



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ - UFPA
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DE CASTANHAL
FACULDADE DE MATEMÁTICA
POLO - CURUÇÁ**

DANILO PABLO PINHEIRO PINHEIRO

MODELAGEM MATEMÁTICA COM FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS

**CURUÇÁ – PA.
2024**

DANILO PABLO PINHEIRO PINHEIRO

MODELAGEM MATEMÁTICA COM FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Universidade Federal do Pará – UFPA, Faculdade de Matemática, Campus Universitário de Castanhal, como requisito para obtenção do grau de Licenciado em Matemática.

Orientador: Profº. Dr. Arthur da Costa Almeida.

CURUÇÁ – PA
2024

DANILO PABLO PINHEIRO PINHEIRO

MODELAGEM MATEMÁTICA COM FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Universidade Federal do Pará – UFPA, Faculdade de Matemática, Campus Universitário de Castanhal, como requisito para obtenção do grau de Licenciado em Matemática.

Orientador: Profº. Dr. Arthur da Costa Almeida.

Aprovado em: 28 de Fevereiro de 2024.

Conceito: Excelente.

BANCA EXAMINADORA

Profº. Drº. Arthur da Costa Almeida.
FACMAT – Orientador.

Profº. Drº. Nildsen Fernando Lisboa da Silva.
FACMAT – Avaliador.

Profº. Drº. Samuel Levi Freitas da Luz.
FACMAT – Avaliador.

Mestrando, Profº. Lucas da Silva Costa.
PPGEE/ITEC/UFPA – Avaliador.

RESUMO

Observar a natureza é um comportamento do ser humano, percebido desde antiguidade, necessário para obtenção de conhecimento e evolução da humanidade. Com passar dos anos, foram adquiridos técnicas e meios de descrever fenômenos da natureza, com intuito de propiciar ao homem melhorias em atividades diárias e bem-estar. Fenômenos naturais, como a chuva, são necessários para a manutenção da vida na terra, porém, dependendo de sua intensidade, podem provocar danos, tanto para a humanidade quanto para a natureza. A capital paraense, Belém, possui maiores índices de chuvas do estado do Pará, tendo um ciclo anual de períodos chuvosos e menos chuvosos, que por vezes provocam transtornos para a população, ocasionando alagamentos e danos a saúde. Ao se tratar de meios para descrição de fenômenos, a modelagem matemática é um método de pesquisa, que utiliza de conceitos da matemática para a produção de ferramentas que auxiliem na descrição ou tomada de decisões sobre os mesmos. Arelada a descrição de fenômenos cíclicos e a matemática, as funções trigonométricas são ferramentas de estudo da matemática que se comportam formando repetições, comumente utilizadas para a descrição de fenômenos cíclicos. Portanto, neste trabalho, será utilizada função trigonométrica como modelo para descrição do comportamento das precipitações de Belém, com utilização de dados de dez anos, modelagem matemática e software Rstúdio.

Palavras-chave: Belém. Chuva. Função trigonométrica. Modelagem matemática.

ABSTRACT

Observing nature is a human behavior, perceived since ancient times, necessary to provide knowledge and evolution of humanity. Over the years, techniques and means of specific description of nature were acquired, with the aim of providing man with improvements in daily activities and well-being. Natural phenomena, such as rain, are necessary to maintain life on earth, however, depending on their intensity, they can cause damage, both to humanity and nature. The capital of Pará, Belém, has the highest rainfall rates in the state of Pará, having an annual cycle of rainy and less rainy periods, which sometimes cause inconvenience for the population, causing flooding and damage to health. When dealing with means for describing preferences, mathematical modeling is a research method that uses mathematical concepts to produce tools that help in describing or making decisions about them. Linked to the description of cyclical characteristics and mathematics, trigonometric functions are mathematics study tools that behave by forming repetitions, commonly used to describe cyclical characteristics. Therefore, in this work, a trigonometric function will be used as a model to describe the behavior of precipitation in Belém, using data from ten years, Mathematical modeling and R'studio software.

Keywords: Belém. Rain. Trigonometric function. Mathematical modeling.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Solstício de verão e inverno do hemisfério sul.	18
Figura 2: Equinócio.....	18
Figura 3: Seno no círculo trigonométrico.....	24
Figura 4: Gráfico da função seno.....	25
Figura 5: Cosseno no círculo trigonométrico.	25
Figura 6: Gráfico da função cosseno.....	26
Figura 7: Tangente no círculo trigonométrico.	27
Figura 8: Gráfico da função tangente.....	28
Figura 9: Tabela de dados em R'stúdio.	32
Figura 10: Gráfico de dispersão.....	32
Figura 11: Médias mensais.	33
Figura 12: Volume médio mensal de precipitações.....	34
Figura 13: Volume médio mensal de precipitações com linha de tendência.....	36
Figura 14: Comparação entre função e os pontos médios.....	37

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço a Deus pela vida e por me dar forças para não desistir em meio as dificuldades fora do curso.

A Jucilene Lopes, pelo companheirismo, incentivo, atenção, amor e carinho durante esses anos vividos na faculdade.

A Mônica Saraiva pelo apoio e incentivo.

Aos meus amigos, Flávio Neves, Mateus Modesto, Maria Eduarda e Milene Vaz, pelo grupo e amizade que formamos.

Aos demais colegas pelas trocas de experiências, pelo convívio, por todos esses momentos vividos juntos e partilhados e, aos professores que contribuíram direta ou indiretamente para alcançar esse objetivo (formação).

Aos professores. E, em especial ao Prof.º Dr.º Samuel Levi e Prof.ª Dr.ª Katia Liége, pela dedicação e paciência que tiveram com a turma.

Ao meu orientador Prof.º Dr.º Arthur Almeida, pelas sugestões e colaboração, tanto para este trabalho, quanto para a turma de Curuçá.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	9
1.1 Objetivos.....	11
1.1.1 Objetivo geral.....	11
1.1.2 Objetivos específicos.....	11
2 FUNDAMENTOS TEÓRICOS.....	12
2.1 Modelagem Matemática.....	12
2.1.1 Etapas de modelagem matemática.....	14
2.2 Algumas Abordagens de Meteorologia e Climatologia.....	16
2.3 Trigonometria e Funções Trigonométricas.....	23
2.3.1 Funções trigonométricas.....	24
3 MATERIAIS E MÉTODOS.....	30
3.1 Bases Para Fundamentação Teórica.....	30
3.2 Caracterização da Area de Estudo.....	30
3.3 Instituto Nacional de Meteorologia – INMET.....	31
3.4 Tratamento, Organização dos Dados e Construção do Modelo.....	31
4 RESULTADOS E DISCUSSÃO.....	36
5 CONSIDERAÇÕES.....	38
REFERÊNCIAS.....	39

1 INTRODUÇÃO

Compreender aspectos da natureza é de grande importância para a humanidade que retomam desde a antiguidade, tanto por questões sociais, como ambientais. No passado, para ocorrer o desenvolvimento das civilizações, foi necessário mudança no modo de vida do ser humano, deixando de ser nômade, onde constantemente saía em busca de alimento, abrigo, e com necessidade de adaptação ao novo local, para então, permanecer em uma só região. Para isso, houve o desenvolvimento de técnicas de cultivo e retenção de recursos naturais, obtidas após observações da natureza, como, por exemplo, o período de cheias dos rios Amarelo, Nilo, Tigres e Eufrates que possibilitavam a irrigação e fertilização do solo, que utilizaram de conhecimentos para retenção de água para então obter sucesso de sua permanência em local fixo (EVES, 2011).

Ainda na atualidade, faz-se necessário a observações da natureza e construção de modelos em busca de compreender a ocorrência de determinados fenômenos naturais com intuito de melhorias para o bem-estar do ser humano, obtenção de conhecimento e prevenção de desastres naturais.

Quando se trata da construção de modelos na matemática costuma-se pensar, tanto para o ensino quanto para pesquisa, o processo de modelação conhecido como modelagem matemática, que utiliza de conceitos matemáticos para sua construção. Um aspecto que caracteriza a modelagem matemática é que os problemas a serem modelados determinam o conteúdo da matemática a ser utilizado e não o conteúdo que determinam os problemas (KLÜBER, 2016, p.53). Nesse sentido, é a partir da problemática abordada que, a partir da análise do problema, os conceitos matemáticos são inseridos, “o modelo matemático é obtido quando se substitui a linguagem natural das hipóteses por uma linguagem matemática coerente” (SOUZA; SANTO *et al.*, 2017).

Ao se tratar de fenômenos da natureza, a chuva, por exemplo, é um fenômeno natural necessário para a regularização da vida. Sua ocorrência é fundamental para a agricultura, para o abastecimento hídrico de cidades, para o equilíbrio da temperatura atmosférica e entre outras questões. Porém, frequências demasiadas de precipitações pluviométricas podem causar transtornos para a

sociedade, acarretando inundações e alagamentos de vias urbanas, gerando prejuízos sociais e econômicos. Já, com pequenas quantidades de chuva poderá ocorrer a escassez de água, provocar secas, suscitando o racionamento de água ou problemas ambientais mais significativo.

Neste sentido, identificar com antecedência, altas e baixas concentrações de chuva é importante para prevenção de transtornos à saúde humana, a desastres ambientais e prejuízos sociais. Para isso faz-se necessário a observação destes fenômenos e desenvolvimento de modelos que os descrevam de tal forma que permitam facilitar a compreensão e o comportamento dos mesmos, para auxiliar na tomada de decisões que cessem ou minimizem tais danos.

A capital paraense, Belém, possui períodos característicos de chuva durante o ano, dados por épocas mais chuvosas, entre os meses de dezembro a maio, com precipitações originadas por meio da Zona de Convergência Intertropical, e período menos chuvoso, entre os meses de junho a novembro (BASTOS *et al.*, 2002) (SANTIAGO *et al.*, 2011). Observando assim a existência de um período na variação do volume de precipitação pluviométrica no decorrer do ano. Um ponto negativo no que se refere ao período chuvoso, por conta de sua topografia, ocorre frequentes alagamentos, já que, parte de seu território apresenta baixa altitude em relação ao nível do mar (GUIMARÃES *et al.*, 2017).

