



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE TECNOLOGIA
FACULDADE DE ENGENHARIA CIVIL**



**VERIFICAÇÃO DA CAPACIDADE RESISTENTE DE UMA TRAVESSA
DE PONTE ATRAVÉS DO MÉTODO DE BIELAS E TIRANTES**

**Lukas Ribeiro Moura de Sousa
Sandro Mateus Gonçalves Monteiro**

**Belém - PA
Julho/2023**

**LUKAS RIBEIRO MOURA DE SOUSA
SANDRO MATEUS GONÇALVES MONTEIRO**

**VERIFICAÇÃO DA CAPACIDADE RESISTENTE DE UMA TRAVESSA
DE PONTE ATRAVÉS DO MÉTODO DE BIELAS E TIRANTES**

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado a Faculdade de Engenharia
Civil do Instituto de Tecnologia da
Universidade Federal do Pará, como
parte dos requisitos para obtenção do
título de Bacharel em Engenharia Civil

Orientador: Dr. Maurício de Pina Ferreira

**Belém - PA
Julho/2023**

FOLHA DE APROVAÇÃO

VERIFICAÇÃO DA CAPACIDADE RESISTENTE DE UMA TRAVESSA DE PONTE ATRAVÉS DO MÉTODO DE BIELAS E TIRANTES

Belém, 12 de julho de 2023

Prof. Maurício de Pina Ferreira
Dr. pela Universidade de Brasília (UNB)
Orientador

BANCA EXAMINADORA

Prof. Maurício de Pina Ferreira (UFPA)
Dr. pela Universidade de Brasília

Prof. Sandoval José Rodrigues Júnior (UFPA)
Dr. pela Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro

Prof. Matheus Kenji Yoshikawa Pamplona (EXTERNO)
Msc. pela Universidade Federal do Pará

CONCEITO FINAL: **EXCELENTE**

AGRADECIMENTOS

Agradecemos, primeiramente, à Deus, pois sem Ele, não chegaríamos ao fim dessa trajetória, superando todos os desafios pelo caminho. Em segundo lugar, agradecemos aos nossos pais, Mário e Luíza Moura e Neila Gonçalves, por serem nosso porto-seguro, provendo apoio, cuidado e conselhos valiosos em todos os momentos. Agradecemos, também, aos nossos familiares, em especial à Ana Luísa Moura, ao Volney Gonçalves e à Rufina Duarte. Nossa gratidão aos amigos da igreja, graduação, PCNA e FAESA que nos auxiliaram, das mais diversas formas possíveis durante esse processo, sobretudo a Alice Maria e a Maria Clara. Agradecemos profissionalmente às arquitetas Verena Freire e Sylvia Carvalho, representando o Ministério Público do Estado do Pará, aos engenheiros André Guimarães, Kleber Gueogjian e a equipe de projetos CTB pela compreensão e suporte para que pudéssemos dedicar os esforços na conclusão deste trabalho. Academicamente, somos gratos aos professores que nos acompanharam ao longo desse percurso, especialmente ao nosso orientador Maurício de Pina Ferreira, por todas as oportunidades e experiências no desenvolvimento deste trabalho e pelos outros que virão. Por fim, agradecemos aos colegas do NUMEA, em especial à Mayara Costa, Layse Rafaele e Jedson Abrantes pelas sugestões, correções, orientações e apoio.

VERIFICAÇÃO DA CAPACIDADE RESISTENTE DE UMA TRAVESSA DE PONTE ATRAVÉS DO MÉTODO DE BIELAS E TIRANTES

Lukas Ribeiro Moura de Sousa (1); Sandro Mateus Gonçalves Monteiro (1)

(1) Universidade Federal do Pará

RESUMO

Travessas são elementos estruturais de pontes que têm a função de receber o carregamento das longarinas e ligar transversalmente os pilares. Tal sistema estrutural faz parte da mesoestrutura que tem por objetivo transmitir os esforços da ponte para a infraestrutura. A capacidade resistente das travessas é importante para o desempenho e segurança desta OAE (Obra de Arte Especial), onde os requisitos técnicos do projeto devem estar de acordo com as recomendações normativas vigentes e a análise técnica de projetos se mostra essencial para a garantia de qualidade da obra. Em uma análise, a metodologia de verificação deve ser coerente com a geometria, vinculação e comportamento estrutural do elemento. Para estruturas sujeitas a condições de contorno não usuais, o método de bielas e tirantes se mostra uma opção, vista sua abrangência em casos de descontinuidade geométrica e de solicitações. O método trabalha com uma treliça idealizada internamente ao elemento estrutural, que representa o fluxo de tensões de compressão (bielas) e de tração (tirantes) discretizadas, permitindo, assim, a verificação da resistência do concreto em regiões críticas, assim como a determinação e disposição das armaduras. Portanto, o presente trabalho tem o objetivo de verificar o projeto de uma travessa de geometria não usual de uma ponte rodoviária pelo método de bielas e tirantes com o auxílio do software STRAP para a análise elástica das tensões. Com os resultados gráficos e numéricos obtidos foi possível esboçar o modelo de treliça e verificá-lo de acordo com as recomendações normativas da ABNT NBR 6118 (2014). Por fim, tem-se em vista contribuir de maneira a diversificar as possíveis aplicações do método de bielas e tirantes para possíveis situações que engenheiros calculistas se deparem na rotina da profissão.

Palavras-Chave: Concreto Armado; Travessa de Ponte; Obras de Arte Especiais; Método de Bielas e Tirantes.

RESISTANT CAPACITY VERIFICATION OF A BRIDGE PIER CAP BEAM BY STRUT AND TIE METHOD

Lukas Ribeiro Moura de Sousa (1); Sandro Mateus Gonçalves Monteiro (1)

(1) Federal University of Pará

ABSTRACT

Bridge pier caps beam are structural elements of reinforced concrete bridges that are responsible for receiving the load from the main girders and transversely connecting the piers. This structural system is part of the bridge's mesostructure, which aims to transmit the bridge's forces to the foundation. The load-carrying capacity of the bridge pier cap is important for the performance and safety of the bridge. The technical requirements of the design must comply with the current normative recommendations, and the technical analysis of the projects is essential to ensure the quality of the construction. The verification methodology should be consistent with the geometry, constraints, and structural behavior of the element. For structures subjected to unusual boundary conditions, the strut-and-tie method proves to be an option, given its comprehensiveness in cases of geometric discontinuity and loadings. The method works with an idealized truss within the structural element, representing the flow of discretized compression forces (struts) and tension forces (ties). This allows for the verification of concrete strength in critical regions, as well as the determination and arrangement of reinforcements. Therefore, the present work aims to verify the design of an unconventional bridge pier cap geometry's using the strut-and-tie method, with the assistance of STRAP software for the elastic analysis of stresses. With it, it was possible to outline the truss model and verify it according to the normative recommendations of ABNT NBR 6118 (2014). Finally, the goal is to contribute to diversifying the potential applications of the strut-and-tie method for possible situations that structural engineers may encounter in their professional routine.

Keywords: Reinforced Concrete; Bridge Pier Cap Beam; Special Work of Art; Strut-and-Ties Method

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	7
2	REFERENCIAL TEÓRICO	9
2.1	SISTEMAS ESTRUTURAIS DE PONTES	9
2.2	MÉTODO DE BIELAS E TIRANTES	10
2.2.1	Origens do método.....	10
2.2.2	Determinação dos modelos de bielas e tirantes.....	12
2.3	PRESCRIÇÕES NORMATIVAS	17
2.3.1	Verificações de bielas e nós	17
2.3.2	Determinação da área de aço dos tirantes.....	18
2.3.3	Determinação de comprimento de ancoragem	18
2.3.4	Armaduras mínimas.....	20
3	ESTUDO DE CASO	22
4	METODOLOGIA	25
4.1	MODELAGEM COMPUTACIONAL.....	25
4.2	CONCEPÇÃO DO MODELO DE BIELAS E TIRANTES	26
5	RESULTADOS.....	30
5.1	MODELO DE TRELIÇA.....	30
5.2	TIRANTES.....	31
5.2.1	Verificação das armaduras à flexão.....	31
5.2.2	Verificação da ancoragem.....	31
5.2.3	Verificação das armaduras ao cisalhamento.....	32
5.3	BIELAS	33
5.3.1	Verificação das bielas à flexão	33
5.3.2	Verificação das bielas ao cisalhamento.....	34
5.4	REGIÕES NODAIS	35
5.5	VALIDAÇÃO DOS RESULTADOS DO MODELO.....	37
5.6	VERIFICAÇÃO PROJETO VERSUS MBT	38
6	CONCLUSÕES	39
7	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	40

1 INTRODUÇÃO

O cotidiano do profissional engenheiro calculista consiste em atividades envolvendo a área de estruturas, como projeto de estruturas que consiste no dimensionamento e detalhamento de estruturas; consultorias onde os engenheiros prestam serviços de orientação e direcionamento sobre situações específicas de obras e as avaliações técnicas sobre atividades desenvolvida por profissionais de execução visando assegurar que os aspectos normativos vigentes estejam sendo atendidos pelo projetista.

De acordo com ABECE (2015), os projetos de estruturas de concreto devem atender a todos os critérios de qualidade e durabilidade dispostos na ABNT NBR 6118:2014 especificados na Seção 5 visando a garantia da segurança e economia dos projetos.

Para a verificação e o dimensionamento de vigas de concreto armado, comumente, se usa o método das seções, contudo CARVALHO e FIGUEIREDO FILHO (2014) comentam que a aplicação deste método está atrelada à hipótese de Bernoulli (seções continuam planas durante as deformações) e que a utilização deste método em regiões que não atendem a hipótese de Bernoulli podem levar a resultados incorretos quanto aos aspectos de flexão e cisalhamento.

Adicionalmente, a ABNT NBR 6118 (2014), no Item 22.3, especifica que o Método de Bielas e Tirantes (MBT) é perfeitamente aplicável aos casos de análise da segurança em Estado Limite Último (ELU) de elementos estruturais com regiões de descontinuidade (regiões que não atendem à hipótese de Bernoulli).

Este método consiste no entendimento de estruturas como treliças idealizadas compostas por barras e nós que representam regiões de tensões de tração e compressão que descrevem o comportamento interno dos esforços e permitem o dimensionamento das armaduras do elemento estrutural (SILVA e GIONGO, 2000). A generalidade e sistematização do MBT permite sua aplicação nas mais diversas situações, desde elementos simples como blocos de fundação, consolos curtos e vigas parede até situações não rotineiras como aberturas em vigas e estruturas de geometria e condições de contorno complexas.

