



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE TECNOLOGIA
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA

**EFEITO DAS VIBRAÇÕES MECÂNICAS ATRAVÉS DA ANÁLISE MODAL E
HARMÔNICA DA ASA DE UMA AERONAVE AERODESIGN PELO MÉTODO DOS
ELEMENTOS FINITOS**

GABRIEL HENRIQUE MONTEIRO COSTA

BELÉM-PA

2025

GABRIEL HENRIQUE MONTEIRO COSTA

**EFEITO DAS VIBRAÇÕES MECÂNICAS ATRAVÉS DA ANÁLISE MODAL E
HARMÔNICA DA ASA DE UMA AERONAVE AERODESIGN PELO MÉTODO DOS
ELEMENTOS FINITOS**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à
Faculdade de Engenharia Mecânica do Instituto
de Tecnologia da Universidade Federal do Pará,
como requisito parcial para obtenção do título
de Bacharel em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Fábio Antônio do
Nascimento Setúbal.

BELÉM-PA

2025

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD
Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Pará
Gerada automaticamente pelo módulo Ficat, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

M772c Monteiro Costa, Gabriel Henrique.
Efeito das vibrações mecânicas através da análise modal e
harmônica da asa de uma aeronave aerodesign pelo Método dos
Elementos Finitos / Gabriel Henrique Monteiro Costa. — 2025.
xiii, 66 f. : il. color.

Orientador(a): Prof. Dr. Fábio Antônio do Nascimento Setúbal
Trabalho de Curso (Graduação) - Universidade Federal do Pará,
Instituto de Tecnologia, Faculdade de Engenharia Mecânica,
Belém, 2025.

1. Aeroelasticidade. 2. Vibrações mecânicas. 3. Método
dos Elementos Finitos. 4. Ressonância. 5. Análise modal. I.
Título.

CDD 620.3

GABRIEL HENRIQUE MONTEIRO COSTA

**EFEITO DAS VIBRAÇÕES MECÂNICAS ATRAVÉS DA ANÁLISE MODAL E
HARMÔNICA DA ASA DE UMA AERONAVE AERODESIGN PELO MÉTODO DOS
ELEMENTOS FINITOS**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à
Faculdade de Engenharia Mecânica do Instituto
de Tecnologia da Universidade Federal do Pará,
como requisito parcial para obtenção do título
de Bacharel em Engenharia Mecânica.

Data da aprovação: 17/12/2025.

Conceito: Excelente

BANCA EXAMINADORA:

Orientador: Prof. Dr. Fábio Antônio do Nascimento Setúbal
FEM / ITEC / UFPA

Prof. Dr. Leopoldo Pacheco Bastos
FEM / ITEC / UFPA

Prof. M.e. Sérgio de Souza Custódio Filho
CMI / IFPA

AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente, a Deus, meu alicerce, por me conceder forças, oportunidades e sabedoria para trilhar este caminho, guiando-me sempre pelos melhores caminhos.

Minha gratidão eterna à minha avó, Creuza, e ao meu pai, Paulo André, que hoje descansam em paz, mas seguem vivos em meu coração e em cada conquista da minha vida. Foram eles que me deram suporte incondicional, moldando meu crescimento pessoal e intelectual, e a eles dedico este momento especial.

Aos meus familiares e amigos, que estiveram ao meu lado nos momentos de dificuldade, oferecendo apoio, incentivo e palavras de conforto, meu sincero agradecimento. Sem vocês, esta jornada teria sido muito mais árdua.

Aos meus professores, que tanto contribuíram para minha formação, expresso minha gratidão, especialmente ao meu orientador, Fábio Setúbal, por sua dedicação, paciência e valioso conhecimento compartilhado. Seu suporte foi essencial para o desenvolvimento deste trabalho e para minha evolução acadêmica.

Também agradeço à equipe Uirapuru *Aerodesign*, por ter dado a oportunidade de levantar essa pesquisa e por ter me acolhido tão bem. A equipe Uirapuru se tornou um pilar fundamental na minha trajetória. Além do aprendizado técnico, proporcionou-me experiências inesquecíveis e fortaleceu ainda mais minha paixão pela aviação.

A todos que, de alguma forma, fizeram parte dessa caminhada, meu muito obrigado!

EPÍGRAFE

"A única maneira de fazer algo excelente é amar o que você faz".

(STEVE JOBS, 2005).

RESUMO

O presente trabalho analisa os efeitos das vibrações mecânicas na asa de um protótipo de aeronave da equipe Uirapuru *Aerodesign*, utilizando a análise modal através do Método dos Elementos Finitos (MEF). O objetivo consistiu em avaliar o comportamento dinâmico da asa e a possibilidade de ocorrência de fenômenos aeroelásticos, como a ressonância e o flutter, sob condições representativas de voo nivelado. A metodologia envolveu a modelagem geométrica da asa em CAD, a definição das propriedades mecânicas dos materiais compósitos utilizados e a execução de análises modais e harmônicas no software ANSYS. O estudo de convergência de malha assegurou a estabilidade numérica dos resultados para elementos de até 0,028 m de tamanho, enquanto a análise modal revelou seis modos de vibração com frequências naturais variando entre 36,22 Hz e 291,05 Hz. Verificou-se que os deslocamentos predominam na direção vertical (eixo Y), enquanto a força de excitação aplicada atua no eixo Z, caracterizando ausência de acoplamento entre as direções de excitação e vibração. Dessa forma, não se observou amplificação vibratória significativa nem indícios de instabilidade aeroelástica, evidenciando a estabilidade estrutural da asa sob as condições simuladas. O estudo confirma a eficiência do MEF como ferramenta de análise e validação no projeto de aeronaves educacionais, contribuindo para o aprimoramento estrutural e a segurança operacional.

Palavras-chave: Aeroelasticidade. Vibrações mecânicas. Método dos elementos finitos. Asa. Ressonância. Análise modal.

ABSTRACT

This study analyzes the effects of mechanical vibrations on the wing of an aircraft prototype developed by the Uirapuru Aerodesign team, applying the Finite Element Method (FEM) as a structural simulation tool. The main objective was to evaluate the dynamic behavior of the wing and the potential occurrence of aeroelastic phenomena, such as resonance and flutter, under level-flight conditions. The methodology involved the geometric modeling of the wing using CAD software, definition of the mechanical properties of the composite materials, and the execution of modal and harmonic analyses in ANSYS. The mesh convergence study ensured numerical stability for element sizes up to 0.028 m, while the modal analysis revealed six vibration modes with natural frequencies ranging from 36.22 Hz to 291.05 Hz. The results showed predominant displacements in the vertical direction (Y-axis), whereas the excitation force acted along the Z-axis, indicating no coupling between the excitation and vibration directions. Thus, no significant vibratory amplification or aeroelastic instability was observed, confirming the structural stability of the wing under the simulated conditions. The study demonstrates the effectiveness of FEM as a tool for analysis and validation in educational aircraft design, contributing to structural optimization and operational safety.

Keywords: Aeroelasticity. Mechanical vibrations. Finite element method. Wing. Resonance. Flutter.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Modelo de sistema massa-mola com dois graus de liberdade.....	17
Figura 2 – Amplitude de vibração causada por ressonância	209
Figura 3 – Os quatro primeiros modos de vibração de uma estrutura.....	211
Figura 4 – Exemplo de resposta em frequência de um sistema sem amortecimento	222
Figura 5 – Representação dos componentes de uma asa de avião aerodesign	23
Figura 6 – Elementos geométricos de um perfil aerodinâmico	23
Figura 7 – Análise de Métodos de Elementos Finitos	31
Figura 8 – Malha de elementos finitos da asa de uma aeronave	32
Figura 9 – Etapas de processamento.....	33
Figura 10 – Etapa de construção da estrutura da asa.....	34
Figura 11 – Asa esquerda do Aerodesign UR-25 preparada	34
Figura 12 – Avião da equipe Uirapuru Aerodesign 2025.....	35
Figura 13 – Montagem da asa em CAD	37
Figura 14 – Representação da asa em vista isométrica	38
Figura 15 – Modelo 3D da asa do avião aerodesign UR-25.....	38
Figura 16 – Convergência de malha para o quinto modo de vibração	39
Figura 17 – Malha do perfil geométrico da asa de avião Aerodesign	40
Figura 18 – Perfil engastado (condição de contorno fixo-livre).....	40
Figura 19 – Força de 1N no extradorso e intradorso da asa	41
Figura 20 – Gráfico Frequência x Modo de vibração.....	42
Figura 21 – Primeiro modo de vibração	43
Figura 22 – Segundo modo de vibração	43
Figura 23 – Terceiro modo de vibração	43
Figura 24 – Quarto modo de vibração	44
Figura 25 – Quinto modo de vibração	44
Figura 26 – Sexto modo de vibração	45
Figura 27 – Amplitude (m) x Frequência (Hz) x Ângulo de fase (°)	46

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Classificação dos problemas aeroelásticos	27
Tabela 2 – Propriedades da fibra de carbono	35
Tabela 3 – Propriedades da madeira balsa.....	36
Tabela 4 – Propriedades do plywood	36
Tabela 5 – Propriedades do compósito fibra de vidro/epóxi	37
Tabela 6 – Propriedades do isopor	37
Tabela 7 – Relação entre tamanho de elemento e frequência natural (modo 5).....	39
Tabela 8 – Tipos de elementos e suas quantidades	40

LISTA DE SÍMBOLOS

F	Força
m	Massa
a	Aceleração
ω_n	Frequência natural
k	Rigidez da mola
$F(t)$	Força externa em função do tempo
$[M]$	Matriz de massa
$[C]$	Matriz de amortecimento
$[K]$	Matriz de rigidez
$\ddot{x}$	Vetor aceleração
$\dot{x}$	Vetor velocidade
x	Vetor deslocamento
$H(\omega)$	Função de Resposta em Frequência
$\ddot{x}_1(\omega)$	Sinal de saída
$\ddot{x}_2(\omega)$	Sinal de entrada
E_X	Módulo de elasticidade na direção x
E_Y	Módulo de elasticidade na direção y
E_Z	Módulo de elasticidade na direção z
ν_{XY}	Coeficiente de Poisson em y devido a uma carga em x
ν_{YZ}	Coeficiente de Poisson em z devido a uma carga em y
ν_{XZ}	Coeficiente de Poisson em z devido a uma carga em x
G_{XY}	Módulo de cisalhamento no plano xy
G_{YZ}	Módulo de cisalhamento no plano yz
G_{XZ}	Módulo de cisalhamento no plano xz
σ_{TL}	Resistência a tração longitudinal
σ_{TT}	Resistência a tração transversal
σ_{TR}	Resistência a tração radial
σ_{CL}	Resistência a compressão longitudinal
σ_{CT}	Resistência a compressão transversal
σ_{CR}	Resistência a compressão radial
τ_{LT}	Resistência ao cisalhamento no plano longitudinal – transversal

τ_{TR}	Resistência ao cisalhamento no plano transversal – radial
τ_{LR}	Resistência ao cisalhamento no plano longitudinal – radial
E_M	Módulo de elasticidade
ν	Coeficiente de Poisson
G	Módulo de cisalhamento
σ_T	Limite de tensão (tração)
σ_C	Limite de tensão (compressão)
τ	Limite de tensão (cisalhamento)
σ_{TX}	Resistência a tração em x
σ_{TZ}	Resistência a tração em z
σ_{CX}	Resistência a compressão em x
σ_{CZ}	Resistência a compressão em z
τ_{XY}	Resistência ao cisalhamento no plano xy
τ_{YZ}	Resistência ao cisalhamento no plano yz
τ_{XZ}	Resistência ao cisalhamento no plano xz

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	13
1.1	OBJETIVOS.....	14
1.1.1	Objetivo Geral	14
1.1.2	Objetivos Específicos	14
2	REFERENCIAL TEÓRICO	16
2.1	VIBRAÇÕES	16
2.1.1	Vibração Forçada e Resposta Harmônica	18
2.1.2	Ressonância e riscos estruturais	19
2.1.3	Análise Modal	20
2.1.4	Função de Resposta em Frequência (FRF).....	21
2.2	COMPOSIÇÃO ESTRUTURAL DE UMA ASA DE AVIÃO AERODESIGN.....	23
2.3	AERODINÂMICA.....	24
2.4	CARACTERÍSTICAS DA AEROELASTICIDADE	25
2.4.1	Fenômeno de Aeroelasticidade Estática.....	26
2.4.2	Fenômenos de Aeroelasticidade Dinâmica	27
2.5	MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS (MEF).....	29
2.6	FORMAÇÃO DE MALHAS	31
3	METODOLOGIA	33
4	RESULTADOS E DISCUSSÕES	42
4.1	ANÁLISE NUMÉRICA DA ASA NA CONDIÇÃO FIXO-LIVRE	42
5	CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS	47
5.1	CONCLUSÃO.....	47
5.2	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	48
6	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	49
	APÊNDICE A – CONFIGURAÇÃO DO ANSYS PARA ANÁLISE MODAL	54
	APÊNDICE B – CONFIGURAÇÃO DO ANSYS PARA ANÁLISE DE FUNÇÃO DE	
	RESPOSTA EM FREQUÊNCIA (FRF)	62

1 INTRODUÇÃO

Os projetos aeronáuticos estudantis, como aqueles desenvolvidos no âmbito da competição SAE Brasil *Aerodesign*, desempenham um papel fundamental na formação de engenheiros, uma vez que permitem a aplicação prática de conceitos teóricos da aerodinâmica, estrutura e materiais em problemas reais de engenharia (Costamilan, 2018).

Essas aeronaves, geralmente são classificadas como veículos aéreos não tripulados, são projetadas com foco em leveza estrutural e eficiência de desempenho, empregando materiais de baixa densidade e elevada rigidez, como compósitos reforçados por fibras, espumas estruturais e madeiras de engenharia. Entretanto, a busca por estruturas cada vez mais leves pode aumentar a suscetibilidade a fenômenos dinâmicos indesejáveis, especialmente vibrações mecânicas e efeitos aeroelásticos, assim, tais ocorrências podem comprometer o desempenho em voo e a integridade estrutural, manifestando-se por meio de instabilidades como a divergência, flutter e vibrações induzidas pelo escoamento dinâmico (Bisplinghoff, 1996, apud Gasparetto; Carneiro; Machado, 2019).

As vibrações mecânicas podem ser compreendidas como oscilações periódicas ou quase periódicas resultantes da troca contínua entre energia cinética e potencial em um sistema. No contexto estrutural, essas vibrações podem ser modeladas de forma simplificada por sistemas massa-mola-amortecedor, nos quais a rigidez, a massa e o amortecimento governam a resposta dinâmica. Quando uma estrutura é excitada em frequências próximas às suas frequências naturais, pode ocorrer amplificação vibratória significativa, caracterizando o fenômeno da ressonância, que pode levar a falhas estruturais caso não seja adequadamente controlado (Rao, 2008).

Para avaliar esses fenômenos de maneira segura e eficiente, o uso de ferramentas numéricas torna-se indispensável. Nesse contexto, o Método de Elementos Finitos (MEF) destaca-se como uma técnica amplamente utilizada na engenharia para análise estrutural de geometrias complexas, permitindo a obtenção de resultados aproximados a partir da discretização da estrutura em elementos e nós, dessa forma, essa metodologia possibilita a avaliação de deslocamentos, tensões, deformações e propriedades dinâmicas, sendo amplamente empregada em projetos aeronáuticos e estudos de vibração estrutural (Lotti *et al*, 2006).

Dentre as análises dinâmicas realizadas por meio do MEF, destacam-se a análise modal e a harmônica. A primeira permite a determinação das frequências naturais e dos modos de

vibração da estrutura, fornecendo informações fundamentais sobre seu comportamento dinâmico, enquanto que a segunda, frequentemente associada à Função de Resposta em Frequência (FRF), possibilita avaliar a resposta da estrutura quando submetidas a excitações periódicas em um intervalo de frequências, permitindo a identificação de possíveis regiões de ressonância e a verificação da estabilidade dinâmica no sistema (Rao, 2008).

Diante desse cenário, o presente trabalho visa a análise do comportamento dinâmico da asa de uma aeronave *Aerodesign* por meio de análises modal e harmônica usando o MEF. A asa foi modelada em software CAD e discretizada para a realização das análises numéricas, buscando identificar os principais modos de vibração e avaliar a resposta da estrutura sob excitação harmônica. Desse modo, os resultados permitiram verificar se houve amplificação vibratória significativa nas condições simuladas, indicando um comportamento estrutural, dentro das hipóteses adotadas no modelo.

1.1 OBJETIVOS

1.1.1 Objetivo Geral

Analisar os parâmetros causados pelas vibrações mecânicas na asa de um avião *aerodesign* através da análise modal e harmônica usando o Método dos Elementos Finitos (MEF).