Fenômenos que se repetem no decorrer do tempo (cronológico), são bastante comuns na natureza. Como exemplo temos, ciclos lunares, altas e baixas de marés, a ocorrência das estações do ano, etc., que apresentam periodicidade em seu acontecimento, cujos comportamentos são possíveis de ser descritas por meio de funções trigonometrias, cuja principal característica é a repetição dos mesmos eventos no decorrer do tempo.

Periodicidade é uma circunstância presente em quase tudo que nos cerca, desde o movimento de um planeta em torno do sol, ou de um elétron ao redor do núcleo, às batidas do nosso coração. [...] As funções periódicas são o instrumento matemático adequado para descrever todos os fenômenos periódicos (LIMA *et al.*, 1991).

Desta forma, o presente trabalho voltou-se a apresentar um exemplo do processo de modelação matemática utilizando função trigonométrica, para descrever o ciclo anual da precipitação de Belém.

1.1 Objetivos

1.1.1 Objetivo geral

Utilizar modelagem matemática para descrição do ciclo anual de chuva na cidade de Belém.

1.1.2 Objetivos específicos

- revisar literatura sobre os temas abordados;
- obter de dados referentes as precipitações de Belém;
- tratar e analisar os dados e construir modelo matemática.

2 FUNDAMENTOS TEÓRICOS

2.1 Modelagem Matemática

Segundo Biembengut e Hein (2003), “a modelagem é tão antiga quanto à própria matemática, surgindo de aplicações na rotina diária dos povos antigos” (apud. BARALDI, 2018). Para Bertone, Bassanezi e Jafelice (2019), “consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los, interpretando suas soluções na linguagem do mundo real”.

Modelagem matemática é um termo utilizado para referir-se ao processo de descrição, elaboração, modelação e resolução de problemas usando conceitos da matemática e conhecimentos relacionados a um tema de estudo para o desenvolvimento de um modelo matemático, ou seja, representação em modelos matemáticos de situações da realidade. Para Bertone, Bassanezi e Jafelice (2019), “a modelagem matemática é simplesmente uma estratégia utilizada para obtermos alguma explicação ou entendimento dessas situações reais”. Segundo Biembengut (2014, apud. SOSTISSO, 2014 p.21) “modelagem é o processo envolvido na elaboração de um modelo de qualquer área do conhecimento. Trata-se de um processo de pesquisa”. Para Bassanezi (2002, apud. OLIVEIRA, 2019):

[...] é um processo que alia teoria e prática, para o entendimento da realidade, seja como um método científico ou como estratégia de ensino e aprendizagem, pois ela é capaz de transformar situações-problema reais em problemas matemáticos, e sua solução ser interpretada na linguagem do mundo real.

Autores como Klüber e Burak (2008), consideram a modelagem como um “conjunto de procedimentos que não fosse apenas técnico, mas que ocorresse de uma forma mais aberta e contextualizada, dando significado aos conteúdos matemáticos”. A partir dessas considerações, o processo de modelagem pode ser utilizada tanto para o ensino da matemática como também em aplicação de conceitos matemáticos para descrever fenômenos naturais, sociais, feitas a partir de observações e hipóteses feitas pelo pesquisador, ou seja, como método de pesquisa científica. A partir desse fato, desperta o interesse constante em pesquisa da utilização da modelagem matemática para a educação matemática.

Pelo fato de a modelagem matemática fazer uso de conceitos matemáticos para a resolução de problemas, levando em consideração o uso da modelagem para o meio educacional, hoje ela é bastante discutida por diversos autores sobre seu uso voltado para a educação matemática por aproximar o pesquisador/aluno ao conteúdo da disciplina em todos os níveis de escolaridade e motivá-los por meio de assuntos do dia a dia dos estudantes.

A principal diferença é que a modelagem é considerada um método de pesquisa e a modelagem no ensino – modelação – é um método de ensino, logo, de acordo com o contexto em que serão utilizadas, é preciso realizar modificações no processo de aplicação de ambas. Outra diferença é que na modelagem o objetivo centra-se em encontrar um modelo capaz de descrever e gerar soluções satisfatórias para o pesquisador, enquanto que na modelação o foco é ensinar os conteúdos curriculares juntamente com pesquisa (SOSTISSO, 2014).

Para uso na educação Klüber e Burak (2008, p. 20), descrevem “[...] a modelagem em cinco etapas orientadas pelo interesse do aluno ou do grupo e pelas necessidades do nível de ensino trabalhado”, para o desenvolvimento da modelação. A primeira, etapa é escolha do tema; a segunda, pesquisa exploratória sobre do tema (podendo se mais de um) escolhido; na terceira, deve-se fazer levantamento dos problemas envolvendo o tema; na quarta, resolução de problemas e o desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema, etapa conhecida por “matematização”; e quinta etapa, análise crítica das soluções encontradas.

Vale ressaltar que podem ser utilizados outros processos para realizar a modelagem, podendo ser incluídas ou excluídas etapas durante seu desenvolvimento (SOUZA; SANTO et al., 2017). Sobre aspecto geral, o processo pode ser resumido do seguinte modo:

O profissional modela uma situação, onde há um problema, para melhor entendê-la. Ele define os parâmetros, as características e as relações entre as características que são pertinentes à resolução do problema. As características e relações, extraídas de hipóteses e aproximações simplificadoras, são trazidas em termos matemáticos (o modelo), nos quais a matemática reflete a situação do problema. Durante e depois da criação do modelo no contexto do problema original. Os ajustes, modificações ou novos modelos serão realizados ao longo do processo, até que um

modelo aceitável dê conta do enfrentamento do problema (BEAN, 2019).

Bertone, Bassanezi e Jafelice (2019) definem modelo matemático como, “um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representam de alguma forma um objeto estudado”. Também, distinguem dois diferente tipos de modelos que são: modelo objeto, assumindo as formas pictórica, conceitual ou simbólica; e, modelo teórico, vinculado a uma teoria existente, construído em torno de um modelo objeto. Dentre esses termos matemáticos utilizados para a construção do modelo, podemos citar: diagramas, gráficos, equações algébricas, funções, tabelas, programas computacionais, ferramentas físicas padronizadas, expressões algébricas, numéricas ou fórmulas. Relacionado às aproximações e hipóteses com relação ao modelo construído criado pelo processo de modelagem, o mesmo está aberto a aperfeiçoamentos (BEAN, 2019).

2.1.1 Etapas de modelagem matemática

Sostisso (2014), em sua dissertação de mestrado, menciona algumas etapas de Modelagem matemática de acordo com alguns autores, apresentando pontos comuns e distintos no processo de modelagem. Descritas a seguir:

a) (BASSANEZI, 2002), descreve o processo de modelagem em cinco etapas:

- experimentação, onde ocorre a obtenção de dados e conhecimento sobre o assunto a ser abordado;

- abstração, seleção de variáveis, levantamento de hipóteses e formulação de modelo;

- resolução, o modelo matemático por métodos adequados a cada situação apresentada. Desenvolvendo novas teorias caso as técnicas não sejam suficientes;

- validação, fase em que o modelo obtido por meio de hipóteses será confrontado com os dados obtidos no campo, para que, assim, seja possível verificar sua adequação.

- modificação, caso o modelo não atenda as exigências, ele deverá ser modificado ou reformulado utilizando as etapa novamente.

b) (MEYER; CALDEIRA; MALHEIROS, 2011), apresenta as seguintes etapas para descrever o processo de modelagem:

- Determinar a situação;
- Simplificar as hipóteses da situação;
- Resolver o problema matemático decorrente;
- Validar as soluções matemáticas de acordo com a questão real; e,
- Definir a tomada de decisão com base nos resultados.

c) (BLUM, 2007), um modelo matemático é composto por características de domínio extra matemático e matemático.

No campo extra matemático são identificadas e selecionadas situações que necessitam ser resolvidas. Esta resolução é realizada por meio de métodos matemáticos contidos no domínio matemático. Após esta etapa, as situações são traduzidas ao domínio extra matemático para serem interpretadas e validadas. A elaboração do modelo consiste num ciclo. Caso um modelo satisfatório não seja encontrado para o domínio extra matemático, esse ciclo se repete, podendo ocorrer à criação de novos modelos até que se encontre uma solução adequada.

d) (BIEMBENGUT MARIA SALETT; HEIN, 2007), descreve o processo de modelagem em três etapas:

- percepção e apreensão, nesta etapa acontece o reconhecimento, a escolha e a familiarização com o tema escolhido. Esta etapa compreende duas subetapas:

- percepção no reconhecimento da situação-problema e
- apreensão na familiarização com o assunto a ser modelado;

- compreensão e explicação, esta etapa consiste em selecionar variáveis e levantar hipóteses sobre o problema que se quer modelar e, determinar os caminhos a serem percorridos. É nesta fase que se traduz o problema em estudo para linguagem matemática, e assim pode-se chegar a um conjunto de representações (gráficos, tabelas, expressões, equações) que conduzam a uma solução. Esta etapa compreende as seguintes subetapas:

- compreensão na formulação do problema;
- explicitação na formulação do modelo matemático; e,
- explicitação na resolução do problema a partir do modelo.

- significação e expressão, momento de elaboração do modelo, de resolução do problema em termos do modelo. Compreende as subetapas:

- significação na interpretação da solução;
- significação na validação do modelo; e,
- expressão do processo e resultados - modelo matemático.

2.2 Algumas Abordagens de Meteorologia e Climatologia

A meteorologia é definida por Steinke (2016), como “ciência da atmosfera que está relacionada ao seu estado físico e ao estudo dos fenômenos atmosféricos, principalmente para a previsão do tempo”. Segundo o autor Ayoade (1996), “A meteorologia engloba tanto o tempo quanto o clima, enquanto os elementos da meteorologia devem necessariamente estar incorporados na climatologia para torná-la significativa e científica”. Já a climatologia, é uma subdivisão da Geografia física e da Meteorologia, estuda a evolução de fenômenos da atmosfera e estudo geográfico dos climas. “A climatologia trata de padrões de comportamento da atmosfera, verificados durante um longo tempo” (AYOADE, 1996). Para estudo da climatologia requer conhecimentos básicos de controles físicos do clima. É a influência combinada de fatores astronômicos e terrestres que determinam o clima na Terra, conhecidos como fatores do clima, que 16 motivam variações de energia solar que chega à superfície terrestre (STEINKE, 2016).