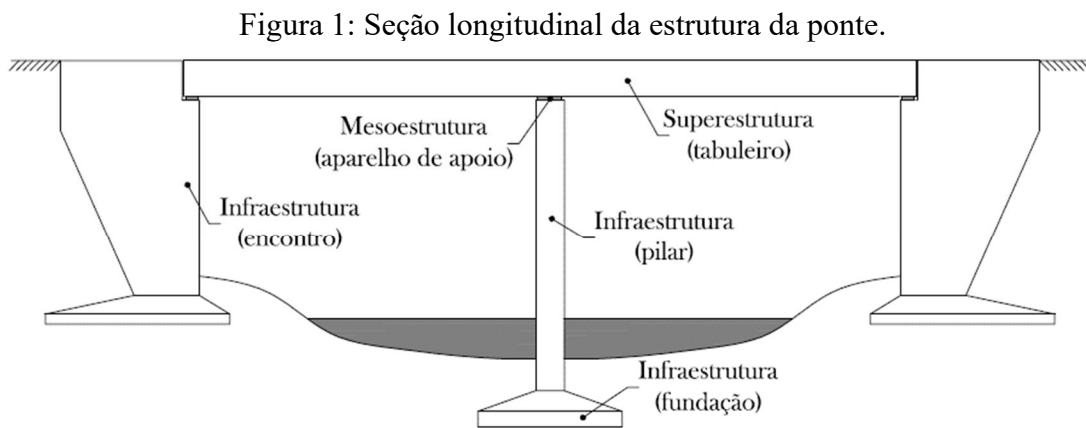
O presente estudo tem por objetivo a verificação em ELU de uma travessa de geometria não usual de uma ponte rodoviária. A travessa em estudo possui dimensões equiparáveis a de vigas-

paredes, descontinuidades geométricas e cargas pontuais próximas aos apoios, o que justifica a utilização do MBT. A verificação se dará de acordo com os requisitos técnicos da ABNT NBR 6118 (2014). A análise local do elemento estrutural se iniciou com determinação das reações de apoio na travessa por meio da modelagem computacional da ponte com o auxílio do software STRAP. Em seguida, o modelo de treliça idealizado foi determinado por meio de análise linear de modelo de elementos finitos da travessa e orientações da literatura consagrada sobre o método.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 SISTEMAS ESTRUTURAIS DE PONTES

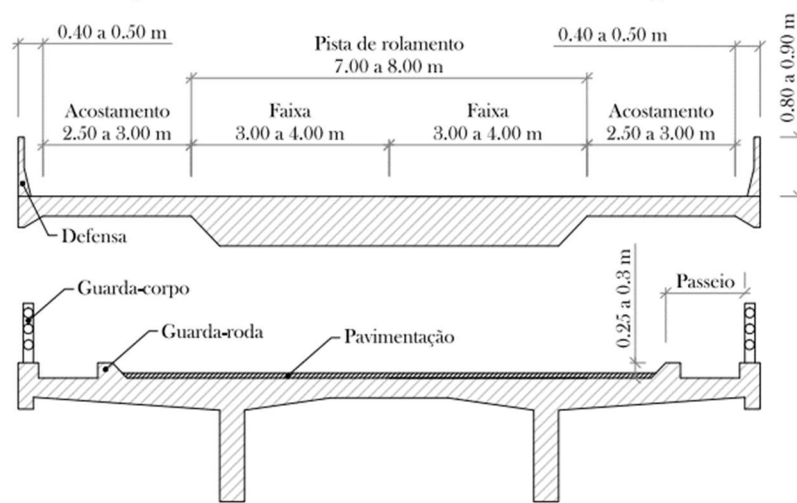
Segundo EL DEBS e TAKEYA (2007), as pontes são estruturas que têm a finalidade de vencer obstáculos tais como vales, rios e avenidas e estabelecer a continuidade das vias. Comumente é denominada ponte a estrutura que visa vencer cursos de água ou outras superfícies líquidas e viaduto a estrutura que visa vencer um vale ou uma via. De acordo com CAVALCANTE (2019), as pontes mais usuais de concreto armado são constituídas por elementos estruturais subdivididos em superestrutura, mesoestrutura e infraestrutura, conforme Figura 1



Fonte: CAVALCANTE (2019).

A superestrutura é a estrutura da ponte que recebe primariamente os carregamentos da ponte (lajes, longarinas, pórticos etc.), a mesoestrutura (aparelhos de apoio, travessas e outros) é formada pelos elementos que transmitem as cargas da superestrutura para a infraestrutura e a infraestrutura é constituída pelos elementos que transferem as cargas da estrutura para o terreno da obra de forma que o solo suporte geotecnicaamente estas solicitações. Estes elementos estão ilustrados na Figura 2.

Figura 2: Seção transversal da estrutura da ponte.



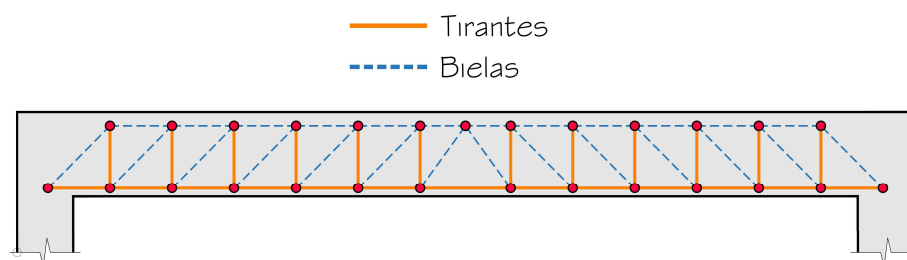
Fonte: CAVALCANTE (2019).

2.2 MÉTODO DE BIELAS E TIRANTES

2.2.1 Origens do método

O emprego de modelos de treliça como soluções para o dimensionamento de vigas de concreto armado é datado para início do século XX, quando os pesquisadores W. Ritter e E. Mörsch apresentaram a ideia como uma solução para a determinação da armadura de cisalhamento para estes elementos estruturais a fim de combater os esforços cortantes. Esta teoria inicial ficou conhecida como “Analogia de Treliça de Mörsch”, conforme Figura 3, a qual consiste em elementos tracionados chamados de tirantes e elementos comprimidos chamados de bielas. O sistema possui dois banzos paralelos, sendo um de concreto comprimido e um de armadura tracionada, além de diagonais e montantes (estribos) que resistem às solicitações normais de compressão e tração, respectivamente. (CARVALHO e FIGUEIREDO FILHO, 2014).

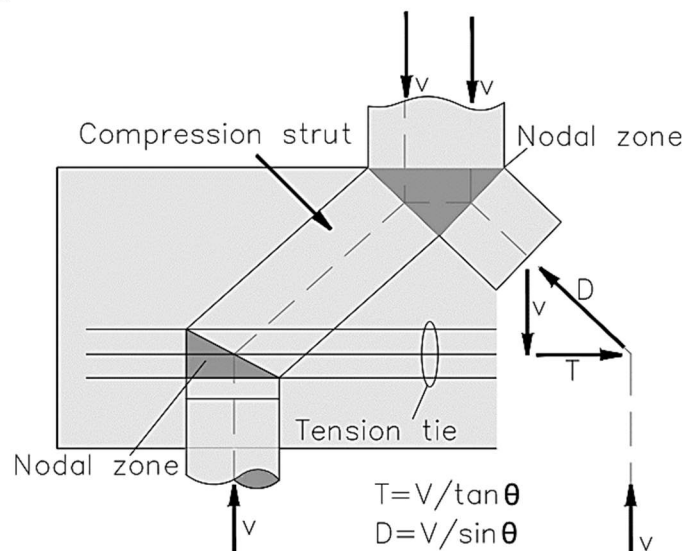
Figura 3: Esquema treliça de Mörsch.



Fonte: Adaptado de SILVA e GIONGO (2000).

A teoria de treliça foi estudada e aperfeiçoada com o decorrer dos anos até que, com base em resultados experimentais, pesquisadores propuseram a adoção da chamada “Trelliça Generalizada de Morsch” que, segundo SILVA e GIONGO (2000), passou a considerar a inclinação das bielas comprimidas com o eixo da viga de forma aproximada aos visualizados nos ensaios experimentais, entre outras modificações, mas mantendo a ideia básica da analogia de treliça original. Na década de 80, SCHLAICH, SCHÄFER e JENNEWEIN (1987) propuseram modelos que adotassem o sistema de Bielas e Tirantes como referência, os quais poderiam ser utilizados de maneira generalizada para diversos elementos de concreto como: vigas-parede; consolos; blocos sobre estacas, entre outros. Na Figura 4, observa-se a aplicação deste método em blocos sobre estacas.

Figura 4: Modelo de bielas e tirantes de bloco sobre estacas.



Fonte: Adaptado de ADEBAR e ZHOU (1993).

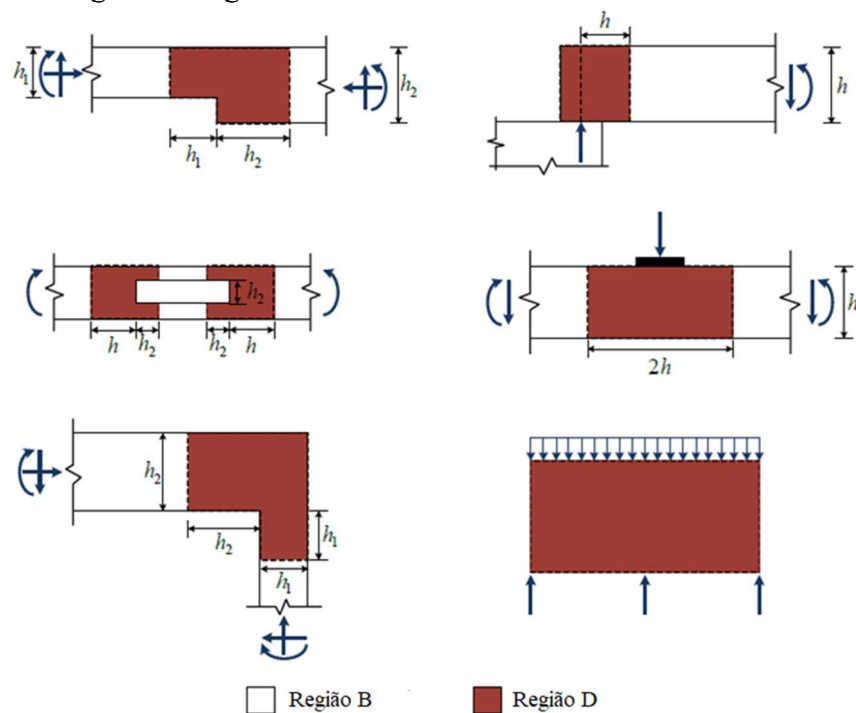
Esses modelos, quando refinados, culminaram no hoje conhecido Método de Bielas e Tirantes (MBT), que tem como principal vantagem a generalidade de aplicação para peças de concreto armado, uma vez que estruturas simples e complexas podem ser representadas e verificadas por modelos de treliças de maneira sistemática. Apesar de não ser o método mais econômico e eficiente em todos os casos, como, por exemplo, vigas usuais que são dimensionadas pelo Método das Seções (MS), ainda é uma alternativa confiável se utilizada corretamente.

Cabe ressaltar que, dada sua generalidade de aplicação, o MBT deve ser utilizado com cautela, pois, o método exige conhecimentos diversos e específicos do projetista para a escolha do modelo que represente coerentemente os esforços internos na estrutura.

2.2.2 Determinação dos modelos de bielas e tirantes

De acordo com EL-METWALLY e CHEN (2017), as estruturas podem ser subdivididas em dois tipos: a chamada região B (região de continuidade) são os locais da estrutura em que são válidas as hipóteses de Bernoulli de distribuição linear de deformações; e a também conhecida como região D (descontinuidade), que são os locais onde a distribuição de tensões é não-linear. Normalmente essas descontinuidades são causadas por ações concentradas, reações de apoio e situações geométricas da estrutura. Tais regiões estão representadas na Figura 5.

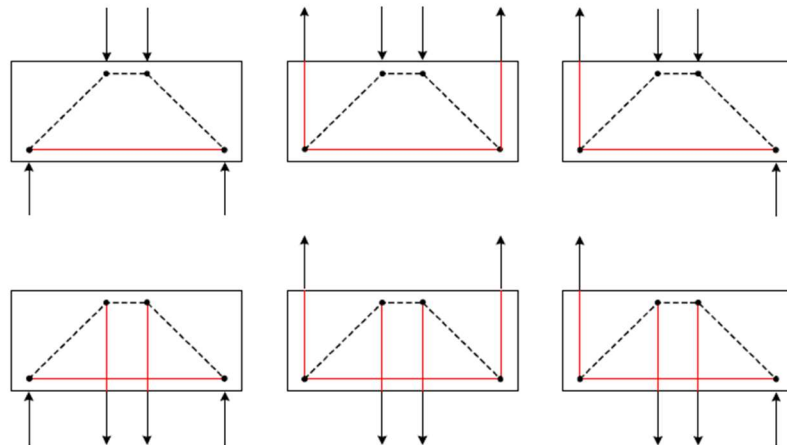
Figura 5: Regiões contínuas e descontínuas em estruturas.



