



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE TECNOLOGIA
FACULDADE DE ENGENHARIA CIVIL**



**MODELOS DE BIELAS E TIRANTES PARA BLOCO RÍGIDO E
FLEXÍVEL SOBRE DUAS ESTACAS COM ASSIMETRIA
PROVOCADA PELA QUEBRA DE UMA DAS ESTACAS**

Maria Clara de Lima Faro

**Belém - PA
Julho/2023**

MARIA CLARA DE LIMA FARO

**MODELOS DE BIELAS E TIRANTES PARA BLOCO RÍGIDO E
FLEXÍVEL SOBRE DUAS ESTACAS COM ASSIMETRIA
PROVOCADA PELA QUEBRA DE UMA DAS ESTACAS**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado a Faculdade de Engenharia Civil do Instituto de Tecnologia da Universidade Federal do Pará, como parte dos requisitos para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Civil

Orientador: Maurício de Pina Ferreira

**Belém - PA
Julho/2023**

MARIA CLARA DE LIMA FARO

**MODELOS DE BIELAS E TIRANTES PARA BLOCO RÍGIDO E
FLEXÍVEL SOBRE DUAS ESTACAS COM ASSIMETRIA
PROVOCADA PELA QUEBRA DE UMA DAS ESTACAS**

Belém, 13 de julho de 2023

Prof. Maurício de Pina Ferreira
Dr. pela UNB
Orientador

BANCA EXAMINADORA

Prof. Maurício de Pina Ferreira (UFPA)
Dr. pela UNB

Prof. Ronaldson José de França Mendes Carneiro (UFPA)
Dr. pela UNB

Mayara Golçalves Costa (UFPA)
MSc. pela UFPA

CONCEITO FINAL: EXCELENTE

1 INTRODUÇÃO

Segundo a ABNT NBR 6118 (2014), blocos sobre estacas são estruturas de volume encarregadas de transmitir as cargas de fundação às estacas e aos tubulões, podendo ser rígidos ou flexíveis de acordo com suas dimensões, o que altera seu comportamento estrutural. Devido à sua geometria, esses elementos apresentam descontinuidade generalizada, por distribuírem as deformações de forma não linear.

Assim, o Método de Bielas e Tirantes (MBT) é um dos mais empregados para o dimensionamento de blocos sobre duas estacas, pois consiste em propor uma treliça espacial representando a distribuição dos esforços dentro dos elementos estruturais. Um dos principais modelos de resolução para esses elementos reconhecido na literatura é o de Blévyot e Frémy (1967), que parte da hipótese de que a carga do pilar está aplicada no centro do bloco, distribuída de forma simétrica entre as estacas.

O presente trabalho parte da situação hipotética de que uma das estacas se torne inoperante devido a problemas na cravação, como quebra ou desvio de eixo, e que seja necessário dimensionar um bloco sobre duas estacas assimétrico. Assim, o modelo proposto por Blévyot e Frémy não é aplicável plenamente e a treliça deve ser repensada cuidadosamente.

O objetivo do trabalho é contribuir com uma solução para o problema utilizando um bloco rígido e um flexível, a fim de se comparar os resultados e fornecer parâmetros que sirvam de base para tomada de decisões reais.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

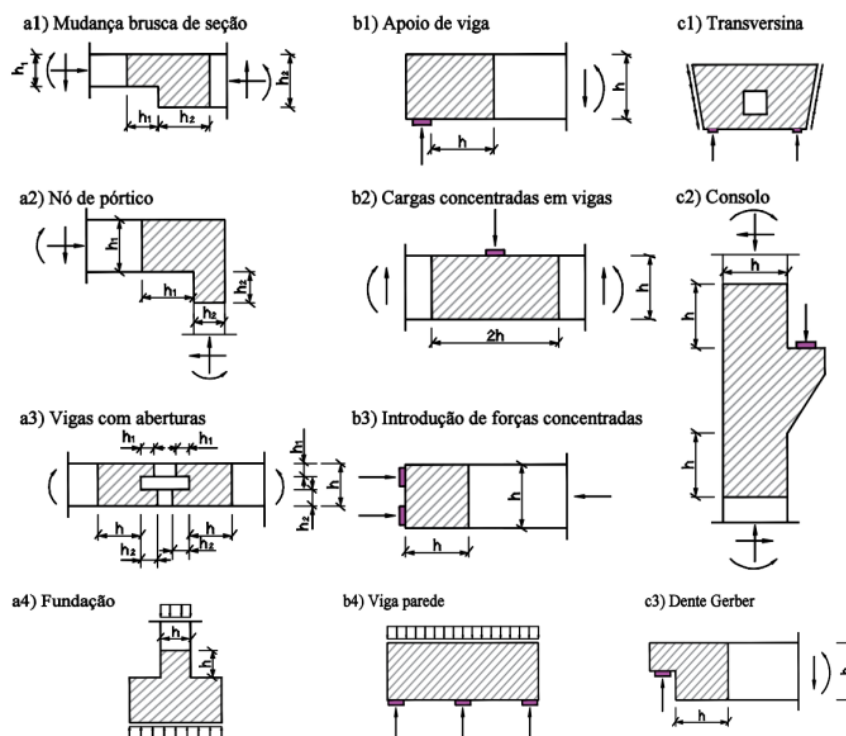
2.1 MÉTODO DE BIELAS E TIRANTES

Os estudos de treliça foram idealizados por Ritter e Mörsh, no século XX, com aplicação do método em vigas sujeitas à força cortante e ao momento fletor, e utilizados em concreto armado por Schlaich *et al.* (1987). A partir disso, o método passou a ser implementado em dimensionamentos de elementos e regiões estruturais especiais, por analisar o fluxo de forças de forma simples e confiável.

A ABNT NBR 6118 (2014) cita que “regiões D” são zonas de descontinuidade dentro da estrutura em que a hipótese da distribuição linear de tensões, em que a seção permanece plana,

não se aplica. Isso ocorre devido à geometria do elemento (figura 01, a), a concentração de cargas (figura 01, b), ou ambos (figura 01, c). Nesses casos, o dimensionamento da estrutura deve ser realizado por meio de análises que levem em conta os fluxos de tensões

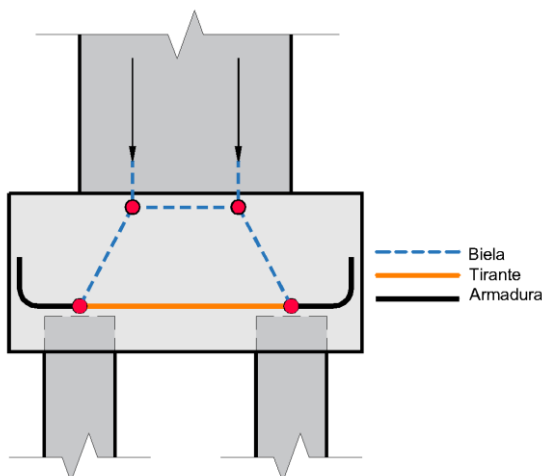
Figura 01: Situações típicas de regiões D



Fonte: ABNT NBR 6118 (2014)

No modelo de bielas e tirantes, as armaduras são responsáveis pela resistência às tensões de tração ainda que o concreto tenha um percentual de resistência a esse esforço. Conforme ilustra a figura 02, o tirante fica localizado no eixo da armadura, ou no centro de gravidade da armação, quando se utiliza mais de uma barra. Já a função das bielas é resistir aos esforços de compressão, representando as áreas dos elementos em que há maior solicitação do concreto.

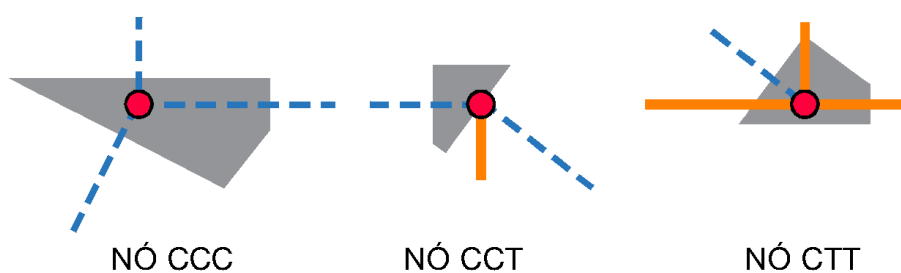
Figura 02: Modelo de bielas e tirantes aplicado em bloco sobre 2 estacas



Fonte: Autora

Por fim, Silva e Giongo (2000) definem a região nodal como a parcela de concreto ao redor das interseções de bielas, forças de ancoragem, ações de esforços concentrados e reações de apoio. A ABNT NBR 6118 (2014) classifica essas regiões como CCC, no encontro apenas de bielas de compressão, CCT, quando há a influência de esforços de tração em uma direção ou CTT e TTT, em situações que os nós são atravessados por dois ou mais tirantes, como representado na figura 03.