As definições de clima e tempo são erroneamente utilizadas com sinônimos, no entanto, ambas possuem significados diferentes. “A noção de tempo adotada pelos meteorologistas admite que as combinações dos elementos meteorológicos sejam instantâneas e ocorram em locais pontuais da superfície da Terra” (STEINKE, 2016). Ainda, segundo o Steinke (2016), é “o conjunto de valores que em um dado momento e em um determinado lugar, caracterizam os estados atmosféricos”. Em

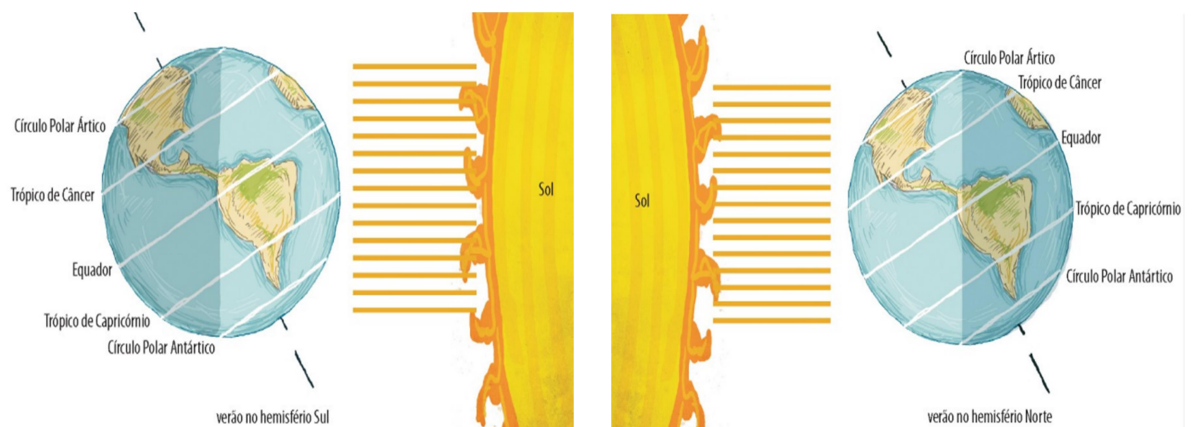
concordância, Mendonça e Danni-Oliveira (2017) “o estado momentâneo da atmosfera em um dado instante e lugar”, sendo este, formado por conjunto de atributos como a radiação, a temperatura, umidade e pressão. Objeto de estudo da Climatologia, “O clima, refere-se às características da atmosfera inferidas de observações contínuas durante um longo período” (AYOADE, 1996). Segundo Steinke (2016), para os meteorologistas “o clima constitui em conjunto eventos de tempo semelhante resultando em condições relativamente permanentes, durante um período de tempo mais longo”. O clima é bastante variável no decorrer das horas e com o objetivo de obtenção de organização eficiente de informações, faz-se necessário utilizar classificações climáticas que facilitam na compreensão das variações climáticas mundial (AYOADE, 1996).

Para estudos meteorológicos, consideram o sol imóvel no espaço e a adoção do formato do planeta Terra como forma geométrica simples, de formato esférico (globo terrestre) por conta deste, possuir forma geométrica muito complexa (geoide) e, difícil de exprimir matematicamente (VAREJÃO-SILVA, 2006). Além do formato, adotasse pontos, linhas e planos como referência, por exemplo, eixo de rotação com extremidades nos polos geográfico norte (N) e sul (S), e perpendicular a este eixo no centro, passa um plano (plano equatorial) dividindo a Terra em dois hemisférios (Hemisfério norte ou Boreal e Hemisfério sul ou Austral), cuja interseção com a superfície terrestre constitui a linha do equador. Além do plano equatorial, paralelo a ele, existem planos dividindo os hemisférios chamados de planos paralelos e, perpendicular a plano equatorial, semi planos cujos limites são os eixos polares, conhecidos como planos de meridianos. Suas interseções com a superfície do globo são chamados de paralelos e meridianos.

Fatores, como o movimento de rotação (movimento rotacional do planeta terra sobre o eixo terrestre ou polar, com inclinação de $23^{\circ}27'$, ocorrendo de oeste para leste, com duração de 23 horas 56 minutos e 4 segundos), responsável por diferenciar o dia da noite e a variação diária de energia solar terrestre e, o movimento de translação (movimento de rotação em torno do sol com duração de 365 dias 5 horas e 48 minutos), que determina a variação anual da energia solar atingida na terra e resulta na ocorrência das estações do ano, são importantes para condicionar os elementos climáticos ocasionando a variação do tempo no planeta Terra (STEINKE, 2016). Estes são importantes para o recebimento de energia solar

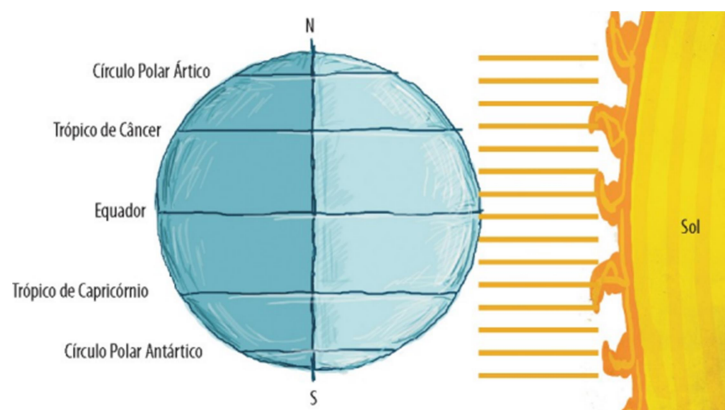
em diferentes regiões do planeta, e conseqüentemente, para a transferência e absorção de energia solar em regiões distintas, fundamental para o controle climático do planeta, tendo em vista que, “em determinados momentos do ano um hemisfério recebe mais energia solar que o outro. Em outros momentos, porém, os dois hemisférios recebem aproximadamente o mesmo fluxo de radiação solar” (STEINKE, 2016), denominados como solstícios, como mostram as figuras 1a e 1b, e equinócios representado na figura 2 que estabelecem o início das estações do ano. “O montante de energia líquida, ou seja, o resultado e a disponibilidade dessa energia na superfície variam de acordo com alguns fatores, que incluem latitude (intensidade da radiação), propriedades da superfície, posição geográfica e altitude” (STEINKE, 2016).

Figura 1: Solstício de verão e inverno do hemisfério sul.



Fonte: Steinke (2016).

Figura 2: Equinócio.



Fonte: Steinke (2016).

Os movimentos citados anteriormente influenciam de forma significativa no aquecimento da superfície terrestre, aquecimento indireto da atmosfera e contribuição para o dinamismo de ecossistemas, uma vez que há uma diferença de recebimento de radiação solar (principal modo de propagação de energia no sistema superfície-atmosfera), na superfície terrestre e variação de fotoperíodo nos hemisférios, variando conforme a latitude, período do ano e do dia. Fotovariação corresponde a duração efetiva do dia, sendo esta, distinta em determinadas épocas do ano. Na zona equatorial, porém, não nota-se muitas diferenças no comportamento da atmosfera entre as estações, os dias e as noites tem duração praticamente de 12 horas durante o ano todo (VAREJÃO-SILVA, 2006).

As mudanças no comportamento médio da atmosfera, causadas por diferenças no aquecimento da superfície, são expressas principalmente em termos de variações na temperatura média, tanto mais acentuadas quanto mais afastada da faixa equatorial estiver a região que se considere. Alterações no aquecimento, porém, não afetam apenas a temperatura mas interferem na umidade do ar, nos ventos predominantes, na chuva, etc. (VAREJÃO-SILVA, 2006).

“A atmosfera pode ser compreendida como uma camada fina de gases, sem cheiro, sem cor e sem gosto, presa à Terra pela força da gravidade” (AYOADE, 1996). Nela há a presença de diferentes gases e por meio da força gravitacional ela torna-se mais densa próxima a superfície terrestre, concentrando 98% de sua massa até os primeiros 29 km de altitude tornando-se mais rarefeito em altitudes mais elevadas, com índice de decaimento de 2% (MENDONÇA; DANNI-OLIVEIRA, 2017). A homosfera, compreendida da superfície até 90 km de altura, possui misturas gasosas de ar composta por nitrogênio, oxigênio, argônio e misturas de gases em porções menores.

Também faz parte da composição da homosfera materiais particulados como poeira, cinzas, material orgânico, vapor d'água dependendo da superfície que forneça água ou outros fatores e, gás ozônio. Alguns gases possui pouca ou grande influencia no clima e tempo (STEINKE, 2016).

A troposfera, parte da homosfera com média de 12 km de extensão, é a base de toda a camada atmosférica, e também, é nesta que os fenômenos climáticos são gerados resultando em processos de transferência, transformação e armazenamento de energia e matéria, por esse motivo, torna-se o interesse da

climatologia geográfica (MENDONÇA; DANNI-OLIVEIRA, 2017, p. 30). “Em função da presença do vapor d’água que esta é considerada a camada que estabelece as condições do tempo” (STEINKE, 2016).