1.1.2 Objetivos Específicos

- Modelar geometricamente a asa da aeronave *Aerodesign* em ambiente CAD, representando suas principais características estruturais;
- Desenvolver o modelo numérico da asa por meio do Método dos Elementos Finitos, definindo materiais, malha e condições de contorno adequadas;
- Realizar a análise modal da asa, identificando as frequências naturais e os modos de vibração predominantes;

- Avaliar o comportamento dinâmico da asa por meio da análise de resposta harmônica (FRF), verificando a possibilidade de ressonância e ocorrência de instabilidades aeroelásticas, como o flutter.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Nesta seção, apresentam-se os principais conceitos e trabalhos que fundamentam a análise de vibrações e a avaliação aeroelástica de asas leves em materiais compósitos, com ênfase no uso do Método dos Elementos Finitos (MEF). Durante o estudo da literatura, observou-se que inúmeros autores, especialmente nas últimas décadas, dedicaram esforços ao desenvolvimento de modelos numéricos e analíticos voltados à dinâmica de estruturas aeronáuticas: formulações de viga/casca para asas, identificação modal, resposta harmônica, critérios de ressonância e de estabilidade aeroelástica. Esses estudos também incluem a análise da interação entre propriedades geométricas, distribuição de massa e rigidez e as condições de contorno típicas de asas engastadas na raiz e livres na ponta, aspectos decisivos para prever frequências naturais e formas modais.

2.1 Vibrações

Nos sistemas vibratórios ocorre a transferência de energia potencial para a energia cinética de maneira intercalada. Dentre os componentes pode-se considerar uma mola que desempenha a função de armazenar a energia potencial, além de um corpo (massa) capaz de absorver a energia cinética gerada por meio da energia potencial existente e um amortecedor que dissipa a energia presente aliviando o sistema (Rao, 2008).

As equações de movimento dos sistemas vibratórios podem ser obtidas a partir da aplicação da Segunda Lei de Newton, expressa pela Equação (1), que relaciona a força resultante – expressa em Newton – atuante à aceleração da massa. A partir dessa relação, considerando as forças elásticas, dissipativas e externas, é possível descrever matematicamente o comportamento dinâmico da estrutura.

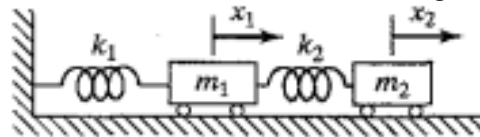
$$F = m \cdot a \quad [N] \tag{1}$$

Segundo Silva e Santos (2023), fenômenos aeroelásticos, como o flutter, ocorrem a partir da interação de dois ou mais GDL (Graus de liberdade). Os graus de liberdade são outras características relacionadas aos processos vibratórios, visto que são imprescindíveis, são responsáveis por descrever o número mínimo de variáveis independentes para apontar a posição ou estado do sistema levando em consideração qualquer instante de tempo (Rao, 2008).

Em estruturas reais, como asas aeronáuticas, o número de graus de liberdade é elevado, caracterizando sistemas dinâmicos complexos. Dessa forma, esse parâmetro contribui significativamente para a modelagem do comportamento dinâmico, bem como prever os modos de vibração e as frequências naturais da estrutura (Rao, 2008).

A figura 1 demonstra um exemplo de um sistema vibratório de dois graus de liberdade e seus componentes.

Figura 1 – Modelo de sistema massa-mola com dois graus de liberdade



Fonte: Rao (2008)

Segundo Rao (2008), a frequência natural de um corpo corresponde a sua frequência de vibração após uma oscilação provocada inicialmente, sem a ação de forças externas, dependendo apenas das propriedades do sistema, assim, para um sistema com n graus de liberdade, há n frequências naturais, cada uma associada a um modo de vibração. Com isso, esse parâmetro pode ser calculado através da equação (2).

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad [rad/s] \quad (2)$$

Quanto ao comportamento, as vibrações classificam-se em lineares quando mola, massa e amortecedor comportam-se de modo linear, resultando em equações lineares e na ratificação do princípio da superposição; e em não lineares quando qualquer desses elementos apresenta não linearidade (rigidez dependente da amplitude, grandes deslocamentos, folgas/contatos ou leis aerodinâmicas não lineares). Na prática, muitos sistemas tornam-se não lineares em amplitudes elevadas; em estruturas aeronáuticas isso pode ocorrer em asas e superfícies de comando (Rao, 2008).

Em termos conceituais, sistemas vibratórios podem ser classificados de acordo com o número de graus de liberdade, presença de amortecimento e tipo de excitação. Entretanto, estruturas reais, como asas aeronáuticas, apresentam comportamento dinâmico de múltiplos graus de liberdade, sendo sua análise realizada de forma mais adequada por métodos numéricos, como o Método dos Elementos Finitos, que permite a identificação direta das frequências naturais e dos modos de vibração da estrutura (Rao, 2008).

Nesses casos, as equações de movimento podem ser expressas de forma matricial pela relação geral mostrada pela Equação (3), em que $[M]$ é a matriz de massa, $[C]$ é a matriz de amortecimento e $[K]$ a matriz de rigidez do sistema, enquanto que $\{\ddot{x}\}$, $\{\dot{x}\}$, $\{x\}$, representam respectivamente, os vetores de deslocamento, velocidade e aceleração. O vetor $\{F(t)\}$ corresponde às forças externas aplicadas ao sistema, que podem variar no tempo (Rao, 2008).

$$[M]\{\ddot{x}\} + [C]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = \{F(t)\} \quad (3)$$

Em casos de sistemas vibratórios lineares, o comportamento dinâmico pode ser aproximado por um movimento harmônico simples, no qual a aceleração é proporcional e oposta ao deslocamento em relação à posição de equilíbrio. Esse conceito é fundamental para a compreensão das frequências naturais e dos modos de vibração de uma estrutura, os quais representam os padrões característicos de deformação associados a determinadas frequências. No presente trabalho, tais propriedades dinâmicas são investigadas por meio do Método dos Elementos Finitos, permitindo a identificação do comportamento vibratório da asa analisada (Rao, 2008).

2.1.1 Vibração Forçada e Resposta Harmônica

A vibração forçada ocorre quando uma estrutura é submetida à ação de uma excitação externa que varia ao longo do tempo, como forças periódicas associadas ao escoamento aerodinâmico, ao funcionamento do motor, a irregularidades operacionais ou a perturbações ambientais. Diferentemente da vibração livre, nesse caso a resposta dinâmica do sistema passa a depender não apenas de suas propriedades estruturais — massa, rigidez e amortecimento —, mas também das características da excitação aplicada, como amplitude, direção e frequência. Quando a frequência da excitação se aproxima de uma das frequências naturais do sistema, pode ocorrer uma amplificação significativa da resposta vibratória, caracterizando o fenômeno da ressonância, o qual pode comprometer o desempenho e a integridade estrutural (Rao, 2008).

A análise de resposta harmônica é amplamente empregada para avaliar o comportamento dinâmico da estrutura quando submetida a uma excitação senoidal ao longo de um intervalo

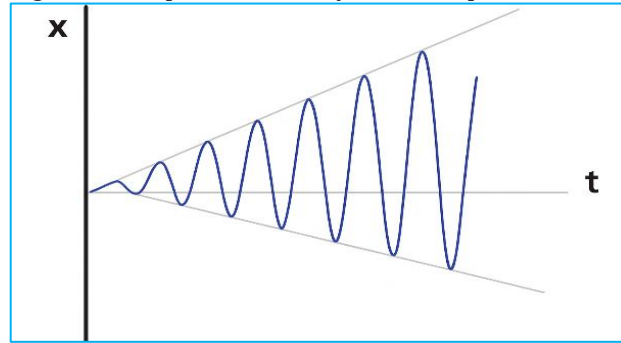
contínuo de frequências. Essa abordagem permite investigar como a amplitude da resposta estrutural varia em função da frequência de excitação, possibilitando a identificação de picos associados às frequências naturais e aos modos de vibração da estrutura. Além disso, a análise harmônica fornece informações relevantes sobre o comportamento dinâmico global do sistema, sendo uma ferramenta fundamental para a verificação de estabilidade vibratória e para a correlação com os resultados obtidos na análise modal (Rao, 2008).

Um parâmetro de grande importância nesse tipo de análise é o ângulo de fase, o qual representa a defasagem entre a força de excitação aplicada e a resposta estrutural resultante. Esse ângulo indica se a resposta ocorre de forma atrasada ou adiantada em relação à excitação, fornecendo indícios sobre o regime dinâmico do sistema. Em sistemas sem amortecimento, é comum observar variações abruptas do ângulo de fase entre valores próximos de 0° e 180° ao atravessar as frequências naturais, comportamento característico da transição entre regimes abaixo e acima da ressonância. Essas descontinuidades de fase auxiliam na identificação dos modos vibratórios dominantes e reforçam a coerência entre os resultados da análise modal e da resposta harmônica (Rao, 2008).

2.1.2 Ressonância e riscos estruturais

De acordo com Sismanoglu et al (2024), a ressonância em sistemas estruturais manifesta-se quando uma excitação periódica (vibração forçada) atua com frequência igual ou muito próxima da frequência natural do sistema. Nessa condição, a energia fornecida a cada ciclo passa a ser acumulada e não totalmente dissipada, pois a força externa e o movimento do sistema ficam quase em fase, o que eleva a amplitude da resposta a níveis muito superiores aos observados fora da ressonância. A intensidade desse aumento depende do amortecimento: quanto menor o amortecimento estrutural ou material, maior o pico de resposta (maior “fator de qualidade”) e mais estreita a banda de frequências críticas. Em estruturas reais, essa amplificação pode produzir deformações excessivas, tensões cíclicas elevadas e fadiga em ligações, soldas, parafusos e regiões de concentração de tensões, comprometendo tanto o desempenho em serviço (conforto, vibrações perceptíveis, fissuração, desprendimentos) quanto a segurança (riscos de danos progressivos ou mesmo colapso, se a excitação persistir).

Figura 2 – Amplitude de vibração causada por ressonância



Fonte: Adaptada de Soares, Pereira e Barbosa (2025)

Um exemplo clássico de dano estrutural associado à amplificação por ressonância é o colapso da ponte Tacoma Narrows, em 1940, nos Estados Unidos. Sob a ação de ventos sustentados, uma perturbação inicial evoluiu para oscilações de grande amplitude, desse modo, à medida que a frequência de excitação induzida pelo vento se aproximou das frequências naturais da estrutura, instaurou-se um regime de ressonância que intensificou progressivamente as deformações, culminando na ruptura estrutural (Seidel; Santos, 2022).

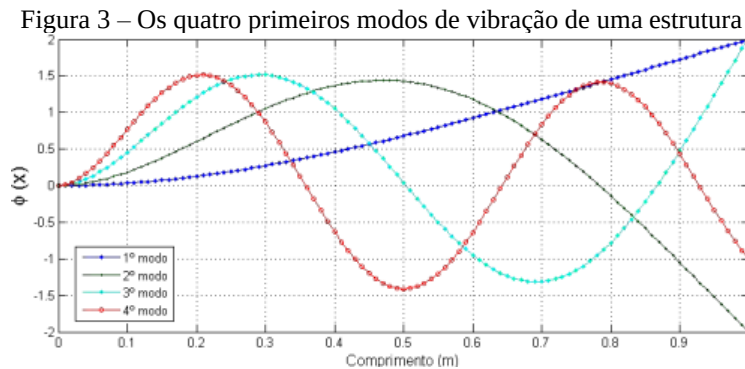
2.1.3 Análise Modal

Os modos de vibração refletem como uma estrutura tende a oscilar quando é excitada e dependem da massa, da rigidez, do amortecimento e das condições de contorno adotadas, dessa maneira, identificar esses modos e suas frequências naturais é essencial para reconhecer faixas de ressonância nas quais a resposta pode se amplificar pela interação entre componentes inerciais e elásticos, elevando deslocamentos e tensões e, por consequência, o risco de falhas em serviço (Cunha, 2022).

A análise modal, realizada por meio numérico ou de forma experimental, fornece as grandezas relacionadas de modo objetivo permitindo, assim, caracterizar o comportamento dinâmico da estrutura, calibrar ou ajustar modelos e orientar intervenções de projeto ou manutenção para mitigar problemas vibratórios (Schwarz; Richardson, 1999 apud Cunha, 2022).

Os modos vibracionais de uma estrutura aerodinâmica estão associados às formas harmônicas específicas associadas às frequências naturais, com isso, cada modo vibracional –

de torção e flexão, por exemplo – apresenta um valor de frequência natural associado. Diante disso, esses parâmetros modais são imprescindíveis para observar o comportamental de uma estrutura, ou seja, analisar a resposta dinâmica do corpo para evitar a ressonância e projetar estruturas seguras (Gasparetto; Carneiro; Machado, 2019). A figura 3 demonstra o gráfico que expressa a relação entre o ângulo de fase e comprimento de onda da frequência para alguns modos de vibração exemplificados.



Fonte: Figueiredo *et al* (2014)

A análise estrutural dinâmica é uma ferramenta essencial na engenharia, pois viabiliza observar o comportamento de uma estrutura quando submetida a esforços que variam com o tempo permitindo, assim, calcular parâmetros da estrutura como tensões, deformações, acelerações e frequências naturais de vibração, por exemplo. É conveniente ressaltar que as vibrações excessivas podem levar o material a sofrer diversos danos ou falha causada por fadiga, comprometendo a integridade da estrutura (Figueiredo *et al*, 2014).

2.1.4 Função de Resposta em Frequência (FRF)

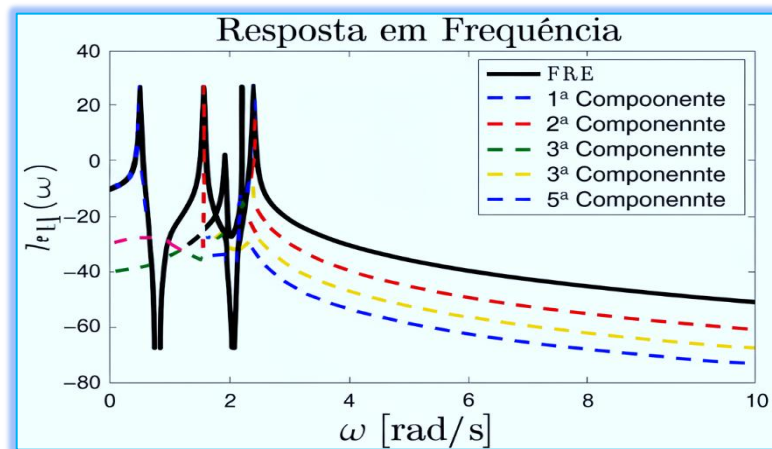
A Função de Resposta em Frequência possui como parâmetro principal analisar o comportamento do sistema através da emissão de um sinal de entrada, variando-se a frequência em um intervalo com um mínimo e um máximo valor, portanto, é viável encontrar as características modais usando o domínio da frequência em que os termos $\ddot{x}_2(\omega)$ e $\ddot{x}_1(\omega)$ correspondem aos sinais de entrada e saída, respectivamente, relacionando-se por meio da equação (3) (Rodrigues, 2004 apud Freitas, 2023).

$$H(\omega) = \frac{\ddot{x}_1(\omega)}{\ddot{x}_2(\omega)} \quad (3)$$

É possível, também, inserir na análise o comportamento mediante deformações, acelerações, tensões, deslocamentos, entre outros, dessa forma, os picos encontrados nos resultados gráficos, simbolizam frequências ressonantes, demonstrando o comportamento estrutural ao longo do intervalo de frequências estabelecido inicialmente. Contudo, é necessária uma análise modal antes desse processo, uma vez que é preciso fazer uma comparação dos valores de frequência obtidos pelo FRF com as frequências achadas na análise modal (Freitas, 2023).

Segundo Schwarz e Richardson (1999), a utilização da Função de Resposta em Frequência também é essencial na correlação entre análises modais numéricas e experimentais, pois permite validar os resultados obtidos em simulações computacionais por meio da comparação das frequências naturais e modos de vibração medidos experimentalmente. Dessa forma, a FRF atua como uma ponte entre o comportamento teórico previsto pelo modelo de elementos finitos e o comportamento real da estrutura, garantindo maior confiabilidade ao processo de modelagem. Além disso, a análise da FRF possibilita a identificação de variações estruturais, falhas e alterações na rigidez ou massa do sistema, uma vez que essas mudanças impactam diretamente nas amplitudes e nas frequências de ressonância observadas. A figura 4 mostra o gráfico que relaciona a magnitude da Função de Resposta em Frequência em função da frequência de excitação.