Figura 03: Tipos de nós



Fonte: Adaptado de ABNT NBR 6118 (2014)

2.2 ABNT NBR 6118 (2014) – Blocos sobre estacas

2.2.1. Blocos

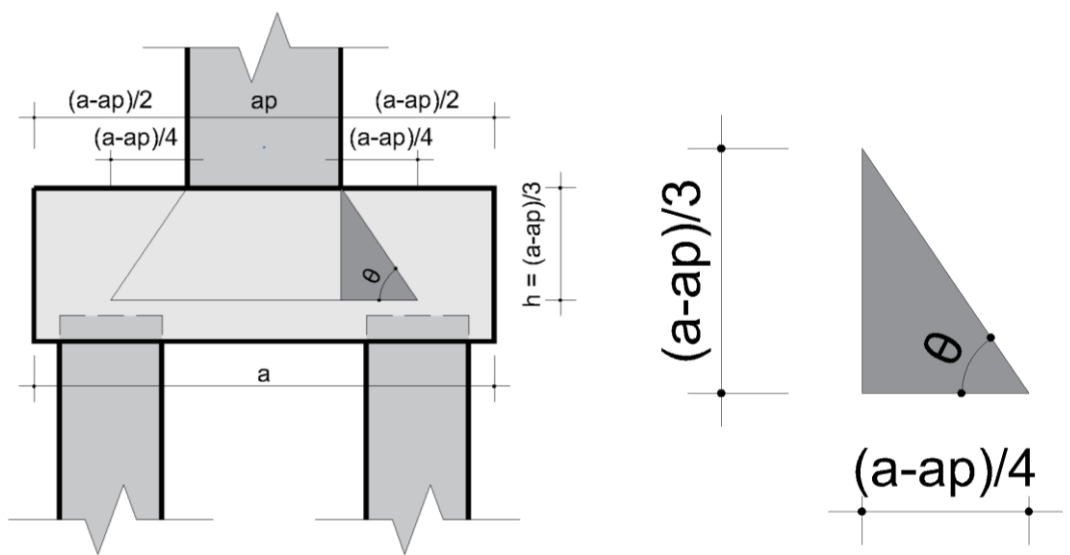
A Norma Brasileira classifica os blocos sobre estacas em 2 grupos, de acordo com seu comportamento estrutural. Para tanto, deve-se utilizar o critério apresentado no subitem 22.6.1

da norma para a classificação de sapatas, em que o elemento é considerado rígido se a equação 1 for atendida em ambas as direções, caso contrário ele é flexível, como apresentado a seguir:

$$h \geq (a - ap)/3 \quad (1)$$

Nessa equação, o “h” é a altura da sapata ou do bloco sobre estacas, “a” é a dimensão avaliada da sapata ou do bloco e “ap” é a dimensão do pilar na direção avaliada. Com ela, é possível deduzir que o menor valor do ângulo θ , compreendido entre a biela inclinada e o tirante, para que o bloco seja considerado rígido é 45° , conforme ilustra a figura 04 e a equação 2.

Figura 04: Dedução da angulação de blocos rígidos



Fonte: Autora

$$\text{Artg}(\theta) = ((a - ap)/3) / ((a - ap)/4) \quad (2)$$

$$\text{Artg}(\theta) = (1/3) / (1/4)$$

$$\theta = 45^\circ$$

O bloco rígido caracteriza-se pelo trabalho à flexão e ao cisalhamento nas duas direções. Os esforços do pilar são repassados para as estacas por meio da compressão das bielas do bloco, sendo necessário a presença de esforços de tração essencialmente concentrados nas linhas sobre as estacas para equilibrar as forças.

O comportamento estrutural do bloco flexível deve ser analisado minuciosamente em cada caso. Para isso, deve haver o estudo da distribuição de esforços nas estacas, dos tirantes de tração e, dependendo da necessidade, verificação da punção.

Como o bloco sobre estacas é geometricamente descontínuo, a hipótese da seção plana não se aplica, não havendo distribuição linear das deformações. Dessa forma, a norma preconiza, no item 22.7.3 que, para o dimensionamento dos blocos, são aceitos modelos tridimensionais lineares ou não lineares e modelos de biela-tirante tridimensional.

O detalhamento das armaduras dos blocos segue as diretrizes descritas no item 22.7.4. A armadura de flexão é dimensionada para resistir aos esforços de tração, presentes na região inferior do bloco e deve ser mais de 85% disposta nas faixas definidas pelas estacas, a fim de garantir o equilíbrio das bielas (dos esforços de compressão). Elas devem estar em toda a extensão do bloco com ganchos nas duas extremidades, garantindo a ancoragem correta.

É necessário incluir armaduras laterais (de pele) e superiores em todos os blocos com duas ou mais estacas, sendo a primeira calculada por meio do item 17.3.5.2.3 da norma, expressa na equação 3 do presente trabalho. Além disso, é previsto o uso de armaduras de distribuição dispostas em malha para resistir a 20% dos esforços totais, a fim de controlar a fissuração.

$$A_{s,p} = 0,10\% \times A_c, \text{ alma} \geq 5\text{cm}^2/\text{m} \quad (3)$$

2.2.2 Bielas e nós

No Modelo de Bielas e Tirantes é idealizada uma treliça isostática interna ao bloco, composta por bielas, tirantes e nós que simbolizam as resultantes de compressão e tração que atuam no elemento. As bielas inclinadas devem ter angulação cuja tangente esteja entre 0,57 (29,7°) e 2 (63,4°) e a altura do bloco deve ser suficiente para comportar o comprimento de ancoragem da armação do pilar.

As tensões máximas nas bielas e nas regiões nodais são calculadas de acordo com o tipo de nó que foi estabelecido, conforme as equações 4, 5 e 6, sendo f_{ck} a resistência característica à compressão do concreto e f_{cd} a resistência de cálculo à compressão do concreto. Em nós com maior quantidade de tirantes, a resistência de cálculo diminui, devido à influência dos esforços de tração no concreto.

$$f_{cd1} = 0,85 \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) f_{cd} \text{ (Nós CCC)} \quad (4)$$

$$f_{cd2} = 0,60 \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) f_{cd} \text{ (Nós CTT ou TTT)} \quad (5)$$

$$f_{cd3} = 0,72 \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) f_{cd} \text{ (Nós CCT)} \quad (6)$$

2.2.3 Tirantes

A área de aço (A_s) necessária para resistir aos esforços de tração do tirante (F_{sd}) é calculada pela equação 7, em que f_{yd} é a resistência de cálculo ao escoamento na tração do aço.

$$A_s = F_{sd} / f_{yd} \quad (7)$$

O comprimento de ancoragem da armadura de flexão segue o recomendado ao longo do item 9.4 da norma. A equação 8 indica o comprimento de ancoragem necessário (l_b, nec) que está em função do comprimento de ancoragem básico (l_b), da área de aço calculada ($A_s, calc$), da área de aço efetiva (A_s, ef) e do parâmetro “ α ”, que pode assumir os valores 1, 0,7 e 0,5, dependendo da existência de ganchos e barras transversais. Vale ressaltar que o comprimento de ancoragem mínimo ($l_b, mín$), é o maior valor entre $0,3 \times l_b$, $10 \times \text{bitola do aço}$ e 100 mm.

O cálculo do comprimento de ancoragem básico (l_b) está expresso na equação 9, em que “ $\emptyset$ ” é o diâmetro da barra de aço utilizada e “ f_{bd} ” é a resistência de aderência de cálculo da armadura passiva. O “ f_{bd} ” é calculado pela equação 10, que se aplica em concretos de classe até C50. O valor de η_1 depende do tipo de barra utilizada, o de η_2 , da situação de aderência do concreto, o de η_3 vale 1 para bitolas de até 32mm. Por fim, γ_c é o coeficiente de ponderação de resistência do concreto.

$$l_b, nec = (\alpha \times l_b \times A_s, calc) / A_s, ef \geq l_b, mín \quad (8)$$

$$l_b = (\emptyset / 4 \times f_{yd}) / f_{bd} \geq 25 \emptyset \quad (9)$$

$$f_{bd} = \eta_1 \times \eta_2 \times \eta_3 \times (0,7 \times 0,3 \times f_{ck}^{2/3}) / \gamma_c \quad (10)$$

2.2.4 Armadura de cisalhamento – Estado Limite Último

Para verificar o Estado Limite Último (ELU) em elementos lineares sujeitos à força cortante, no item 17.4.2, a Norma Brasileira preconiza os cálculos da força cortante resistente de cálculo relativas à ruína, tanto por diagonais comprimidas (V_{rd2}), quanto por tração diagonal (V_{rd3}), determinando que ambos devem ser menores que o valor da força cortante solicitante de cálculo (V_{sd}). O modelo de cálculo 1 diz respeito à treliça com inclinação das bielas iguais a 45°, enquanto 2 é aplicável para inclinações entre 30° e 45°.