A água é o único constituinte da atmosfera que muda de estado em condições naturais e em consequência disto, é o responsável pela origem das nuvens e uma extensa série de fenômenos atmosféricos de natureza hídrica. O vapor de água na atmosfera (umidade) é o componente importante para a determinação do tempo e do clima e, é por este meio que ocorre o transporte de calor latente causando resfriamento da superfície terrestre, e sua quantidade em determinado volume de ar é indicação de capacidade atmosférica para produção de precipitações (AYOADE, 1996). “O ar recebe umidade por meio da evaporação da água das superfícies terrestres e aquáticas e da transpiração das plantas” (STEINKE, 2016). Segundo Mendonça e Danni-Oliveira (2017), a presença de vegetação contribui para regulação de umidade e temperatura, pois possibilitam uma melhor infiltração de água no solo e diminuição de escoamento superficial, havendo mais disponibilidade para evaporação e evapotranspiração, tornando o ar mais úmido e frio. Em regiões tropicais quentes e úmidas, o vapor pode ser encontrado próximo a superfície em uma proporção tão alta quanto 40g por quilograma de ar seco (VAREJÃO-SILVA, 2006). “A quantidade de vapor d’água num certo volume de ar é uma indicação da capacidade potencial da atmosfera para produzir precipitação” (AYOADE, 1996).

As mudanças de estado físico da água necessários para ocorrência de precipitação e são meios naturais na qual ocorre o armazenamento, transporte e transferência de energia. Como exemplo, temos a água cedida para a atmosfera pelo processo de evaporação que consiste na transformação da água líquida para a forma de vapor, levando consigo calor latente de vaporização consumido durante mudança de estado, em seguida, ocorre o processo de condensação, transformação do estado gasoso para o líquido, mediante a perda de calor, transformando calor latente em calor sensível, aquecendo a atmosfera ocorrendo a formação nuvens que segundo VarejãoSilva (2006), consiste em um “conjunto visível de gotículas de água, partículas de gelo, ou de ambas, em suspensão na atmosfera”, e dependendo de sua característica, atinge determinados intervalos de altitude e por meio de condições favoráveis a água é cedida novamente para a Terra por meio do processo de precipitação. Fatores como tamanho da area de superfície da água, temperatura

reinante, pressão atmosférica, grau de umidade do ar e o vento influenciam, na rapidez da evaporação da água, nesse sentido, sua concentração varia tanto espacialmente quanto temporalmente, dependendo de aspectos locais e de características atmosféricas de determinado lugar (MENDONÇA; DANNI-OLIVEIRA, 2017). Em concordância temos Ayoade (1996), que diz ocorrer valores máximos de evaporação em continentes próximos ao Equador por conta das grandes quantidades de perda de água devido valores elevados de insolação anual e por meio da grande quantidade de vegetação.

A precipitação é um fenômeno natural de grande importância e influencia em atividades humanas. “Para meteorologia o termo é usado para qualquer deposição em forma líquida ou sólida e derivada da atmosfera” (AYOADE, 1996). É a etapa do ciclo hidrológico em que o vapor d’água em suspensão na atmosfera é devolvido a superfície terrestre podendo assumir forma de granizo, neve, geada ou chuva (precipitação de gotas de água). Já o ciclo hidrológico, é um processo onde a água percorre por etapas sendo estas fundamentais para a manutenção da vida na terra. Segundo Varejão-Silva (2006), o ciclo “é uma sequência fechada de fenômenos naturais que pode ser dividida em duas partes: ramo aéreo, objeto de estudo da meteorologia e o ramo terrestre, objeto da hidrologia”.

A chuva é classificada como hidrometeoro, sendo este, todo conjunto de natureza hídrica, na forma líquida ou sólida, em queda na atmosfera ou em suspensão, ou até, acumulada sobre objetos. Também dita como precipitação pluviométrica, “Sua formação tem relação com a umidade do ar” (STEINKE, 2016). Ela é resultante fatores e condições atmosféricas apropriadas. As gotas de d’água presente nas nuvens, para que ocorra a precipitação, é necessário que haja tamanho suficiente para vencer correntes de ar ascendentes para que não ocorra a evaporação antes de atingir o solo. Sua característica física é a precipitação de gotas d’água com diâmetro mínimo igual a 0,5 mm (VAREJÃO-SILVA, 2006). As chuvas são classificadas de acordo com suas origens. “É convencional classificar a precipitação em três tipos principais” (AYOADE, 1996). As principais são:

- Chuvas Orográficas

Originada por meio do encontro de massa de ar úmido com barreiras topográficas (montanhas, serras, etc.). A massa de ar é forçada a elevar-se ocorrendo queda na temperatura condensando o vapor d'água e formando nuvens.

- Chuvas Convectivas

Causada pela troca de massas de ar fria presente na atmosfera com a subida da massa de ar quente carregada de vapor, causada pela evaporação de rios lagos e evapotranspiração de plantas, causando o acúmulo na atmosfera, resfriando-se e condensando-se, acumulando grande quantidade de água nas nuvens causando a precipitação em forma de chuva.

- Chuvas Ciclônicas ou Frontais

Segundo Ayoade (1996), "causada por um movimento vertical do ar em grande escala, associado com sistemas de baixa pressão com as depressões". Ocorre por meio do encontro das massas de ar quente, com grande volume de vapor d'água, e massa de ar frio, com baixa umidade.

Para meteorologia, a etapa à qual compreende ao ramo aéreo é iniciado a partir do momento em que a água é transferida para a atmosfera e pode ocorrer por meio da evaporação de água das superfícies líquidas como, rios mares e lagos, também através da evapotranspiração do solo e plantas ou, por meio da sublimação do gelo encerrando-se quando é devolvida para a superfície terrestre por meio de precipitações.

Para realizar a leitura quantitativa de chuva as bases meteorológicas utilizam instrumentos específicos para o registro de precipitações, como: o pluviômetro e o pluviógrafo.

Para se ter uma ideia do volume de chuva, imagine uma superfície horizontal, plana e impermeável de 1m^2 de área. A quantidade de precipitação é a medida da espessura da camada de água sobre essa superfície e sua quantificação chama-se pluviometria, sua unidade de medida é o milímetro (mm) correspondendo à queda de um litro de água pra cada metro quadrado da superfície (VAREJÃO-SILVA, 2006). Ou seja, ao receber a informação que em determinada região houve 40 mm

de precipitação, essa informação equivale à queda equivalente a 40 litros por metro quadrado nessa região.

2.3 Trigonometria e Funções Trigonométricas

A trigonometria surgiu há mais de dois mil anos (LIMA *et al.*, 1991). Há registros e estórias antigas que mencionam a utilização de triângulos, seus ângulos e seus lados. Desses registros temos a tábua de Plimpton 322, com datação de aproximadamente 1900 a 1600 a.C., período babilônico antigo, que fazia parte de tábua maior contendo valores que relacionam medidas dos lados de triângulo retângulo e valores de $\sec^2 A$ (BOYER; MERZBACH, 2019, p.46). E, o papiro egípcio, conhecido como papiro de Ahmes, copiado pelo escriba Ahmes por volta de 1650 a.C., contendo problemas que envolvem cotangente do ângulo da base de uma pirâmide (EVES, 2011, p.202).

Alguns autores descrevem o início da trigonometria a partir do interesse dos matemáticos da antiguidade em relacionar comprimento de cordas de uma circunferência com o seu ângulo central e, através da observação dos astros e hipótese de que corpos celestes (sol e lua) orbitavam de forma circular em torno da terra.

O estudo dos astros – ou seja, a astronomia – foi à atividade que abriu as portas da ciência para os seres humanos. No firmamento, os primeiros homens e mulheres, ainda na pré-história, perceberam a existência de mecanismos e ciclos específicos que se refletiam em suas atividades terrenas e eram marcados pela posição das estrelas. (NOGUEIRA; CANALLE, 2009, p. 19).

Por volta de 180 a 125 a.C., “foi compilada a que foi aparentemente a primeira tabela trigonométrica”, por esse motivo, Hiparco de Nicéia passou a ser chamado de pai da trigonometria (BOYER; MERZBACH, 2019, p.124). As tabelas trigonométricas também foram apresentadas em conjunto com a metodologia usada em sua construção na obra *Syntaxis* matemática, conhecido como *Almagesto* (o maior), de Ptolomeu de Alexandria (BOYER; MERZBACH, 2019, p.126).

Na antiguidade a trigonometria estava bastante ligada à astronomia, teve seu desenvolvimento por meio de estudo de astrônomos da antiguidade como Erastótenes, Aristarco, Hiparco, Ptolomeu, entre outros e, estudos envolvendo

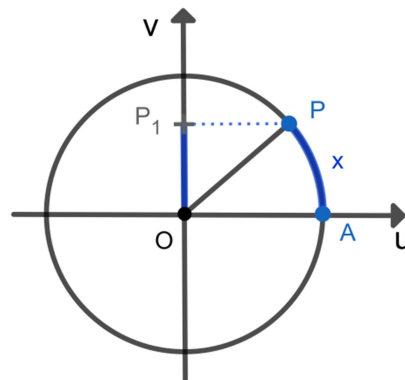
ângulos e cordas, distâncias e mensuração de planetas e corpos celestes. Hoje, a trigonometria tornou-se fundamental para o meio científico de aplicação em várias áreas de outras ciências, utilizada, por exemplo, na física para descrição de movimentos periódicos por meio de funções trigonométrica, na agricultura e engenharia para mensuração de áreas e dentre outras.

2.3.1 Funções trigonométricas

I. Função Seno

Dado um número real $x \in [0, 2\pi]$, seja P sua imagem no ciclo. Denominamos seno de x ($\text{sen } x$), como a ordenada $\overline{OP_1}$ do ponto P em relação ao sistema uOv , como mostra a Figura 3.

Figura 3: Seno no círculo trigonométrico.



Fonte: Autor.

Denominamos função seno a função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ que associa a cada real x o real $\overline{OP_1} = \text{sen } x$, isto é, $f(x) = \text{sen } x$. Para a função seno temos:

- (a) A imagem da função seno é o intervalo $[-1, 1]$, isto é $-1 \leq \text{sen } x \leq 1$ para todo x real.

