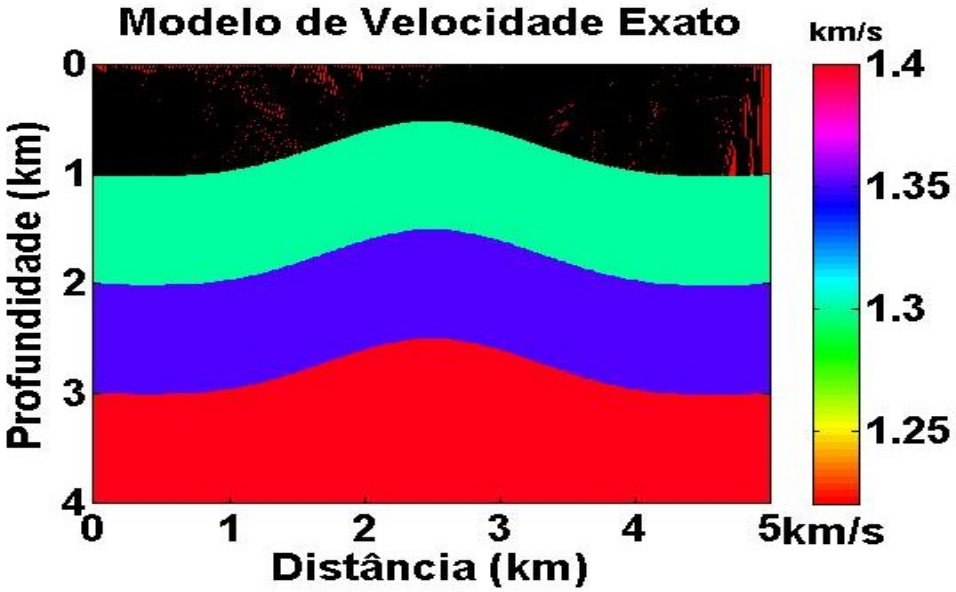

Figura 19. Traçamento de raios no modelo de velocidades anisotrópico exato – Primeira camada.

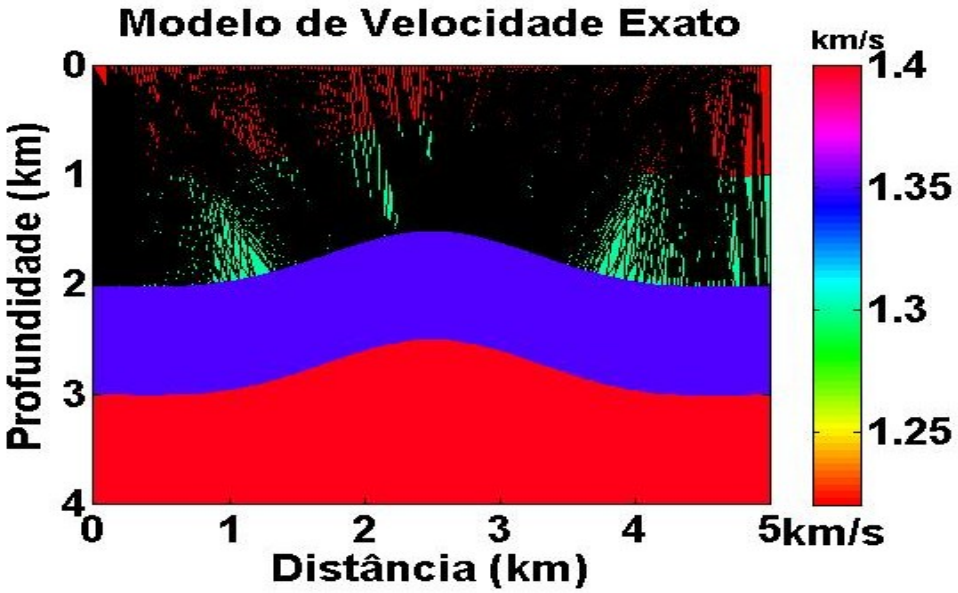

Figura 20. Traçamento de raios no modelo de velocidades anisotrópico exato – Segunda camada.