No presente trabalho será utilizado o modelo de cálculo 2, cujas formulações estão presentes nas equações 11, 12. Nelas, “ b_w ” é a menor largura da seção, “ d ” é a altura útil do bloco, “ θ ” é o ângulo entre a biela e o tirante, α é o ângulo entre o estribo e o eixo longitudinal da peça, A_{sw} é a área da seção transversal dos estribos de força cortante e f_{ywd} é a tensão na armadura

transversal passiva. O valor de V_c é igual a V_{c1} na flexão simples, o qual é igual a 0 quando $V_{sd}=V_{rd2}$ e igual a V_{c0} quando V_{sd} é menor ou igual a V_{c0} , achando valores intermediários por meio de interpolação, expressa na equação 14. V_{c0} é encontrado por meio da equação 13.

$$V_{rd2} = 0,54 \times (1 - (f_{ck}/250)) \times f_{cd} \times b_w \times d \times \sin^2 \theta \times (\cotg \alpha + \cotg \theta) \geq V_{sd} \quad (11)$$

$$V_{rd3} = V_c + ((A_{sw}/s) \times 0,9 \times d \times f_{ywd} \times (\cotg \alpha + \cotg \theta) \times \sin \alpha \quad (12)$$

$$V_{c0} = 0,6 \times (0,7 \times 0,3 \times f_{ck}^{(2/3)}) / \gamma_c \times f_{ctd} \times b_w \times d \quad (13)$$

$$V_{c1} = V_{c0} \times (V_{rd2} - V_{sd}) / (V_{rd2} - V_{c0}) \quad (14)$$

Para cada bitola de armadura é calculado um espaçamento específico, que deve respeitar ao limite máximo estabelecido pelas equações 15 e 16. A princípio é preciso avaliar se o valor de “ V_{rd2} ” supera o valor da força cortante de cálculo (V_d) multiplicado por 0,67, se sim, o espaçamento máximo ($s_{m\acute{a}x}$) é menor valor entre 0,6 multiplicado por “ d ” e 300 mm, se não, é o menor valor entre 0,3 multiplicado por “ d ” e 200 mm.

$$\text{se, } V_d \leq 0,67 \times V_{rd2}, \text{ então } s_{m\acute{a}x} = 0,6 \times d \leq 300\text{mm} \quad (15)$$

$$\text{se } V_d > 0,67 \times V_{rd2}, \text{ então } s_{m\acute{a}x} = 0,3 \times d \leq 200 \text{ mm} \quad (16)$$

Por fim, é necessário verificar se o dimensionamento da armadura de cisalhamento respeita o valor mínimo estipulado no item 17.4.1.1.1 da norma brasileira. Para tanto, é comparado se a taxa geométrica utilizada é maior que a taxa geométrica mínima, conforme a equação 17, em que “ s ” é o espaçamento dos estribos ao longo do eixo longitudinal do elemento e “ f_{ywk} ” é a existência característica ao escoamento do aço na armadura transversal.

$$\rho_{sw} = A_{sw} / (b_w \times s \times \sin \alpha) \geq 0,2 \times (0,3 \times f_{ck}^{(2/3)}) / f_{ywk} \quad (17)$$

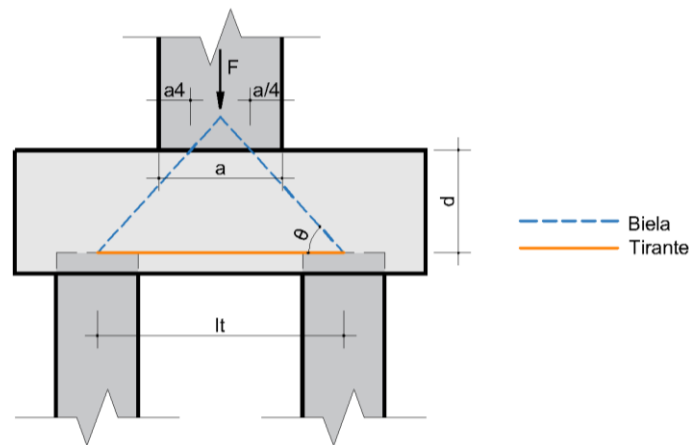
2.3. BLÉVOT E FRÉMY (1967)

Por meio de análises experimentais, Blévoet e Frémy buscavam fornecer avanços no estudo do dimensionamento de blocos com duas ou mais estacas, fornecendo coeficientes de segurança, e verificações sobre disposição das armaduras, eficiência contra ruína e possíveis efeitos da punção. Para tanto, foi proposto um método simplificado de definição da disposição de bielas e tirantes, que se tornou amplamente utilizado.

O tirante é localizado logo acima do embutimento das estacas, e as bielas começam ainda dentro do pilar, encontrando a face do bloco na distância $a/4$, conforme ilustrado na figura 05. Os

autores recomendam que a inclinação θ seja no mínimo 45° para garantir rigidez ao elemento, mas que não passe dos 55° para evitar que a biela deslize junto ao pilar.

Figura 05: Modelo de treliça proposto por Blévyot e Frémy



Fonte: Adaptado de Blévyot e Frémy (1967)

Eles propõem uma equação que determina os esforços de tração no tirante de blocos sobre duas estacas, com base em sua geometria, no carregamento e na dimensão do pilar. Porém, as equações e análises obtidas no trabalho se aplicam apenas a modelos simétricos, com esforço (F) localizado no centro da dimensão do pilar (a) o qual está no centro da distância entre o eixo das estacas (lt).

3 ESTUDO DE CASO

O presente trabalho tem por base o redimensionamento de um bloco sobre duas estacas, causado pela possível quebra ou desvio de eixo de uma delas durante a cravação no solo. Assim, é necessário aumentar as dimensões para alocar corretamente a nova estaca, causando assimetria no bloco, que deve ser analisada cuidadosamente. Propõem-se um modelo de solução de bloco rígido e um de bloco flexível, a fim de representar as mais variadas situações em campo.

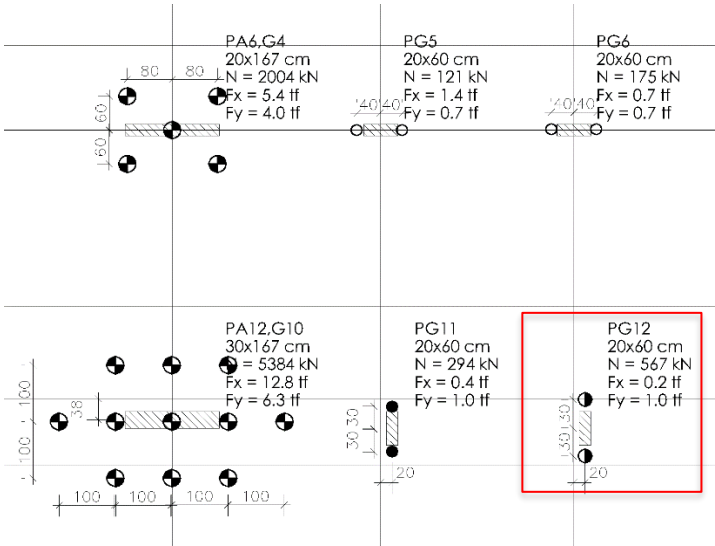
As condições iniciais do estudo, foram baseadas em um projeto existente, cuja parte da planta de fundação está ilustrada da figura 06, e o bloco em questão é o PG 12. Os parâmetros utilizados estão na tabela 01, em que “ $c1$ ” é a dimensão do pilar alinhada ao eixo das estacas, “ $c2$ ” é a largura do pilar e “ Fk ” é a força que o pilar está exercendo no bloco.

Tabela 01: Parâmetros iniciais de cálculo

fck (MPa)	Comprimento de ancoragem (cm)	Diâmetro das estacas (cm)	c1 (mm)	c2 (mm)	Fk (kN)	Cobrimento (mm)
30	55,0	20,0	600,0	200,0	567	30