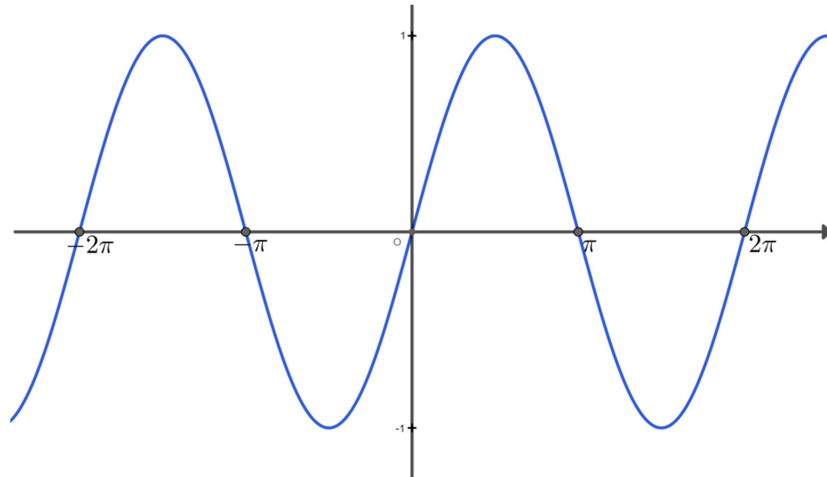
É imediato que, se $\text{sen } x = \overline{OP_1}$ e $k \in \mathbb{Z}$, então $\text{sen}(x + k \cdot 2\pi) = \overline{OP_1}$, pois x e $x + k \cdot 2\pi$ tem a mesma imagem de P no ciclo. Temos então, para todo x real:

$$\text{sen } x = \text{sen}(x + k \cdot 2\pi)$$

E, portanto, a função seno é periódica. Seu período é o menor valor positivo de $k \cdot 2\pi$, isto é, 2π .

Fazendo um diagrama com x em abscissas e $\text{sen } x$ em ordenadas, podemos construir o gráfico, como mostra a figura 4, denominado senóide, que nos indica como varia a função $f(x) = \text{sen } x$.

Figura 4: Gráfico da função seno.



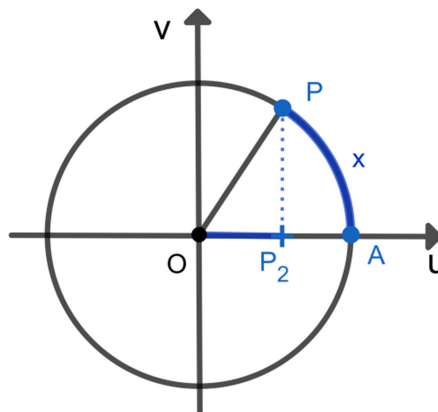
Fonte: Autor.

O domínio da função seno é \mathbb{R} , a senóide continua para a direita 2π e para a esquerda de 0.

II. Função Cosseno

Dado um número real x , seja P sua imagem no ciclo. Denominamos cosseno de x , a abscissa $\overline{OP_2}$ do ponto P em relação ao sistema uOv , como mostra a figura 5.

Figura 5: Cosseno no círculo trigonométrico.



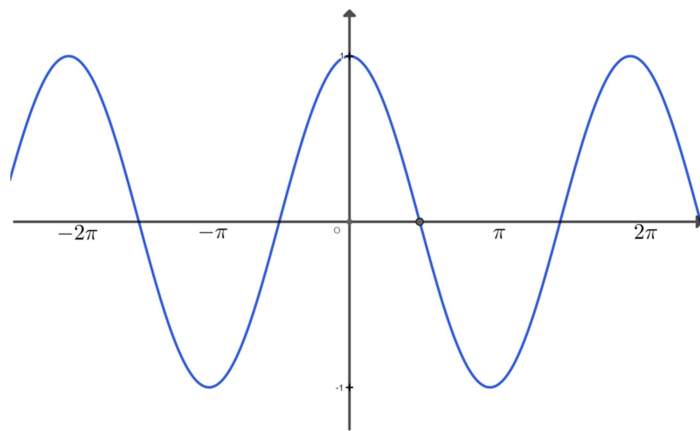
Fonte: Autor.

Denominamos função cosseno a função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ que associa a cada real x o real $\overline{OP_2} = \cos x$, isto é, $f(x) = \cos x$. Temos para a função cosseno:

- i. A imagem da função cosseno é o intervalo $[-1, 1]$, isto é, $-1 \leq \cos x \leq 1$ para todo x real.
- ii. A função cosseno é periódica e seu período é 2π .

Fazendo o diagrama com x nas abscissas e $\cos x$ em ordenadas podemos construir o gráfico 6, denominado cossenóide, que nos indica como varia a função $f(x) = \cos x$.

Figura 6: Gráfico da função cosseno.



Fonte: Autor.

Observe que, como o domínio da função cosseno é \mathbb{R} , a cossenóide continua para a direita de 2π e para a esquerda de zero.

III. Função Tangente

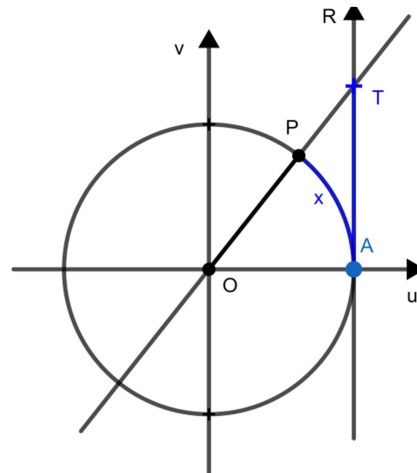
Dado um número real x ,

$$x \neq \frac{\pi}{2} + k \cdot \pi,$$

Seja P sua imagem no ciclo. Consideremos a reta \overline{OP} e T sua interseção com o eixo das tangentes.

É denominado tangente de x a medida algébrica do segmento \overline{AT} , como mostra a figura 7.

Figura 7: Tangente no círculo trigonométrico.



Fonte: Autor.

Denominamos função tangente a função $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ que associa a cada real $x, x \neq \frac{\pi}{2} + k \cdot \pi$, o real $\overline{AT} = \operatorname{tg} x$, isto é, $f(x) = \operatorname{tg} x$. Nesse caso, para $x \neq \frac{\pi}{2} + k \cdot \pi$, P está em B ou D e, então, a reta \overrightarrow{OP} fica paralela ao eixo das tangentes. Como nesse caso não existe ponto T , a $\operatorname{tg} x$ não é definida.

Também temos para a função tangente:

- i. O domínio da função tangente é $D = \{x \in \mathbb{R} | x \neq \frac{\pi}{2} + k \cdot \pi\}$.
- ii. A imagem da função tangente é \mathbb{R} , isto é, para todo y real existe um x real tal que $\operatorname{tg} x = y$.

De fato, dado $y \neq R$, consideremos sobre o eixo das tangentes o ponto T tal que $AT = y$. Construindo a reta \overrightarrow{OP} , observamos que ela intercepta o ciclo em dois pontos P e P' , imagens dos reais x cuja tangente é y .

- iii. A função tangente é periódica e seu período é π .

Se $\operatorname{tg} x = AT$ e $k \in \mathbb{Z}$, então $\operatorname{tg}(x + k\pi) = AT$, pois x e $x + k\pi$ tem imagens em P e P' coincidentes ou diametralmente opostas no ciclo e, assim $\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OP'}$, portanto $\overrightarrow{OP} \cap C = \overrightarrow{OP'} \cap C$.

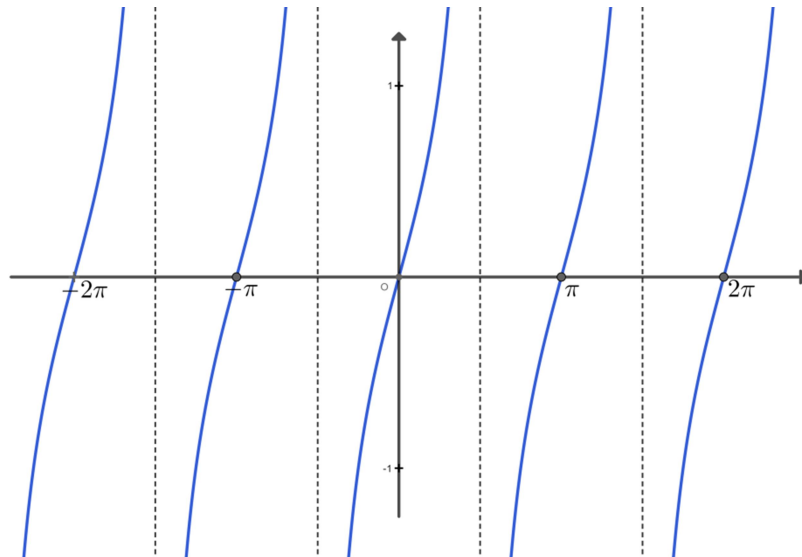
Temos, então para todo x real e $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$:

$$\operatorname{tg} x = \operatorname{tg}(x + k\pi)$$

E a função tangente é periódica. Seu período é o menor valor positivo de $k\pi$, isto é, π

Fazendo em diagrama com x nas abscissas e $tg x$ em ordenadas, podemos construir o gráfico da figura 8, denominamos tangenóide, que nos indica a variação da função $f(x) = tg x$.

Figura 8: Gráfico da função tangente.



Fonte: Autor.

Uma função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ chama-se periódica quando existe um número T tal que $f(t + T) = f(t)$ para todo $t \in \mathbb{R}$. Se isto ocorre, então $f(t + kT) = f(t)$ para todo $t \in \mathbb{R}$ e todo $k \in \mathbb{Z}$. O menor número $T > 0$ tal que $f(t + T) = f(t)$ para todo $t \in \mathbb{R}$, chama-se o período da função f . As funções seno e cosseno são periódicas, de período 2π (LIMA *et al.*, 1997).