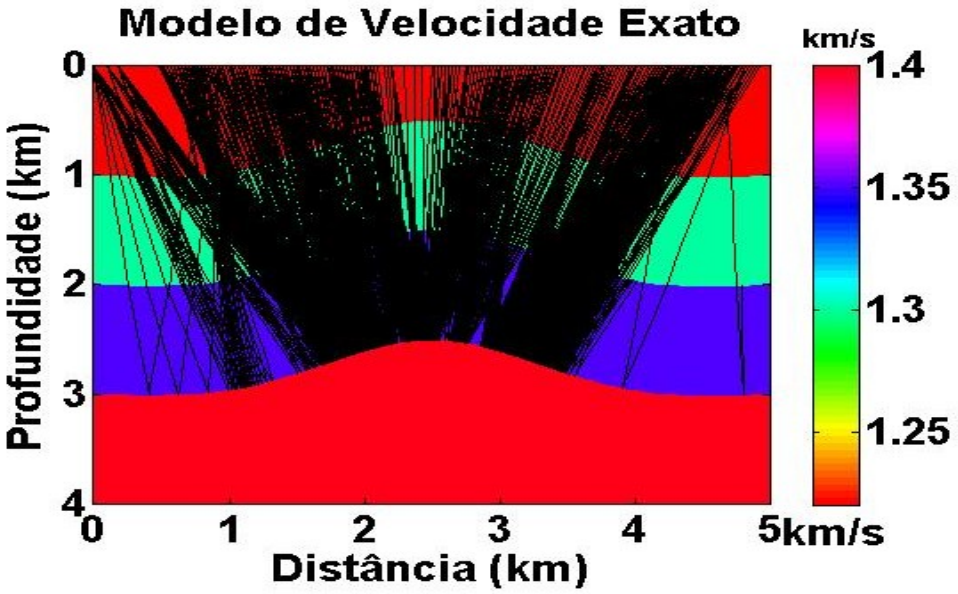

Figura 21. Traçamento de raios no modelo de velocidades anisotrópico exato – Terceira camada.

3.3 MODELO 3

Neste teste o modelo possui dimensões 5 Km x 4 Km de acordo com a figura 22. Inicialmente foi considerada a segunda camada sendo isotrópica homogênea, e posteriormente a mesma camada foi considerada anisotrópica anelíptica homogênea. Vale ressaltar que foram obtidas informações, através do ANRAY, apenas das primeiras três camadas, portanto deve-se analisar o comportamento do modelo de velocidade somente nestas.

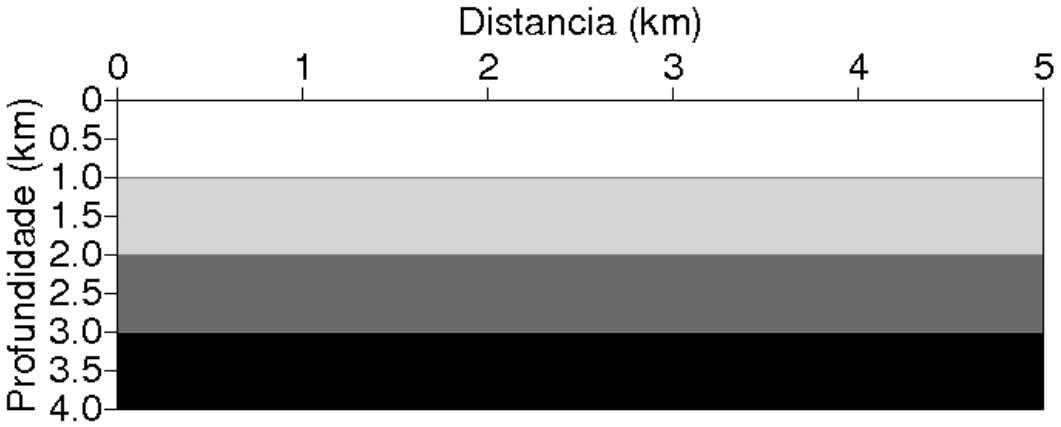

Figura 22. Modelo com quatro camadas paralelas (Modelo 3).

Neste teste a metodologia utilizada para estimar o modelo de velocidades é a mesma utilizada para o Modelo 1, sendo que o posicionamento dos refletores foi feito utilizando os mesmos lambdas do modelo anterior, tanto para o modelo isotrópico quanto para o anisotrópico.

Sendo assim , posicionados os refletores para o modelo isotrópico, o modelo de velocidade foi perturbado até encontrar um modelo estimado que mais se aproximasse do modelo de velocidades exato. Foram utilizados λ_0 = 0.1, λ_1 = 0, λ_2 = 0 e λ_3 = 0. Os modelos de velocidades, exato e estimado, são mostrados nas figuras 23 e 24, respectivamente. O erro percentual é mostrado na figura 25, e o traçamento de raio para cada camada nas figuras 26, 27 e 28.

Analisando o resultado nota-se que o modelo obtido pela estereotomografia foi aceitável, contendo erro de no máximo 15%. Vale ressaltar que estamos trabalhando com mapa de cores e que o contraste de velocidade entre as camadas é alto, em comparação aos outros dois modelos,

dessa forma deve haver gradiente no mapa de cor. Devido a necessidade desse gradiente que o erro aumentou, no entanto as V_{rms} para as camadas foi bem estimada.