Fonte: MARTHA (2012).

De acordo com CAMPOS FILHO (1996), de maneira geral, os modelos de bielas e tirantes podem ser entendidos como representações discretas de campos de tensão de compressão a serem absorvidos pelo concreto (bielas) e campos de tensão de tração a serem absorvidos pelas armaduras (tirantes). O modelo determinado para a estrutura é composto por barras ligadas por nós onde as barras concentram as tensões de tração e compressão. A Figura 6 apresenta alguns modelos de bielas e tirantes para vigas-parede em função das cargas aplicadas.

Figura 6: Modelos de bielas e tirantes para vigas-parede.

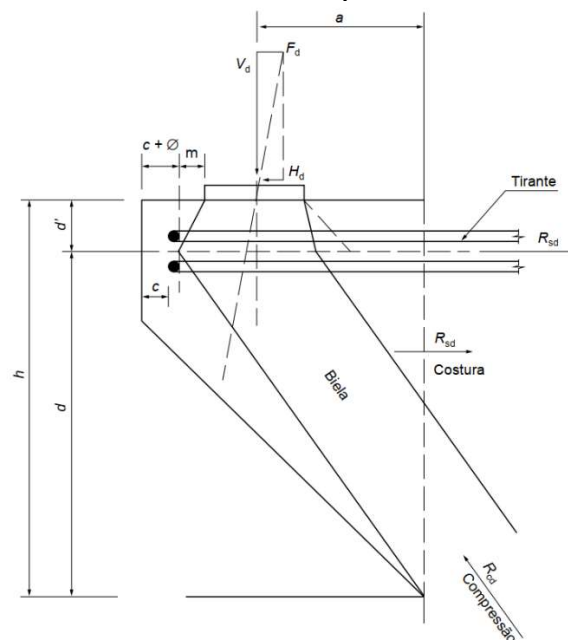


Fonte: CEB/FIP MODEL CODE (2010).

O arranjo de barras e nós do modelo depende diretamente de condições de contorno, carregamentos aplicados, tipo de ações atuantes, geometria da estrutura, distribuição das armaduras, apoios da estrutura, entre outros. Diversos métodos de determinação da geometria do modelo foram desenvolvidos e validados ao longo do tempo, dentre os métodos mais usuais temos:

a) Modelos pré-definidos ou normativos: São propostos por normas ou autores consagrados que se baseiam em ensaios experimentais.

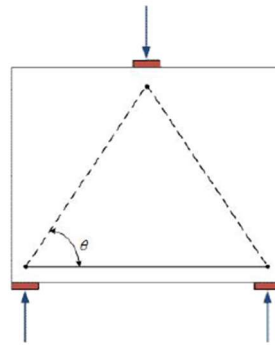
Figura 7: Modelo de bielas e tirantes padronizado de consolo curto.



Fonte: ABNT NBR 9062 (2017).

b) Método do caminho de cargas: Procedimento que determina a geometria por meio do equilíbrio entre ações externas e apoios da estrutura com o auxílio de equações de equilíbrio, resultando no encaminhamento das tensões internamente por meio de bielas e tirantes.

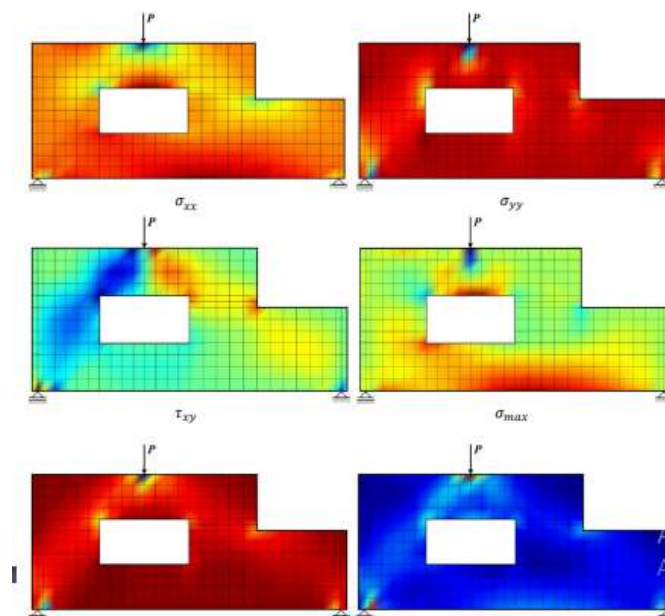
Figura 8: Caminho de cargas para modelo de viga-parede.



Fonte: MARTHA (2012).

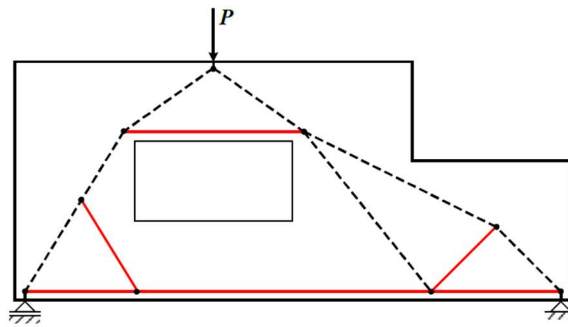
c) Análise elástica: Baseia-se na determinação dos elementos da treliça por meio do fluxo de tensões na estrutura. Esta análise é comumente feita baseada em métodos numéricos como o Método dos Elementos Finitos (MEF) com o auxílio de ferramentas computacionais como SAP 2000, ABAQUS ou STRAP. Dessa forma, um modelo linear elástico é desenvolvido para compreender a distribuição das tensões na estrutura, e este processo é comumente utilizado em estruturas de geometria não usuais, onde não existem modelos normativos pré-definidos e a análise pelo método do caminho de tensões seria complexa.

Figura 9: Mapas dos campos de tensão.



Fonte: MARTHA (2012).

Figura 10: Modelo de bielas e tirantes determinado baseado em análise elástica.

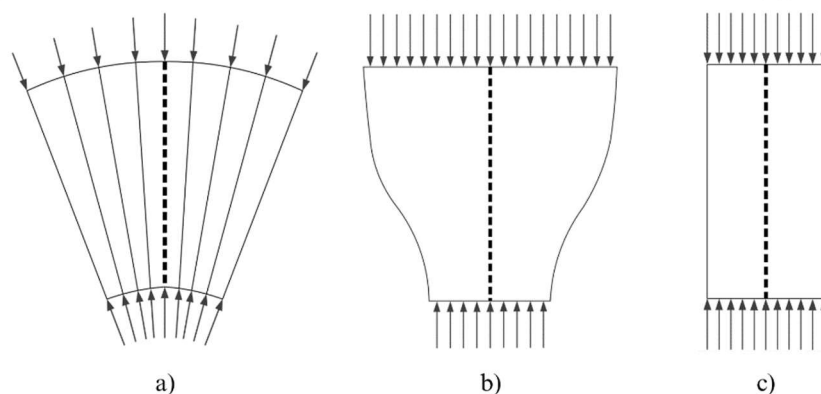


Fonte: MARTHA (2012).

Conforme apresentado acima, as bielas como representações dos campos de tensão de compressão podem assumir formas variadas dentro da estrutura de acordo com as condições de contorno já citadas, além da própria geometria da treliça. SILVA e GIONGO (2000) apresenta três distribuições diferentes que as bielas podem assumir:

- a) Distribuição radial: Decorrentes de forças introduzidas e distribuídas de maneira suave e normalmente tensões transversais não se desenvolvem neste campo.
- b) Distribuição de tensões curvilíneas: Ocorrem quando forças concentradas são introduzidas e distribuídas por meio de curvaturas acentuadas. Este tipo de distribuição desenvolve tensões transversais.
- c) Distribuição de tensões paralelas: Decorrente de tensões que se distribuem uniformemente e este tipo de distribuição não desenvolve tensões transversais.

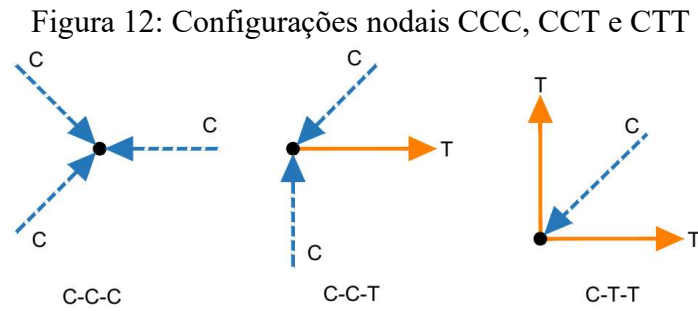
Figura 11: Distribuição de tensões a) radiais, b) curvilíneas e c) paralelas.



Fonte: MARTHA (2012).

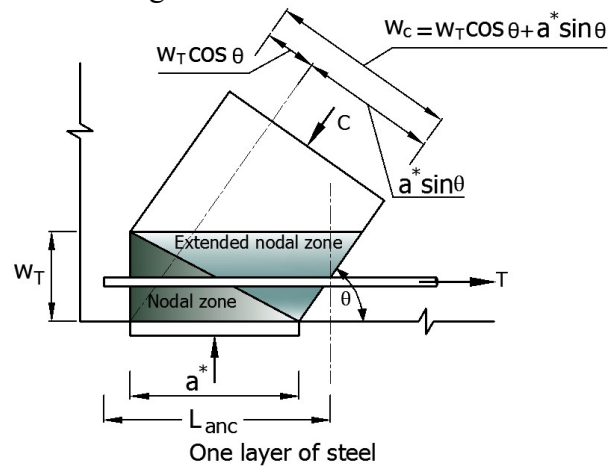
Outras regiões que são idealizações são os “nós”, que possuem dimensões dentro da estrutura afetadas diretamente pelas condições de contorno e principalmente pelas configurações de

bielas e tirantes ligados a cada nó. As Figura 12 e Figura 13 ilustram as configurações nodais e suas dimensões.



Fonte: ACI COMMITTEE (2019).

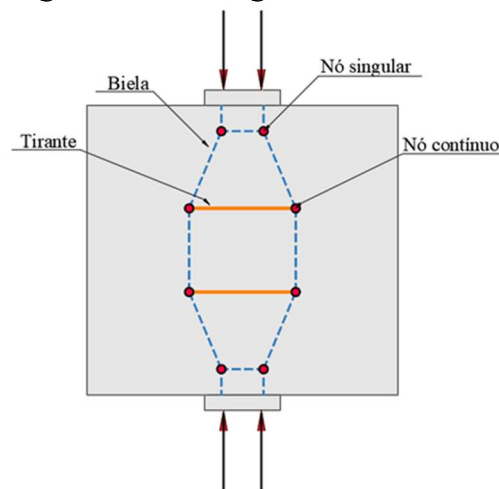
Figura 13: Dimensões nodais.



Fonte: ACI COMMITTEE (2019).

Outra classificação dos nós é a de nós singulares (ou nós concentrados) e nós contínuos (ou nós distribuídos), conforme Figura 14. Segundo CAMPOS FILHO (1996), nós singulares são aqueles que recebem uma biela ou tirante que representa um campo de tensão concentrado proveniente de forças ou discontinuidades geométricas e os nós contínuos são aqueles que o desvio das forças é feito em comprimentos razoáveis. Os contínuos normalmente não são críticos desde que a ancoragem para a armadura seja determinada corretamente, já os singulares devem ser verificados quanto as tensões atuantes.

Figura 14: Nós singulares e contínuos.



Fonte: Adaptado de CAMPOS FILHO (1996).

O objetivo final do método consiste na verificação à resistência das bielas e dos nós com as dimensões definidas e a determinação da armadura para os tirantes, ambos baseados nas recomendações normativas adotadas pelo projetista.