Figura 4 – Exemplo de resposta em frequência de um sistema sem amortecimento



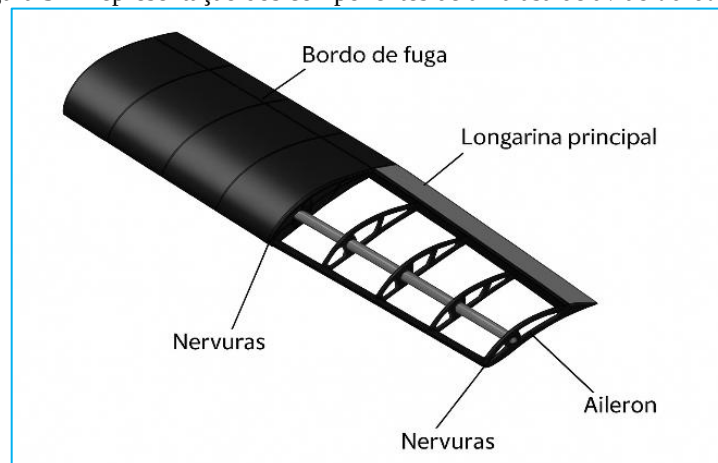
Fonte: Adaptado de Somazz (2021)

2.2 Composição estrutural de uma asa de avião *aerodesign*

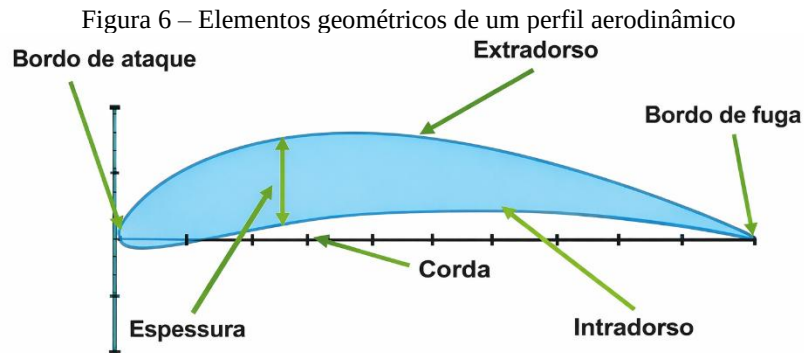
As asas de uma aeronave *aerodesign*, em geral, são compostas principalmente por longarinas (principal e secundária) que são responsáveis pela absorção de momento e esforço; Ailerons, acionados para os movimentos de rolagem da aeronave; Bordos de ataque e de fuga, que exercem a função de direcionar o fluxo de ar e gerar sustentação; Nervuras, entendidos como perfis aerodinâmicos distribuídos perpendicularmente às longarinas (Bouçanova; Milfont, 2018). Cada componente possui relevância no desempenho da estrutura, conferindo à mesma, rigidez suficiente para suportar os esforços atuantes durante o voo buscando, assim, impedir que falhas que possam comprometer a aeronavegabilidade.

As aeronaves podem empregar diferentes perfis aerodinâmicos, definidos sobretudo pelas características estruturais do avião e pela sua geometria. Entre os parâmetros que variam estão o arqueamento (curvatura do perfil), e o ângulo de ataque, que é o ângulo formado entre o vento relativo e a linha de corda — esta última uma linha ideal que liga o bordo de ataque ao bordo de fuga da asa. Esses elementos determinam o comportamento do escoamento ao redor da asa e influenciam diretamente sustentação, arrasto e estabilidade (Sousa, 2008 apud Carvalho, 2019).

Figura 5 – Representação dos componentes de uma asa de avião *aerodesign*



Fonte: Adaptado de Bouçanova e Milfont (2018)



Fonte: Adaptado de Rodrigues (2014)

2.3 Aerodinâmica

Conforme Carvalho (2019), a aerodinâmica é área do conhecimento aeronáutico responsável por observar o deslocamento dos fluidos que agem sobre as massas que se encontram imersas. Outrossim, identifica as principais forças que atuam em uma aeronave, como a sustentação, peso, tração e arrasto que se tornaram fundamentais com o advento tecnológico na aviação e no automobilismo, visto que houve a necessidade de reduzir o atrito causado pelo ar e, assim, aumentar o desempenho do veículo analisado.

Em estruturas aeronáuticas flexíveis, como asas de aeronaves do tipo *Aerodesign*, as forças aerodinâmicas não apenas determinam o desempenho em voo, mas também podem atuar como fontes de excitação dinâmica. Pequenas variações no escoamento ou na condição de voo podem gerar carregamentos periódicos ou quase periódicos, capazes de excitar modos de vibração da estrutura. Dessa forma, a aerodinâmica passa a desempenhar papel fundamental na análise do comportamento vibratório e na avaliação da integridade estrutural da aeronave (Rodrigues, 2014; Rao, 2008).

A interação entre as forças aerodinâmicas e as deformações estruturais caracteriza os fenômenos de aeroelasticidade. Nesse regime, a deformação da estrutura altera o escoamento ao seu redor, modificando as forças aerodinâmicas atuantes, que por sua vez influenciam novamente a resposta estrutural. Esse processo de realimentação pode resultar em comportamentos estáveis ou instáveis, dependendo da intensidade da excitação e do alinhamento entre as forças aplicadas e os modos de vibração da estrutura (Dowell, 2015).

No presente trabalho, a aerodinâmica é considerada sob a forma de uma excitação externa aplicada à estrutura, representando de maneira simplificada o efeito das forças aerodinâmicas

atuantes durante o voo. Essa abordagem permite avaliar a resposta dinâmica da asa por meio da análise de Função de Resposta em Frequência (FRF), sem a necessidade de modelar explicitamente o escoamento do fluido. Assim, o foco concentra-se na investigação do comportamento vibratório da estrutura e na verificação da possibilidade de ocorrência de fenômenos como ressonância ou instabilidades aeroelásticas, como o flutter, dentro das condições simuladas.

2.4 Características da Aeroelasticidade

Segundo Guedes (2018), a aeroelasticidade estuda a interação entre o fluxo de fluido (geralmente o ar) e as estruturas, analisando os efeitos do acoplamento entre forças aerodinâmicas, elásticas e inerciais. Os fenômenos aeroelásticos ocorrem quando as deformações estruturais influenciam as forças aerodinâmicas que atuam sobre a superfície, resultando em um comportamento dinâmico interdependente. Assim, esse processo pode levar ao surgimento de efeitos como flutter, divergência e vibrações induzidas pelo fluido.

Para as aeronaves, as forças aerodinâmicas podem divergir na trajetória e no desempenho durante o voo, além de provocar deformações nos componentes estruturais, alterando sua relação entre si. Essas deformações forçadas e interações estruturais causam diversos empecilhos que são amplamente tratados no âmbito da aeroelasticidade (Aerodynamics for student apud Bueno, 2015).

É possível observar a relação entre tensão e deformação em uma estrutura ao se tratar de aeroelasticidade, que consiste na análise das consequências das forças aerodinâmicas em corpos elásticos. Diante disso, convém ressaltar que o vento promove o aumento da força aerodinâmica quando seu escoamento se encontra em alta velocidade que, por sua vez, ao atingir seu valor crítico pode acarretar em uma instabilidade estrutural (Serrano, 2010).

A interação entre as forças aerodinâmicas e as forças elásticas é comumente associada à chamada aeroelasticidade estática, enquanto a incorporação das forças inerciais nesse contexto resulta no que se conhece como aeroelasticidade dinâmica. Esses fenômenos refletem o comportamento estrutural em resposta às condições de carregamento aerodinâmico, sendo que a análise estática geralmente aborda condições de equilíbrio e deformações permanentes,

enquanto a dinâmica está relacionada a oscilações e instabilidades que podem comprometer a integridade estrutural, como o flutter (Bisplinghoff, 1955 apud Guedes, 2018).

De acordo com Silva (2010), uma estratégia bastante utilizada no passado para minimizar os efeitos aeroelásticos consistia em reforçar a rigidez da estrutura da aeronave. Essa abordagem buscava evitar que deformações indesejadas comprometessem o desempenho em voo. Contudo, os próprios componentes já são dimensionados para suportar os esforços típicos de operação, de modo que esse reforço adicional implica no uso de mais material, elevando os custos de fabricação e impactando negativamente a eficiência global do voo.

2.4.1 Fenômeno de Aeroelasticidade Estática

Os esforços aerodinâmicos causam deformações de uma estrutura dúctil em que momento e força não mudam com o tempo, assim, é caracterizado o estudo da aeroelasticidade estática. Diante disso, fenômenos aeroelásticos acontecem resultando na degradação da integridade estrutural comprometendo a segurança do voo (Guedes, 2018).

Segundo Bisplinghoff & Ashley (1962), a aeroelasticidade estática investiga como estruturas aeronáuticas, ao serem submetidas a cargas aerodinâmicas fixas (não dependentes do tempo), se deformam elasticamente. Nesses casos, aspectos como flexão e torção das asas alteram o ângulo efetivo de ataque, impactando o perfil aerodinâmico e levando a modificações nas próprias forças aerodinâmicas atuantes.

A divergência é caracterizada como uma instabilidade estática e um problema aeroelástico que afeta as superfícies de sustentação de um veículo aéreo, como asas e empenagens. Esse fenômeno acontece quando a estrutura está submetida a uma deflexão devido às forças aerodinâmicas, elevando a carga sobre o perfil aerodinâmico. Esse processo é capaz de gerar esforços excessivos na estrutura, potencialmente causando sua falha (Carvalho, 2019).

Segundo Coutinho (2023), o fenômeno da divergência ocorre quando há a ação das forças aerodinâmicas sobre uma estrutura flexível, como a asa de uma aeronave, gerando um momento que ultrapassa a capacidade de resistência fornecida pela rigidez estrutural, desta forma, esse desequilíbrio pode levar a uma deformação progressiva da estrutura, resultando em falha. A forma mais frequente desse fenômeno está associada à torção da asa, em que o momento aerodinâmico gerado ao longo do voo excede o momento de recuperação estrutural, levando a uma deformação crescente até o colapso da estrutura.

Conforme Bueno (2015), a deformação superficial é ocasionada pela superioridade do momento provocado pelo ar em comparação a rigidez estrutural da asa. Por isso, é significativamente válido projetar uma aeronave para que a velocidade limite seja maior que a velocidade de operação visando impedir a ruptura da asa ou a deformação capaz de afetar a sustentação da aeronave.

2.4.2 Fenômenos de Aeroelasticidade Dinâmica

A aeroelasticidade dinâmica analisa as interações entre forças aerodinâmicas, elásticas e inerciais em estruturas sujeitas a oscilações ou instabilidades que variam com o tempo. Dentre os fenômenos mais comuns relacionados a essa área estão o flutter, o buffeting e as vibrações geradas pelo escoamento aerodinâmico. Esses efeitos podem representar riscos à segurança e à integridade de uma estrutura, sendo um aspecto crucial no desenvolvimento de aeronaves e outros sistemas que operam sob condições de carga aerodinâmica variável (Bisplinghoff *et al*, 1996).

Conforme mostrado por Tavares (2009), os problemas que envolvem a aeroelasticidade está enquadrado de acordo com a figura da tabela 1.

Tabela 1 – Classificação dos problemas aeroelásticos

Tipo	Estabilidade	Resposta
Estático	Divergência	Carregamento distribuído Redução na eficiência de comando Possibilidade de reversão de comandos
Dinâmico	Flutter Flutter associado ao stall	Resposta às rajadas Resposta a comandos Buffeting

Fonte: Tavares (2009)

O flutter é um fenômeno de aeroelasticidade dinâmica caracterizado pela interação entre dois ou mais modos de vibração estrutural. Ele ocorre quando a energia do escoamento de ar é transferida para a estrutura, resultando em um aumento contínuo da amplitude das vibrações devido à ressonância entre os movimentos. Essas perturbações podem induzir flexão e torção significativas, levando à falha estrutural caso a resistência mecânica da estrutura seja inferior às cargas aplicadas (Bueno, 2015).

Silva e Santos (2023) caracteriza o flutter como um evento de instabilidade dinâmica em que uma estrutura começa a vibrar de maneira autossustentada quando está submetida a um fluxo de fluido. Assim, essa vibração extrai energia – diretamente do escoamento ao redor – que é absorvida e capaz de superar a capacidade de amortecimento do arranjo estrutural, ocasionando oscilações que aumentam a amplitude e a frequência natural é determinada pelas propriedades da própria estrutura e sua interação com o fluido.

A velocidade do escoamento do ar é um dos fatores cruciais para a ocorrência do flutter, visto que quando essa grandeza é elevada permite, como consequência, atingir instabilidade, passando a se chamar velocidade de flutter. Com isso, as forças aerodinâmicas começam a excitar as frequências naturais da estrutura, rompendo o equilíbrio entre rigidez e amortecimento. Diante do exposto, é necessário levar em consideração no projeto os cálculos necessários para prever a velocidade de flutter para que a aeronave percorra com valores de velocidade inferiores (Bueno, 2015).

De acordo com Carvalho (2019), os métodos numéricos são fundamentais para o cálculo de previsão para ocorrência desse fenômeno e é amplamente utilizada pela indústria devida sua alta confiabilidade nos resultados obtidos. Além disso, a partir dos testes realizados em solo buscando encontrar valores de frequência natural, é feita uma comparação, principalmente, através do uso do Método de Elementos Finitos.

Guedes (2018) afirma que o flutter é o problema aeroelástico mais importante para as aeronaves da competição SAE *Aerodesign*, uma vez que suas estruturas são compostas por materiais com baixa densidade e pouca rigidez, contribuindo para que esse fenômeno ocorra durante o voo.

O buffeting é um fenômeno dinâmico designado por respostas estruturais aleatórias e variáveis, geralmente provocadas por forças aerodinâmicas acentuadas. Ele está frequentemente vinculado ao estol e à separação da camada limite do escoamento do fluido. As flutuações de pressão que ocorrem durante o buffet podem gerar comportamentos indesejados em componentes como asas, fuselagem ou empenagens, podendo até afetar os motores. Esses

carregamentos dinâmicos podem causar falha por fadiga da estrutura, reduzindo a vida útil de diversos elementos da aeronave (Silva, 2010).

Outra definição é que buffeting abrange como uma reação estrutural promovida pela excitação decorrente do efeito provocado pela partição do escoamento, caracterizado pelos deslocamentos turbulentos das camadas de fluido (ar) no entorno do avião. Esse fenômeno possui potencial para atingir diversas partes da estrutura, sendo as ocorrências sobre a asa as mais críticas. Ademais, o buffeting pode surgir conforme manobras realizadas em velocidades de cruzeiro, especialmente quando o ângulo de ataque propicia separações no fluxo de ar. Assim, essas separações constituem uma fonte de excitação aerodinâmica que pode comprometer a estabilidade do voo (Serrano, 2010).

2.5 Método dos Elementos Finitos (MEF)

O Método dos Elementos Finitos é uma técnica empregada na Engenharia para o desenvolvimento de análises estruturais a fim de alcançar resultados aproximados para geometrias mais complexas, uma vez que soluções analíticas são significativamente complexas para aplicar (Carnielo, 2023).

Essa ferramenta é imprescindível para apontar a condição de fatores como tensão e deformação de um sólido geométrico quando se encontra submetido a forças externas e é bastante implementado para análises que envolvem a geração de projetos aeronáuticos (asas, empenagens, fuselagens, trens de pouso) ou civis (pontes, prédios, vigas). Assim, é possível modificar as características dos corpos durante a fase de modelagem visando encontrar uma solução que satisfaça as condições impostas, com isso, diminui o risco de falhas que podem comprometer a segurança dos agentes envolvidos e reduz a necessidade de maiores gastos por erros de engenharia (Azevedo, 2003).

Uma das características de modelagem envolve dividir o sólido da peça em um agrupamento limitado de elementos anexos e discretos com o intuito de resolver, de maneira individual, as equações que norteiam pontos específicos denominados nós (elementos discretos) que, por sua vez, surgem através da geração de malhas. Além disso, atualmente, essa metodologia também pode ser empregada a outros problemas de engenharia, envolvendo, por exemplo, o eletromagnetismo, mecânica dos fluidos e transferência de calor (Souza, 2003).

Mariano (2022) afirma que a aplicação do MEF implica dividir a geometria estrutural em pequenas áreas denominadas elementos que são interligados por pontos chamados de nós – processo de discretização – formando um conjunto resultante designado de malha de elementos finitos, com isso, é necessário definir o tipo e as dimensões dos elementos utilizados de modo adequado para obtenção de uma análise eficiente. Ademais, para selecionar o tipo de elemento, leva-se em consideração o número de graus de liberdade, complexidade do problema e precisão desejada.

O grau de liberdade (GDL) corresponde a cada variável independente associada aos nós da malha que descreve o estado do problema, assim, o conjunto de GDL depende da formulação e do tipo de análise. Com isso, a escolha dos graus de liberdade define o vetor de incógnitas a ordem das matrizes globais e as condições de contorno possíveis, uma vez que os campos internos são reconstruídos por interpolação a partir dos valores nodais (Souza, 2003).

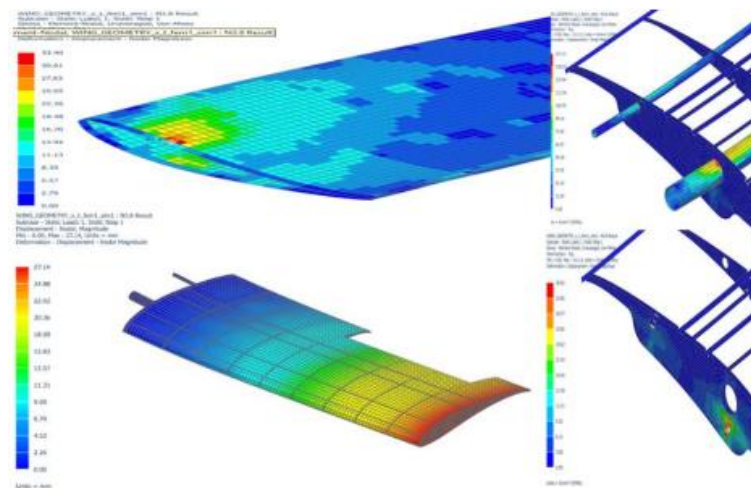
Assim como é eficiente para outros projetos de engenharia, o MEF é essencial para aperfeiçoar o design de aeronaves, permitindo o desenvolvimento de estruturas mais leves e eficientes sem comprometer a segurança. Sua aplicação abrange desde o projeto inicial até a validação de modificações em aeronaves existentes, garantindo que as estruturas atendam aos parâmetros necessários para simulação. Dessa maneira, essa técnica permite prever o comportamento de componentes estruturais sob diferentes condições de operação, como carregamentos aerodinâmicos, vibrações mecânicas e variações de temperatura (Azevedo, 2003).