A fim de obter o modelo de velocidades para o caso anisotrópico foram utilizados os mesmos valores para os regularizadores (lambdas) do modelo isotrópico. Comparando o modelo de velocidade exato (Figura 29) com o modelo estimado (Figura 30) é possível perceber que o modelo de velocidade estimado possui velocidades V_{rms} aceitáveis para as camadas, contendo erro máximo de 20% (Figura 31) devido ao fato do mapa de cores trabalhar com gradiente. As figuras 32, 33 e 34 que contém o traçamento não possuem todos os raios uma vez que devido a simplicicdade do modelo não houve grande perda de informação como nos modelos anteriores.

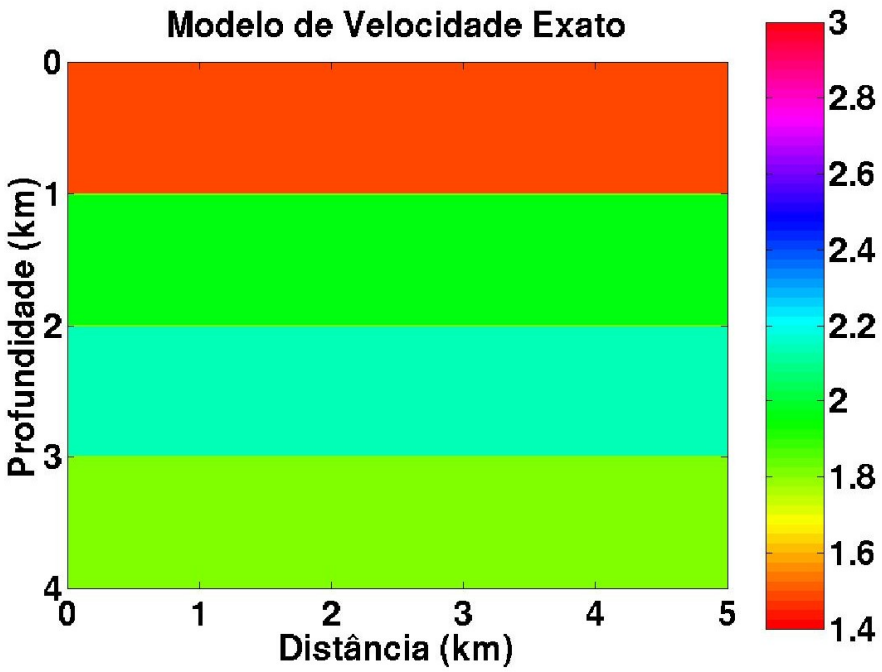

Figura 23. Modelo de velocidade exato para o meio isotrópico.

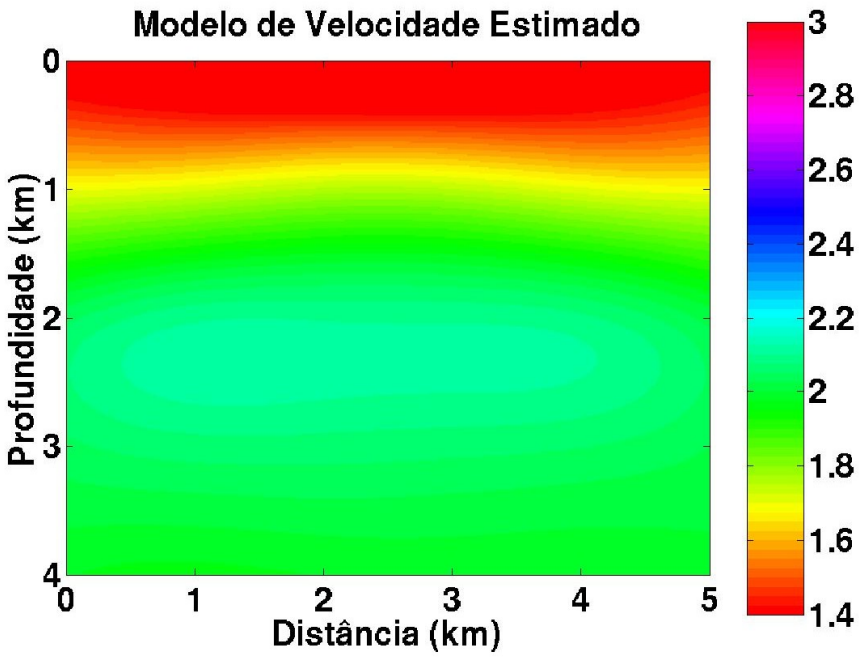

Figura 24. Modelo de velocidade estimado para o meio isotrópico.