2.3 PRESCRIÇÕES NORMATIVAS

2.3.1 Verificações de bielas e nós

No Brasil, o MBT é discutido normativamente pela ABNT NBR 6118:2014 e 9062 (2017), que estabelece requisitos para aplicação do método, sendo um desses requisitos a limitação do ângulo θ de inclinação entre $29,7^\circ$ e $63,4^\circ$, com valores de tangente entre 0,57 e 2,00. A norma também dita os parâmetros de resistência a serem adotados nas verificações de tensões de compressão máxima nas bielas e regiões nodais conforme a seguir:

$f_{cd,1}$ - Tensão resistente máxima no concreto, em verificações pelo método de bielas e tirantes, em regiões com tensões de compressão transversal ou sem tensões de tração transversal e em nós onde confluem somente bielas de compressão (nós CCC);

$$f_{cd,1} = 0,85 \cdot a_{v2} \cdot f_{cd} \quad (1)$$

$f_{cd,2}$ - Tensão resistente máxima no concreto, em verificações pelo método de bielas e tirantes, em regiões com tensões de tração transversal e em nós onde confluem dois ou mais tirantes tracionados (nós CTT ou TTT);

$$f_{cd,2} = 0,60 \cdot a_{v2} \cdot f_{cd} \quad (2)$$

$f_{cd,3}$ - Tensão resistente máxima no concreto, em verificações pelo método de bielas e tirantes, em nós onde conflui um tirante tracionado (nós CCT).

$$f_{cd,3} = 0,72 \cdot a_{v2} \cdot f_{cd} \quad (3)$$

Onde:

$$a_{v2} = \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) - (f_{ck} \text{ em } MPa)$$

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} - \text{Resistência de cálculo à compressão do concreto}$$

f_{ck} - Resistência de cálculo à compressão do concreto

γ_c - Coeficiente de ponderação da resistência do concreto

2.3.2 Determinação da área de aço dos tirantes

Para a resistência de cálculo dos tirantes a norma determina que a área de aço utilizada deve ser calculada por:

$$A_s = \frac{N_{sd}}{f_{yd}} \quad (4)$$

Onde:

N_{sd} - Força de tração de cálculo do tirante

f_{yd} - Tensão resistente de cálculo do aço;

2.3.3 Determinação de comprimento de ancoragem

Outra verificação necessária pela ABNT NBR 6118 (2014) é a de ancoragem das armaduras, onde a norma determina que todas as barras de armaduras devem ser ancoradas de forma que as forças a que estejam submetidas sejam integralmente transmitidas ao concreto por meio de aderência, dispositivos mecânicos ou ambos. O cálculo da ancoragem por meio da resistência de aderência entre concreto e armadura passiva se dá pelas seguintes expressões, conforme itens 9.3 e 9.4 da norma:

f_{bd} - Resistência de aderência de cálculo da armadura passiva;

$$f_{bd} = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot f_{cta} \quad (5)$$

Onde:

$\eta_1 = 1,00$ - Barras lisas;

$\eta_1 = 1,40$ - Barras entalhadas;

$\eta_1 = 2,25$ - Barras nervuradas;

$\eta_2 = 1,00$ - Situações de boa aderência;

$\eta_2 = 0,70$ - Situações de má aderência;

$\eta_3 = 1,00$ - Barras com $\phi < 32 \text{ mm}$;

$\eta_3 = \frac{132-\phi}{100}$ - Barras com $\phi > 32 \text{ mm}$;

ϕ - Diâmetro da barra em mm ;

f_{cta} - Resistência à tração direta de cálculo do concreto;

$$f_{cta} = \frac{f_{ctk,inf}}{\gamma_c} \quad (6)$$

$f_{ctk,inf}$ - Resistência característica inferior do concreto à tração;

$$f_{ctk,inf} = 0,7 \cdot f_{ctk,m} \quad (7)$$

$f_{ct,m}$ - Resistência média do concreto à tração, para $f_{ck} < 50 \text{ MPa}$;

$$f_{ct,m} = 0,3 \cdot f_{ck}^{\frac{2}{3}} \quad (8)$$

O comprimento de ancoragem básico (l_b) é determinado por:

$$l_b = \frac{\phi}{4} \cdot \frac{f_{yd}}{f_{bd}} \geq 25\phi \quad (9)$$

O comprimento de ancoragem necessário ($l_{b,nec}$) é determinado por:

$$l_{b,nec} = \alpha \cdot l_b \cdot \frac{A_{s,calc}}{A_{s,ef}} \geq l_{b,min} \quad (10)$$

Onde:

$\alpha = 1,0$ - Barras sem gancho;

$\alpha = 0,7$ - Barras tracionadas com gancho;

E o comprimento de ancoragem mínimo ($l_{b,min}$) é determinado com o maior entre as três equações abaixo:

$$l_{b,min1} = 0,3 \cdot l_b \quad (11)$$

$$l_{b,min2} = 10\phi \quad (12)$$

$$l_{b,min3} = 100 \text{ mm} \quad (13)$$

A norma supracitada ainda determina as especificações para os ganchos das extremidades das barras longitudinais de tração:

- a) Ganchos semicirculares: Devem possuir ponta reta de comprimento não inferior a 2ϕ ;
- b) Ganchos em ângulo de 45° (interno): Devem possuir ponta reta de comprimento não inferior a 4ϕ ;
- c) Ganchos em ângulo reto: Devem possuir ponta reta de comprimento não inferior a 8ϕ ;

2.3.4 Armaduras mínimas

As armações de elementos estruturais ainda devem respeitar valores mínimos de área de aço determinados normativamente para armaduras longitudinais de tração e armadura de cisalhamento. A norma especifica taxas mínimas de armadura de flexão para vigas em função da área de concreto e do f_{ck} de acordo com a Tabela 1:

Tabela 1: Taxas mínimas de armadura de flexão para vigas.

Função da seção	Valores de ρ_{min} ($A_{s,min}/A_c$) para CA-50 (%) em função do f_{ck}								
	20	25	30	35	40	45	50	55	60
Retangular	0,150	0,150	0,150	0,164	0,179	0,194	0,208	0,211	0,219

Fonte: Adaptação da ABNT NBR 6118 (2014).

Para elementos lineares com esforço cortante o item 17.4.1.1.1 da norma determina uma armadura transversal mínima de estribos com a seguinte taxa geométrica:

$$\rho_{sw} = \frac{A_{sw}}{b_w \cdot s \cdot \text{sen}(\alpha)} \geq 0,2 \cdot \frac{f_{ct,m}}{f_{ywk}} \quad (14)$$

Onde:

A_{sw} - Área da seção transversal dos estribos;

s - Espaçamento dos estribos;

α - Inclinação dos estribos;

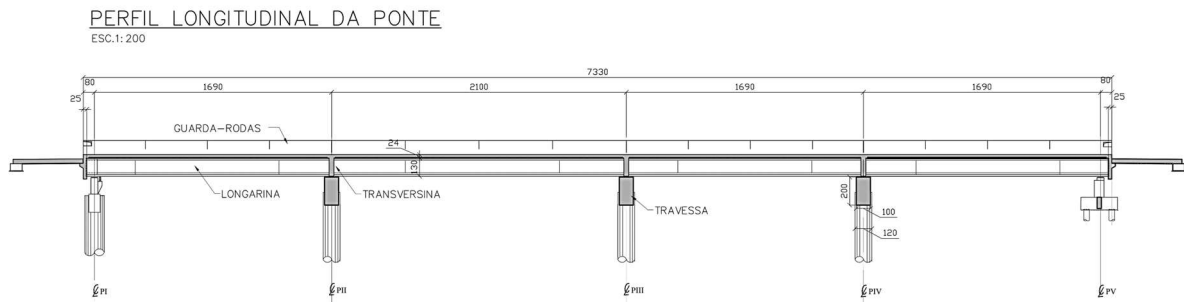
b_w - Largura média da alma ao longo da altura útil;

f_{ywk} - Resistência característica ao escoamento do aço da armadura transversal.

3 ESTUDO DE CASO

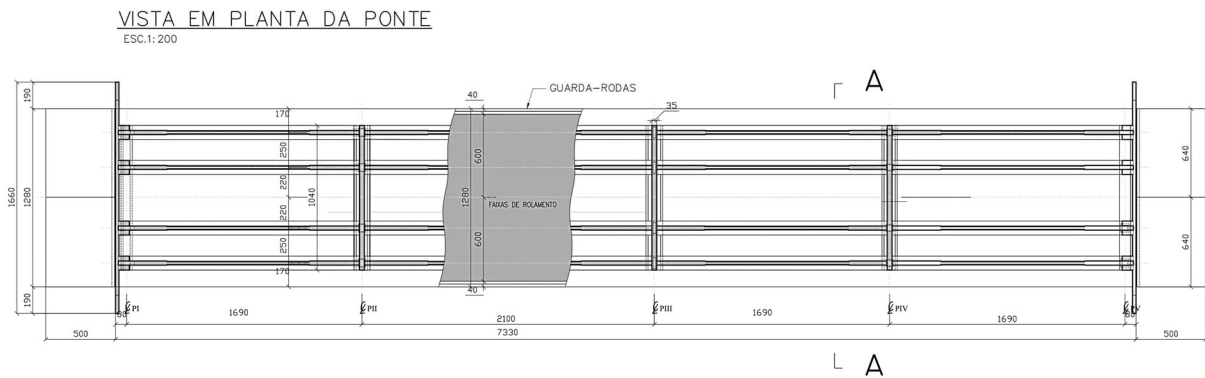
O projeto em estudo se trata de uma ponte rodoviária a ser construída com sistema estrutural da superestrutura em vigas (longarinas) que suportam laje com uma faixa de rolamento. Os vãos típicos da estrutura, ilustrados nas Figura 15 e Figura 16, são de 16,90 m e 21,00 m com uma largura de 12,80 m.

Figura 15: Vista longitudinal da ponte.



Fonte: Projeto.

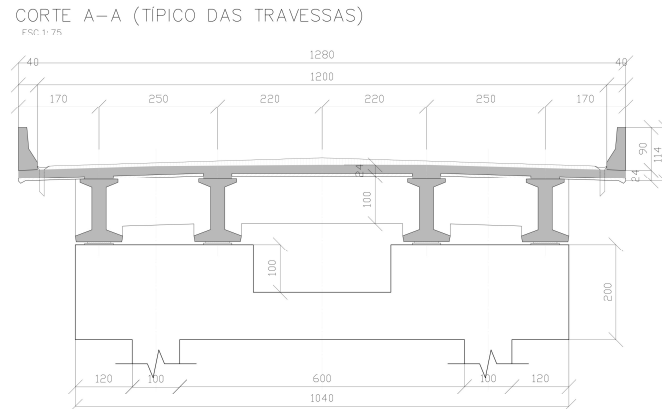
Figura 16: Vista em planta da ponte.



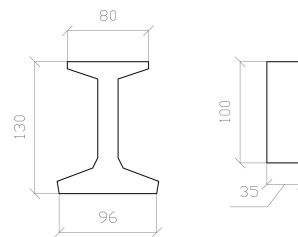
Fonte: Projeto.

As longarinas descarregam nas travessas por meio de aparelhos de apoio em neoprene fretado de 50x100x3 cm. A mesoestrutura por sua vez é composta por estrutura no tipo pórtico com dois pilares ligados transversalmente por meio da travessa em estudo, conforme Figura 17.

Figura 17: Seção transversal da ponte e detalhe da longarina.



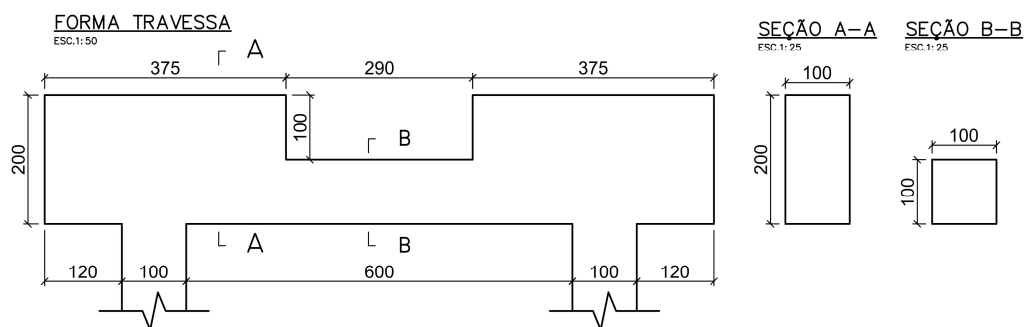
LONGARINAS E TRANSVERSINAS
ESC. 1:75



Fonte: Projeto.