De acordo com a ANSYS, pode-se aplicar o MEF a partir de três etapas principais:

- Pré-processamento: Define-se a geometria da estrutura, como fuselagens, asas ou empenagens, e realiza-se sua discretização em elementos finitos, como triângulos ou tetraedros, para facilitar a análise. São aplicadas condições de contorno específicas, como cargas aerodinâmicas provenientes do voo e restrições impostas pelos pontos de fixação. Além disso, incluem-se propriedades dos materiais aeroespaciais, como ligas de alumínio ou compósitos avançados, garantindo a precisão do modelo.
- Processamento: Utilizando softwares especializados, resolvem-se as equações matemáticas relacionadas às interações entre os elementos da estrutura. Esse processamento permite calcular tensões, deformações e deslocamentos em regiões críticas, avaliando, por exemplo, a resistência de uma asa sob cargas aerodinâmicas máximas ou a resposta da fuselagem a condições de turbulência severa.
- Pós-processamento: Nesta etapa, os resultados são visualizados e interpretados. No contexto aeronáutico, isso pode incluir a identificação de pontos de falha potencial em

estruturas primárias ou secundárias e a análise de vibrações e ruídos que possam comprometer a segurança e o conforto dos passageiros. Além disso, são gerados mapas de tensões/deformações, fatores de segurança, curvas FRF e animações modais, permitindo comparar os valores obtidos com critérios normativos e metas de projeto. Frequentemente, o pós-processamento envolve também extração de cargas críticas para verificação detalhada, análise de sensibilidade (avaliando o efeito de espessura/rigidez) e a consolidação de relatórios com gráficos e imagens que embasam as decisões de projeto e eventuais otimizações.

Figura 7 – Análise de Método de Elementos Finitos



Fonte: Zan *et al* (2019)

2.6 Formação de Malhas

A malha é um parâmetro imprescindível presente nos softwares de simulação, composta por linhas que se encontram formando os nós, além de gerar espaçamentos que variam conforme a geometria da peça analisada. Seu objetivo é atingir resultados confiáveis, com isso, é possível observar os pontos mais críticos quando o corpo está submetido à ação dos esforços mecânicos, influenciando o projetista a tomar decisões que evitem a ocorrência de falha em determinada região (Carvalho, 2019).

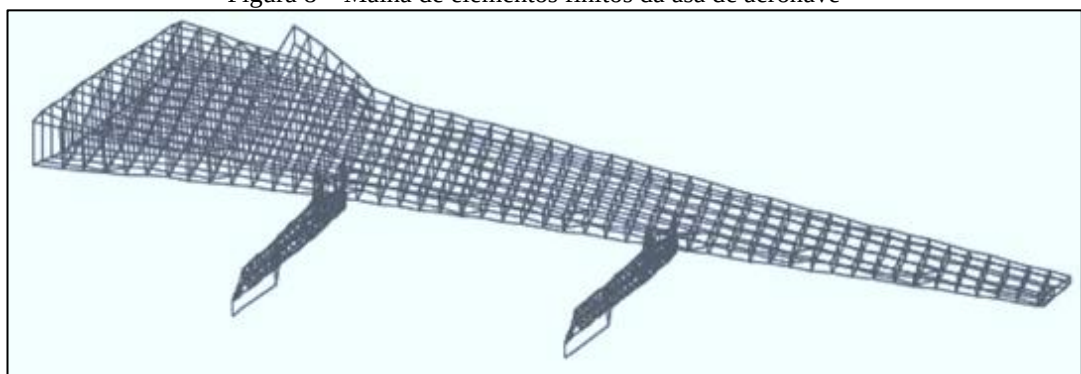
Os espaçamentos que surgem através da implantação da malha consistem no formato quadrilátero, contudo, para peças mais complexas pode haver, juntamente, a presença de geometrias triangulares ao longo da área, denominada de malha mista (Carvalho, 2019).

Para os estudos dos fenômenos de aeroelasticidade dinâmica através das ferramentas de simulação, é fundamental que as malhas se encontrem de modo adequado ao longo das asas da aeronave. Dessa maneira, para as análises do flutter é necessário que as malhas sejam refinadas em pontos críticos, como os bordos de ataque, ao passo que, para o buffeting, o refinamento deve ocorrer em regiões onde o gradiente de pressão é elevado. Assim, quando a malha é certamente configurada, é possível determinar o comportamento da estrutura sob as cargas, identificando os pontos de fraqueza (Carvalho, 2019).

Em relação aos fenômenos de aeroelasticidade estática, como a divergência, é essencial que a malha capture os deslocamentos e a torção nas superfícies de sustentação. Ademais, regiões de alta curvatura e grande variação de rigidez, como os bordos de fuga e de ataque, linhas de comando e a raiz da asa, devem receber melhor refinamento de malha, visto que concentram maiores gradientes de deslocamento e tensão (Norton, 2013).

Segundo Norton (2013), a malha influencia tanto a qualidade numérica quanto ao custo computacional, logo, em elementos lineares, como os triângulos lineares (3 nós) e tetraedros lineares (4 nós), apresentam uma função de deslocamento simbolizada por uma reta, o que ocasiona valores de tensão e deformação invariáveis no elemento, o que tende a enrijecer a resposta. Por outro lado, elementos de ordem superior, como triângulos quadráticos, tetraedros e hexaedros, permitem curvatura no campo de deslocamentos, aderem melhor a contornos curvos e capturam gradientes de tensões mais altos em geometrias mais complexas, porém, aumentam o número de incógnitas e o tempo de processamento.

Figura 8 – Malha de elementos finitos da asa de aeronave



Fonte: Weight (2015) apud Carvalho (2019)

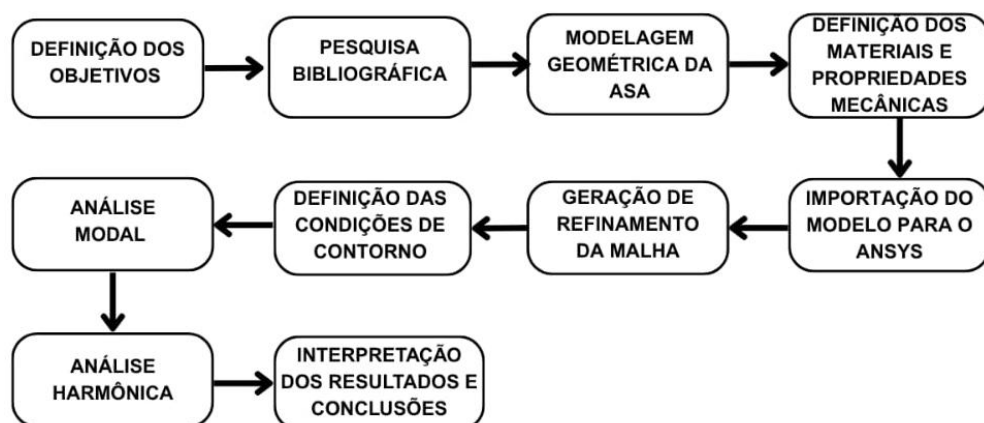
3 METODOLOGIA

Nesta seção, é descrito o procedimento adotado para avaliar o comportamento dinâmico da asa do protótipo Uirapuru *Aerodesign* por meio do Método dos Elementos Finitos (MEF) no ANSYS. A metodologia foi estruturada para garantir rastreabilidade entre a geometria CAD, as propriedades dos materiais compósitos empregados, a discretização por elementos finitos, as condições de contorno representativas do engaste na raiz da asa e as etapas de solução modal e harmônica, incluindo verificação de convergência de malha e critérios de validação numérica.

As etapas metodológicas desenvolvidas ao longo deste trabalho estão organizadas no fluxograma a seguir, que representa de forma sequencial e lógica o processo adotado desde a concepção inicial até a análise final dos resultados. O fluxograma evidencia as fases fundamentais do estudo, como a definição dos objetivos e a pesquisa bibliográfica, seguidas pela modelagem geométrica da asa e pela caracterização dos materiais e propriedades mecânicas.

Em seguida, são apresentadas as etapas de preparação e execução das simulações, incluindo o refinamento da malha, a definição das condições de contorno e a realização das análises modal e harmônica. Por fim, a estrutura encerra-se com a interpretação dos resultados e a formulação das conclusões, permitindo uma visão clara e integrada da metodologia aplicada para o alcance dos objetivos propostos. A figura 9 mostra o fluxograma que resume todas as etapas do procedimento.

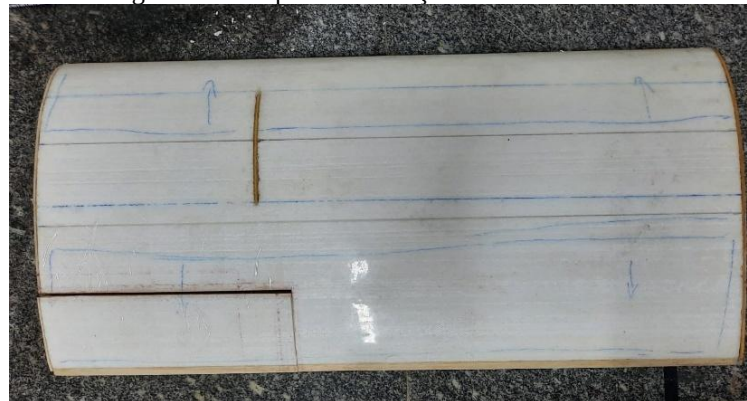
Figura 9 – Etapas de processamento



Fonte: Autor (2025)

A estrutura da asa do protótipo Uirapuru *Aerodesign* 2025, medindo $0,9\text{ m}^2$ de área, é composta por bordo de ataque, bordo de fuga, raiz, ponta (*wingtip*), aileron, tubo de fixação e seu suporte. A construção utiliza isopor (EPS) como preenchimento do perfil, ocupando a maior área, revestido com fibra de vidro. Além disso, a raiz, o wingtip e suporte do tubo são de *plywood* (madeira compensado), bordo de fuga em balsa e tubo de fixação em fibra de carbono, responsável pelo acoplamento da asa à fuselagem.

Figura 10 – Etapa de construção da estrutura da asa



Fonte: Autor (2025)

Figura 11 – Asa esquerda do *Aerodesign* UR-25 preparada



Fonte: Autor (2025)

Já o tubo de carbono conecta a asa à fuselagem, se estendendo-se da raiz até o suporte, conforme demonstrado na imagem acima, garantindo elevada rigidez e resistência à torção e à flexão na região central da estrutura, além de garantir leveza e resistência mecânica à estrutura (Araújo *et al*, 2021). Para finalizar, a asa foi completamente revestida com fibra de vidro de 0,4 mm de espessura, construída através de moldagem em chapa PVC transparente balsa de baixa

espessura, possibilitando um revestimento eficiente com vinil, além de contribuir para a leveza do conjunto. A ilustração 12 mostra o avião totalmente pronto para alçar voo.

Figura 12 – Avião da equipe Uirapuru Aerodesign 2025.



Fonte: Autor (2025)

Para a realização das simulações numéricas, os materiais da asa foram considerados isotrópicos, assumindo propriedades mecânicas constantes e iguais em todas as direções. Essa hipótese é amplamente empregada em análises estruturais iniciais, pois simplifica a modelagem matemática e reduz o custo computacional, sem comprometer significativamente a avaliação global do comportamento dinâmico da estrutura.

Todos os dados referentes às propriedades mecânicas dos materiais utilizados na asa foram obtidos por meio de pesquisas em artigos científicos, relatórios técnicos e trabalhos acadêmicos. Esse levantamento permitiu à equipe Uirapuru Aerodesign realizar uma seleção criteriosa dos materiais, alinhando suas características às exigências funcionais de cada componente estrutural. Dessarte, as principais propriedades observadas para a fabricação da estrutura estão organizadas nas tabelas 2, 3, 4, 5 e 6.

Tabela 2 – Propriedades da fibra de carbono

Módulo de Elasticidade (E_x)	$2,3 \times 10^5$ MPa
Módulo de Elasticidade (E_y)	$2,3 \times 10^5$ MPa
Módulo de Elasticidade (E_z)	$2,3 \times 10^5$ MPa
Densidade (ρ)	$1,8 \text{ g/cm}^3$
Coeficiente de Poisson (ν_{xy})	0,2
Coeficiente de Poisson (ν_{yz})	0,4
Coeficiente de Poisson (ν_{xz})	0,2
Módulo de Cisalhamento (G_{xy})	9×10^3 MPa
Módulo de Cisalhamento (G_{yz})	$8,21 \times 10^3$ MPa
Módulo de Cisalhamento (G_{xz})	9×10^3 MPa

Fonte: Faria (2022)

Tabela 3 – Propriedades da madeira balsa

Módulo de Elasticidade (E_Z)	111 MPa
Módulo de Elasticidade (E_X)	5,6x10 ³ MPa
Módulo de Elasticidade (E_Y)	307,6 MPa
Densidade (ρ)	0,205 g/cm ³
Coeficiente de Poisson (ν_{YZ})	0,249
Coeficiente de Poisson (ν_{XZ})	0,53
Coeficiente de Poisson (ν_{XY})	0,206
Módulo de Cisalhamento (G_{YZ})	36,6 Mpa
Módulo de Cisalhamento (G_{XZ})	208,09 Mpa
Módulo de Cisalhamento (G_{XY})	275,8 Mpa
Resistência à tração ($\sigma_{TL} = \sigma_{TT}$)	28,1 Mpa
Resistência à tração radial (σ_{TR})	19,2 Mpa
Resistência à compressão ($\sigma_{CL} = \sigma_{CT}$)	1,37 Mpa
Resistência à compressão radial (σ_{CR})	0,855 Mpa
Resistência ao cisalhamento ($\tau_{LT} = \tau_{TR}$)	3,63 Mpa
Resistência ao cisalhamento radial (τ_{LR})	2,9 Mpa

Fonte: Oliveira (2020) apud Cunha (2022)

Tabela 4 – Propriedades do plywood

Módulo de Elasticidade (E_M)	2170 MPa
Densidade (ρ)	0,60 g/cm ³
Coeficiente de Poisson (ν)	0,43
Módulo de Cisalhamento (G)	758 MPa
Limite de Tensão (Tração) (σ_T)	34,5 MPa
Limite de Tensão (Compressão) (σ_C)	41,4 MPa
Limite de Tensão (Cisalhamento) (τ)	6,89 MPa

Fonte: Matweb (2022) apud Mariano (2022)

Tabela 5 – Propriedades do compósito fibra de vidro/epóxi

Módulo de Elasticidade (E_Z)	9x10 ³ MPa
Módulo de Elasticidade (E_X)	35x10 ³ MPa
Densidade (ρ)	1,85 g/cm ³
Coeficiente Poisson (ν_{XY})	0,28
Coeficiente de Poisson (ν_{YZ})	0,4
Módulo de Cisalhamento (G_{XY})	4,7x10 ³ MPa
Módulo de Cisalhamento (G_{YZ})	3,5x10 ³ MPa
Resistência à Tração (σ_{TX})	780 MPa
Resistência à Tração (σ_{TZ})	31 MPa
Resistência à Compressão (σ_{CX})	-480 MPa
Resistência à Compressão (σ_{CZ})	-100 MPa
Resistência ao Cisalhamento (τ_{XY})	60
Resistência ao Cisalhamento (τ_{YZ})	35
Resistência ao Cisalhamento (τ_{XZ})	60

Fonte: Cunha (2022)

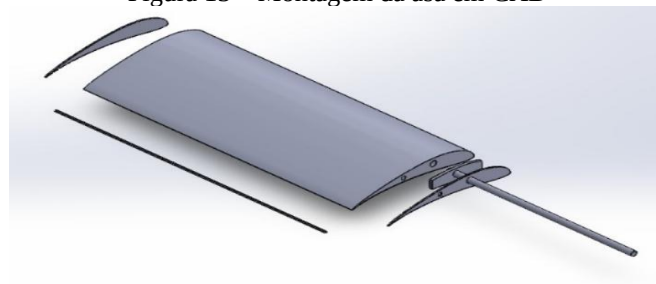
Tabela 6 – Propriedades do isopor

Módulo de Elasticidade (E_M)	12,5 MPa
Densidade (ρ)	0,045 g/cm ³
Coeficiente de Poisson (ν)	0,1
Módulo de Cisalhamento (G)	-
Limite de Tensão (Tração) (σ_T)	-
Limite de Tensão (Compressão) (σ_C)	0,25 MPa
Limite de Tensão (Cisalhamento) (τ)	0,3 MPa

Fonte: Matweb (2022) apud Mariano (2022)

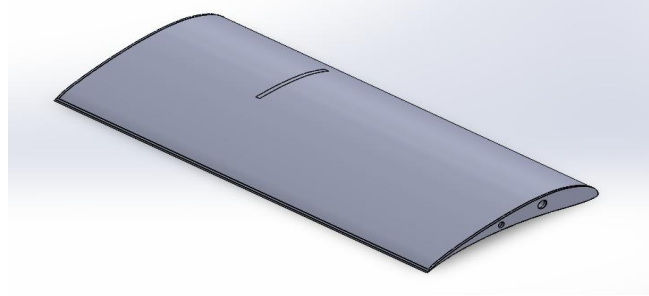
A asa foi modelada em software de CAD e, posteriormente, exportada para o simulador ANSYS. No ambiente de simulação, cada componente recebeu seu respectivo material e foi preparado para o processo de geração de malha, etapa essencial antes da realização da análise computacional. A figura 13 representa o encaixe do tubo de carbono junto a sua peça de suporte no perfil da asa e a figura 14 mostra o projeto final antes de ir para a simulação.