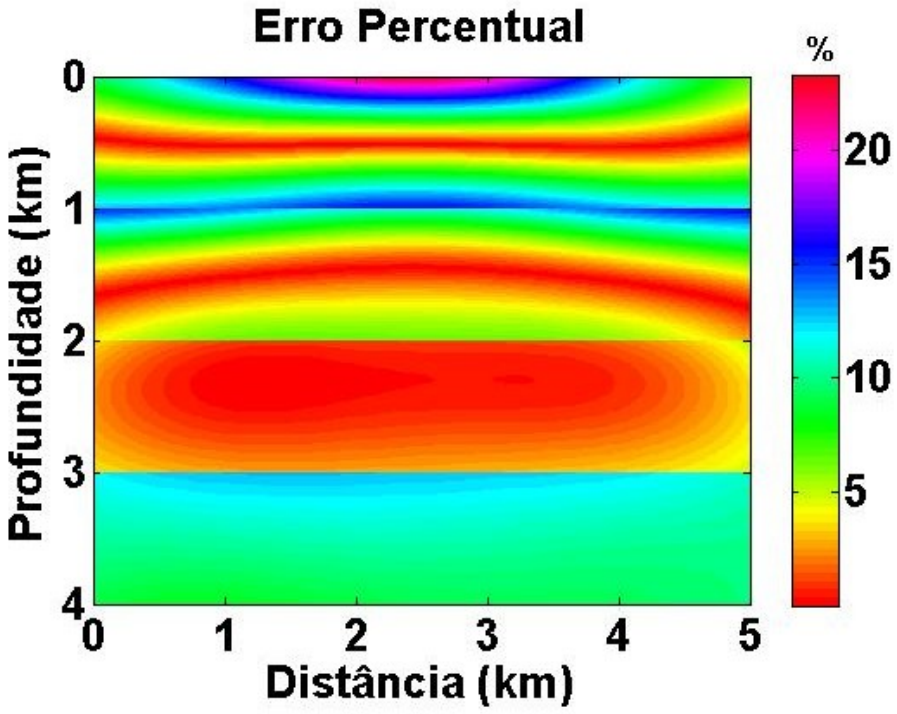

Figura 25. Erro percentual entre o modelo de velocidades estimado em relação ao modelo exato para o caso isotrópico.

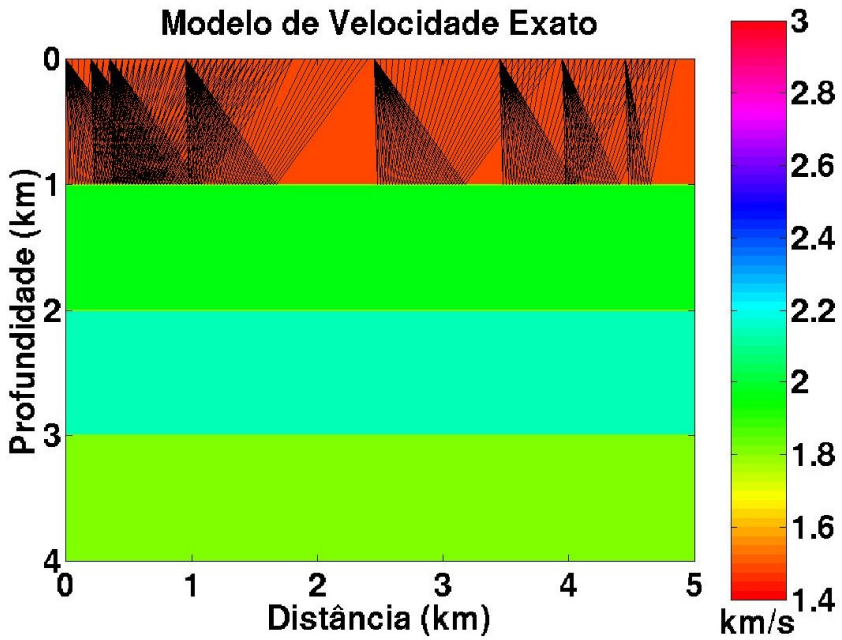

Figura 26. Traçamento de raios no modelo de velocidades anisotrópico exato – Primeira camada.