IV. Parâmetros das funções trigonométricas

“Os gráficos da função seno e da função cosseno são idênticos, havendo apenas um deslocamento horizontal entre um e outro” (SANTOS; EFFGEN, 2018). Segundo Nascimento e Mathias (2021), na educação básica as principais funções trigonométricas apresentadas são as funções seno, cosseno e tangente. A função seno, assim como a cosseno são comumente apresentadas na forma geral, cuja forma da função seno é dada apresentada por $f(x) = sen(x)$, porém pode ser modificada, assumindo a forma $f(x) = a \cdot sen(b \cdot t + c) + d$, onde a, b, c e d são números reais conhecidos, denominados de parâmetros que alteram a forma do gráfico da função e $a \neq 0$ e $b \neq 0$.

- a : modifica a amplitude da função. A amplitude aumenta ou diminui dependendo do valor de a . Se $a < 0$ sua função é invertida. A amplitude da função é determinada calculando a metade da diferença entre os valores máximo e mínimo da função;

- b : altera o período da função. As funções $f(x) = senx$ e $f(x) = cosx$ possuem período igual a 2π , isso significa que, quando o comprimento do arco corresponder a

uma volta completa no ciclo trigonométrico, as funções seno e cosseno completarão um período. Ou seja, período é o comprimento de arco que compreende do ponto de início dos arcos até o ponto de uma volta completa no ciclo trigonométrico. Para as funções, período é o intervalo compreendido entre um ponto "de início da função", podendo a partir deste assumir fases crescente, decrescentes e crescente, até o instante, "ponto final de um período", em que a função começa repetir a característica iguais a partir do ponto de início.

Na função $f(x) = \text{sen}b \cdot x$, quando b é alterado ocorre variações no comprimento do período da função. Se alterado para valores $b > 1$, o comprimento do período diminui. Se $0 < b < 1$, o período da função aumenta. Já para valores negativos de b , quando $-1 < b < 0$, o período aumenta, enquanto, para valores menores que -1 , o período aumenta.

Sendo P o período, para se obter o período da função, basta fazer $P = \frac{2 \cdot \pi}{|b|}$. Na descrição de fenômenos periódicos, opta-se por utilizar valores positivos para a e b .

- c : determina o deslocamento horizontal do gráfico da função. Quando c é alterado para valores maiores que zero, $c > 0$, o gráfico de $f(x) = \text{sen}(x + c)$ é deslocado para a esquerda. Quando $c < 0$, deslocado para a direita. Se $c \neq 0$, o gráfico da função é transladado $\left| \frac{c}{b} \right|$ unidades.

- d : determina o deslocamento vertical do gráfico da função. O parâmetro d da função trigonométrica desloca o gráfico da função $y = \text{sen}(x)$ em d unidades para cima ou para baixo por completo. Se traçarmos uma linha horizontal no ponto médio entre o valor máximo e o valor mínimo da função $y = \text{sen}(x) + d$, obtemos uma linha central deste gráfico. Esta linha central encontra-se no valor do parâmetro d . Quando $d > 0$, o gráfico apresenta deslocamento para cima enquanto $d < 0$, o deslocamento é dado pra baixo.

3 MATERIAIS E MÉTODOS

3.1 Bases Para Fundamentação Teórica

As pesquisas foram realizadas por meio de plataformas eletrônicas, tais como:

- www.scholar.google.com/ - Google Acadêmico;
- <http://www.bdttd.ibict.br/> - Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD);
- www.capes.gov.br/ - Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES);
- Instituto Nacional de Meteorologia - INMET.

3.2 Caracterização da Area de Estudo

Segundo Rodrigues e Luz (2021), “A cidade de Belém apresenta um dos maiores índices pluviométricos do Estado do Pará”. Belém, capital do estado do Pará, está localizada as margens do rio Guajará, encontra-se localizada na região norte brasileira, hemisfério sul. Belém possui baixa latitude, está situada a 1 °28' S (latitude) e 48°29' W (longitude), a 10m de altitude do nível do mar (VAREJÃO-SILVA, 2006). A região possui um ambiente climático quente e úmido, se enquadrando na classificação de *Köppen – Geiger* (Af) na qual, a primeira letra faz correspondência ao grupo de clima tropical chuvoso, megatérmico com temperatura média de 18° C no mês mais frio e médio de precipitação pluvial anual superior a 700 mm, precipitação maior que a evapotranspiração e, a segunda corresponde ao subgrupo pertencente ao clima equatorial; e *Thorntwaite* (B4rA), ambas as classificações pertencentes às classes de clima tropical sem ocorrência de inverno estacional (BASTOS *et al.*, 2002) e (GOMES *et al.*, 2022). A região possui esse ambiente climático por influência direta da floresta amazônica, e por consequência da baixa latitude, e influência da maritimidade por possuir inúmeros rios e igarapés, estes contribuem para o fornecimento de umidade, além de, sua proximidade com o oceano Atlântico.

A capital possui grande concentração de chuva durante o período da tarde. De acordo com Bastos *et al.* (2002), o período de chuvas pode ser dividido em: chuvoso, entre os meses de dezembro a maio, com precipitações originadas pela

Zona de Convergência Intertropical – ITCZ e, efeitos de mesoescala; e, período menos chuvoso entre junho e novembro, onde as chuvas são provocadas por efeitos locais como brisas marítimas e terrestres. Esses períodos podem ser atribuído ao clima equatorial, podendo também haver períodos sem chuvas (período seco).

3.3 Instituto Nacional de Meteorologia – INMET

O INMET foi criado pelo decreto 7.672 do presidente Nilo Peçanha em 18 de novembro de 1909, com o nome de Diretoria de Meteorologia e Astronomia vinculado ao ministério da Agricultura, Indústria e Comércio, alterando suas denominações no decorrer do tempo até sua atual.

Atualmente, o Instituto é um órgão do Ministério da Agricultura e Pecuária, sua sede está localizada em Brasília responsável por administrar mais de 750 estações meteorológicas em seis estados, cobrindo todo o território brasileiro.

O INMET tem como objetivo agregar e contribuir para a melhoria da produção agrícola no Brasil através de informações meteorológicas por meio de monitoramento análise e previsões do tempo e clima elaborando diariamente, para todo o território brasileiro, avisos e boletins sobre suas previsões.

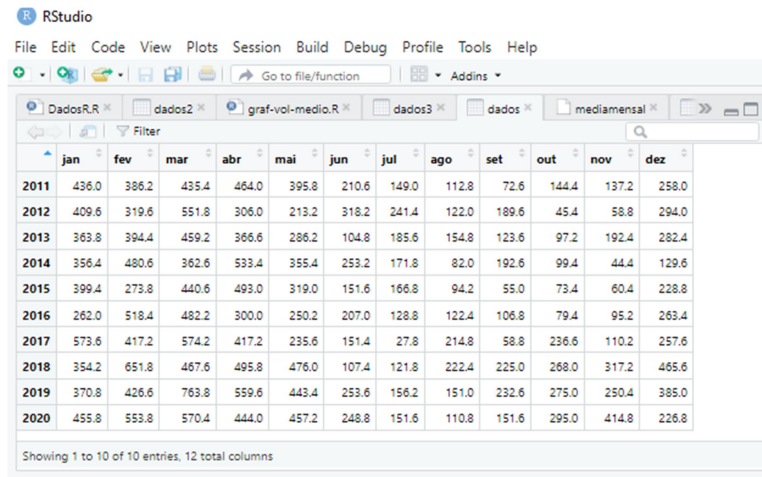
A coleta de dados relacionados á precipitações de Belém foi feita através do Banco de Dados do Instituto Nacional de Meteorologia – INMET. O banco de dados fornece informações em arquivo formato .zip contendo dados sobre volume de chuva, pressão atmosférica, radiação, temperatura, umidade, etc., da região pesquisada. Os dados são colocados na plataforma digital do instituto, de forma gratuita, acessível por meio do site <https://portal.inmet.gov.br>.

3.4 Tratamento, Organização dos Dados e Construção do Modelo

Para a construção do modelo, foram utilizados dados no intervalo de 2011 até 2020, disponibilizados pelo INMET em formato .zip. No banco de dados do INMET, os dados são organizados em intervalo de tempo horário e foram obtidos acessando o site <https://bdmep.inmet.gov.br>. De posse dos dados, foi feito o tratamento, selecionando apenas referente ao volume de precipitações pluviométricas, em

seguida efetuando a soma diária e, posteriormente, o total mensal organizando-os em tabela separados por mês e ano, com os totais mensais, como mostra a figura 9.

Figura 9: Tabela de dados em R'stúdio.

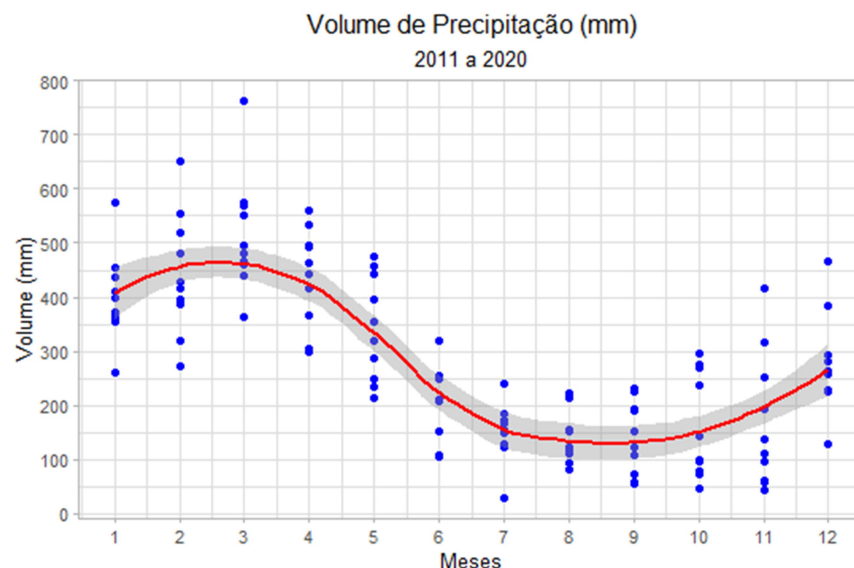


	jan	fev	mar	abr	mai	jun	jul	ago	set	out	nov	dez
2011	436.0	386.2	435.4	464.0	395.8	210.6	149.0	112.8	72.6	144.4	137.2	258.0
2012	409.6	319.6	551.8	306.0	213.2	318.2	241.4	122.0	189.6	45.4	58.8	294.0
2013	363.8	394.4	459.2	366.6	286.2	104.8	185.6	154.8	123.6	97.2	192.4	282.4
2014	356.4	480.6	362.6	533.4	355.4	253.2	171.8	82.0	192.6	99.4	44.4	129.6
2015	399.4	273.8	440.6	493.0	319.0	151.6	166.8	94.2	55.0	73.4	60.4	228.8
2016	262.0	518.4	482.2	300.0	250.2	207.0	128.8	122.4	106.8	79.4	95.2	263.4
2017	573.6	417.2	574.2	417.2	235.6	151.4	27.8	214.8	58.8	236.6	110.2	257.6
2018	354.2	651.8	467.6	495.8	476.0	107.4	121.8	222.4	225.0	268.0	317.2	465.6
2019	370.8	426.6	763.8	559.6	443.4	253.6	156.2	151.0	232.6	275.0	250.4	385.0
2020	455.8	553.8	570.4	444.0	457.2	248.8	151.6	110.8	151.6	295.0	414.8	226.8

Fonte: Autor.