Figura 13 – Montagem da asa em CAD



Fonte: Autor (2025)

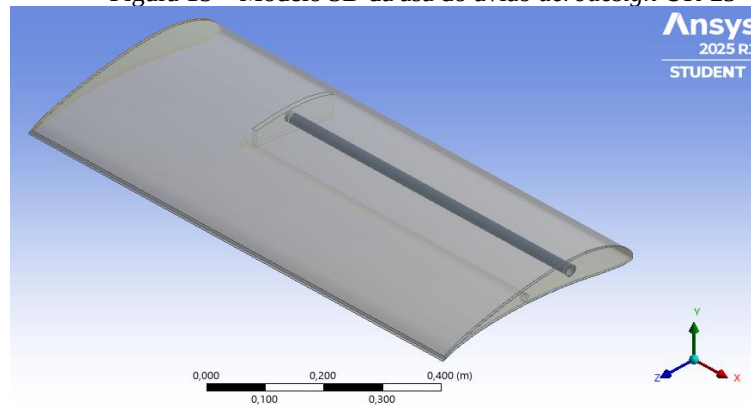
Figura 18 – Representação da asa em vista isométrica



Fonte: Autor (2025)

Após o projeto ter sido exportado para o simulador ANSYS, ocorreu a inclusão das propriedades mecânicas dos materiais utilizados para a construção do perfil geométrico conforme a figura 15.

Figura 15 – Modelo 3D da asa do avião *aerodesign* UR-25

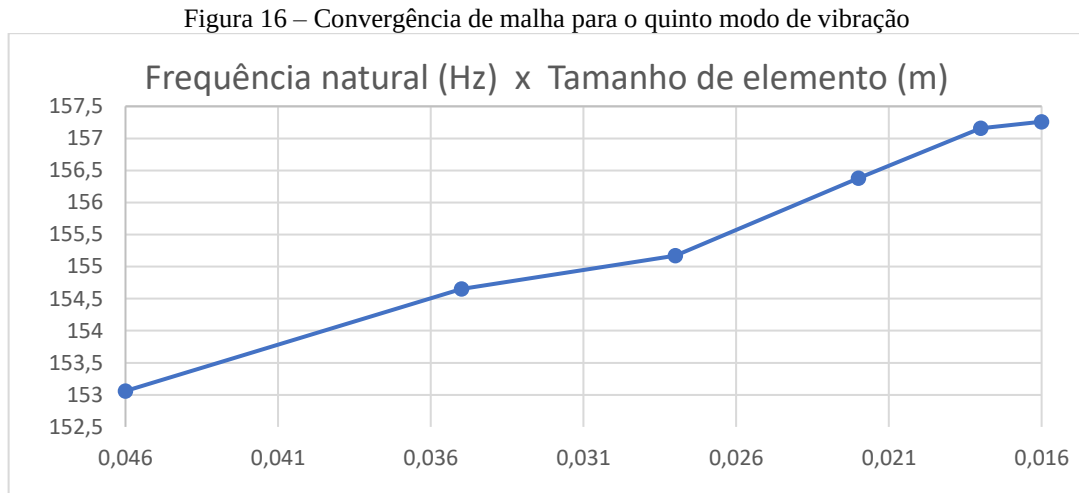


Fonte: Autor (2025)

Foi realizado um teste preliminar de convergência de malha no intervalo de tamanhos de elemento de 0,016 a 0,046 m. Na primeira tentativa, usando valores igualmente espaçados dentro desse intervalo, os resultados não mostraram o comportamento esperado, o que indica limitações ligadas ao poder de processamento e à própria complexidade geométrica da asa. Diante disso, manteve-se o mesmo intervalo, mas com combinações diferentes de valores e quantidades, até identificar um conjunto em que as frequências se estabilizam para um determinado tamanho do elemento, caracterizando um comportamento coerente.

Assim, a discretização final foi definida buscando equilíbrio entre precisão e custo computacional restringindo a análise ao intervalo citado. Ressalta-se ainda que, no ANSYS, foram utilizados os elementos recomendados pelo gerador de malha para a geometria e para as condições de contorno adotadas, assegurando uma discretização compatível com as análises

modal e harmônica. A figura 16 mostra o comportamento das frequências do modo 5, escolhido como exemplo, em função dos tamanhos de elemento discretizados.



Fonte: Autor (2025).

O estudo de convergência indicou que as frequências passam a se estabilizar a partir do tamanho de elemento de 0,018 m, cujo valor correspondente é 157,16 Hz, conforme a Tabela 7. Apesar disso, a avaliação não pôde ser aprofundada além desse patamar, pois a versão do software utilizada não permitiu refinamentos mais precisos. Ainda assim, optou-se por adotar 0,016 m como tamanho de elemento, por viabilizar um refinamento ligeiramente melhor, mesmo com os dados já apontando estabilização a partir de 0,018 m.

Tabela 7 – Relação entre tamanho de elemento e frequência natural (modo 5)

Tamanho de elemento (m)	Frequências para o 5º modo de vibração (Hz)
0,046	153,06
0,035	154,65
0,028	155,17
0,022	156,38
0,018	157,16
0,016	157,26

Fonte: Autor (2025)

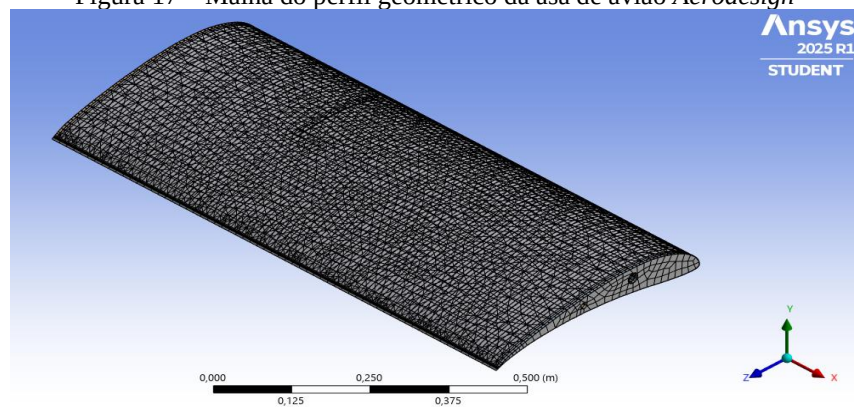
Após a geração da malha no *Mechanical Structural*, o modelo apresentou 26.579 nós e 28.058 elementos do tipo SOLID, distribuídos em três geometrias distintas: Tet4, Hex8 e Wedge6. O elemento Tet4 possui formato tetraédrico com quatro nós, sendo um em cada

vértice; o Hex8 apresenta geometria hexaédrica com oito nós posicionados nos vértices; e o Wedge6 corresponde a um prisma triangular composto por seis nós, também localizados nos vértices. Todos esses elementos foram gerados automaticamente pelo ANSYS, de acordo com as características geométricas da estrutura. As quantidades e distribuições estão apresentadas na Tabela 8 e ilustradas na Figura 17.

Tabela 8 – Tipos de elementos e suas quantidades	
SOLID Elements	28.058
Tet4	17889
Hex8	9779
Wedge6	390

Fonte: Autor (2025)

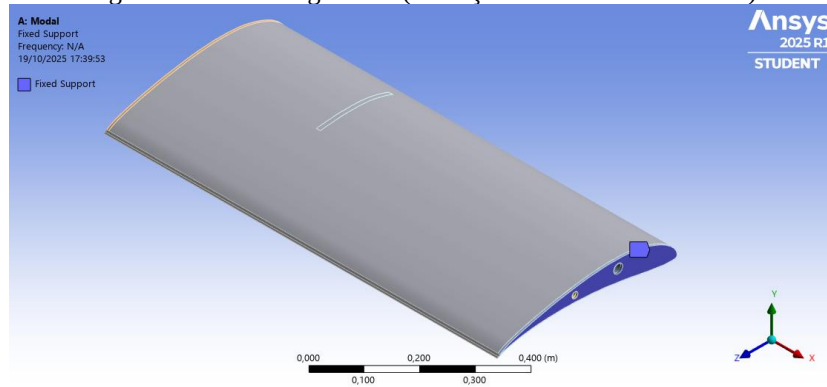
Figura 17 – Malha do perfil geométrico da asa de avião *Aerodesign*



Fonte: Autor (2025)

Dessa maneira, para a aplicação de contorno, foi considerada a condição fixo – livre, que consiste na fixação da raiz da asa (região que se conecta à fuselagem) e a extremidade da asa livre, semelhante a uma viga engastada em uma análise estrutural, visando uma simulação mais próxima do real, segundo a figura 18.

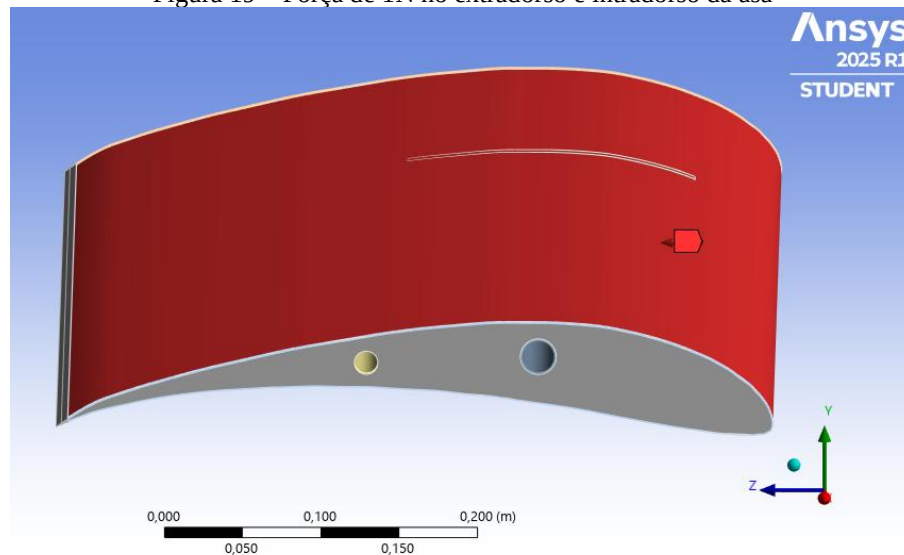
Figura 18 – Perfil engastado (condição de contorno fixo-livre)



Fonte: Autor (2025)

Na análise harmônica, o critério de análise empregado foi fundamentado em uma condição de voo nivelado, em que o escoamento do ar ocorre no mesmo sentido do avião. Sendo assim, utilizou-se um valor de 1N para a força empregada na asa como um valor inicial estimado visto que não há um valor de excitação real, assim, os resultados encontrados são interpretados como respostas por unidade de força aplicada. Isso permite uma análise detalhada das características da asa, fornecendo informações sobre suas frequências, com isso, a figura 19 ilustra a atuação da força ao longo do eixo z do perfil geométrico.

Figura 19 – Força de 1N no extradorso e intradorso da asa



Fonte: Autor (2025)

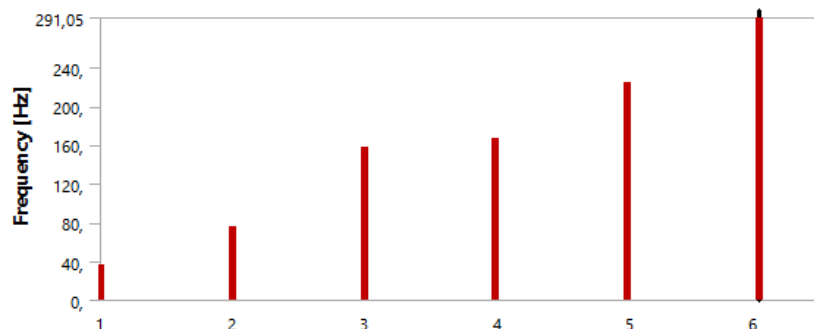
4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Nesta seção são apresentados e discutidos os resultados obtidos a partir das simulações numéricas realizadas no software ANSYS, com foco na análise modal e no comportamento dinâmico da asa do protótipo desenvolvido. Os resultados são analisados quanto às frequências naturais, modos de vibração e resposta harmônica, permitindo avaliar a reação estrutural da asa frente às solicitações impostas.

4.1 Análise numérica da asa na condição Fixo-Livre

A simulação possibilitou a identificação de seis modos de vibração distintos, cada um associado a uma frequência natural específica. Observou-se um comportamento crescente das frequências conforme a ordem modal, indicando reações diferentes da estrutura e a consistência do modelo estrutural analisado, apresentado gráfico da imagem 20.

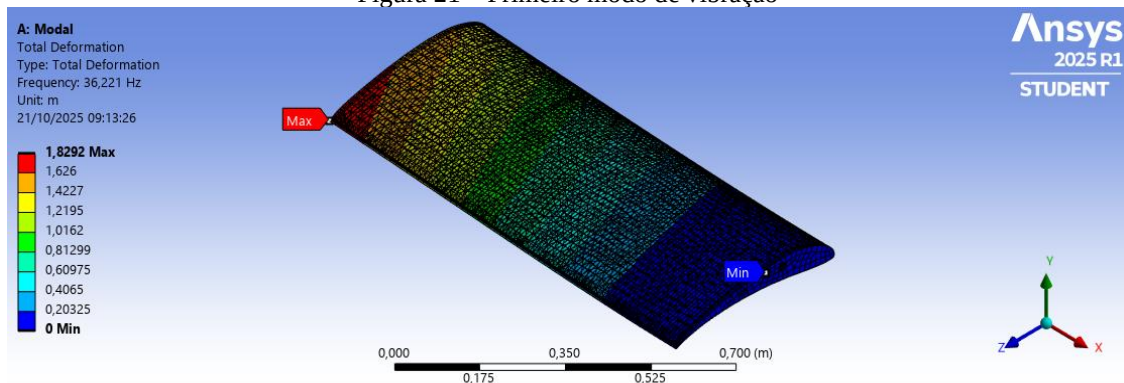
Figura 20 – Gráfico Frequência x Modo de vibração



Fonte: Autor (2025)

Dessa forma, o primeiro resultado obtido corresponde a uma frequência natural de 36,221 Hz, representando ao modo de flexão da estrutura. A Figura 21 ilustra o comportamento vibracional associado a esse modo, evidenciando a deformação predominante ao longo do eixo de flexão da asa.

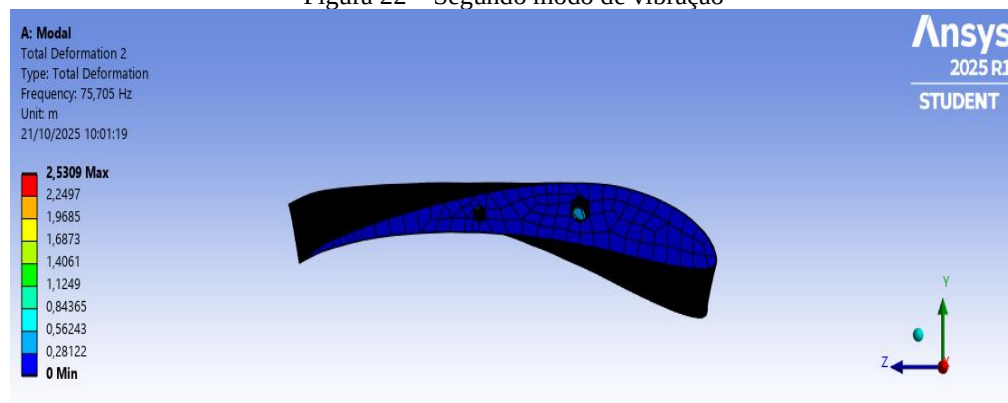
Figura 21 – Primeiro modo de vibração



Fonte: Autor (2025)

O segundo resultado corresponde a uma frequência natural de 75,705 Hz, correspondendo ao modo de torção da asa. A imagem 22 informa a predominância desse tipo de reação.