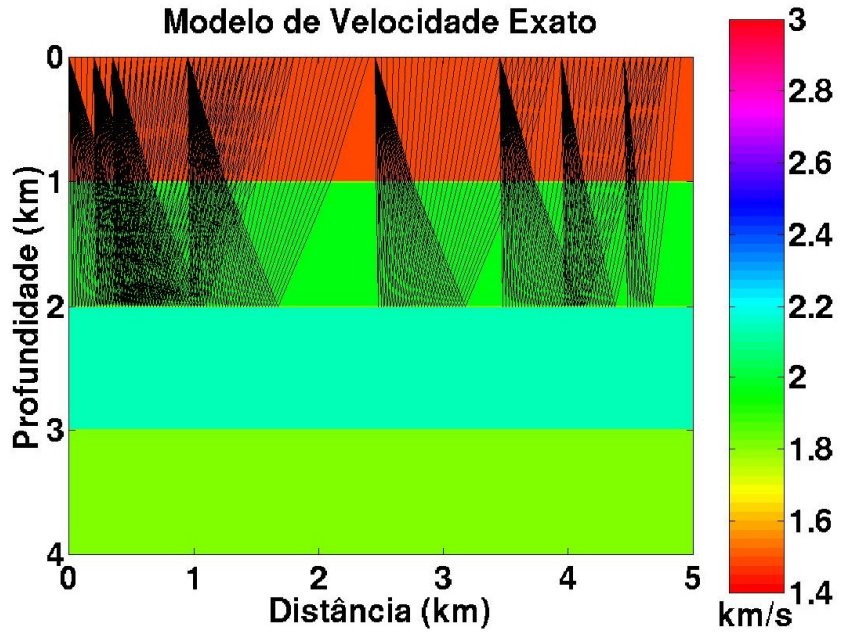

Figura 27. Traçamento de raios no modelo de velocidades isotrópico exato – Segunda camada.

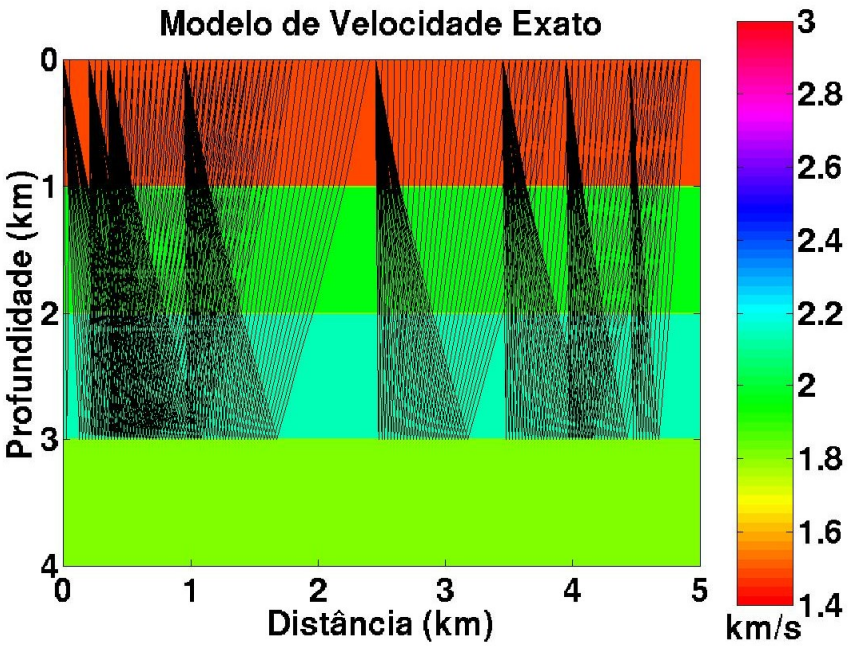

Figura 28. Traçamento de raios no modelo de velocidades isotrópico exato – Terceira camada.

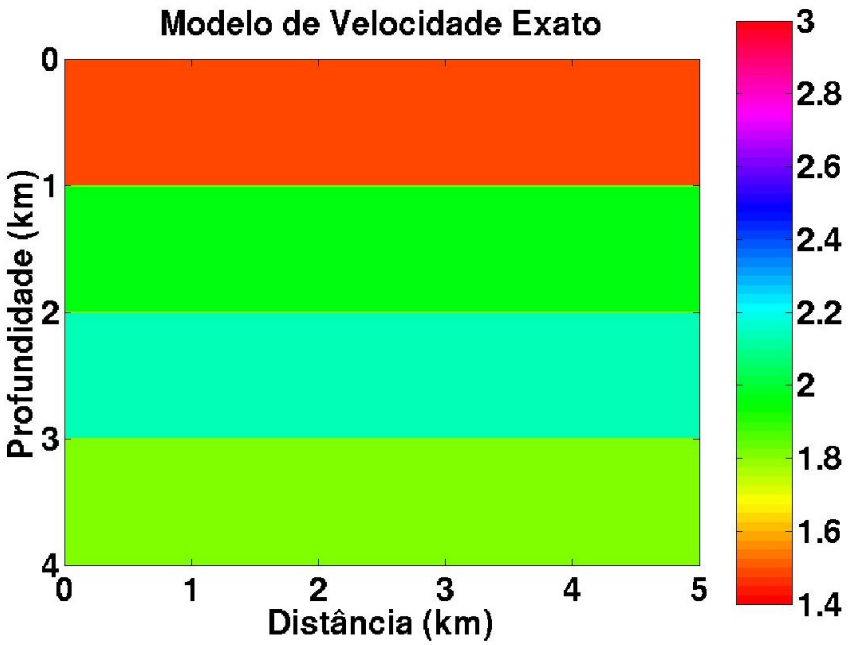

Figura 29. Modelo de velocidade exato para o meio anisotrópico.