Para Organização e construção do modelo foi utilizado o software RStúdio, que é um ambiente de programação integrada (IDE), versão de software que utiliza da linguagem de programação de estatística R, para organização, tratamento e desenvolvimento de gráficos.

Figura 10: Gráfico de dispersão.



Fonte: Autor.

A partir da tabela de dados, para análise, utilizando a biblioteca ggplot2, foi feita a construção do gráfico, apresentado na figura 10, com os valores totais mensais e os meses identificados em ordem numérica de 1 a 12. Na figura 10,

temos o gráfico de dispersão exibindo um conjunto de dados emparelhados, cujos pontos que correspondem a soma mensal do volume de precipitação pluviométrica e a curva de tendência em vermelho. A curva em vermelho, no gráfico de dispersão, apresenta comportamento igual a uma função senóide, apresentando característica semelhante de crescimento, decrescimento e novamente crescimento.

No R'stúdio, foram extraídas as médias aritméticas de cada mês e organizadas em tabela como mostra a figura 11. A média é uma medida de tendência central, cujo valor “representa uma observação típica ou central de um conjunto de dados” (LARSON; FARBER, 2015). Sendo M a média e N o número de parcelas, a média é dada por:

$$M = \frac{x_1 + \dots + x_n}{N} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n x_i$$

“A média de um conjunto de dados é a soma dos valores dos dados dividida pelo número de observações” (LARSON; FARBER, 2015). Em seguida, utilizando a biblioteca ggplot2, obtivemos os dados dispostos no gráfico de pontos como mostra

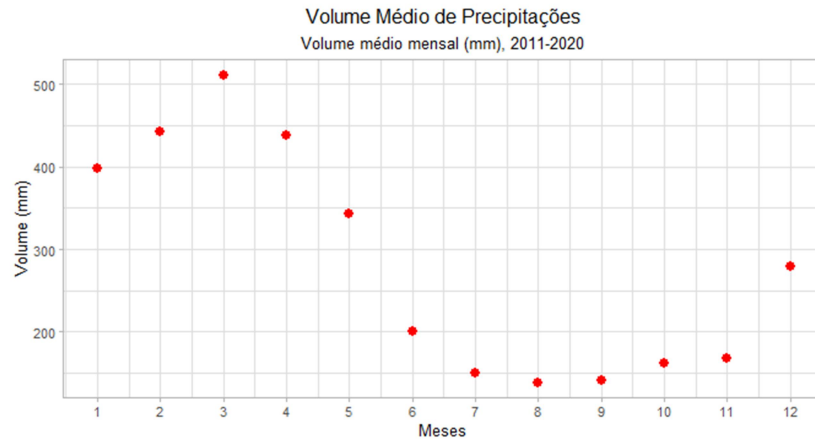
Figura 11: Médias mensais.

mes	media
1	398.16
2	442.24
3	510.78
4	437.96
5	343.20
6	200.66
7	150.08
8	138.72
9	140.82
10	161.38
11	168.10
12	279.12

Fonte 1: Autor.

a figura 12.

Para descrever o comportamento volumétrico de precipitação de forma analítica, a partir desses pontos, foi feita a construção de uma função senóide que se aproxime dos pontos observados no gráfico. As funções seno apresentam-se na forma $f(x) = a \cdot \text{sen}(b \cdot x + c) + d$, para obter a função seno, precisa-se determinar os coeficientes a, b, c e d .

Figura 12: Volume médio mensal de precipitações.

Fonte: Autor.

Para determinar o coeficiente a , inicialmente precisa-se dos valores máximo e mínimo que irão corresponder aos volumes médios, máximo e mínimo. O coeficiente a é dado pela razão da diferença entre média máxima e mínima por 2. Sendo média máxima = 510.78 e média mínima = 138.72, temos:

$$a = \frac{510.78 - 138.72}{2} \rightarrow a = \frac{372.06}{2} \therefore a = 186.03$$

Os dados observados correspondem ao intervalo de 12 meses. Usando $P = \frac{2 \cdot \pi}{b}$, para determinar o período de funções seno e sendo $P = 12$, para determinar b temos:

$$12 = \frac{2 \cdot \pi}{b} \rightarrow b = \frac{2 \cdot \pi}{12} \therefore b = \frac{\pi}{6}$$

O parâmetro d determina o deslocamento vertical da função e é dado calculando-se o ponto médio entre os valores, média máxima e mínima. Logo, temos:

$$d = \frac{510.78 + 138.72}{2} \rightarrow d = \frac{649.5}{2} \therefore d = 324.75$$

Para determinar o parâmetro c , faremos a substituição dos coeficientes já determinados e um par ordenado da tabela, na figura 11, em $f(x) = a \cdot \text{sen}(b \cdot x + c) + d$.

Dados $a = 186.03$, $b = \frac{\pi}{6}$, $d = 324.75$, $x = 3$ e $f(x) = 510.78$, que corresponde ao volume máximo. Temos:

$$f(x) = a \cdot \text{sen}(b \cdot x + c) + d$$

$$510.78 = 186.03 \cdot \text{sen}\left(\frac{\pi}{6} \cdot 3 + c\right) + 324.75$$

$$510.78 - 324.75 = 186.03 \cdot \text{sen}\left(\frac{\pi}{2} + c\right)$$

$$\frac{186.03}{186.03} = \text{sen}\left(\frac{\pi}{2} + c\right)$$

$$1 = \text{sen}\left(\frac{\pi}{2} + c\right)$$

Sendo, $\text{sen}\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$. Temos:

$$\text{sen}\left(\frac{\pi}{2} + c\right) = 1 \rightarrow \text{sen}\left(\frac{\pi}{2} + 0\right) = 1 \therefore c = 0$$

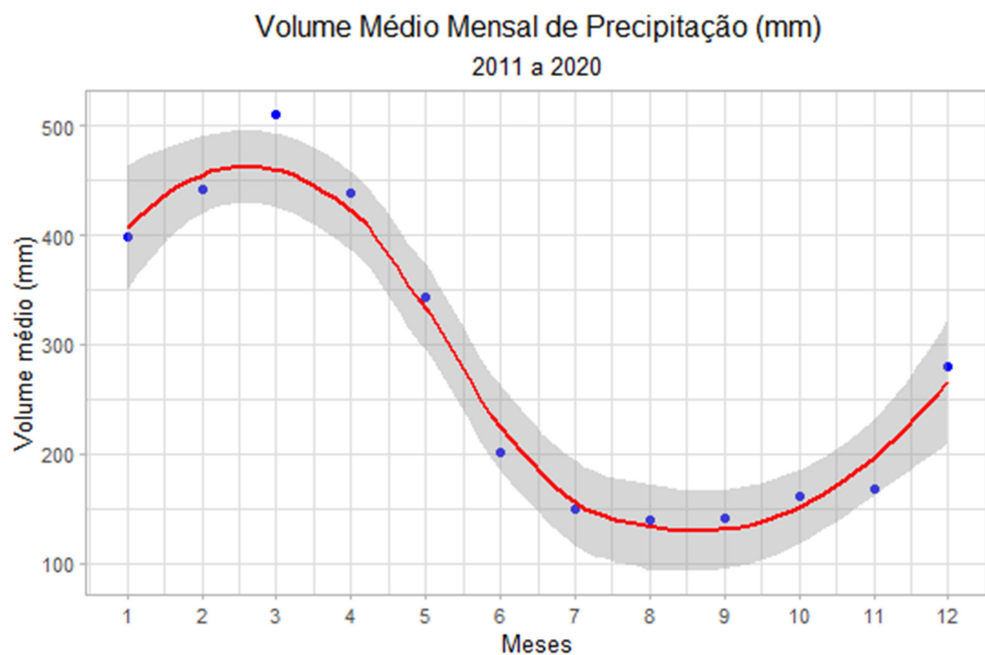
4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Estabelecido os coeficiente a, b, c e d e substituindo-os na função $f(x) = a \cdot \text{sen}(b \cdot x + c) + d$, temos a seguinte função:

$$f(x) = 186.03 \cdot \text{sen} \left(\frac{\pi}{6} \cdot x \right) + 324.75 \quad (I)$$

As figuras 13 e 14 mostram o comportamento volumétrico médio mensal total durante 12 meses. O gráfico da figura 13, mostra a linha de tendência sobre comportamento volumétrico das médias obtida por meio do software R'stúdio, esta linha não apresenta forma analítica para descrição do fenômeno. Já o gráfico na figura 14, a curva destacada em azul apresenta forma analítica, que descreve o comportamento volumétrico.

Figura 13: Volume médio mensal de precipitações com linha de tendência.