Fonte: Autora

Figura 06: Planta de fundação

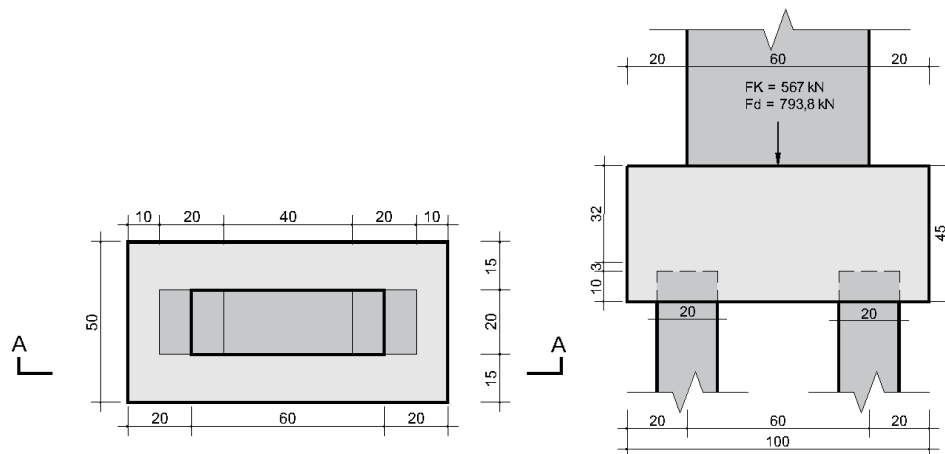


Fonte: Autora

4 METODOLOGIA

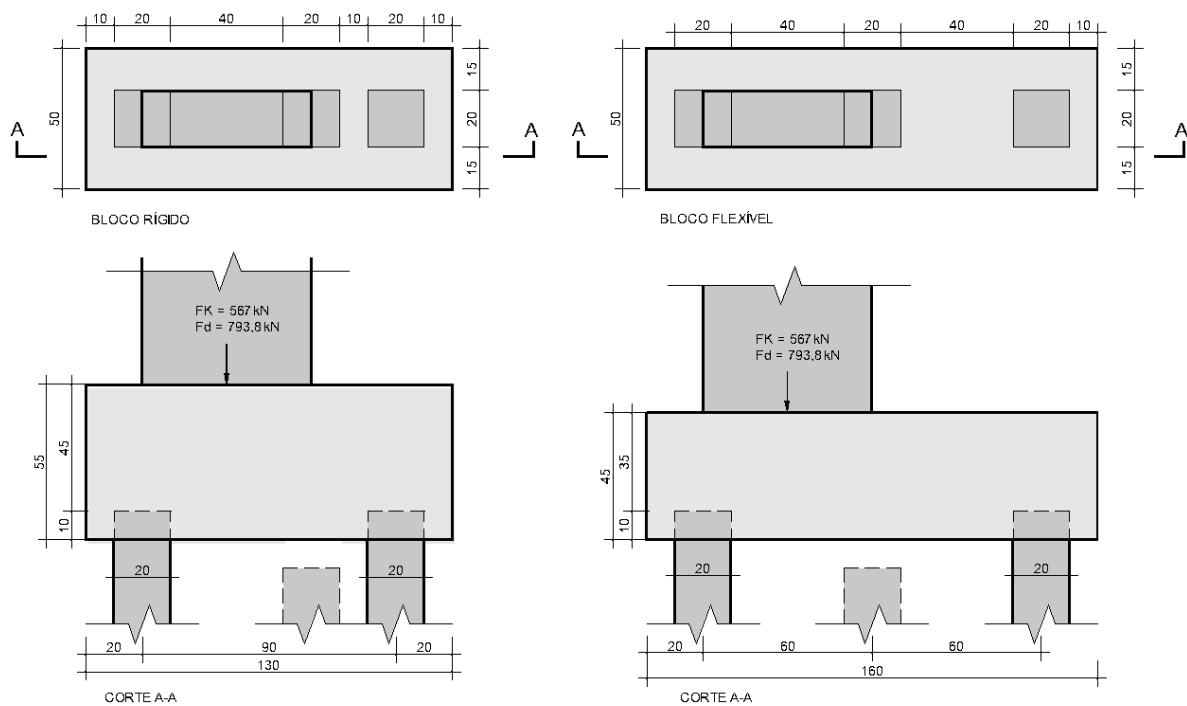
Com base nos parâmetros apresentados no item 3, a figura 07 ilustra o bloco utilizado como referência para a criação dos modelos detalhados e analisados no presente trabalho. Para a criação do modelo de bloco flexível, o comprimento do elemento alinhado às estacas expandiu 60 cm. Já para o rígido, a distância entre as estacas e a altura do bloco foram definidas de forma que a biela mais inclinada esteja maior ou igual dos 45°, de forma a ser considerado rígido pela norma brasileira. Ambos os modelos estão presentes na figura 08.

Figura 07: Detalhes do bloco original do bloco



Fonte: Autora

Figura 08: Blocos rígido e flexível



Fonte: Autora

4.1. CONCEPÇÃO DA TRELIÇA

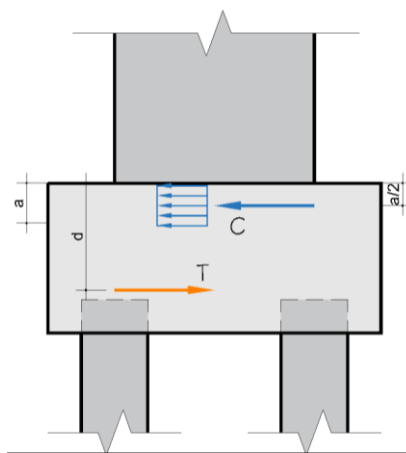
4.1.1 Tirantes

Os nós inferiores da treliça foram dispostos alinhados com o eixo das estacas, posicionados ligeiramente acima do embutimento, em valores suficientes para alocar as barras de aço que

suportam os esforços de tração. No geral, o valor utilizado está entre 1 e 5 cm, dependendo do comportamento das cargas e da geometria do modelo.

A altura útil do bloco (d) é todo o comprimento, acima do tirante, onde de fato estão localizados os esforços. Esse parâmetro é importante para a locação dos nós na parte superior da treliça, tendo em vista que a biela é posicionada de forma a equilibrar os esforços de tração por meio de um binário, como mostra a figura 09. O valor de “ d ” é considerado o braço de alavanca, enquanto a força de compressão atua no centro do bloco de compressão (a).

Figura 09: Binário de forças de compressão e de tração em bloco sobre duas estacas



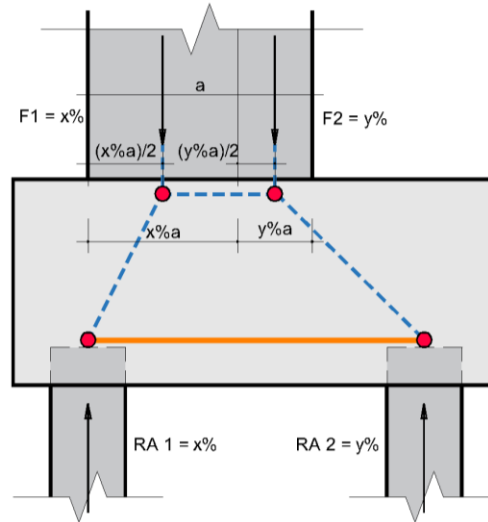
Fonte: Autora

4.1.2 Bielas

Para determinar a inclinação correta das bielas, é necessário posicionar os nós superiores de acordo com a aplicação da carga do pilar e o centro do bloco de compressão. Devido à assimetria dos blocos analisados, a hipótese comum de discretização da carga concentrada aplicada em $\frac{1}{4}$ do pilar não se aplica, exigindo uma análise mais detalhada.

Para tanto, foi analisada a distribuição das cargas dentro do bloco por meio da reação de apoio em cada estaca. A mesma proporção da concentração de força foi usada para aplicar a carga em cada fração do pilar. Ou seja, se a estaca esquerda recebeu $x\%$ dos esforços, ela exerce influência em $x\%$ do pilar, tendo sua parcela de força aplicada no centro desse espaço, conforme ilustrado pela figura 10.

Figura 10: Exemplo de discretização das forças em blocos assimétricos



Fonte: Autora

Com base no valor da força, e sabendo seu ponto de atuação, é possível calcular o momento solicitante no elemento, que deverá ser equilibrado por meio do binário entre a força de tração, presente no tirante, e a força de compressão que atua na biela superior. Para calcular o valor do bloco de compressão, é necessário igualar o momento solicitante com o momento resistente, expresso na equação 18.

$$M_{Rd} = (f_{cd1} \cdot a \cdot c_2) \cdot \left(d - \frac{a}{2}\right) \quad (18)$$

O primeiro termo é responsável por achar a carga e, o segundo, por localizar o braço de alavanca. A força é calculada pela multiplicação entre a resistência de cálculo à compressão do concreto para nós CCC (f_{cd1}), a altura do bloco de compressão (a) e a largura do pilar (c_2). A segunda parcela, define a aplicação da força de compressão, localizada no valor da altura útil (d), menos metade da altura do bloco de compressão.

Por fim, os nós superiores se localizam no centro do bloco de compressão, permitindo fechar a estrutura da treliça. Vale atentar para a inclinação da biela que deve atender os parâmetros da norma brasileira, situando-se entre $29,7^\circ$ e $63,4^\circ$. Em caso de blocos flexíveis, a distribuição dos esforços ocorre de forma mais complexa, envolvendo geometrias menos usuais para esse elemento.

4.2 VERIFICAÇÃO E DIMENSIONAMENTO DA ARMADURA

Sabendo a geometria da treliça, é possível analisar as tensões em cada barra. No presente trabalho, foi utilizado o software Ftool para esse fim. Dessa forma, é possível comparar os esforços solicitantes com os resistentes, podendo verificar se as bielas e nós suportam as cargas aplicadas, e se o tirante resulta em armaduras eficientes.

Para o cálculo do esforço resistente em bielas e nós, é utilizada a equação 19, em que “bw” é a largura da biela e do nó em questão e “ws” é o comprimento dessa região. A resistência de cálculo à compressão do concreto (f_{cd} , n), é calculada por 3 equações diferentes, dependendo do tipo de nó analisado. No presente trabalho foi usado $f_{cd,1}$ (nós CCC) e $f_{cd,3}$ (nós CCT).

$$P_{R,d} = f_{cd,n} \cdot b_w \cdot w_s \quad (19)$$

Por fim, é possível detalhar as armaduras do bloco, por meio do cálculo da área de aço. Em blocos rígidos, os esforços de cisalhamento presentes conseguem ser combatidos pela armadura mínima transversal, calculada pela equação 20. Em blocos flexíveis, com a presença de tirantes verticais, é necessário calcular os estribos para combater os valores de tração presentes.

$$A_s = 0,10\% \cdot b \cdot S \quad (20)$$

O dimensionamento dos estribos do bloco flexível será calculado pelo MBT e pelo ELU, com o intuito utilizar o resultado que mais estiver a favor da segurança. O primeiro método é muito semelhante ao dimensionamento de armaduras à flexão, em que a força de tração presente no tirante vertical será utilizada para calcular a área de aço necessária para combater o cisalhamento. Já o segundo será aplicado, pois o comportamento de um bloco flexível sobre duas estacas é bastante similar ao de uma viga, portanto deve seguir as equações presentes no item 2.2.4.