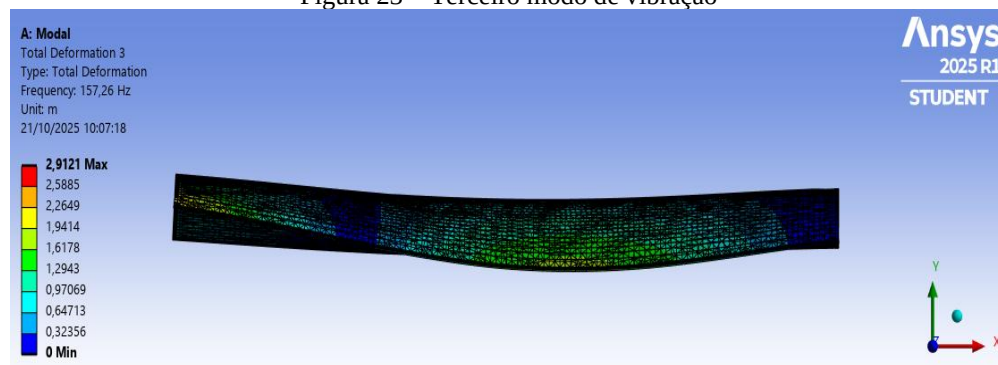
Figura 22 – Segundo modo de vibração



Fonte: Autor (2025)

O terceiro resultado ocorreu a uma frequência de 157,26 Hz, expressando ao seu segundo modo de flexão da estrutura. Esse comportamento é verificável através da figura 23.

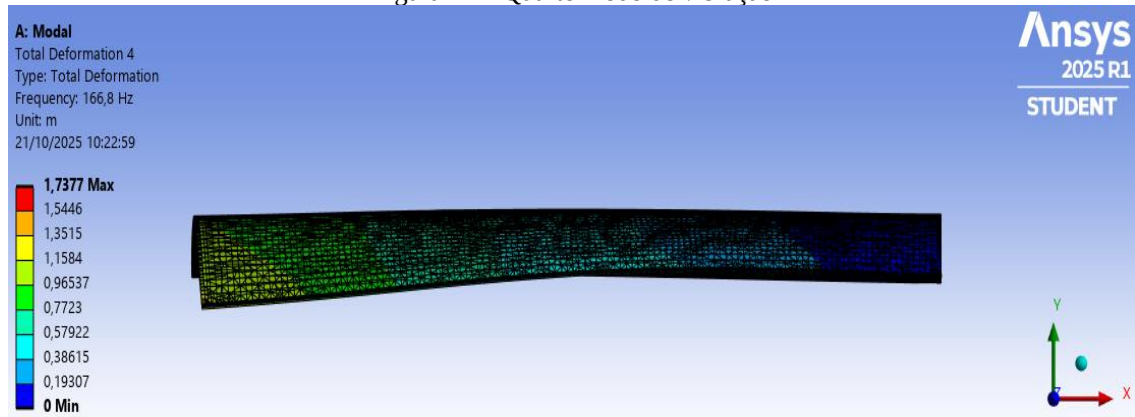
Figura 23 – Terceiro modo de vibração



Fonte: Autor (2025)

O quarto resultado aconteceu em uma frequência de 166,8 Hz, ocorrendo na forma de seu modo combinado de flexão, cujo comportamento pode ser expresso pela figura 24.

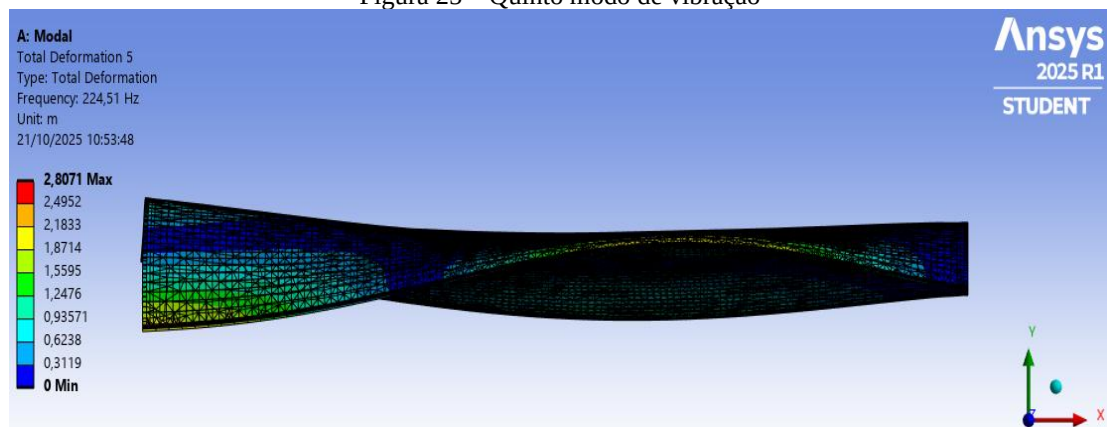
Figura 24 – Quarto modo de vibração



Fonte: Autor (2025)

O quinto resultado seguiu-se com uma frequência de 224,51 Hz sendo encontrado, também, um modo combinado de flexão. A figura 25 ilustra esse comportamento estrutural.

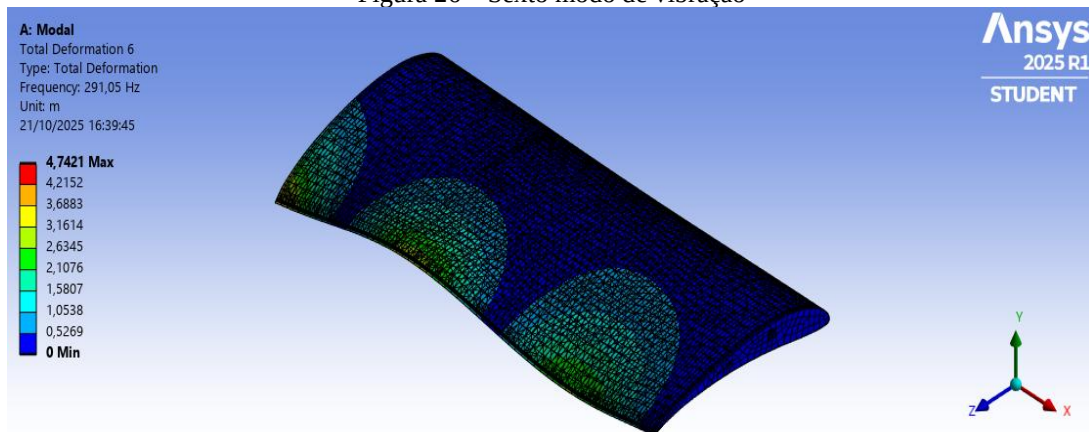
Figura 25 – Quinto modo de vibração



Fonte: Autor (2025)

O sexto e último resultado encontrado atuou na frequência de 291,05 Hz, com um modo de flexão apenas no bordo de fuga da asa. A figura 26 mostra esse parâmetro.

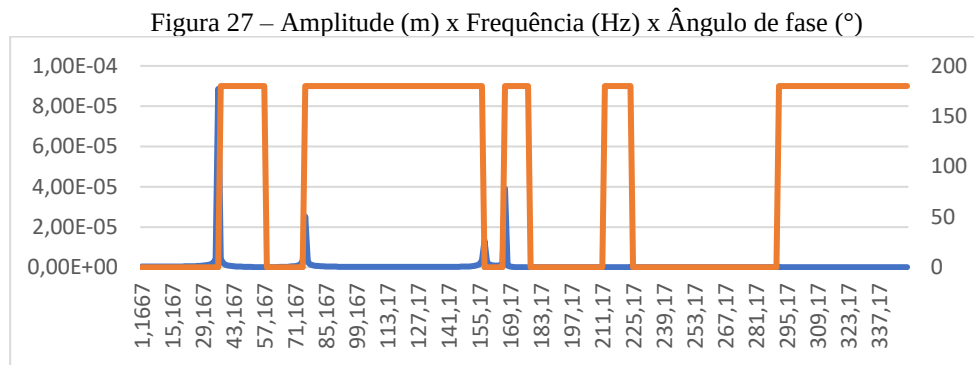
Figura 26 – Sexto modo de vibração



Fonte: Autor (2025)

Considerando que os deslocamentos predominantes nos seis modos identificados ocorrem na direção vertical (eixo Y), enquanto a força aerodinâmica aplicada no FRF é longitudinal (eixo Z), oposta ao avanço, conclui-se que não há acoplamento direto entre a excitação e os modos estruturais analisados. A projeção dessa força nas coordenadas modais é insignificante, de modo que ela não transfere energia para as frequências naturais do sistema e, portanto, não produz ressonância. Assim, a resposta dinâmica da asa permanece estável nas condições simuladas; eventuais efeitos aeroelásticos (como o flutter) exigem modelagem de forças não-estacionárias que atuem com componente significativa nas direções modalmente relevantes, o que não foi o caso desta excitação longitudinal do escoamento.

Para validar essa teoria, aplicou-se um intervalo de frequências — que abrange as frequências modais identificadas — de 0 a 350 Hz para avaliar o comportamento da amplitude e do ângulo de fase. Ademais, considerou-se ausência de amortecimento, o que explica as inversões de fase entre 0° e 180° nos gráficos, conforme ilustra a Figuras 27. Nessa condição, os picos de amplitude coincidem com as frequências naturais (ressonância), enquanto as descontinuidades de fase confirmam a passagem por cada modo, fornecendo evidência adicional da coerência entre a análise modal e a resposta harmônica.



Fonte: Autor (2025)

Como houve intervalos em que o ângulo de fase apresentou valores próximos de 0° e 180° , observa-se que o sistema alterna entre o comportamento abaixo e acima da ressonância. No entanto, considerando que a força de excitação harmônica foi aplicada na direção longitudinal ao escoamento (eixo Z), enquanto os deslocamentos predominantes dos modos de vibração ocorrem na direção vertical (eixo Y), não há acoplamento direto entre a excitação e as frequências naturais da asa. Dessa forma, mesmo com a variação do ângulo de fase, a força aplicada não transfere energia suficiente para provocar amplificação vibratória significativa. Logo, conclui-se que não ocorre ressonância estrutural sob as condições simuladas, pois a excitação atua perpendicularmente ao movimento predominante da estrutura.

Ademais, não se observou amplificação vibratória significativa nas frequências analisadas, logo, o sistema não apresentou indícios de instabilidade *aeroelástica*. A ausência de acoplamento entre os modos de vibração e a direção da força aerodinâmica aplicada impede a transferência de energia necessária para a ocorrência do *flutter*, mantendo a resposta da asa estável sob as condições simuladas.

Ressalta-se que a consideração de forças aerodinâmicas atuando na direção vertical, associadas à sustentação, poderia resultar em maior projeção da excitação sobre os modos de flexão da asa, potencialmente alterando a resposta vibratória do sistema. No entanto, tal abordagem demandaria uma modelagem aerodinâmica mais detalhada, o que foge do escopo do presente trabalho.

5 CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS

5.1 Conclusão

O presente trabalho teve como objetivo analisar os efeitos das vibrações mecânicas na asa de um avião da equipe Uirapuru *Aerodesign* por meio do Método dos Elementos Finitos, avaliando a influência desses fenômenos sobre o desempenho estrutural e a possibilidade de ocorrência de instabilidades aeroelásticas.

Com base na modelagem geométrica e nas propriedades mecânicas dos materiais empregados na construção da asa — fibra de vidro/epóxi, balsa, plywood, fibra de carbono e isopor — foi possível elaborar um modelo numérico representativo, permitindo a realização de análises modais e harmônicas no software ANSYS. O estudo de convergência de malha confirmou a estabilidade dos resultados para tamanhos de elemento iguais ou inferiores a 0,028 m, garantindo a confiabilidade da discretização adotada.

A análise modal revelou seis modos de vibração distintos, com frequências naturais entre 36,22 Hz e 291,05 Hz. Os resultados indicaram predominância de deslocamentos no eixo vertical (Y), característicos de modos de flexão e torção típicos de asas engastadas em sua raiz e livres na extremidade. A resposta harmônica, por sua vez, demonstrou que a força de excitação aplicada no eixo Z — correspondente ao escoamento longitudinal — atua perpendicularmente ao movimento principal da estrutura, não havendo acoplamento entre a excitação e os modos estruturais identificados.

Dessa forma, não foi observada amplificação vibratória significativa nas frequências analisadas, o que evidencia a estabilidade estrutural da asa sob as condições simuladas. A ausência de acoplamento entre as direções de excitação e vibração impede a transferência de energia necessária para a ocorrência do *flutter*, descartando indícios de instabilidade aeroelástica.

Conclui-se, portanto, que a asa do protótipo Uirapuru *Aerodesign* apresenta comportamento dinâmico estável dentro da faixa de frequências estudada, sendo capaz de suportar as excitações harmônicas impostas sem riscos de ressonância ou *flutter*. Além disso, a aplicação do Método dos Elementos Finitos mostrou-se uma ferramenta eficaz na predição de parâmetros estruturais e no apoio às decisões de projeto, permitindo avaliar previamente as condições de integridade da asa e aprimorar sua confiabilidade durante o voo.

5.2 Sugestões para trabalhos futuros

Como sugestões para trabalhos futuros, recomenda-se a ampliação do modelo numérico por meio da consideração de materiais anisotrópicos, representativos de estruturas compósitas frequentemente utilizadas em aeronaves *Aerodesign*. Além disso, a inclusão de efeitos aerodinâmicos não estacionários e a realização de análises acopladas fluido-estrutura podem contribuir para uma avaliação mais abrangente dos fenômenos aeroelásticos, especialmente no que se refere à ocorrência do flutter. Sugere-se ainda a incorporação do efeito do giro do motor e a consideração de modelos de amortecimento estrutural e aerodinâmico mais refinados, bem como a validação experimental dos resultados numéricos obtidos.

6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARAÚJO, Inara Mendes *et al.* **Vantagens da utilização da longarina de carbono em detrimento da longarina de alumínio na indústria aeronáutica.** CONGRESSO ONLINE DE ENGENHARIA DE MATERIAIS, 2021. **Anais:** 978-65-89908-00-5. p. 1-4.

AZEVEDO, Álvaro F. M. **Método dos Elementos Finitos.** 1. ed. Porto: Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 2003.

BISPLINGHOFF, Raymond L.; ASHLEY, Holt. **Principles of aeroelasticity.** New York: Wiley, 1962.

BOUÇANOVA, Marcelo de Paiva; MILFONT, Francisco Gilfran Alves. **Dimensionamento estrutural da longarina de uma asa para competição SAE Brasil Aerodesign: Comparativo do método analítico com o numérico.** Revista de Engenharia e Pesquisa Aplicada, Recife, v. 3 n .2, p. 84-94, 2018.

BUENO, Leonardo de Almeida e. **Sistema embarcado para análise de vibração mecânica (Flutter) e divergência aeroelásticas em aeronaves em escala reduzida.** 2015. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia Elétrica) – Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande, PB, 2015.

CARNIELO, Bianca Taís Visoná. **Investigação da dinâmica aeroelástica de um aerofólio utilizando CFD.** 2023. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Faculdade de Engenharia, UNESP, Ilha Solteira, SP, 2023.

CARVALHO, André de Jesus Loreto de. **Análise Modal Experimental e pelo Método de Elementos Finitos em uma asa de aeronave aerodesign de competição SAE Brasil de Aerodesign.** 2019. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharel em Engenharia Mecânica) – Centro de Ciências Tecnológicas, Universidade Estadual do Maranhão, São Luís, MA, 2019.

COSTAMILAN, Enzo. **Projeto e análise estrutural de uma longarina para aeronave aerodesign fabricada com técnica de enrolamento filamentar.** Monografia (Bacharel em

Engenharia Mecânica) – Escola de Engenharia – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2018.

COUTINHO, Larissa de Souza. **Análise de Aeroelasticidade estática utilizando o Método de Glauert e Elementos Finitos**. 2023. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharel em Engenharia Aeroespacial) – Centro Tecnológico de Joinville, Universidade Federal de Santa Catarina, Joinville, SC, 2023.

CUNHA, Vanessa Alvarenga Gomes. **Modelagem computacional e experimental de asa de uma aeronave rádio controlada em escala reduzida**. 2022. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharel em Engenharia Aeroespacial) – Centro Tecnológico de Joinville, Universidade Federal de Santa Catarina, Joinville, SC, 2022.

DOWELL, Earl H. *A modern course in aeroelasticity*. 5. ed. Dordrecht: Springer, 2015.

FARIA, Thomas Bradfield. **Validação numérica do conjunto estrutural asa-fuselagem de um VANT biplano**. 2022. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharel em Engenharia Aeroespacial) – Centro Tecnológico de Joinville, Universidade Federal de Santa Catarina, Joinville, SC, 2022.