A travessa em estudo foi projetada com a resistência característica do concreto à compressão de 30 Mpa, aço CA-50, cobrimento e 3 cm e diâmetro de agregado igual a 19 mm. A estrutura da mesma é detalhada em sequência com forma, na Figura 18, e armaduras, nas Figura 19 e Figura 20:

Figura 18: Seção transversal e longitudinal da travessa.

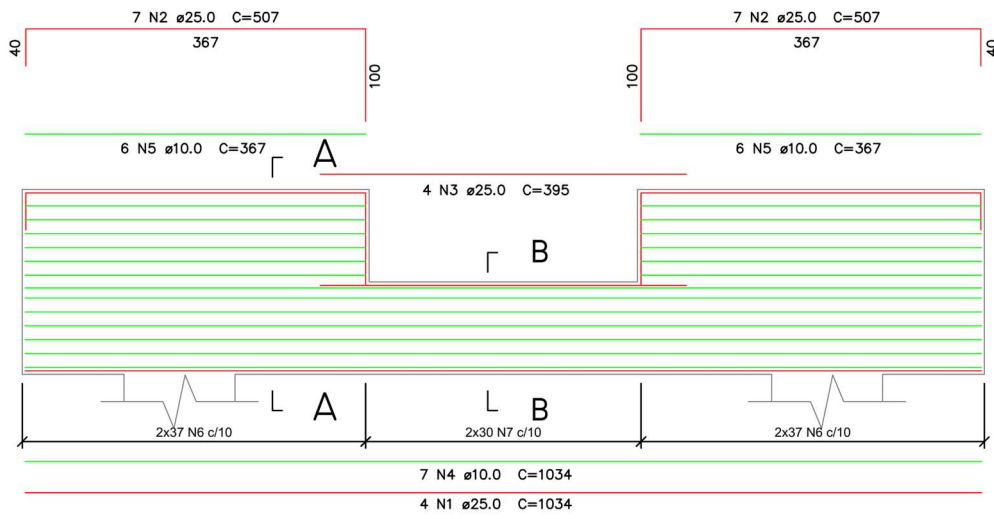


Fonte: Projeto.

Figura 19: Armação longitudinal da travessa.

ARMAÇÃO TRAVESSA

ESC.1:50



Fonte: Projeto.

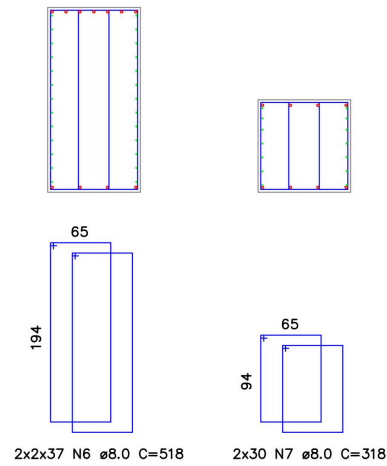
Figura 20: Armação transversal da travessa.

SEÇÃO A-A

ESC.1:25

SEÇÃO B-B

ESC.1:25



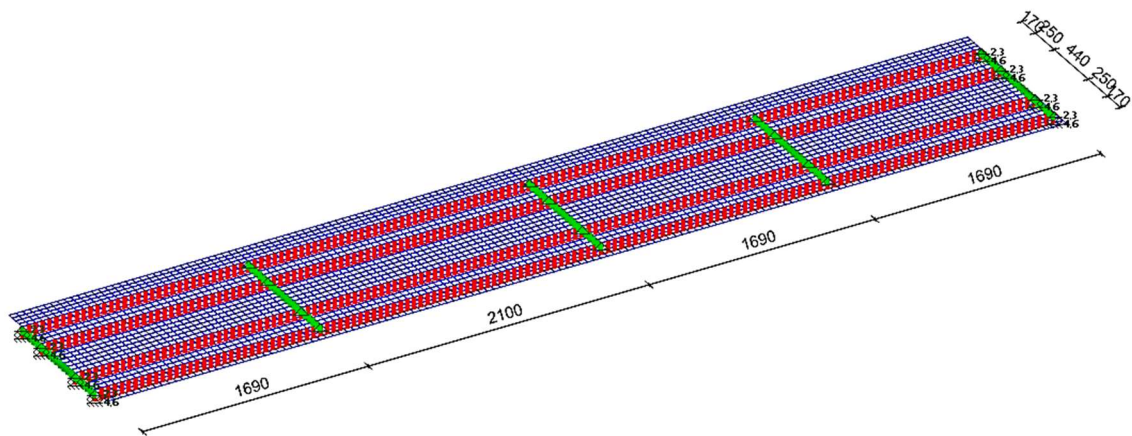
Fonte: Projeto.

4 METODOLOGIA

4.1 MODELAGEM COMPUTACIONAL

A ponte em estudo foi modelada no software STRAP com as longarinas representadas por barras contínuas, a laje contínua como malha com elementos de aproximadamente 50x50 cm e as transversinas como barras de seção retangular de 35x100 cm. Os apoios foram definidos como articulações nas extremidades, os vãos da longarina para representação dos aparelhos de apoio. O modelo é representado na Figura 21.

Figura 21: Modelagem da ponte no software STRAP.



Fonte: Autores.

Foram considerados os efeitos de não linearidade física dos elementos de maneira aproximada, conforme recomenda o item 15.7.3 da ABNT NBR 6118 (2014), ajustando os valores de rigidez dos elementos estruturais.

Para a determinação das reações de apoio na travessa, considerou-se as cargas permanentes (peso próprio, defensas, pavimentação e impermeabilizações), conforme orientações da ABNT NBR 6120 (2019) e o carregamento de trem tipo TB-450, considerado de acordo com a ABNT NBR 7188 (2013) em três situações distintas: centro da ponte, lateral superior e lateral inferior. A combinação desses carregamentos foi calculada em estado limite último (ELU) normal, em conformidade com a ABNT NBR 8681 (2003). A Figura 22 apresenta o resultado da combinação dos esforços supracitados.

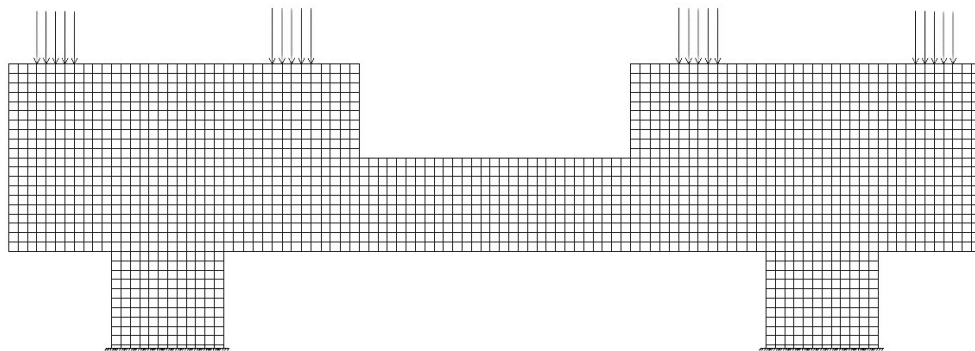
Figura 22: Reações de apoio (kN) na travessa em ELU - Envoltória de combinações.



Fonte: Autores.

A travessa, do estudo de caso, foi modelada como uma malha de elementos finitos apoiada em engastes na região inferior do pilar parcialmente representado. A malha, conforme Figura 23, foi discretizada com elementos de 10x10 cm e espessura de 100 cm e as reações de apoio distribuídas em nós contidos na área de contato do aparelho de apoio.

Figura 23: Travessa representada como malha de elementos finitos planos.

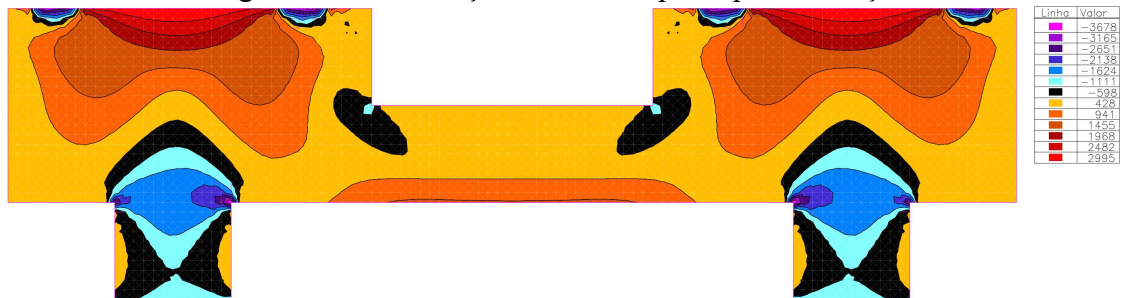


Fonte: Autores.

4.2 CONCEPÇÃO DO MODELO DE BIELAS E TIRANTES

A concepção do modelo de bielas e tirantes tem seu início na análise da distribuição linear das tensões de tração e compressão. A partir destas é possível esboçar a posição de tirantes, em áreas tracionadas, e bielas, em áreas comprimidas. Para tal, utilizou-se os resultados obtidos no software STRAP, conforme apresentados nas Figura 24 e Figura 25.

Figura 24: Distribuição de tensões principais de tração.



Fonte: Autores.

Figura 25: Distribuição de tensões principais de compressão.

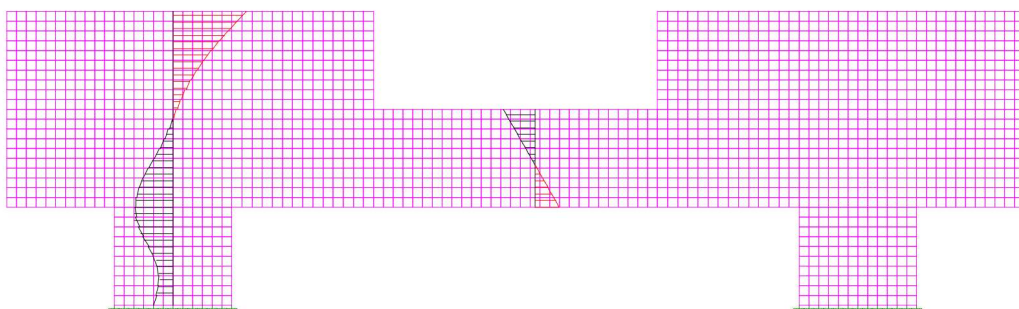


Fonte: Autores.

Em seguida, verificou-se recomendações na literatura, SILVA E GIONGO (2000), ACI SP-208 (2002) e FIB BULLETIN 61 (2011), com intuito de garantir que o modelo de treliça idealizado seja o mais adequado para a situação problema em questão.

Para a posição dos dois tirantes superiores, posicionados nas seções tipo A-A, adotou-se o centroide das armaduras longitudinais dispostas em uma camada conforme projeto original. Porém, esta disposição em apenas uma camada pode não ser a mais assertiva visto que o trecho em análise tem dimensões equiparáveis a de uma viga parede que normalmente tem armaduras longitudinais distribuídas em uma altura maior na viga (várias camadas). SILVA E GIONGO (2000) comentam que a utilização de parâmetros de vigas usuais em vigas-parede reduz a segurança e compromete o comportamento em serviço do elemento. A distribuição de tensões na seção transversal da travessa, ilustrada na Figura 26, corrobora para uma distribuição das armaduras em mais de uma camada.