Para completar a armação do bloco, deve-se calcular a armadura superior e a lateral. As barras superiores são dimensionadas para 20% da área de aço previamente calculada para os esforços de flexão, como mostra a equação 21. Já a armadura lateral, é calculada pelos critérios de armadura de pele, presentes na ABNT NBR 6118 (2014).

$$A_{s,sup} = 0,2 \cdot A_s \quad (21)$$

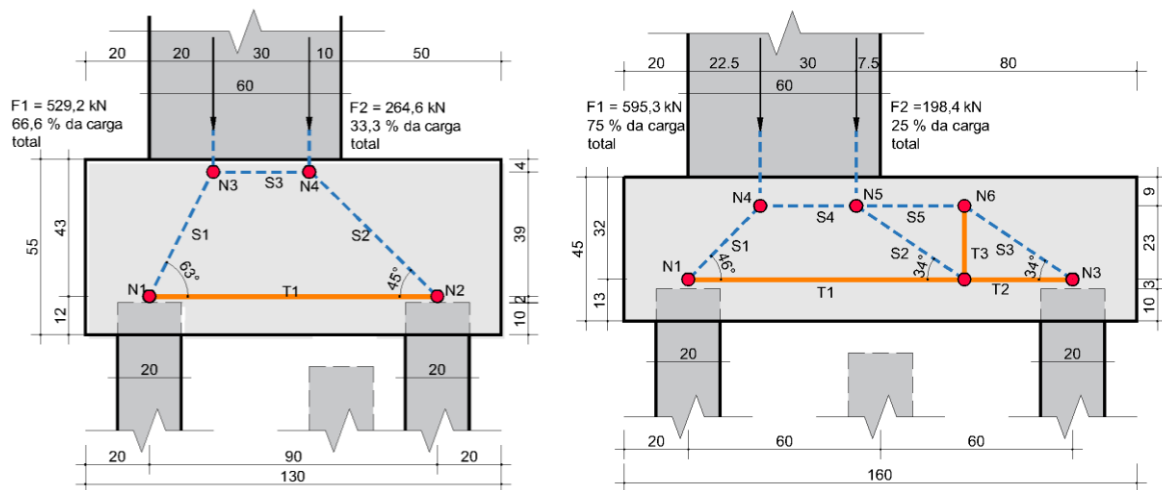
5 RESULTADOS

5.1 MODELO DE TRELIÇA

Com base na literatura existente, SILVA E GIONGO (2000) e ACI SP-208 (2002) e nos critérios citados anteriormente, foram elaborados os modelos de treliça para o bloco rígido e para o flexível, apresentados na figura 11. A geometria do bloco flexível difere da normalmente utilizada para blocos sobre estacas, devido à presença de uma concentração de tração, representada pelo tirante vertical T3.

A distância total entre estacas do bloco rígido é 90 cm, enquanto a do bloco flexível é 120 cm. Essa diferença ocorreu devido a dificuldade de se atingir a angulação necessária ($\theta > 45^\circ$) da biela mais afastada para classificar o bloco como rígido, sem ultrapassar a angulação máxima normativa ($63,4^\circ$) da biela mais próxima. Assim, foi necessário aproximar essa distância, fazendo com que o comportamento das cargas difira, e o percentual de esforço em cada estaca também. Por consequência, o ponto de aplicação das cargas do pilar, portanto, o posicionamento dos nós superiores no eixo x, é levemente diferente entre os modelos.

Figura 11: Modelo de treliça do bloco rígido e do flexível



Fonte: Autora

O posicionamento dos nós superiores no eixo y também depende dessa distribuição de esforços. O valor b, presente na tabela 02, representa a distância entre o eixo da estaca e o ponto de aplicação de carga no pilar, que é considerado o braço de alavanca para o cálculo do momento solicitante (M_{sd}). Já o valor de F_d é a força que o pilar exerce sobre o bloco, majorada por um coeficiente de segurança igual a 1,4.

Tabela 02: Altura da biela superior

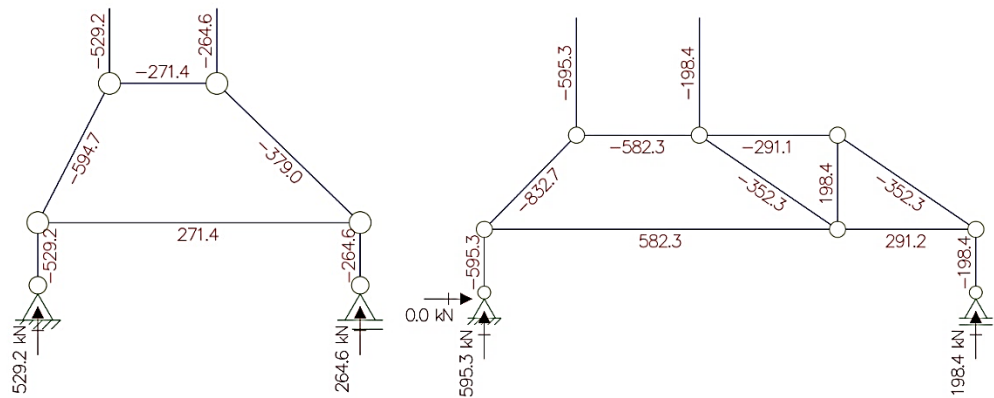
Bloco	fck (MPa)	fcd (Mpa)	fcd,1 (Mpa)	Fd (kN)	Fd, pond (kN)	b (mm)	Msd (kN.mm)	c2 (mm)	d (mm)	a/2 (mm)
Rígido	30,0	21,4	16,0	793,8	529,2	200,0	105840,0	200,0	430,0	42,6
Flexível	30,0	21,4	16,0	793,8	595,3	225,0	133942,5	200,0	320,0	36,8

Fonte: Autora

5.2 ESFORÇOS SOLICITANTES

Com o modelo de treliça definido, é possível obter os esforços solicitantes em cada barra, com o auxílio do software Ftool, como exibido na figura 12. É notória a concentração dos esforços do lado esquerdo do bloco, cuja estaca está mais próxima da aplicação das cargas no pilar.

Figura 12: Esforços em cada barra da treliça do bloco rígido e do bloco flexível

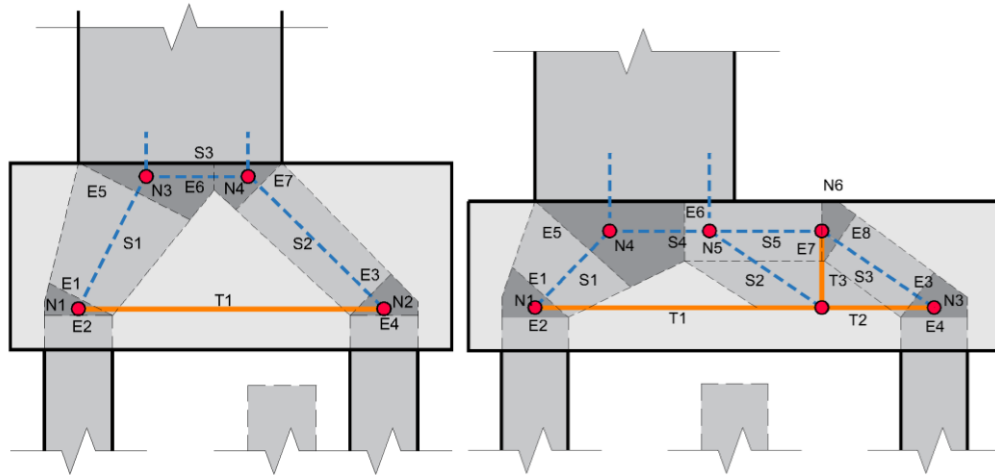


Fonte: Autora

5.3 VERIFICAÇÃO DE BIELAS E NÓS

As bielas diagonais devem ser verificadas ao esmagamento, em seus pontos críticos, localizados em suas extremidades. Semelhante a isso, os nós críticos devem ser verificados nas faces em que estiverem recebendo esforço de compressão. A figura 13 apresenta o desenho das bielas e regiões nodais do bloco rígido e do bloco flexível.

Figura 13: Área de influência das bielas e regiões nodais do bloco rígido e do bloco flexível



Fonte: Autora

As bielas foram representadas pela letra S, os tirantes pela letra T, os nós pela letra N e as faces dos nós pela letra E. Na tabela 03 e 04 “ws” simboliza a largura da face do nó analisado e, consequentemente, da região mais crítica da biela. O valor de “bw” refere-se à largura da região nodal, nos nós superiores ela é igual à largura do pilar. Já nos nós inferiores ela é igual à largura da estaca. Coincidentemente, no presente trabalho, os dois valores são 200 mm.