FIGUEIREDO, Filipe Bittencourt; CAMARINI, Guilherme Crepaldi; ALTRAN, Daniele Araujo; CAMPOS, Cássio Fabian Sarquis de. **Análise computacional dos modos e frequências naturais de vibração de uma viga engastada-livre**. COLLOQUIUM EXACTARUM, 2014, Presidente Prudente, SP. Jan./Jun., 2014. v. 6, n. 1, p. 114 – 127. DOI: 10.5747/ce.2014.v06.n1.e072

FREITAS, Arthur Vinicius Macedo. **Estudo da análise modal de um pórtico espacial pela Função Resposta e Frequência (FRF)**. 2023. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharel em Engenharia Civil) – Instituto de Tecnologia, Universidade Federal do Pará, Belém, PA, 2023.

GASPARETTO, Victor Emmanuel Liette; MACHADO, Marcela Rodrigues; CARNEIRO, Sergio Henrique da Silva. **Numerical modal analysis of an aircraft wing prototype for SAE Aerodesign competition**. In: CONGRESSO INTERNACIONAL DE ENGENHARIA

MECÂNICA (COBEM), 25., 2019, Uberlândia. *Anais...* Uberlândia: ABCM, 2019. DOI: 10.26678/ABCM.COBEM2019.COB2019-0647.

GUEDES, Rafael Moreira. **Validação de modelo numérico com base em testes estruturais para análise aeroelástica da asa de um VANT de pequeno porte**. 2018. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharel em Engenharia Mecânica) – Faculdade de Engenharia, Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, MG, 2018.

LOTTI, Raquel S.; MACHADO, André Wilson; MAZZIEIRO, Ênio Tonani; JÚNIOR, Janes Landre. **Aplicabilidade científica do método dos elementos finitos**. REVISTA DENTAL PRESS ORTODON ORTOP FACIAL, Maringá, v. 11, n. 2, p. 35 – 43, mar./abril 2006.

MARIANO, Matheus de Avila. **Análise de estabilidade aeroelástica dinâmica de modelos analíticos e numéricos utilizando Nastran**. 2022. Monografia (Bacharel em Engenharia Aeroespacial) – Universidade de Brasília, Brasília, 2022.

NORTON, Robert L. **Projeto de Máquinas**. 4 ed. Porto Alegre: Bookman, 2013.

RAO, Singiresu S. **Vibrações Mecânicas**. 4 ed. Trad. Arlete Simille Marques. Revisão técnica de José Juliano de Lima Júnior. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2008.

RODRIGUES, Luiz Eduardo Miranda José. **Fundamentos da Engenharia Aeronáutica com Aplicações ao Projeto SAE-AeroDesign: Aerodinâmica e Desempenho**. 1. ed. Salto: Edição do Autor, 2014. 320 p. ISBN 978-85-918113-0-4.

SCHWARZ, Brian J.; RICHARDSON, Mark H. **Introduction to operating deflection shapes**. In: CSI RELIABILITY WEEK, 1999, Orlando. Jamestown: Vibrant Technology Inc., 1999.

SEIDEL, Matheus Borges; SANTOS, Geraldo José Belmonte dos. **Uma revisão dos fenômenos aerodinâmicos relacionados ao colapso da ponte Tacoma**. REVISTA DE ENSINO DE ENGENHARIA, v. 41, p. 177–189, 2022. DOI: 10.37702/REE2236-0158.v41p177-189.

SERRANO, Andrés. Análise conceitual da aeroelasticidade, fenômenos aeroelásticos e tecnologia da asa aeroelástica ativa. *REVISTA CONEXÃO SIPAER*, v. 1, n. 2, p. 100-110, mar. 2010. ISSN 2176-7777.

SILVA, Ticiano Monte Lúcio da. **Aeroelasticidade transônica de aerofólio com arqueamento variável**. 2010. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) — Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2010.

SILVA, Marcelo Araújo da; SANTOS, Larissa Teixeira dos. Mitigação de vibrações de longarinas de asas aeronáuticas em situação de flutter. *Brazilian Journal of Development*, Curitiba, v. 9, n. 7, p. 21870-21889, jul. 2023. DOI: 10.34117/bjdv9n7-047.

SISMANOGLU, Bogos Nubar; ARAGÃO, Eduardo Cezar Barbosa de Barros; GOMES, Marcelo Pego; MATTOS, Delmo. Oscilações e vibrações mecânicas: abordagem teórica e simulações. *Latin American Journal of Physics Education*, v. 18, n. 2, p. 2306-1 – 2306-8, jun. 2024. ISSN 1870-9095.

SOARES, Roberto Arruda Lima; PEREIRA, Lorena da Silva Araújo; BARBOSA, Fernando Rocha. Diferenciais na ponte Tacoma Narrows: a explicação do desabamento. *REVISTA MULTIDISCIPLINAR DO NORDESTE MINEIRO*, v. 5, 2025. DOI: 10.61164/rmnm.v5i1.3663.

SOMAZZ, Breno. **Análise modal de sistemas mecânicos**. 2021. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Mecânica) — Universidade Federal de Itajubá, Itajubá, MG, 2021.

SOUZA, Remo Magalhães de. **O método dos elementos finitos aplicado ao problema de condução de calor**. 2003. Belém: Universidade Federal do Pará, Centro Tecnológico, Departamento de Engenharia Civil, Núcleo de Instrumentação e Computação Aplicada à Engenharia, 2003.

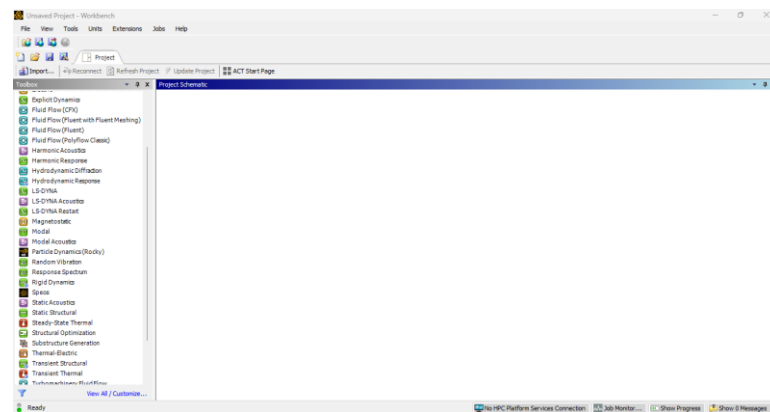
TAVARES, Eduardo Jesus. **Modelo experimental para ensaios de flutter de uma seção típica aeroelástica**. 2009. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) — Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2009.

ZAN, Guilherme Bruno; BARBOSA, Rafael Souza; HONORATO, Wallace Amante; FRANCISCO, Wallisson de Paula; BARBIEIRO, Vinicius Guilherme; REGOLIM, Filipe Augusto; ANDRADE, Vinícius Santos; GONÇALVES, Mônica Maria. Dimensionamento estrutural de uma asa para o projeto de *Aerodesign* empregando análise de elementos finitos e ensaio Whiffletree. In: CONGRESSO DE INOVAÇÃO E TECNOLOGIA DO IFSP, 10., 2019, Sorocaba. *Anais...* Sorocaba: IFSP, 2019.

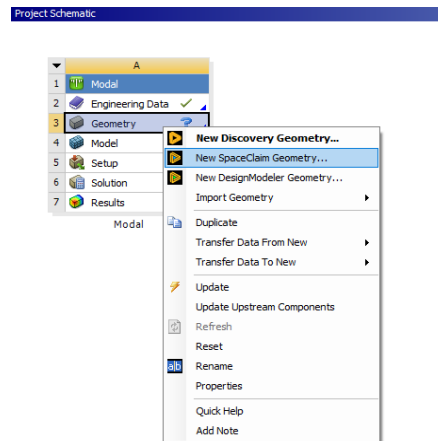
APÊNDICE A – CONFIGURAÇÃO DO ANSYS PARA ANÁLISE MODAL

Para a criação do perfil geométrico, utilizou-se um software CAD com recursos avançados, que permitem a inserção de diversos detalhes e aprimoramentos no desenho. Após a conclusão da modelagem, o arquivo foi exportado para o ANSYS Workbench, software que dispõe de ferramentas capazes de simular as mais variadas condições reais de uma estrutura. Assim, o passo a passo apresentado a seguir descreve de forma detalhada o procedimento adotado e os principais parâmetros considerados na resolução da análise.

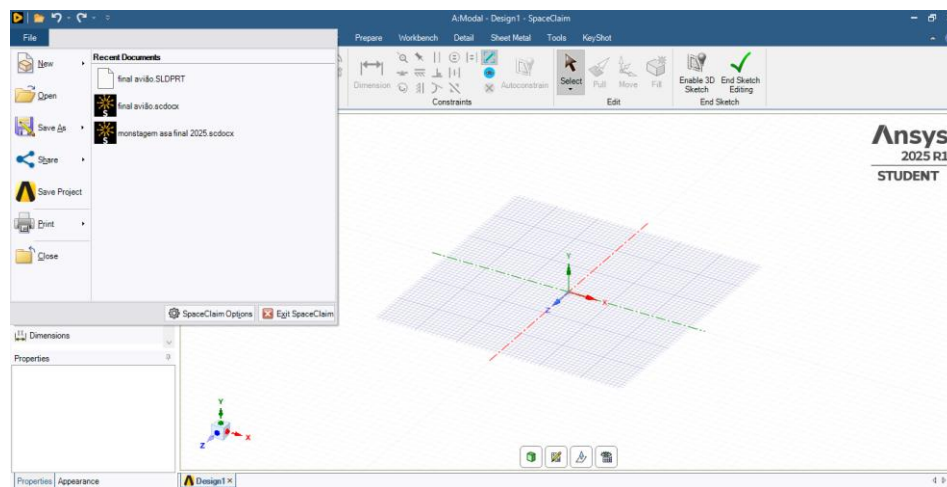
1. Abertura do software ANSYS Workbench na página inicial

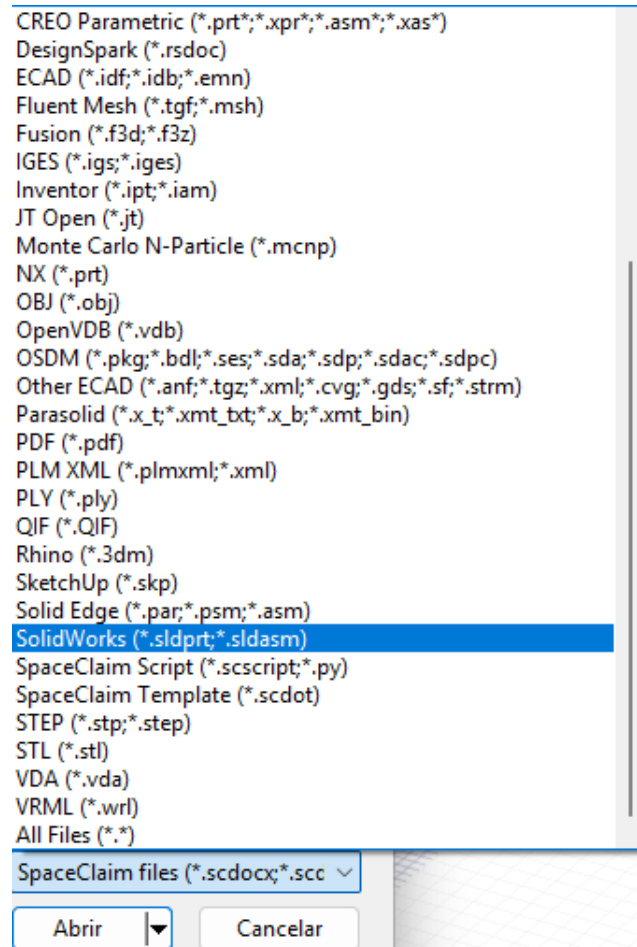


2. Na aba Toolbox (localizada no lado esquerdo da interface), localizar o campo “Modal Analysis”. Em seguida, clicar e arrastar esse módulo para o espaço denominado “Project Schematic”. Selecionar a opção “Geometry”, clicar com o botão direito e escolher a opção “New Spaceclaim Geometry...” para fazer a exportação do arquivo feito em CAD.

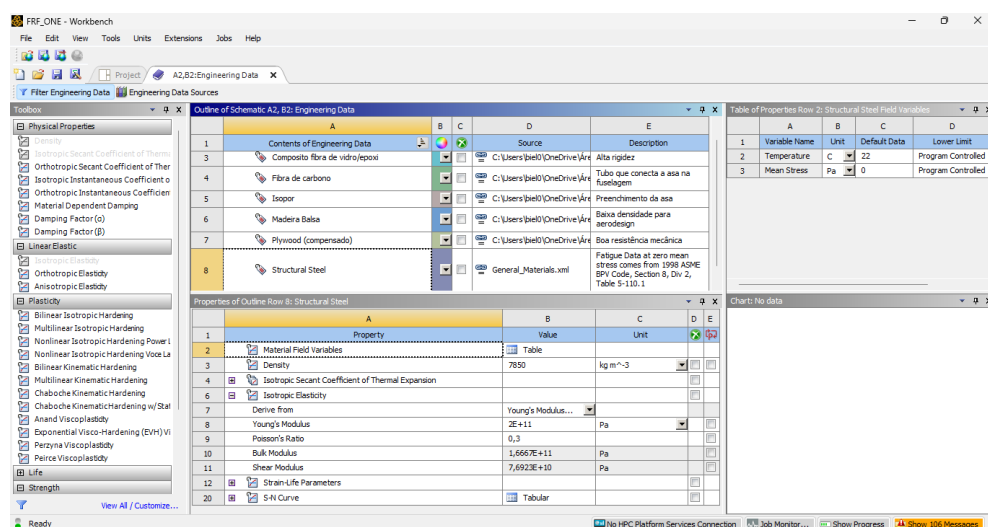


3. Ao abrir o SpaceClaim, direcionar a seta do mouse em “File”, escolher a opção “Open” e escolher na opção de documento a opção compatível com o domínio correspondente ao formato do arquivo. Por exemplo, se foi feito no software SolidWorks, selecionar a opção SolidWorks, procurar o arquivo e selecionar a opção “abrir”.

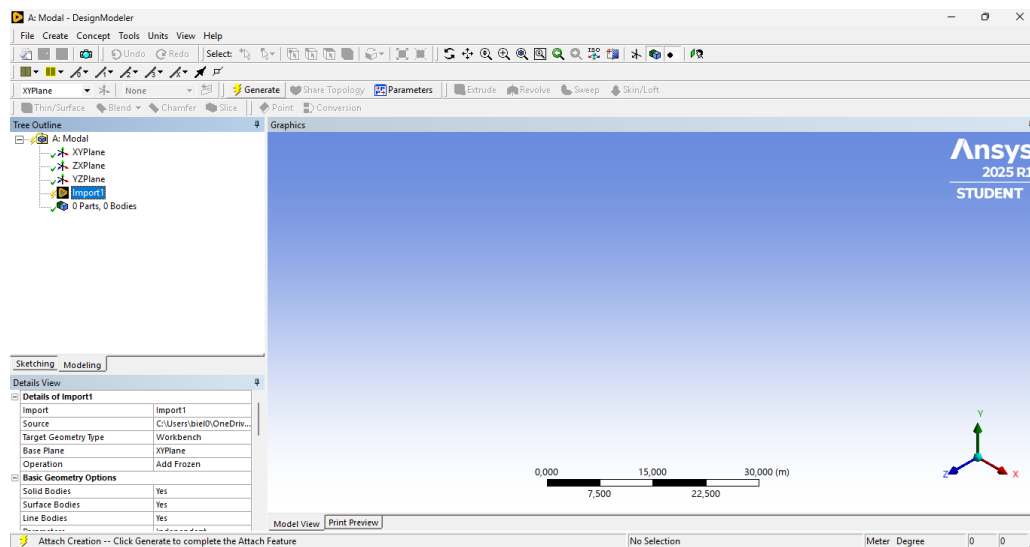




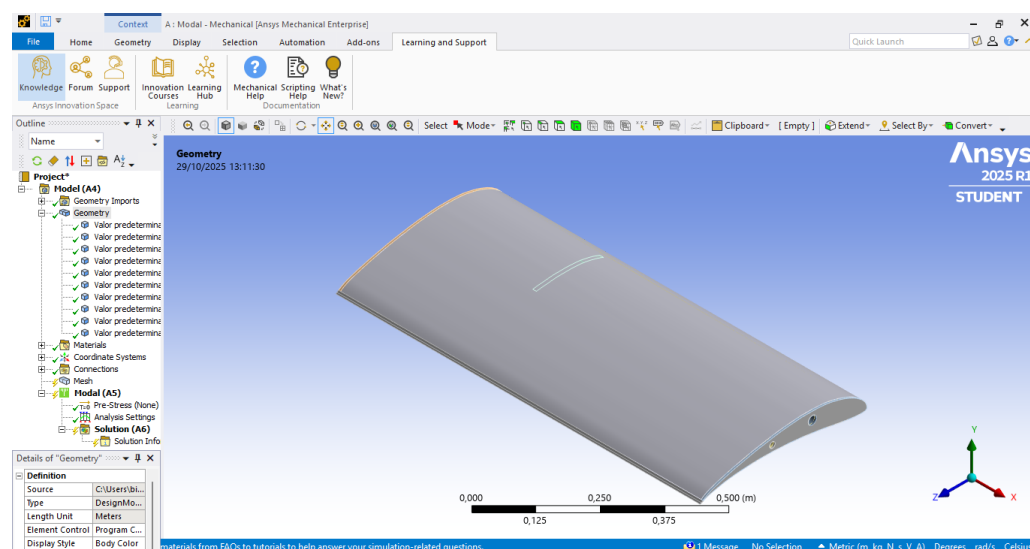
4. Após o carregamento do desenho, é necessário retornar ao Project Schematic e selecionar a opção Engineering Data, onde são definidas as propriedades dos materiais empregados na estrutura. Por padrão, o software adota o material Structural Steel (aço estrutural), porém, é possível desconsiderar o aço e adicionar outros materiais.