Figura 26: Distribuição de tensões na seção transversal.



Fonte: Autores.

O posicionamento da biela, encontrada na seção B-B, foi definida por meio da altura da linha neutra do bloco de compressão (c'), podendo esta ser calculada por meio da Equação (15), com o suporte das Equações (16) e (17). Segundo o item 22.3.1 da norma supracitada, as inclinações das bielas devem respeitar os limites de $29,7^\circ$ a $63,4^\circ$. Os critérios acima mencionados,

juntamente com a análise da distribuição linear das tensões de tração e compressão, nortearam a posição dos demais tirantes e bielas.

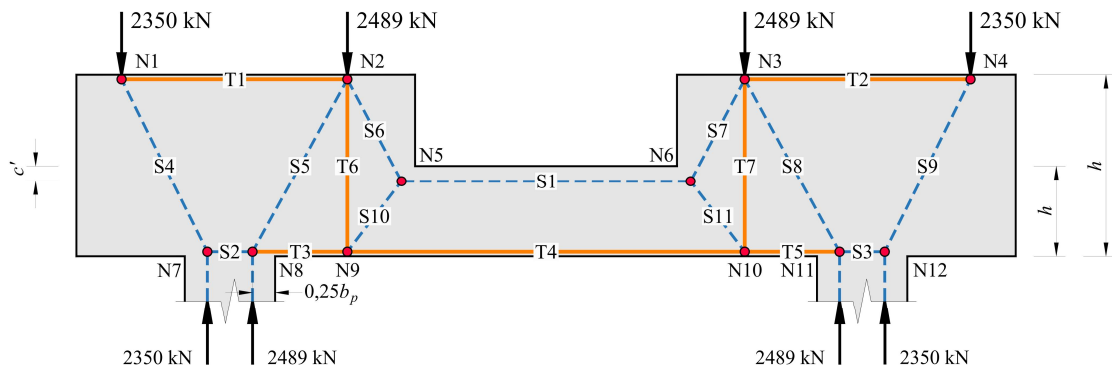
$$c' = 0,5 \cdot \lambda \cdot x_{lim} \quad (15)$$

$$d = 0,9 \cdot h' \quad (16)$$

$$x_{lim} = 0,45 \cdot d \quad (17)$$

Considerando os eixos cartesianos em duas dimensões, tem-se que, no eixo x, os nós foram posicionados, predominantemente, na direção vertical da aplicação das forças $F_1 = 2350 \text{ kN}$ e $F_2 = 2489 \text{ kN}$ e das reações R_1 e R_2 , com valores respectivamente iguais a F_1 e F_2 , sendo a posição destas em 25% da base dos pilares (b_p). No eixo y, observou-se os critérios anteriormente apresentados e, na Figura 27, encontra-se a síntese da concepção deste modelo.

Figura 27: Critério adotados no modelo de bielas e tirantes.



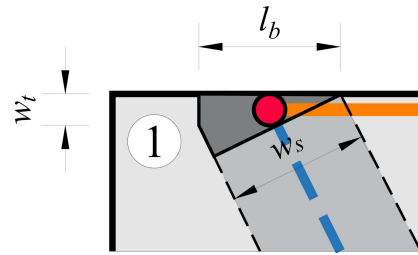
Fonte: Autores.

Para as dimensões das bielas e regiões nodais a ABNT NBR 6118 (2014) não fornece orientações de como determinar tais valores. De posse disto, considerou-se as recomendações normativas da ACI 318 (2019). A Figura 28 detalha as escolhas de dimensões do nó 1, onde dimensão w_t , conforme Equação (18), será o dobro da distância da face do elemento estrutural até o centroide das armaduras, a dimensão l_b será a face de contato do aparelho de apoio e a dimensão w_s se dará pela Equação (19):

$$w_t = \emptyset + 2c \quad (18)$$

$$w_s = l_b \cdot \text{sen}(\theta) + w_t \cdot \text{cos}(\theta) \quad (19)$$

Figura 28: Dimensões de bielas e regiões nodais.



Fonte: Autores.

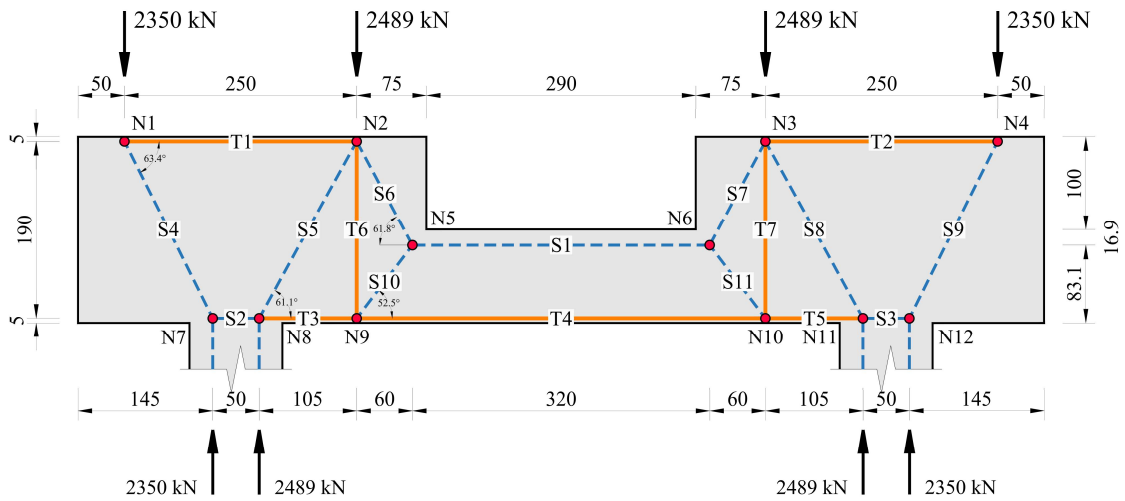
A definição da geometria das demais regiões nodais seguiu orientações parecidas e com auxílio do software AutoCAD as dimensões das bielas foram determinadas interligando geometricamente os nós.

5 RESULTADOS

5.1 MODELO DE TRELIÇA

Considerando os critérios adotados e recomendações normativas, definiu-se o modelo de treliça, apresentado na Figura 29, a ser utilizado para a verificação do dimensionamento feito em projeto através da análise dos tirantes, bielas e regiões nodais.

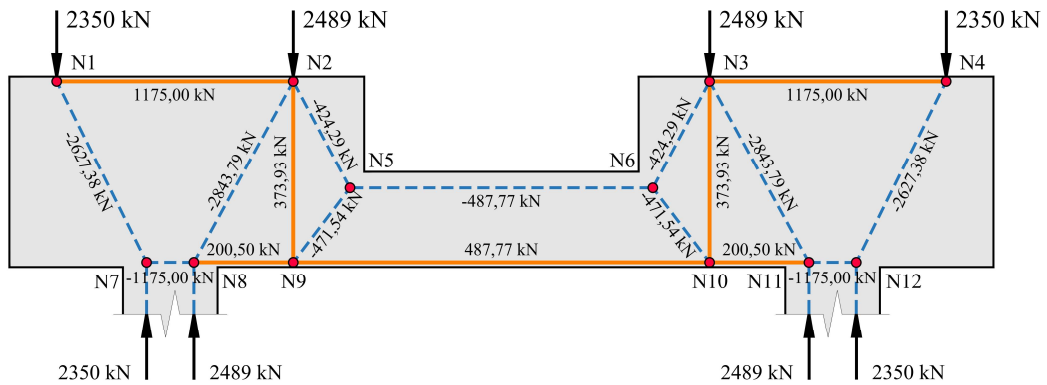
Figura 29: Modelo de treliça escolhido.



Fonte: Autores.

A partir da concepção do modelo de treliça, foi utilizando o software CAST a fim de se obter os esforços solicitantes em cada elemento, sendo as forças solicitantes nas bielas e tirantes apresentadas na Figura 30.

Figura 30: Esforços solicitantes nos elementos da treliça.



Fonte: Autores.

Com base nos valores apresentados acima, na resistência à tração do aço CA-50, na compressão do concreto C30 e da geometria da travessa da ponte, efetuou-se o dimensionamento da

armadura à flexão e ao cisalhamento através dos tirantes e verificações de resistência aos esforços solicitantes em bielas e regiões nodais.

5.2 TIRANTES

5.2.1 Verificação das armaduras à flexão

A fim de verificar as armaduras de combate à flexão, faz-se necessário analisar, majoritariamente, os esforços nos tirantes horizontais. É dito majoritariamente em função de bielas presentes em banzos superiores também poderem solicitar armadura diferente da mínima calculada.

A princípio, é necessário encontrar as áreas de aço correspondentes aos esforços de tração nos tirantes, por meio da Equação (4). Em seguida, é necessário verificar se a área de aço calculada (A_s) é superior a mínima ($A_{s,min}$) definida na ABNT NBR 6118 (2014), caso contrário, deve-se utilizar o $A_{s,min}$, calculado conforme Tabela 1, para definir o diâmetro da armadura de flexão. Na Tabela 2, encontram-se os valores obtidos dos itens acima mencionados. Por fim, será realizada uma verificação da área efetiva calculada pelo modelo, em comparação ao utilizado em projeto.

Tabela 2: Verificação dos tirantes à flexão.

Elemento	N_{Sd} (kN)	A_s (cm ²)	$A_{s,min}$ (cm ²)	ϕ_s (cm)	$n\phi_s$	$n\phi_{s,ef}$	$A_{s,ef}$ (cm ²)
T1	1175,00	27,03	30,00	25.0	6,11	7	34,34
T2	1175,00	27,03	30,00	25.0	6,11	7	34,34
T3	200,50	4,61	15,00	25.0	3,06	4	19,63
T4	487,77	11,22	15,00	25.0	3,06	4	19,63
T5	200,50	4,61	15,00	25.0	3,06	4	19,63

Fonte: Autores.

5.2.2 Verificação da ancoragem

Tendo conhecimento das armaduras dos tirantes à flexão, foi realizado o cálculo do comprimento de ancoragem necessário, tendo em vista o comprimento mínimo, conforme o item 2.3.3 deste trabalho. Na Tabela 3, são apresentados os valores utilizados referentes a resistência de aderência da armadura e o concreto na ancoragem de armaduras passivas (f_{bd}).

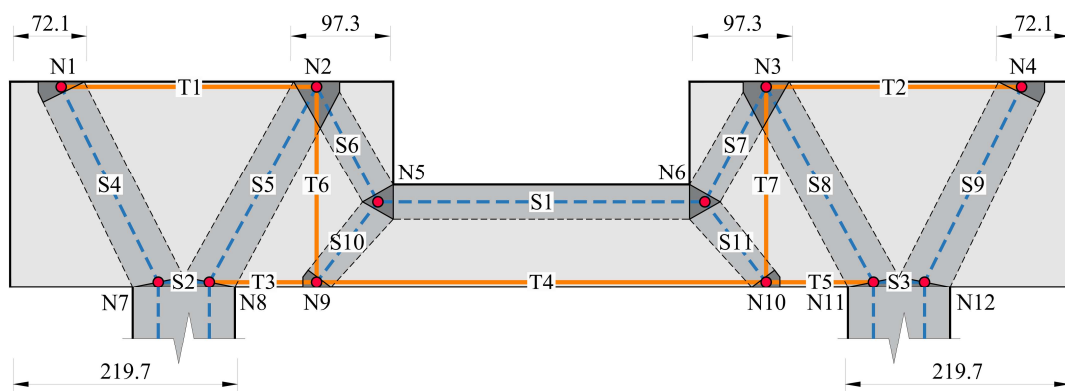
Tabela 3: Parâmetros considerados para obter o f_{bd} .

η_1	η_2	η_3	f_{ck}	γ_c	α
2,25	1,00	1,00	30,00	1,40	1,00

Fonte: Autores.