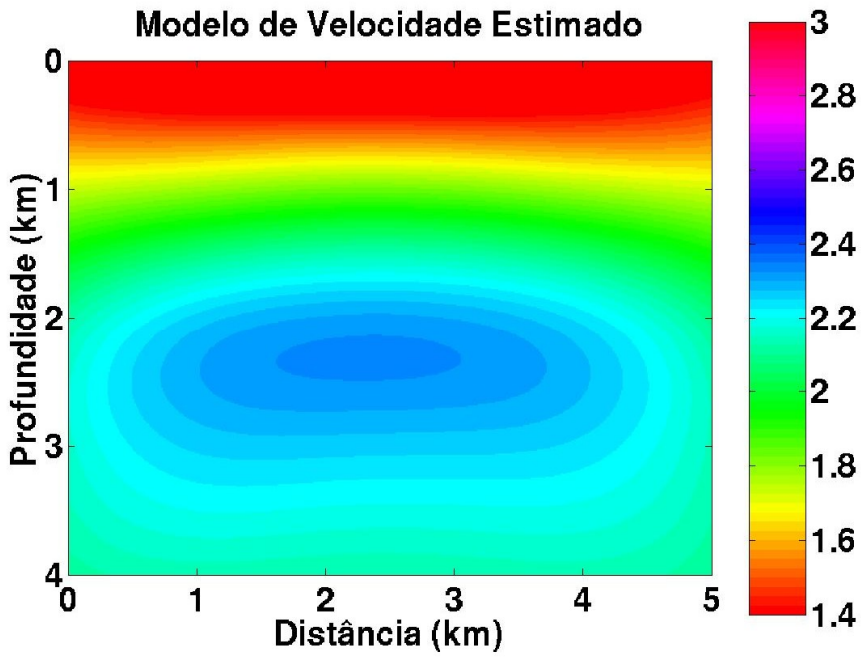

Figura 30. Modelo de velocidade estimado para o meio anisotrópico.

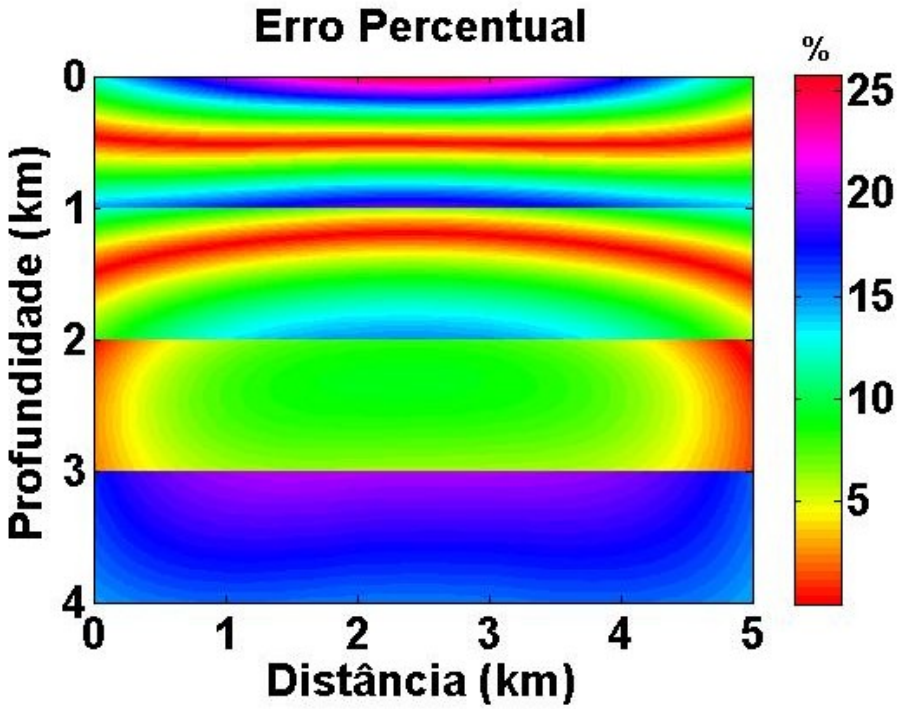

Figura 31. Erro percentual entre o modelo de velocidades estimado em relação ao modelo exato para o caso anisotrópico..