5. Após selecionar os materiais e suas propriedades, voltar para a aba inicial do Workbench (Project Schematic), escolher a opção “Geometry” novamente e com o botão direito selecionar “Edit Geometry in DesignModeler”. Ao abrir o Design Modeler, selecionar o campo “Import” e em seguida “Generate”. O perfil geométrico será exibido após carregamento.



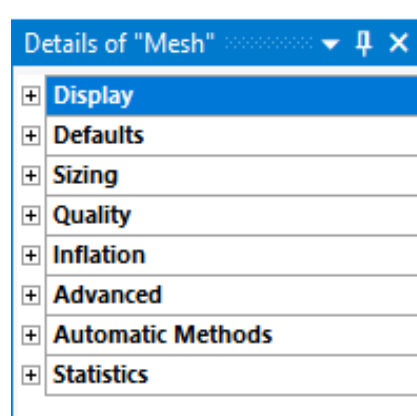
6. Em seguida, voltar para o Project Schematic e selecionar a opção “Model” para geração de malha e outros parâmetros importantes. Nesse campo, é possível determinar os materiais de cada componente da estrutura ao selecionar o componente, abrirá uma aba no lado inferior esquerdo da tela designado por “Details of Geometry”. Além disso, é possível identificar outros parâmetros como massa e volume, por exemplo.



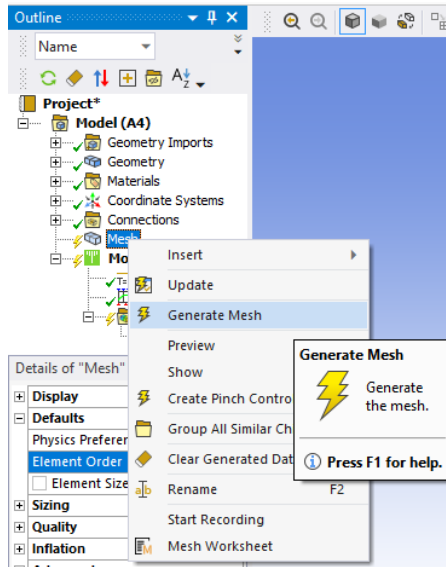
7. Em Mesh, será exibida a aba Details of Mesh, onde é possível definir o tamanho dos elementos da malha de forma adequada à geometria, além de ajustar outros parâmetros disponíveis, como Display, Defaults, Sizing, Quality, Inflation, Advanced e Automatic Methods, conforme as exigências do tipo de análise e as características do projeto.

No campo Statistics, podem ser verificados o número de nós e elementos gerados de acordo com o refinamento da malha. Quanto menor o tamanho dos elementos (malha mais refinada), maior será a precisão dos resultados, embora o tempo de processamento também aumente. É importante considerar as limitações de capacidade da versão Student do ANSYS ao definir o refinamento.

Por fim, deve-se verificar a unidade de medida adotada — normalmente expressa em centímetros (cm), metros (m) ou milímetros (mm) — para garantir a consistência dimensional durante toda a análise.

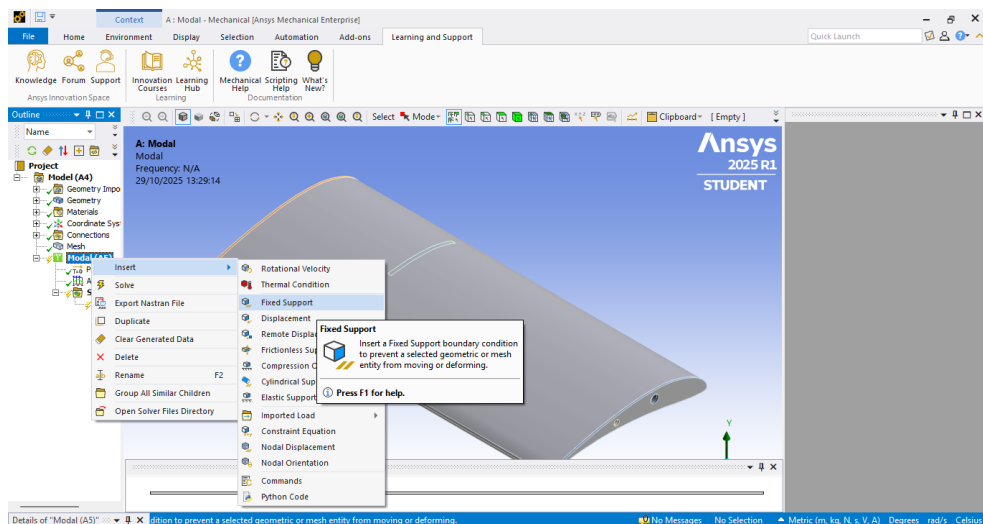


8. Para a escolha do tamanho do elemento da malha, é necessário selecionar o campo “Mesh”, ir na aba “Details of mesh”, selecionar Defaults, Element Size e colocar ao lado o valor da malha requerida. Em seguida, clicar com o botão direito em Mesh, Generate Mesh e, assim, o programa irá gerar a malha. Algumas características são feitas de forma automática pelo próprio software.



9. Com a malha já definida, para dar continuidade à análise é necessário retornar à área inicial Project Schematic e selecionar a opção Setup. Em seguida, escolher o campo Modal, clicar com o botão direito do mouse, selecionar Insert e aplicar a condição de contorno.

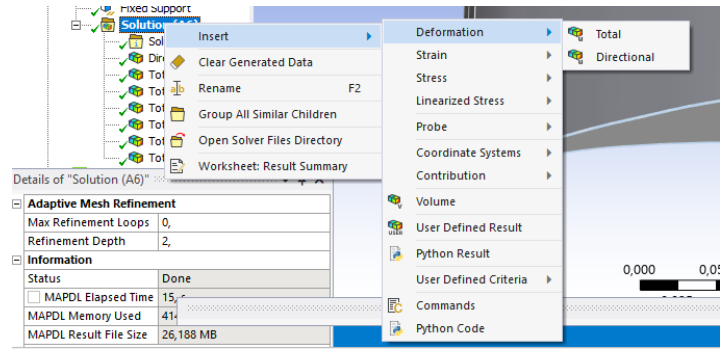
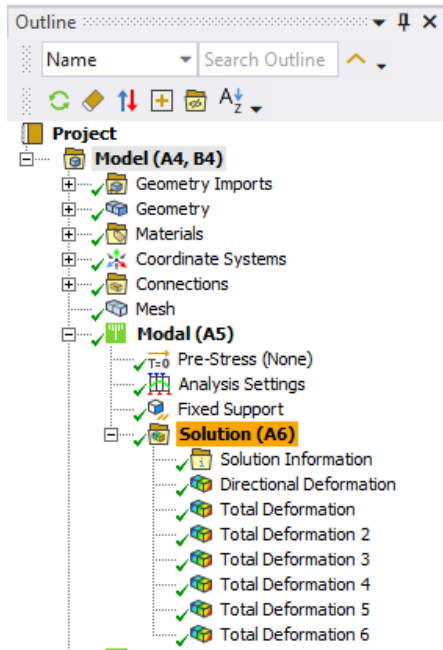
No caso desta análise, foi utilizada a condição Fixed Support, atribuindo uma das faces da da geometria como restrita (fixa).



10. Após escolher a condição de contorno, selecionar o Analysing Settings e colocar os parâmetros abaixo, inclusive o limite de vibrações que se quer encontrar.

Details of "Analysis Settings"	
Options	
Max Modes to Find	6
Limit Search to Range	No
On Demand Expansion Option	Program Controlled
-- On Demand Expansion	No
Solver Controls	
Damped	No
Solver Type	Program Controlled
Rotordynamics Controls	
Coriolis Effect	Off
Campbell Diagram	Off
Advanced	
Contact Split (DMP)	Program Controlled
Output Controls	
Output Selection	None
Stress	Yes
Back Stress	No
Strain	Yes
Contact Data	No
Nodal Forces	Constrained Nodes
Volume and Energy	No
Euler Angles	No
Calculate Reactions	Yes
Store Modal Results	Program Controlled
General Miscellaneous	No
Result File Compression	Program Controlled
Analysis Data Management	
Solver Files Directory	C:\Users\biel0\OneDri...
Future Analysis	MSUP Analyses
Scratch Solver Files Directory	
Save MAPDL db	Yes
Contact Summary	Program Controlled
Delete Unneeded Files	Yes
Solver Units	Active System
Solver Unit System	mks

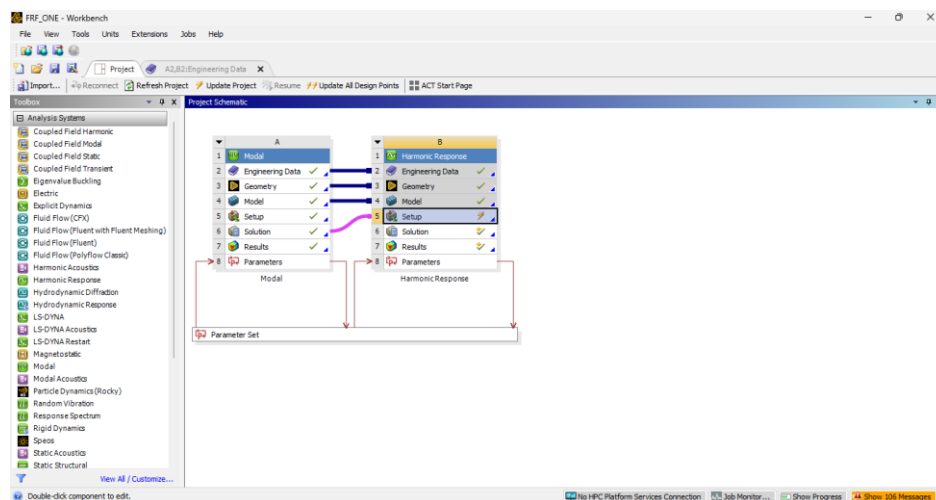
11. Após a definição dos parâmetros em Analysis Settings, selecionar o campo "Solution", clicar com o botão direito, ir em "Insert", depois em "Deformation" e escolher "Directional". Em seguida, clicar em Solve para processar a simulação e gerar os resultados.



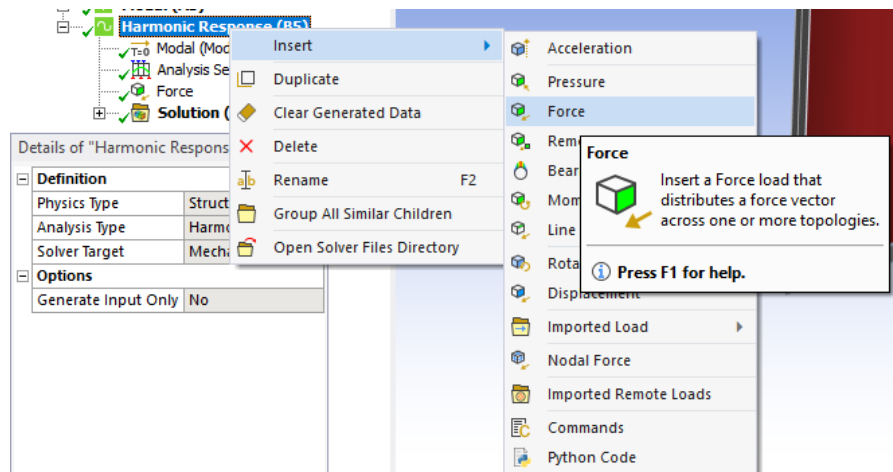
APÊNDICE B – CONFIGURAÇÃO DO ANSYS PARA ANÁLISE DE FUNÇÃO DE RESPOSTA EM FREQUÊNCIA (FRF)

A partir da análise modal, é possível realizar uma análise de Resposta em Frequência (FRF) utilizando a mesma geometria e malha previamente definidas. Essa etapa permite avaliar o comportamento dinâmico da estrutura quando submetida a excitações harmônicas, considerando os modos de vibração, as deformações correspondentes e outros parâmetros derivados. Assim, a análise FRF complementa a análise modal, fornecendo uma visão mais completa da resposta vibracional do sistema. Os passos a seguir descrevem o procedimento de análise FRF.

1. No campo “Toolbox” da página inicial do Workbench, escolher a opção “Harmonic Response” e arrastá-lo até “Setup” do Modal, isso permite que os parâmetros feitos no Modal sejam considerados no Harmonic.

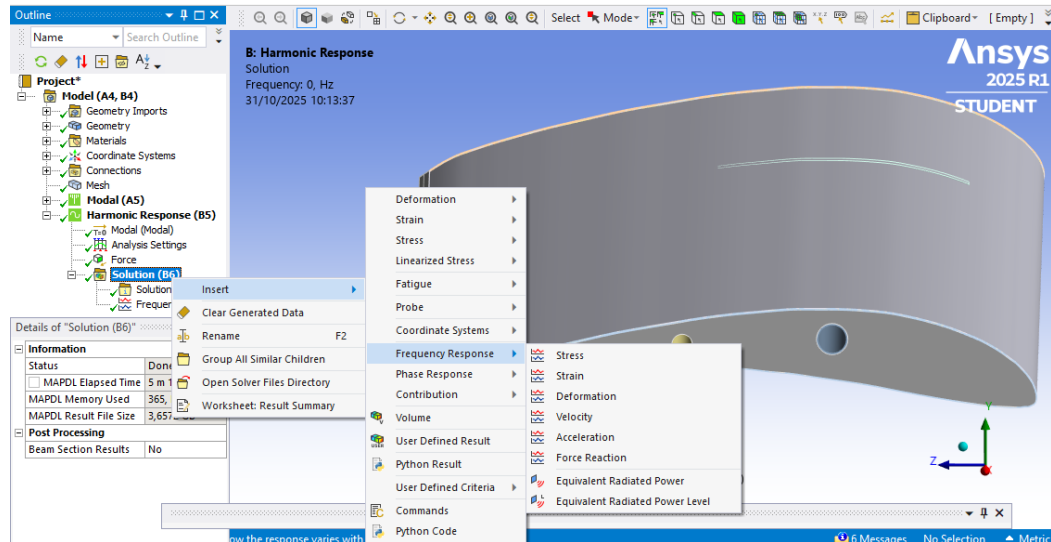


2. No Outline, clicar com o botão direito em “Harmonic Response (B5)”, ir em “Insert” e escolher “Force”. Em seguida, ainda no Outline, clicar em “Analysis Settings” para ajustar o valor da força e sua direção atuante ao longo da geometria conforme os eixos em que o perfil está direcionado, também, colocar um intervalo de frequências em que as frequências obtidas no Modal se encontrem dentro desse intervalo, visando encontrar os gráficos de frequências, amplitudes e ângulos de fase.



Details of "Analysis Settings"	
Step Controls	
Multiple Steps	No
Options	
Frequency Spacing	Linear
☐ Range Minimum	0, Hz
☐ Range Maximum	350, Hz
☐ Solution Intervals	300
User Defined Frequencies	Off
Solution Method	Mode ...
Include Residual Vector	No
Cluster Results	No
On Demand Expansion Option	Progra...
-- On Demand Expansion	No
Store Results At All Frequencies	Yes
Mode Selection Method	None
Rotordynamics Controls	
Coriolis Effect	Off
Output Controls	
Output Selection	None
Stress	Yes
Back Stress	No
Strain	Yes
Contact Data	Yes
Nodal Forces	Yes
Volume and Energy	Yes
Euler Angles	Yes
Calculate Reactions	Yes
General Miscellaneous	Yes
Expand Results From	Progra...
-- Expansion	Modal...
Result File Compression	Progra...
Damping Controls	
Eqv. Damping Ratio From Modal	No
Damping Define By	Dampi...
☐ Damping Ratio	0,
Stiffness Coefficient Define By	Direct ...
☐ Stiffness Coefficient	0,
☐ Mass Coefficient	0,
Analysis Data Management	
Solver Files Directory	C:\Use...
Future Analysis	None
Scratch Solver Files Directory	
Save MAPDL db	No
Contact Summary	Progra...
Delete Unneeded Files	Yes
Solver Units	Active ...
Solver Unit System	mks

3. Selecionar o campo “Solution”, clicar com o botão direito, escolher “Insert”, depois “Frequency Response” e clicar em “Deformation”, apertar em “Solve” (na aba de ferramentas que se encontra na região superior ao Outline) e, assim, os gráficos serão gerados.



4. Adaptar os gráficos abaixo gerados pelo ANSYS utilizando o Excel através do recurso de gráfico de linha para melhor visualização e comparação das frequências com suas amplitudes e ângulos de fase.