Dessa forma, na Figura 31 são apresentados os valores de ancoragem disponível, definidos observando a interseção do centroide das barras e a extensão das bielas inclinadas nos modelos até o cobrimento da estrutura, assim como, na Tabela 4, são demonstradas as ancoragens calculadas, mínimas e necessárias.

Figura 31: Comprimento de ancoragem disponível.



Fonte: Autores.

Tabela 4: Comprimento de ancoragem.

Elemento	ϕ_s (mm)	f_{bd} (MPa)	l_b (cm)	$25\phi_s$ (cm)	$l_{b,nec}$ (cm)	$l_{b,min}$ (cm)			$l_{b,min}$ (cm)	$l_{b,disp}$ (cm)
						$0,3l_b$	$10\phi_s$	10		
T1	25,0	3,26	83,39	62,50	65,62	25,02	25,00	10,00	65,62	72,10
T2	25,0	3,26	83,39	62,50	65,62	25,02	25,00	10,00	65,62	72,10
T3	25,0	3,26	83,39	62,50	19,60	25,02	25,00	10,00	25,02	219,70
T4	25,0	3,26	83,39	62,50	47,67	25,02	25,00	10,00	47,67	219,70
T5	25,0	3,26	83,39	62,50	19,60	25,02	25,00	10,00	25,02	219,70

Fonte: Autores.

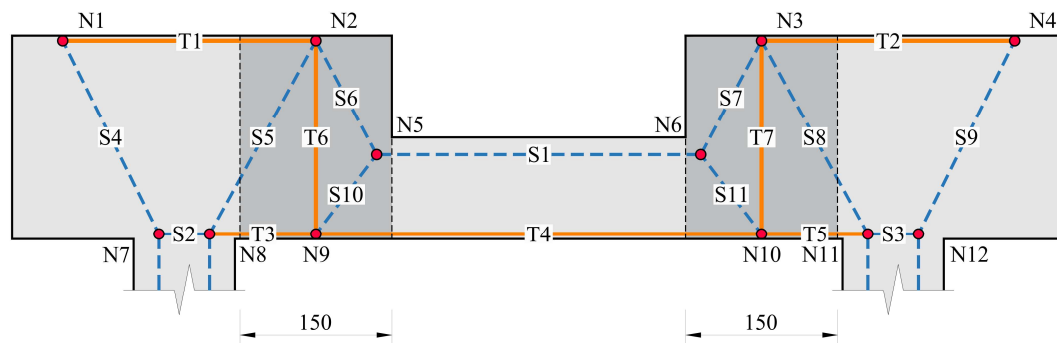
Verifica-se que, para todos os tirantes, não há necessidade de dobras em função do comprimento de ancoragem disponível ser maior que o necessário.

5.2.3 Verificação das armaduras ao cisalhamento

Já na verificação das armaduras de cisalhamento, foi necessário analisar os esforços presentes nos tirantes verticais. Inicialmente, calcula-se as áreas de aço correspondentes aos esforços de tração nos tirantes por meio da Equação (4). Em seguida, são definidas as áreas de influência

dos tirantes verticais através das suas espessuras efetivas (w_{tw}), representadas na Figura 32. A definição destas se deu pelo dobro da menor distância do eixo do tirante até a face do pilar ou da face interna da viga. Por fim, calculou-se a área de aço (A_{sw}), considerando estribo em dois ramos, para determinar a quantidade de estribos necessários, bem como os seus espaçamentos. Os valores obtidos para cada um dos itens acima mencionados estão expressos na Tabela 5.

Figura 32: Área de influência dos tirantes T06 e T07.



Fonte: Autores.

Tabela 5: Verificação dos tirantes ao cisalhamento.

Elemento	N_{Sd} (kN)	A_{sw} (cm ²)	ϕ_{sw} (cm)	$n\phi_{sw}$	$n\phi_{sw,ef}$	$A_{sw,ef}$ (cm ²)	w_{tw} (cm)	s_w (cm)	$s_{w,ef}$ (cm)
T6	373,93	34,40	8,0	17,12	18	36,17	150,00	8,82	8,00
T7	373,93	34,40	8,0	17,12	18	36,17	150,00	8,82	8,00

Fonte: Autores.

As regiões além das de influência dos tirantes T6 e T7 serão atendidas com $\rho_{sw,min}$, conforme Equação (14). Desta, tendo o diâmetro da armadura transversal já definida pelo projeto, teremos espaçamento máximo igual a 17 cm.

5.3 BIELAS

5.3.1 Verificação das bielas à flexão

Conforme mencionado inicialmente, além dos tirantes, as bielas horizontais também devem ser checadas quanto a necessidade de armadura a flexão. Para tal análise, comparou-se se o esforço solicitante nos banzos comprimidos era superior ao esforço resistente ($N_{Rd,c}$), calculado de acordo com a Equação (20).

$$N_{Rd,c} = f_{cd,n} \cdot b_w \cdot w_s \quad (20)$$

Por se tratar de uma região com tensões de compressão transversais, consideraremos na equação acima $f_{cd,1}$, este calculado conforme Equação (1). Os valores obtidos para cada biela horizontal, bem como a verificação $N_{Sd} < N_{Rd,c}$ estão expressos na Tabela 6.

Tabela 6: Verificação dos esforços resistentes das bielas nos banzos comprimidos.

Elemento	$f_{cd,1}$ (MPa)	b_w (cm)	w_s (cm)	$N_{Rd,c}$ (kN)	N_{Sd} (kN)	Condição
S1	16,03	100,00	33,80	-5417,66	-487,77	OK
S2	16,03	100,00	10,00	-1602,86	-1175,00	OK
S3	16,03	100,00	10,00	-1602,86	-1175,00	OK

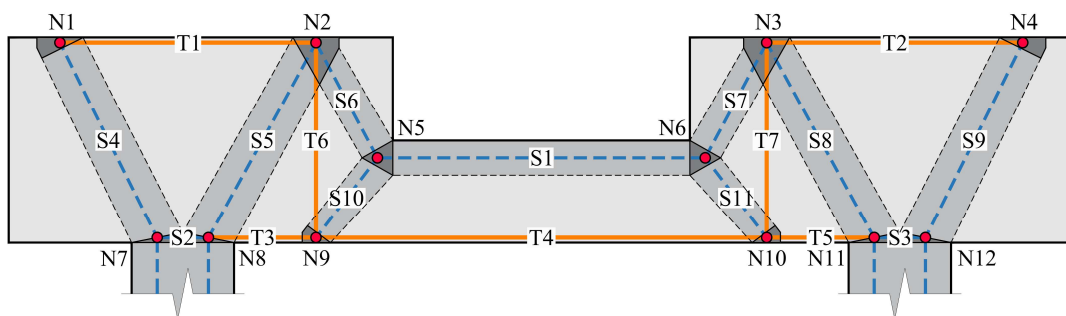
Fonte: Autores.

Nota-se que todos os esforços solicitantes são mínima ou significativamente inferiores aos resistentes. Assim, não há necessidade de posicionar armaduras para combater tais esforços.

5.3.2 Verificação das bielas ao cisalhamento

A verificação ao cisalhamento consiste em checar se as bielas dispostas diagonalmente resistirão aos esforços solicitantes ou se serão esmagadas, sendo que, tal constatação, se dará com a análise de $N_{Sd} < N_{Rd,c}$. A Figura 33 ilustra as espessuras efetivas das bielas (w_s), bem como as regiões nodais, verificadas no item a seguir.

Figura 33: Espessuras das bielas e regiões nodais.



Fonte: Autores.

Semelhantemente ao subitem anterior, calculou-se o esforço resistente de acordo com a Equação (19). A única distinção se dá na tensão resistente considerada, visto que por se tratar de uma região com tensões de tração transversais, consideraremos na equação supracitada $f_{cd,2}$, este calculado conforme Equação (2). Os valores obtidos e a verificação $N_{Sd} < N_{Rd,c}$ são apresentados na Tabela 7.

Tabela 7: Esforços resistentes das bielas.

Elemento	$f_{cd,2}$ (MPa)	b_w (cm)	w_s (cm)	$N_{Rd,c}$ (kN)	N_{Sd} (kN)	Condição
S4	11,31	100,00	44,84	-5073,10	-2627,38	OK
S5	11,31	100,00	44,90	-5080,45	-2843,79	OK
S6	11,31	100,00	33,99	-3845,27	-424,29	OK
S7	11,31	100,00	33,99	-3845,27	-424,29	OK
S8	11,31	100,00	44,90	-5080,45	-2843,79	OK
S9	11,31	100,00	44,84	-5073,10	-2627,38	OK
S10	11,31	100,00	27,96	-3163,93	-471,54	OK
S11	11,31	100,00	27,96	-3163,93	-471,54	OK

Fonte: Autores.

Os dados acima garantem, portanto, que, como as bielas diagonais não esmagam, não haverá ruptura do elemento estrutural por cisalhamento.

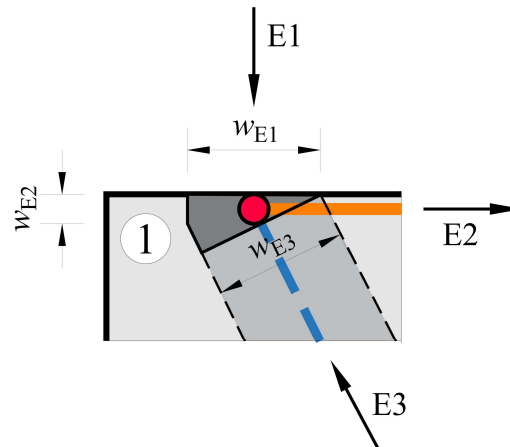
5.4 REGIÕES NODAIS

Semelhantemente às bielas, as regiões nodais, especialmente as de nós singulares, devem ser verificadas em relação as tensões provenientes dos esforços solicitantes ($\sigma_{S,n}$), calculadas de acordo com a Equação (21), sendo necessário que sejam inferiores tensão resistente ($f_{cd,n}$).

$$\sigma_{S,n} = \frac{N_{Sd,En}}{b_w \cdot w_s} \quad (21)$$

Para realizar tal verificação, foi necessário, primeiramente, caracterizar cada uma das tensões solicitantes, conforme a Tabela 8. A Figura 34 ilustra a caracterização da região nodal 01, tendo este se repetido nas demais regiões nodais. Os esforços foram numerados a partir do eixo y positivo no sentido horário.

Figura 34: Caracterização da região nodal 1.



Fonte: Autores.

Tabela 8: Caracterização das regiões nodais.

Nó	$N_{Sd,E1}$ (kN)	w_{E1} (cm)	$N_{Sd,E2}$ (kN)	w_{E2} (cm)	$N_{Sd,E3}$ (kN)	w_{E3} (cm)	$N_{Sd,E4}$ (kN)	w_{E4} (cm)
1	-2350,00	45,00	1175,00	10,00	-2627,38	44,84	-	-
2	-2489,00	45,00	-424,49	34,08	-2843,79	44,90	1175,00	10,00
3	-2489,00	45,00	1175,00	10,00	-2843,79	44,90	-424,29	34,08
4	-2350,00	45,00	-2627,38	44,84	1175,00	10,00	-	-
5	-487,77	33,80	-471,54	33,66	-424,29	33,99	-	-
6	-424,29	33,99	-471,54	33,66	-487,77	33,80	-	-
7	-1175,00	10,00	-2350,00	50,00	-2627,38	49,05	-	-
8	-2843,79	48,44	-2489,00	50,00	-1175,00	10,00	-	-
9	373,93	27,96	-471,54	10,00	487,77	26,85	-	-
10	373,93	27,96	487,77	26,85	-471,54	10,00	-	-
11	-1175,00	10,00	-2489,00	50,00	-2843,79	48,44	-	-
12	-2627,38	49,05	-2350,00	50,00	-1175,00	10,00	-	-

Fonte: Autores.