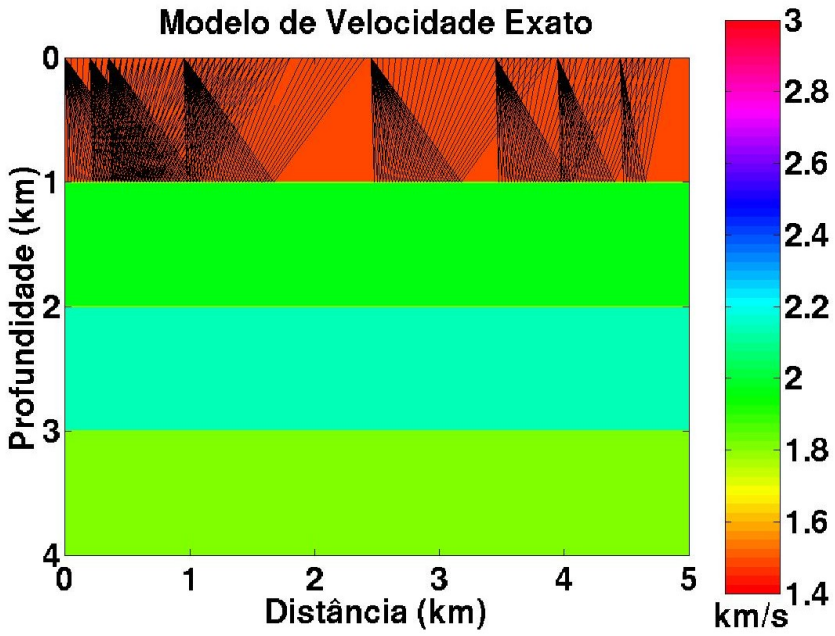

Figura 32. Traçamento de raios no modelo de velocidades anisotrópico exato – Primeira camada.

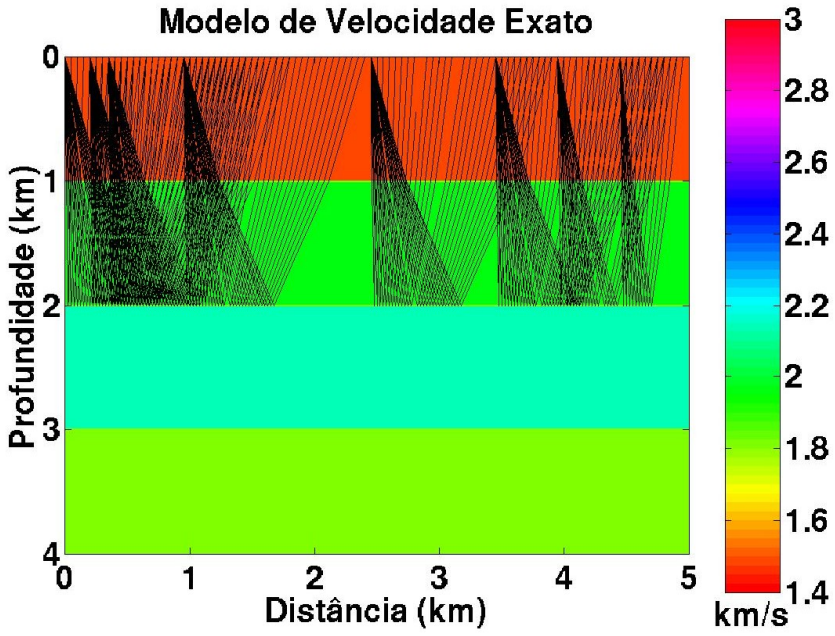

Figura 33. Traçamento de raios no modelo de velocidades anisotrópico exato – Segunda camada.

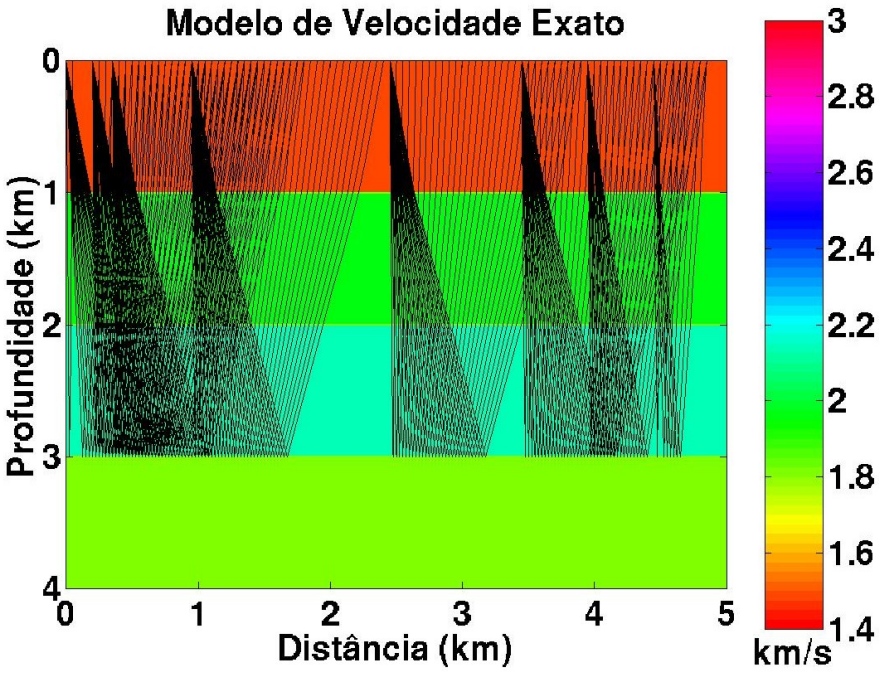

Figura 34. Traçamento de raios no modelo de velocidades anisotrópico exato – Terceira camada.