Para tanto, é necessário calcular seu esforço resistente (Prd) que deve ser maior que o esforço solicitante (Fsd) obtido na etapa anterior. A resistência de cálculo à compressão do concreto foi calculada para nós CCC e CCT, de acordo com a ABNT NBR 6118 (2014).

Tabela 03: Verificação das bielas ao esmagamento

Elemento	Junto ao nó	fcd,1 (MPa)	fcd,3 (MPa)	Tipo de nó	bw (mm)	w,s (mm)	Prd (kN)	Fs,d (kN)	Condição
Bloco rígido									
S1	N1	16,0	13,6	CCT	200,0	210,0	570,2	594,7	NÃO
S1	N3	16,0	13,6	CCC	200,0	369,0	1182,9	594,7	OK
S2	N2	16,0	13,6	CCT	200,0	171,0	464,3	379,0	OK
S2	N4	16,0	13,6	CCC	00,0	195,0	712,7	379,0	OK
Bloco flexível									
S1	N1	16,0	13,6	CCT	200,0	227,0	616,4	832,7	NÃO
S1	N4	16,0	13,6	CCC	200,0	387,0	1240,6	832,7	OK
S2	N2	16,0	13,6	CCT	200,0	234,0	1608,6	352,3	OK
S2	N5	16,0	13,6	CCC	200,0	234,0	1608,6	352,3	OK
S3	N3	16,0	13,6	CCT	200,0	167,0	453,5	352,3	OK
S3	N6	16,0	13,6	CCT	200,0	167,0	453,5	352,3	OK

Fonte: Autora

É possível notar na tabela 03 que, em ambos os blocos, a biela S1 junto ao nó 1 não passou na verificação de resistência. Isso ocorre devido às altas cargas concentradas do lado esquerdo de

ambos os blocos. Vale ressaltar que esse valor de concentração é diretamente proporcional à distância entre as estacas, sendo mais solicitada aquela que está mais próxima da atuação da carga.

Tabela 04: Verificação dos nós ao esmagamento

Nó	Tipo de nó	bw (mm)	Face	w,s (mm)	Prd (kN)	Fs,d (kN)	Condição	Face	w,s (mm)	Prd (kN)	Fs,d (kN)	Condição
Bloco rígido												
N1	CCT	200,0	E1	210,0	570,2	594,7	NÃO	E2	200,0	543,1	529,2	OK
N2	CCT	200,0	E3	171,0	464,3	379,0	OK	E4	200,0	543,1	264,6	OK
N3	CCC	200,0	E5	369,0	1182,9	594,7	OK	E6	80,0	256,5	271,4	NÃO
N4	CCC	200,0	E6	80,0	256,5	271,4	NÃO	E7	195,0	625,1	379,0	OK
Bloco flexível												
N1	CCT	200,0	E1	227,0	616,4	832,7	NÃO	E2	200,0	543,1	595,3	NÃO
N3	CCT	200,0	E3	167,0	453,5	352,3	OK	E4	200,0	543,1	198,4	OK
N4	CCC	200,0	E5	387,0	1240,6	832,7	OK	E6	180,0	577,0	582,3	NÃO
N6	CCT	200,0	E7	180,0	488,8	291,1	OK	E8	167,0	453,5	352,3	OK

Fonte: Autora

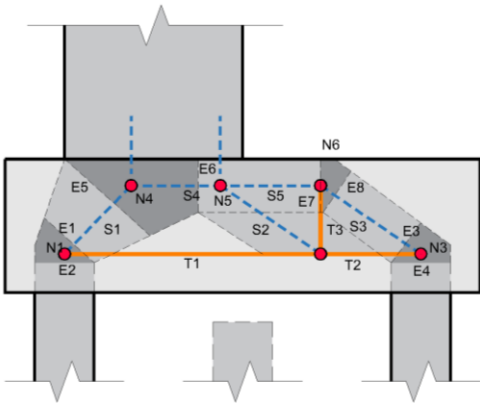
Analisando a tabela 04, fica claro o colapso do nó 1 em ambos os modelos. Além disso, a face E6 dos nós N3 e N4 do bloco rígido, e a face E6 do nó N4 do bloco flexível também não suportam as cargas solicitantes.

Para solucionar o dimensionamento, é necessário alterar algum parâmetro do bloco, que auxilie na resistência das bielas. Os fatores geométricos dos blocos, como altura e distância entre as estacas foram mantidos para preservar as características de bloco rígido ($\Theta < 45^\circ$) e bloco flexível ($\Theta \geq 45^\circ$), que são o cerne desse trabalho. O tamanho das estacas também se manteve o mesmo, para respeitar as hipóteses iniciais. Por fim, a decisão foi aumentar o fck do bloco, que originalmente era 30 MPa.

5.4 AJUSTES NOS BLOCOS

A alteração do fck influencia na determinação da geometria da treliça, já que a determinação dos nós superiores depende do “fcd,1”, como ilustra a tabela 05. Assim, a figura 14 representa a nova disposição do bloco flexível, com o fck do concreto igual a 45 MPa, em que a biela superior subiu 3 cm. A variação não foi o suficiente para modificar o posicionamento do bloco de compressão do modelo rígido, que passou a contar com o concreto de 35 MPa.

Figura 14: Modelo de treliça do bloco flexível ajustado



Fonte: Autora

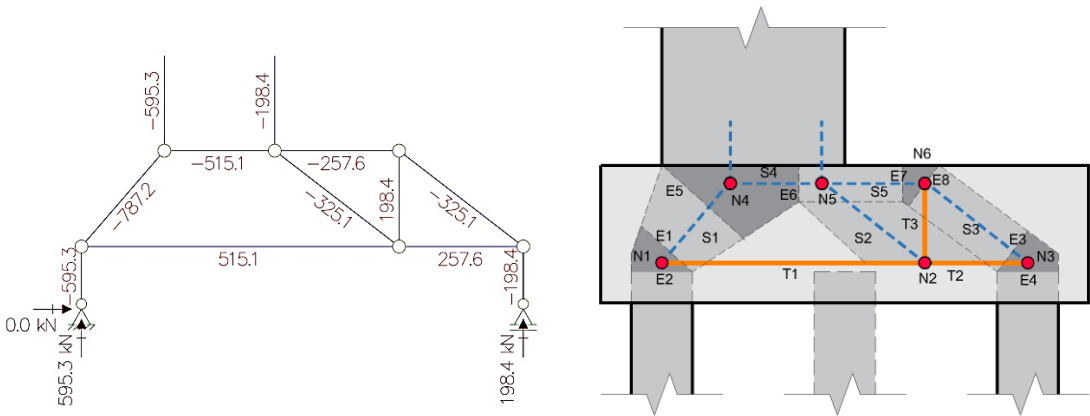
Tabela 05: Altura da biela superior ajustada

Bloco	fck (MPa)	fcd (MPa)	fcd,1 (Mpa)	Fd (kN)	Fd, pond (kN)	b (mm)	Msd (kN.mm)	c2 (mm)	d (mm)	a/2 (mm)
Rígido	35,0	25,0	18,3	793,8	529,2	200,0	105840,0	200,0	430,0	36,8
Flexível	45,0	32,1	22,4	793,8	595,3	225,0	133942,5	200,0	320,0	56,8

Fonte: Autora

A variação, de forma linear mesmo que pequena, é significativa, pois a nova angulação da biela influencia na distribuição das cargas. Por isso, foi preciso analisar novamente a treliça com o auxílio do software Ftool, como ilustra a figura 15.

Figura 15: Distribuição dos esforços e área de influência das bielas e regiões nodais no bloco flexível ajustado



Fonte: Autora

Por fim, é necessária uma nova verificação de tensões para garantir que os nós e as bielas resistam aos esforços solicitantes. A figura 15 mostra as novas áreas de influência e regiões nodais, modificadas pela visível diminuição do bloco de compressão. Com base nos novos valores de “ws”, e “Prd”, as tabelas 06 e 07 expressam a nova verificação de resistência.