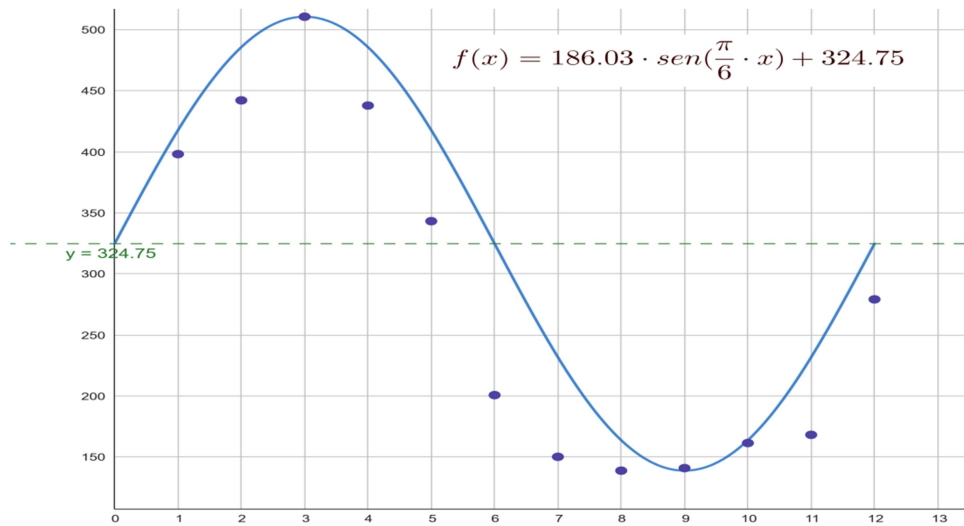


Fonte: Autor.

Por meio da função, mostrada na figura 14, podemos ter a noção de padronização do comportamento da chuva de por meio de método matemático. Verifica-se um ciclo anual onde os maiores volumes de chuva ocorrem entre os meses de dezembro a maio, cujos volumes são maiores que 324,75(mm), período compreendido entre o solstício de dezembro e solstício de junho, período do ano em que ocorrem as estações verão e outono no hemisfério sul do planeta, na qual o recebimento de energia solar é maior em comparação ao hemisfério norte.

Já no segundo semestre, entre junho e dezembro, as médias do volume de chuva são menores, meses em que ocorrem as estações inverno e primavera, onde a radiação solar é menor em relação hemisfério norte.

Figura 14: Comparação entre função e os pontos médios.



Fonte: Autor.

5 CONSIDERAÇÕES

A função apresentada é uma representação matemática que descreve o comportamento do volume médio mensal de chuvas de Belém. A função obtida pode ser usada para como modelo de observação para tomada de decisão que necessite de tal descrição. Porém, tendo em vista que, segundo (STEINKE, 2016), “os climas da Terra sofrem alterações em função de inúmeros fatores”, podendo ocorrer por interferências antropológicas como também natural, a função obtida poderá ser alterada por meio do acréscimo de dados, alterando ou não as médias mensais ocasionando na mudança de seus parâmetros.

Importante considerar que, “o estudo do comportamento da precipitação pluviométrica é fundamental, uma vez que possibilita detectar tendências ou alterações climáticas em variadas escalas, além de compará-las” (LIMA *et al.*, 2022). Desta forma, a partir do acréscimo de dados, e por meio de modelos, é possível detectar mudanças climáticas e variações anormais, uma vez que, pode haver a ocorrência de períodos de secas.

Neste modelo não foram utilizadas ferramentas para verificação de desempenho, podendo ser utilizadas Erro Percentual Absoluto Médio (MAPE) e/ou Raiz do Erro Quadrático Médio (RMSE), por se tratar de um exemplo de modelo com aplicação a partir de dados que refere a fenômeno real (precipitação). Neste sentido, este modelo pode ser útil em sala de aula como exemplo para construção de modelo matemático com utilização de função cíclica.

Contudo, a função comprova, através da aplicação de conceitos da matemática, a descrição dita por (BASTOS *et al.*, 2002) e (SANTIAGO *et al.*, 2011), sobre o comportamento anual das chuvas da capital paraense.

REFERÊNCIAS

- AYOADE, J. O. **“Introdução à climatologia para os trópicos: J. O. Ayoade; tradução de Maria Juraci Zani dos Santos; revisão de Suely bastos ; coordenação editorial de Antonio Christofolletti”**. [S.l.: s.n.], 1996.
- BARALDI, Â. P. **“Modelagem matemática: um recurso facilitador no processo ensino-aprendizagem.”** 101f. Tese (Doutorado) — Dissertação (Mestrado em Matemática em Rede Nacional). Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, 2018.
- BASSANEZI, R. C. **“Ensino-aprendizagem com modelagem matemática”**. 2002.
- BASTOS, T. X.; PACHECO, N. A.; NECHET, D.; SÁ, T. d. A. **“Aspectos climáticos de belém nos últimos cem anos.”** Belém, PA: Embrapa Amazônia Oriental, 2002., 2002.
- BEAN, D. **“O que é modelagem matemática?”** Educação matemática em revista, Sociedade Brasileira de Educação Matemática, v. 8, n. 9/10, p. 49–57, 2019.
- BERTONE, A. M. A.; BASSANEZI, R. C.; JAFELICE, R. S. d. M. **“Modelagem matemática”**. UFU, 2019.
- BIEMBENGUT MARIA SALETT; HEIN, N. **“Modelagem matemática no ensino”**. Contexto, v. 4. ed., 2007.
- BLUM, W. **“Introduction for the un-initiated reader. in: Modelling and applications in mathematics education”**. The 14 ICMI Study, 2007.
- BOYER, C. B.; MERZBACH, U. C. **“História da matemática”**. [S.l.]: Editora Blucher, 2019.
- EVES, H. **“Introdução à história da matemática”**. [S.l.]: Editora da Unicamp, 2011. (Tradução de Hygino H. Domingues. 5ª edição - Campinas). ISBN 8526806572.
- GOMES, A. S.; PEREIRA, F. d. S.; SILVA, M. E. S. d.; VIANA, M. C.; CAETANO, O. C. **“Fatores e elementos climáticos usando a classificação de köppen-geiger”**. Projeto de Extensão, Universidade Federal de Alagoas, 2022.
- GUIMARÃES, R.; RABELO, T.; CATETE, C. P.; ALVES, P. d. P. A.; SILVA, R. C. **“Georreferenciamento dos pontos de alagamento em Belém (PA)”**. In: CONGRESSO DA ABES/FENASAN. [S.l.: s.n.], 2017.
- INMET, I. N. d. M. **“Banco de Dados do INMET”**. Acesso em: 18 de setembro 2023.

KLÜBER, T. E. “**Modelagem matemática: revisitando aspectos que justificam a sua utilização no ensino**”. Modelagem matemática, p. 41, 2016.

KLÜBER, T. E.; BURAK, D. “**Concepções de modelagem matemática: contribuições teóricas**”. Educação Matemática Pesquisa, v. 10, n. 1, 2008.

LARSON, R.; FARBER, B. “**Estatística Aplicada**”. [S.l.]: Pearson Education do Brasil, 2015, 2015. ISBN 978-85-4301-811-9.

LIMA, A. F. B. de; MOREIRA, J. G. V.; VIRGILIO, L. R.; SERRANO, R. O. P.; NASCIMETO, L.; FERREIRA, J. B. “**Aportes teóricos sobre a influência dos fenômenos atmosféricos na precipitação do estado do acre e o uso de índice para avaliação da chuva**”. UÁQUIRI-Revista do Programa de Pós Graduação em Geografia da Universidade Federal do Acre, v. 4, n. 1, 2022.

LIMA, E. L.; CARVALHO, P. C. P.; WAGNER, E.; MORGADO, A. C. “**A matemática do ensino médio**”. [S.l.]: SBM Rio de Janeiro, 1997. v. 6.

LIMA, E. L. et al. “**Meu Professor de Matemática e outras histórias**”. [S.l.]: Sociedade Brasileira de Matemática, 1991.

MENDONÇA, F.; DANNI-OLIVEIRA, I. M. “**Climatologia: noções básicas e climas do Brasil**”. [S.l.]: Oficina de textos, 2017.

MEYER, J. F. d. C. d. A.; CALDEIRA, A. D.; MALHEIROS, A. P. d. S. “**Modelagem matemática na educação**”. Autêntica Editora, 2011.

NASCIMENTO, L. E. S. d.; MATHIAS, C. V. “**Sobre as variações de parâmetros das funções trigonométricas: uma aplicação**”. Revista Brasileira de Iniciação Científica, v. 8, p. e021042, dez. 2021.

NOGUEIRA, S.; CANALLE, J. B. G. “**Astronomia: ensino fundamental e médio: parte 1**”. Ministério da Educação, 2009.

OLIVEIRA, A. T. E. d. “**Ensino de funções trigonométricas com modelagem matemática**”. Dissertação de Mestrado, 2019.

RODRIGUES, J. E. C.; LUZ, L. M. da. “**Risco hidroclimático e impacto das precipitações em planícies urbanas de belém-pa hydroclimatic risk and impact of precipitations on urban plains of belém-pa**”. Revista do Instituto Histórico e Geográfico do Pará (IHGP), v. 08, p. 165–183, 2021.

SANTIAGO, A. V.; RIBEIRO, V. C.; COSTA, J. F.; PACHECO, N. A. “**Variabilidade e intensidade das chuvas em belém-pa**”. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE AGROMETEOROLOGIA. [S.l.: s.n.], 2011. v. 27.

SANTOS, G. V. H. d.; EFFGEN, L. F. **“Fenômenos cíclicos - modelagem comm funções trigonométricas”**. Profmat, 2018.

SOSTISSO, A. F. **“Modelação matemática: competência científica de uma licenciatura em matemática”**. Dissertação (Mestrado) — Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, 2014.

SOUZA, E. S. R. d.; SANTO, A. O. d. E. et al. **“Alfabetização científica em ambiente de modelagem matemática”**. REAMEC-Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática, Universidade Federal de Mato Grosso, 2017.

STEINKE, E. T. **“Climatologia fácil”**. [S.l.]: Oficina de Textos, 2016.

VAREJÃO-SILVA, M. A. **“Meteorologia e climatologia: versão digital 2”**. Recife: Esalq, p. 449, 2006