3.4 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Analisando os testes realizados nota-se que a estereotomografia isotrópica focaliza bem os eventos para os modelos isotrópicos e obtém bons modelos de velocidade com erro de no máximo 5%. No entanto quando são invertidos modelos anisotrópicos a estereotomografia isotrópica deteriora a focalização dos eventos obtendo um erro máximo de 13%.

Uma possível explicação para o erro do modelo anisotrópico é o picking dos dados feito pelo ANRAY. Nota-se que nestes modelos há grandes áreas com pouca ou mesmo sem iluminação. Uma vez que não há informação naquelas regiões a inversão estima valores diferentes do esperado.

4 CONCLUSÃO

Neste trabalho foi testada a estereotomografia isotrópica para estimar modelos de velocidades anisotrópicos. Foram testados dois modelos sintéticos considerando que fossem primeiramente isotrópicos e posteriormente anisotrópicos a fim de comparar os resultados obtidos.

Após os testes foi possível notar que a estereotomografia isotrópica funciona consideravelmente bem para meios com anisotropia anelíptica fraca. Os resultados mostraram que a estereotomografia isotrópica focalizou de forma razoável os eventos para o modelo anisotrópico. O erro máximo obtido foi de 13% no modelo anisotrópico 1 (Figura 8).

Considerando que houve perda de informação durante o traçamento de raios, uma vez que algumas regiões foram pouco iluminadas, o que teoricamente causou o aumento do erro, torna os modelos estimados aceitáveis.

Uma das formas de diminuir o erro seria adensar os raios nas regiões pouco iluminadas, ou seja, diminuir a discretização entre o ângulo de tiro inicial e o ângulo de tiro final no programa de traçamentos de raios utilizado, ANRAY. Seria possível também diminuir o erro do modelo de velocidade se fossem inseridos dados de VSP, juntamente aos dados de superfície.

Apesar dos problemas causados durante o picking dos dados é possível concluir que o modelo de velocidade para meios fracamente anisotrópicos anelípticos pode ser estimado através da estereotomografia isotrópica. A principal vantagem disso é o tempo de processamento isso porque a estereotomografia anisotrópica requer um algoritmo mais robusto, uma vez que necessita de mais parâmetros.

REFERÊNCIAS

BILLETE, F.; LAMBARÉ, G. Velocity macro-model estimation from seismic reflection data by stereotomography. **Geophysics**, p. 671-690, Dez. 1998.

BILLETTE, F.; LAMBARÉ, G.; PODVIN, P. Velocity macromodel estimation by Stereotomography. Disponível em **http://www.segdl.com** Acesso em: .....

BILLETTE, F.; LE BÉGAT, S.; PODVIN, P.; LAMBARÉ, G. Practical aspects and applications of 2D stereotomography. **Geophysics**, v.68, p. 1008-1021, Maio-Jun. 2003.

CERVENY, V. **Seismic ray theory**. Cambridge: Cambridge University Press, 2001.

CHAURIS, H.; NOBLE, M.S.; LAMBARÉ, G.; PODVIN, P. Migration velocity analysis from locally coherent events in 2-D laterally heterogeneous media, Part I: theorical aspects. **Geophysics**, v.67, Jul. – Ago. 2002.

LAMBARÉ, G. Stereotomography: past, present and future. Disponível em **http://www.segdl.com** Acesso em: 06/12/2007

LAMBARÉ, G.; ALERINI, M.; BAINA, R.; PODVIN, P. Stereotomography: a fast approach for velocity macro-model estimation. Disponível em **http://www.segdl.com** Acesso em: 06/12/2007

LIU, Z.; BLEISTEIN, N. Migration velocity analysis: Theory and an iterative algorithm. **Geophysics**, v.60, p. 142-153, Jan.-Feb. 1995.

TARANTOLA, A. **Inverse problem theory**. New York: Elseiver, 2003.

THOMSEN, L. Weak elastic anisotropy. **Geophysics**, v.51, p.1954-1966, Out. 1986.

This document was created with Win2PDF available at http://www.win2pdf.com.
The unregistered version of Win2PDF is for evaluation or non-commercial use only.
This page will not be added after purchasing Win2PDF.