Tabela 06: Verificação das bielas ajustadas ao esmagamento

Elemento	Junto ao nó	fcd,1 (MPa)	fcd,3 (MPa)	Tipo de nó	bw (mm)	w,s (mm)	Prd (kN)	Fs,d (kN)	Condição
Bloco rígido									
S1	N1	18,3	15,5	CCT	200,0	210,0	650,2	594,7	OK
S1	N3	18,3	15,5	CCC	200,0	369,0	1348,7	594,7	OK
S2	N2	18,3	15,5	CCT	200,0	171,0	529,4	379,0	OK
S2	N4	18,3	15,5	CCC	200,0	195,0	712,7	379,0	OK
Bloco flexível									
S1	N1	22,4	19,0	CCT	200,0	227,0	861,6	787,2	OK
S1	N4	22,4	19,0	CCC	200,0	359,0	1608,6	787,2	OK
S2	N2	22,4	19,0	CCT	200,0	192,0	860,3	325,1	OK
S2	N5	22,4	19,0	CCC	200,0	192,0	860,3	325,1	OK
S3	N3	22,4	19,0	CCT	200,0	167,0	633,8	325,1	OK
S3	N6	22,4	19,0	CCT	200,0	167,0	633,8	325,1	OK

Fonte: Autora

Tabela 07: Verificação dos nós ajustados ao esmagamento

Nó	Tipo de nó	bw (mm)	Face	w,s (mm)	Prd (kN)	Fs,d (kN)	Condição	Face	w,s (mm)	Prd (kN)	Fs,d (kN)	Condição
Bloco rígido												
N1	CCT	200,0	E1	210,0	650,2	594,7	OK	E2	200,0	619,2	529,2	OK
N2	CCT	200,0	E3	171,0	529,4	379,0	OK	E4	200,0	619,2	264,6	OK
N3	CCC	200,0	E5	369,0	712,7	594,7	OK	E6	80,0	292,4	271,4	OK
N4	CCC	200,0	E6	80,0	292,4	271,4	OK	E7	195,0	712,7	379,0	OK
Bloco flexível												
N1	CCT	200,0	E1	227,0	861,6	787,2	OK	E2	200,0	759,1	595,3	OK
N3	CCT	200,0	E3	167,0	633,8	325,1	OK	E4	200,0	759,1	198,4	OK
N4	CCC	200,0	E5	359,0	1608,6	787,2	OK	E6	120,0	537,7	515,1	OK
N6	CCT	200,0	E7	120,0	455,5	257,6	OK	E8	167,0	633,8	325,1	OK

Fonte: Autora

5.5 DIMENSIONAMENTO DAS ARMADURAS

O combate à flexão do bloco é feito pelas armaduras, representadas pelo tirante horizontal nos modelos. A bitola é escolhida para suprir a área de aço necessária, calculada com base no esforço solicitante. Conforme ilustra a tabela 08, são necessárias 5 barras de aço com bitola de 12,5 mm para atender ao bloco rígido, e 6 barras com bitola de 16 mm para atender ao bloco flexível.

Tabela 08: Dimensionamento dos tirantes à flexão

Bloco	F _{s,d} (kN)	A _s (mm ²)	φ _s (mm)	nφ _s	nφ _{s,ef}
Rígido	271,3	624,1	12,5	5,0	5
Flexível	515,1	1184,8	16,0	5,9	6

Fonte: Autora

Para o cálculo do comprimento de ancoragem para os dois modelos, são consideradas as equações previamente apresentadas, presentes na ABNT NBR 6118 (2014). Os parâmetros para o cálculo da resistência de aderência de cálculo da armadura passiva (f_{bd}) são apresentados na tabela 09, ao passo que as demais verificações estão presentes na tabela 10. O comprimento de ancoragem disponível (l_{b,disp}) é a distância entre o encontro da área de influência da biela com o tirante e o cobrimento das armaduras (c), conforme ilustra a figura 16.

Tabela 09: Parâmetros considerados no cálculo no f_{bd}

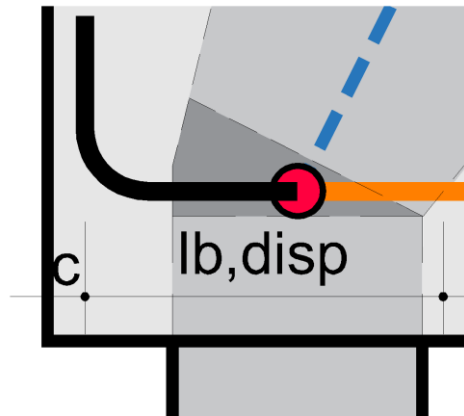
η ₁	η ₂	η ₃	F _{ck}	γ _c	α
2,2	1,0	1,0	30,0	1	0,7

Fonte: Autora

Tabela 10: Comprimento de ancoragem

Bloco	φ (mm)	f _{bd} (MPa)	l _b (mm)	25φ (mm)	l _{b,mín} (mm)			l _{b,nec} (mm)	l _{b,disp} (mm)
					0,3l _b	10φ	100		
Rígido	12,5	3,6	376,2	312,5	112,7	125,00	100	268	287
Flexível	16,0	4,8	407,3	400,0	122,9	160,00	100	280	316

Fonte: Autora

Figura 16: Comprimento de ancoragem disponível ($l_{b,disp}$)

Fonte: Autora

O combate aos esforços de cisalhamento, foi calculado em 2 momentos. De início, foi considerada apenas a armadura mínima para os dois modelos, como é usual no dimensionamento de blocos sobre duas estacas. A tabela 11 representa as bitolas consideradas (ϕ) e o espaçamento (s) em que elas devem ser usadas, sendo “ $A_{s,e}$ ” a área de aço dos estribos.

Para o bloco rígido foram necessárias 4 barras de 6,3 mm espaçadas 100 mm.

Tabela 11: Dimensionamento dos estribos

Blocos	Espaçamento	$A_{s,e}$ (cm^2)	ϕ (mm)	s (mm)
Rígido	40,0	2,0	6,3	100
Flexível	67,5	3,3	6,3	140

Fonte: Autora

Posteriormente, no bloco flexível foram avaliados os esforços solicitantes no tirante vertical T3, os quais exigiram uma armadura superior para vencer os esforços de cisalhamento. Conforme ilustrado na tabela 12, foram necessárias 6 barras de 10 mm espaçadas a cada 140 mm, ao passo que a armadura mínima exigia 6 barras de apenas 6,3 mm.

Tabela 12: Dimensionamento do tirante ao cisalhamento

Espaçamento	$F_{s,d}$ (kN)	$A_{s,w}$ (mm^2)	ϕ (mm)	s_w (mm)
67,5	198,4	456,3	10,0	140

Fonte: Autora

As tabelas 13 e 14 representam o dimensionamento das armaduras de cisalhamento pelo modelo de cálculo 2, no Estado Limite Último (ELU). A força cortante resistente de cálculo relativa à

ruína por diagonal comprimida (V_{rd2}) é maior que a força solicitante (V_{sd}), o que garante que o elemento não entra em colapso. A angulação (θ) utilizada foi a das bielas presentes na porção direita do bloco flexível, pois é a que mais sofre os efeitos do cisalhamento.

Para saber a quantidade de força que deve ser resistida pelas armaduras (V_{sw}), o valor de V_{rd3} é igualado ao de V_{sd} diminuído de V_c , que representa a parcela de forças resistidas pelo concreto. Para a flexão simples $V_c = V_{c1}$, que é achado pela interpolação de valores que levam em conta o V_{c0} e o V_{rd2} .

Por fim, é utilizada a barra de 10 mm espaçada a cada 190 mm, resultando na taxa de aço calculada de 0,16%, que é superior a taxa de aço mínima, que é de 0,12%. Já que o espaçamento das armaduras obtido pelo cálculo com MBT é menor que o com ELU, ele será utilizado, por ser a favor da segurança.

Tabela 13: Força cortante resistente de cálculo relativa à ruína por diagonal comprimida (V_{rd2})

fck (MPa)	av2	fcd (MPa)	d (mm)	bw (mm)	θ	V_{rd2} (kN)	V_{sd} (kN)	Condição
45	0,82	32,14	320	500	38°	1104,81	277,76	OK

Fonte: Autora

Tabela 14: Dimensionamento das armaduras de cisalhamento - ELU

V_{c0} (kN)	V_{c1} (kN)	ϕ (mm)	V_{sw} (kN)	A_{sw}/s	s (mm)	s, máx (mm)	ρ , calc (%)	ρ , min (%)	Condição
182,18	164,36	10	108,08	0,679	231,22	190	0,16	0,12	OK

Fonte: Autora

A NBR 6118 (2014) exige o uso de armaduras laterais e superiores em blocos sobre estacas, as quais estão ilustradas nas tabelas 15 e 16. Para a armadura de pele do bloco rígido foram obtidas 4 barras com bitola de 6,3 mm distribuída ao longo da altura do bloco. Já para o bloco flexível, que possui altura menor, foram calculadas 3 barras com bitola de 6,3 mm.

A armadura superior é calculada como uma fração da área de aço utilizada no combate à flexão. Como consequência da diferença da solicitação de tração dos elementos, o bloco rígido exigiu 4 barras com bitola de 6,3 mm, enquanto o bloco flexível necessitou de 5 barras com bitola 8 mm.