Em seguida, define-se o $f_{cd,n}$, calculado em função de cada configuração nodal, conforme as Equações (1), (2) e (3). De posse dos valores acima, efetua-se a verificação $\sigma_{s,n} < f_{cd,n}$, apresentada na Tabela 9. Apesar de haver necessidade de verificação apenas para os nós singulares, ou seja, os críticos, por segurança foram verificadas todas as regiões nodais.

Tabela 9: Verificação das regiões nodais.

Nó	Tipo	$f_{cd,n}$ (MPa)	$\sigma_{S,E1}$ (MPa)	Cond,E1	$\sigma_{S,E2}$ (MPa)	Cond,E2	$\sigma_{S,E3}$ (MPa)	Cond,E3	$\sigma_{S,E4}$ (MPa)	Cond,E4
1	CCT	13,58	5,22	OK	11,75	OK	5,86	OK	-	-
2	CTT	11,31	5,53	OK	1,25	OK	6,33	OK	11,75	FALHA
3	CTT	11,31	5,53	OK	11,75	FALHA	6,33	OK	1,24	OK
4	CCT	13,58	5,22	OK	5,86	OK	11,75	OK	-	-
5	CCC	16,03	1,44	OK	1,40	OK	1,25	OK	-	-
6	CCC	16,03	1,25	OK	1,40	OK	1,44	OK	-	-
7	CCC	16,03	11,75	OK	4,70	OK	5,36	OK	-	-
8	CCT	13,58	5,87	OK	4,98	OK	11,75	OK	-	-
9	CTT	11,31	1,34	OK	4,72	OK	1,82	OK	-	-
10	CTT	11,31	1,34	OK	1,82	OK	4,72	OK	-	-
11	CCT	13,58	11,75	OK	4,98	OK	5,87	OK	-	-
12	CCC	16,03	5,36	OK	4,70	OK	11,75	OK	-	-

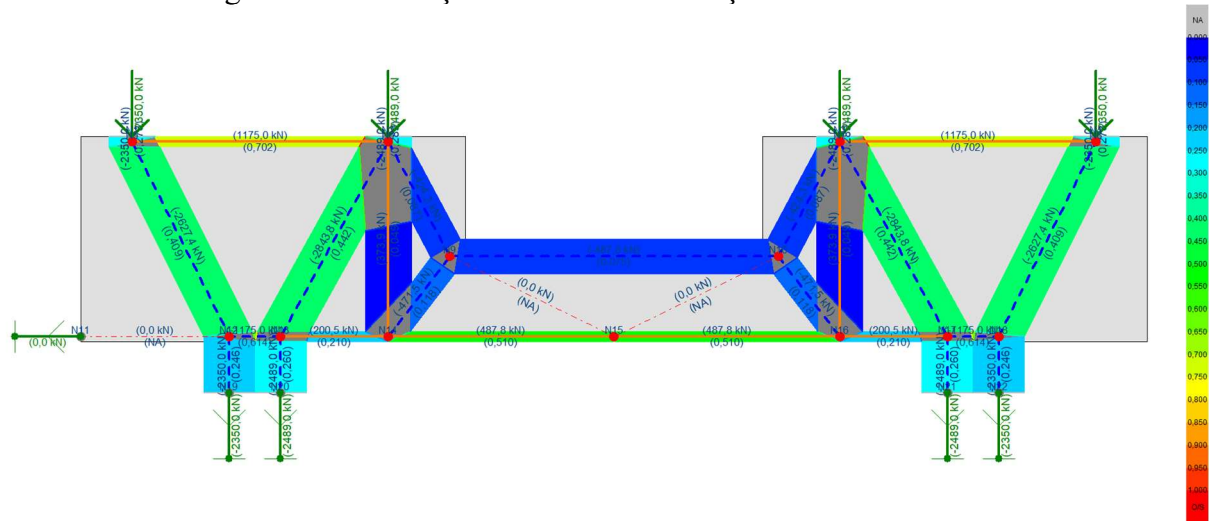
Fonte: Autores.

Constata-se dos dados acima, que apenas as regiões nodais 2 e 3 sofreram esmagamento ou ruptura pelos esforços solicitantes às mesmas.

5.5 VALIDAÇÃO DOS RESULTADOS DO MODELO

Com o propósito de avaliar e validar os resultados encontrados acima, utilizou-se o software CAST. Neste, esboçou-se o mesmo modelo de treliça utilizado para os cálculos acima e inseriram os dados referentes às espessuras efetivas das bielas e tirantes, áreas de aço dos tirantes, bem como outras informações complementares. Deste modo, averiguou-se a partir da relação entre o carregamento solicitante e a resistência de cada elemento, conforme apresentado na Figura 35, que os resultados calculados estão coerentes com os obtidos pelo software. O mesmo também identificou a falha que acontece na região nodal 2 e 3.

Figura 35: Verificação do modelo de treliça no software CAST.



Fonte: Autores.

5.6 VERIFICAÇÃO PROJETO VERSUS MBT

Com os resultados encontrados acima, torna-se possível verificar o dimensionamento de projeto à luz do modelo de bielas e tirantes. A verificação se dará no comparativo das áreas de aço das armaduras de combate a flexão e ao cisalhamento de projeto ($A_{s,proj}$) com as encontradas pelo MBT ($A_{s,MBT}$), conforme Tabela 10. A garantia de segurança do dimensionamento de projeto se dará com $A_{s,proj} \geq A_{s,MBT}$, ou seja, que a razão entre as mesmas seja maior ou igual a 1,00.

Tabela 10: Verificação das áreas de aço projetadas versus calculadas pelo MBT.

Armadura	Projeto			MBT			$\frac{A_{s,proj}}{A_{s,MBT}}$	Condição
	ϕ_s (mm)	$n\phi_s$	A_s (cm ²)	ϕ_s (mm)	$n\phi_s$	A_s (cm ²)		
Flexão - Superior	25.0	7	34,34	25.0	7	34,34	1,00	OK
Flexão - Inferior	25.0	4	19,63	25.0	4	19,63	1,00	OK
Cisalhamento	8.0	13	30,00	8.0	18	36,17	0,83	Ñ ATENDE

Fonte: Autores.

Com a verificação acima realizada, observa-se que apenas as armaduras de combate ao cisalhamento nas áreas de influência dos tirantes verticais não atendem ao verificado pelo modelo de bielas e tirantes. O restante das armaduras projetadas de combate a flexão e ao cisalhamento resistirão aos esforços solicitantes.

6 CONCLUSÕES

Tendo em vista os resultados obtidos pela verificação do projeto pelo método de bielas e tirantes, observa-se que através da análise dos tirantes as armaduras de combate à flexão atendem os esforços solicitantes à estrutura. Quanto as de combate ao cisalhamento, constatou-se que os trechos entre os pilares e a descontinuidade geométrica da viga deveriam ter um espaçamento menor que o definido em projeto, em função de tensões principais de tração mais significativos neste trecho. Apesar disto, todas estão acima dos mínimos normativos. Na verificação da ancoragem, a travessa atendeu aos critérios necessários, muito em função de suas dimensões.

Quanto a análise das bielas, verificou-se que não há risco de esmagamento das mesmas, ou seja, da estrutura sofrer ruptura devido ao cisalhamento. Entretanto, as regiões nodais 2 e 3 apresentam tensões solicitantes, provenientes dos tirantes T1 e T2, maiores que as resistentes, indicando possível risco a segurança estrutural. As possíveis soluções para contornar tal problemas seria o aumento do f_{ck} de 30 para 35 Mpa ou uma outra disposição das armaduras de combate a flexão nesta região. Esta outra possível disposição, aliás, poderia ser armando esta semelhante a viga-parede, isto é, distribuindo a armadura ao longo de 15% da altura total da seção.

De posse dos resultados obtidos na análise da travessa pelo método de bielas e tirantes, concluiu-se que o projeto original atende às especificações técnicas normativas quanto ao estado limite último, havendo apenas a necessidade de sugeridas acima. Quando ao referencial normativo, destaca-se que, apesar da principal adotada neste trabalho ser a ABNT NBR 6118 (2014), tornou-se necessário recorrer a ACI 318 (2019), visto que a norma brasileira carece de detalhamentos adequados sobre a determinação da geometria das regiões nodais e espessuras das bielas.

Por fim, situações de dimensionamento de elementos com descontinuidade geométrica e de carregamento podem não ser rotineiros profissionalmente. Entretanto, este trabalho buscou contribuir para aplicação do método de bielas e tirantes para situações semelhantes ao estudo de caso do mesmo.

7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABECE. **Recomendação Abece 002:2015 Avaliação técnica do projeto de estruturas de concreto.** 2015. Disponível em <http://www.abece.com.br/pdf/Recomendacoes_para_a_atividade_de_Avaliacao_Tecnica-de-Projetos.pdf>

ACI COMMITTEE. Building code requirements for structural concrete (ACI 318-19) and commentary (ACI 318R-19).

ADEBAR, Perry; ZHOU, Zongyu. Bearing strength of compressive struts confined by plain concrete. **ACI Structural Journal**, v. 90, p. 535-535, 1993.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **Examples for the Design of Structural Concrete with Strut-and-Tie Models.** v. 318, 2002.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118. Projeto de estruturas de concreto - Procedimento.** Rio de Janeiro, 2014

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7187: Projeto de pontes de concreto armado e concreto protendido – Procedimento.** Rio de Janeiro, 2022.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 8681: Ações e segurança nas estruturas - Procedimento.** Rio de Janeiro, 2004.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 9062: Projeto e execução de estruturas de concreto pré-moldado - Apresentação.** Rio de Janeiro, 2017.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6120: Ações para o cálculo de estruturas de edificações.** Rio de Janeiro, 2019.

CARVALHO, Roberto Chust; FIGUEIREDO FILHO, Jasson Rodrigues de. **Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado: segundo a NBR 6118: 2014.** São Carlos: EdUFSCar, 2014.

CAVALCANTE, Gustavo Henrique Ferreira. **Pontes em concreto armado: análise e dimensionamento.** São Paulo: Blucher, 2019.

CEB/FIP MODEL CODE. **Fip Bulletin 55: Model Code 2010, First complete draft**. vol. 1 Internacional Federation for Structural Concrete, 2010. Disponível em: <https://doi.org/10.35789/fib.BULL.0055>.

EL DEBS, Mounir Khalil; TAKEYA, Toshiaki. **Introdução às pontes de concreto**. São Carlos, 2007.

EL-METWAY, Salah; CHEN, Wai-Fah. **Structural Concrete: Strut-And-Tie Models for Unified Design**. Flórida: SRC Press, 2017.

FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON. **Design examples for strut-and-tie models**. v. 61, 2011.

MARTHA, Luiz Fernando Campos Ramos. **Geração automática via otimização topológica e avaliação de segurança de modelos de bielas e tirantes**. 2012. Tese (Doutorado em Estruturas) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2012.

SCHLAICH, Jorg; SCHÄFER, Kurt; JENNEWEIN, Mattias. Toward a consistent design of structural concrete. **PCI journal**, v. 32, n. 3, p. 74-150, 1987. Disponível em: <https://doi.org/10.15554/pcij.05011987.74.150>.

SILVA, Reginaldo Carneiro da; GIONGO, José Samuel. **Modelos de bielas e tirantes aplicados a estruturas de concreto armado**. São Carlos: EESC/USP, 2000.

SUNDARI, S. Shanmuga; KUMAR, Binay; DHANASEKARAN, R. Structural, dielectric, piezoelectric and ferroelectric characterization of NBT-BT lead-free piezoelectric ceramics. In: IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. **IOP Publishing**, 2013. p. 012010. Disponível em: <https://doi.org/10.1088/1757-899X/43/1/012010>.

YAHYA, Norrul Azmi *et al.* Bearing strength of concrete for difference heights of concrete blocks. In: IOP conference series: materials science and engineering. **IOP Publishing**, 2018. p. 072011. Disponível em: <http://doi.org/10.1088/1757-899X/431/7/072011>.