Tabela 15: Armadura de pele

Blocos	ϕ (mm)	$A_{s,p}$ (cm ² /m)	ϕ/m	$n\phi s$	$n\phi s,ef$
Rígido	6,3	5,0	8,0	3,4	4
Flexível	6,3	5,0	8,0	2,6	3

Fonte: Autora

Tabela 16: Armadura superior

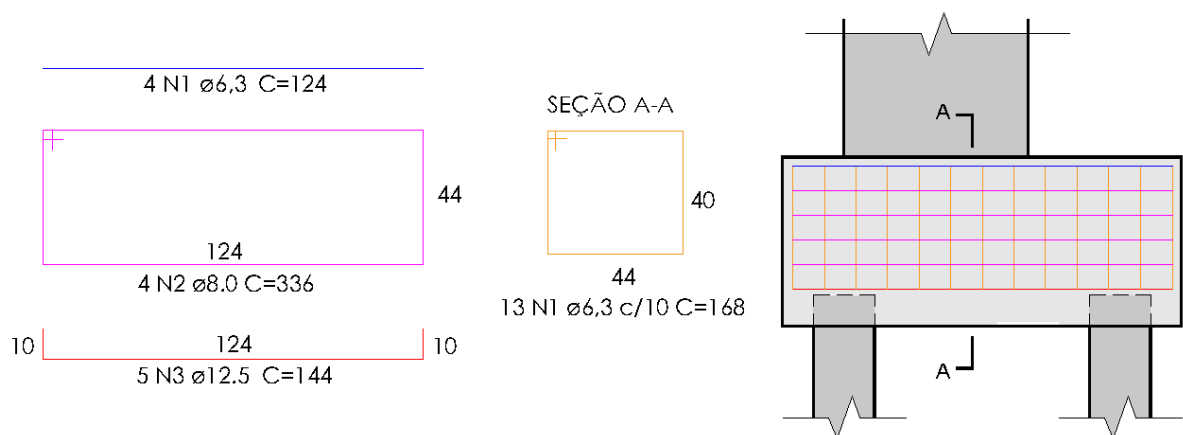
A_s (mm ²)	$A_{s,sup}$ (mm ²)	ϕ (mm)	$n\phi s$	$n\phi s,ef$
624,19	124,8	6,3	4,0	4
1184,81	236,9	8,0	4,7	5

Fonte: Autora

A armadura superior é calculada como uma fração da área de aço utilizada no combate à flexão. Como consequência da diferença da solicitação de tração dos elementos, o bloco rígido exigiu 4 barras com bitola de 6,4 mm, enquanto o bloco flexível necessitou de 5 barras com bitola 8 mm.

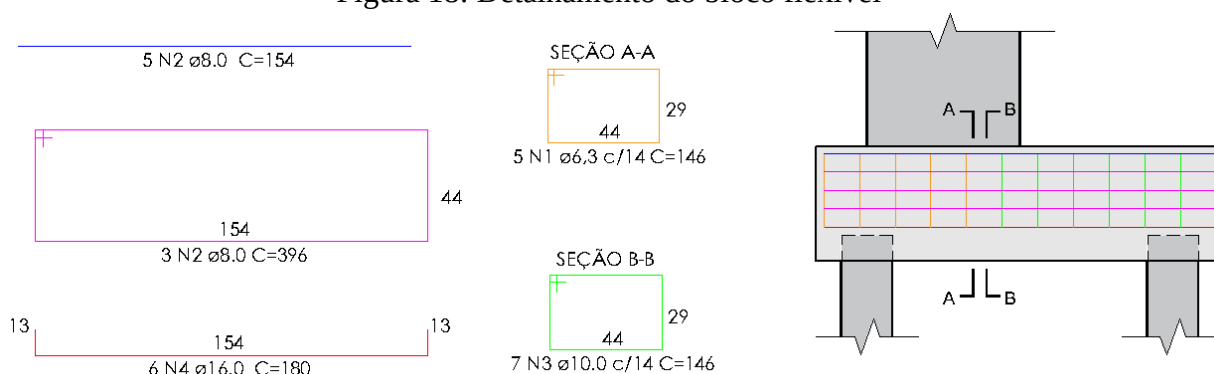
O detalhamento completo do bloco rígido está ilustrado na figura 17 e o do flexível na figura 18. O resumo do aço, contendo o comprimento e o peso de cada bitola de aço exigida nos elementos está presente na tabela 17. No total. O bloco flexível possui 5,42 m de comprimento de aço e 15 kg de peso total a mais que o bloco rígido.

Figura 17: Detalhamento do bloco rígido



Fonte: Autora

Figura 18: Detalhamento do bloco flexível



Fonte: Autora

Tabela 17: Resumo do aço

Bitola (mm)	Identificação	Tipo	Comprimento (m)	Peso linear (kg/m)	Peso (kg)
Bloco rígido					
6,3	N1	CA 50	21,82	0,245	5,3
8	N2	CA 50	13,44	0,395	5,3
12,5	N3	CA 50	7,20	0,963	6,9
		Total	42,48	-	17,6
Bloco flexível					
6,3	N1	CA 50	7,30	0,245	1,8
8	N2	CA 50	19,58	0,395	7,7
10	N3	CA 50	10,22	0,617	6,3
16	N4	CA 50	10,8	1,578	17,0
		Total	47,90	-	32,9

Fonte: Autora

5.6 VIABILIDADE ECONÔMICA

Utilizando a planilha desonerada SINAPI referente ao estado do Pará cuja coleta de dados foi realizada em maio de 2023, obteve-se o preço do metro cúbico do concreto na aba de insumos e do quilograma na aba de composições. O comparativo econômico entre a solução do bloco rígido e do flexível está exposta na tabela 18.

Por mais que o concreto de resistência 45 MPa seja R\$48,62 mais caro que o de 35 MPa, o preço total de concreto divergiu apenas R\$23,19, pois a quantidade necessária do material é muito semelhante. Já o preço do aço causa grande impacto no orçamento, sendo R\$170,66 mais caro no bloco flexível do que no bloco rígido.

Tabela 18: Comparação entre o peso do bloco rígido e do bloco flexível

Material	Unidade	Código SINAPI	R\$/unidade	Quant.	Total (R\$)
Bloco rígido					
Concreto 35MPa	m ³	I - 11145	771,52	0,36	275,43
Aço 6,3 mm	kg	C - 96544	16,48	5,35	88,18
Aço 8,0 mm	kg	C - 96545	15,35	5,31	81,49
Aço 12,5 mm	kg	C - 96547	11,57	6,93	80,22
Preço total do bloco					525,33
Bloco flexível					
Concreto 45MPa	m ³	I - 34481	829,51	0,36	298,62
Aço 6,3 mm	kg	C - 96544	16,48	1,79	29,47
Aço 8,0 mm	kg	C - 96545	15,35	7,73	118,72
Aço 10,0 mm	kg	C - 96546	13,68	6,31	86,26
Aço 16,0 mm	kg	C - 96548	10,92	17,04	186,10
Preço total do bloco					719,18

Fonte: Autora

6 CONCLUSÕES

A ausência de orientações normativas sobre parâmetros geométricos para a elaboração de treliças em blocos sobre estacas, e as referências divergentes encontradas na literatura geram confusão acerca do dimensionamento desse elemento, especialmente em casos incomuns como blocos assimétricos. Assim, o presente trabalho buscou contribuir com um modelo de dimensionamento que embase soluções reais.

A concepção da treliça do bloco rígido é bastante complexa, pois em modelos cuja distância entre estacas seja maior que 3 vezes sua dimensão, a angulação entre a biela e o tirante tende a ficar menor que 45°. Somado a isso, a assimetria do modelo estudado tendeu a aumentar a inclinação da biela mais próxima ao pilar acima do limite normativo de 63,4°.

A concentração de tensões na região mais próxima ao pilar foi mais intensa no bloco flexível, devido ao maior distanciamento entre as estacas. Dessa forma, esse modelo exigiu concreto com f_{ck} pouco usual para esse tipo de elemento, a fim de garantir a resistência do nó mais solicitado, ao passo que as demais regiões da estrutura ficaram super dimensionadas, gerando uma solução antieconômica e pouco eficiente.

No modelo rígido ocorreu a concentração de tensões de forma menos intensa, sendo utilizado um concreto de resistência mais usual para resistir a esforços solicitantes distribuídos de forma mais uniforme. Os esforços de tração também foram reduzidos, exigindo uma área de aço menor.

Por fim, o bloco flexível ficou R\$193,85 mais caro que o bloco rígido. 88% desse custo. Está ligado ao aço, cuja quantidade foi bastante diferente. Em obras de grande porte, em que existem vários blocos sobre estacas, o impacto econômico causado pela decisão entre os modelos é significativo, e deve ser observado com cautela.

7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. ACI 208: **Examples for the Design of Structural Concrete with Strut-and-Tie Models (ACI SP-208)**. JSCE, (2002).

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto-Procedimento**. 3 ed. Rio de Janeiro, 238 p. 2014.

BLÉVOT, J.; FRÉMY, R. **Bloco sobre estacas: métodos de cálculo, relatório de teste e disposições construtivas**. 230. ed. Paris: Instituto Técnico de Construção Civil e Obras Públicas. (SOLOS E FUNDAÇÕES), 1967.

MÖRSCH, E., **Concrete-Steel Construction**, McGraw-Hill Book Co., New York, 1909.

RITTER, W., “**Die Bauweise Hennebique (Construction Techniques of Hennebique)**,” Schweizerische Bauzeitung, Zurich, 1899.

SCHLAICH, J.; SCHAFER, K.; JENNEWEIN, M. **Toward a consistent design of structural concrete**. Journal of the Prestressed Concrete Institute, v.32, 1987.

SILVA, R. C.; GIONGO, J. S. (2000). **Modelos de bielas e tirantes**. Projeto REENGE, São Carlos, EESC – USP

SOUZA, Rafael Alves de; BITTENCOURT, Túlio Nogueira. **Análise não-linear de bloco rígido sobre duas estacas**. Engenharia Civil UM (Braga), Universidade do Minho, v. 21, p. 25-38, 2004.