UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DE TUCURUÍ
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA

AVALIAÇÃO DE UMA BANCADA ROTODINÂMICA PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS UTILIZANDO O SOFTWARE *ANSYS WORKBENCH*

VINICIUS ALVES LIMA

Tucuruí

2015

VINICIUS ALVES LIMA

AVALIAÇÃO DE UMA BANCADA ROTODINÂMICA PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS UTILIZANDO O SOFTWARE *ANSYS WORKBENCH*

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Federal do Pará, como requisito parcial para a obtenção do grau de Engenheiro Mecânico.

Orientador: Me. Adry Kleber Ferreira de Lima

Tucuruí

2015

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DE TUCURUÍ
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA

AVALIAÇÃO DE UMA BANCADA ROTODINÂMICA PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS UTILIZANDO O SOFTWARE *ANSYS WORKBENCH*

Trabalho de Conclusão de Curso submetido à aprovação como requisito parcial para a obtenção do grau de Engenheiro Mecânico, pela banca examinadora formada pelos professores:

_____
Orientador
Me. Adry Kleber Ferreira de Lima

_____
Membro interno UFPA
Me. Jesse Luis Padilha

_____
Membro interno UFPA
Eng. Maciel da Costa Furtado

Conceito: _____

Tucuruí, 21 de Setembro de 2015.

Aos meus pais Antonio e Maria Leocina e minha irmã Taiane, que são minha vida, são a perseverança, a alegria, o entusiasmo pela vitória e o sentimento de dever cumprido. São meus alicerces que me mantêm de pé e firme, mas, ao mesmo tempo, são as asas que me permitem sonhar, alçar voos mais altos e alcançar novos horizontes.

Ao querido amigo Julio Augusto Ramos Soares, meus avôs Expedito e José Joaquim e avós Maria José e Amélia (in memoriam). Saudades eternas...

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, a Deus, por todas as oportunidades colocadas em minha vida e sem Ele a me guiar tenho certeza de que o caminho seria impossível para mim.

À minha família: meus pais, minha irmã, tios e tias e meus primos e primas. Seu amor, dedicação, e carinho são o combustível essencial na minha formação tanto acadêmica quanto como pessoa, e aos outros familiares que direta ou indiretamente tiveram alguma responsabilidade na minha trajetória até aqui.

Aos meus amigos que contribuíram diretamente e indiretamente para realização desse sonho.

Ao professor Adry que aceitou me orientar e desenvolver este trabalho.

Aos professores Jessé Padilha e Maciel Furtado por terem aceito o convite para participar da bancada examinadora.

Aos professores Fábio Setúbal, Walter Souza e Keliene de Jesus que me proporcionaram crescer como discente e iniciaram a concepção desse trabalho.

Aos professores da faculdade de engenharia mecânica, Douglas, Pedro Paulo, Paulo Machado, Jesse, Maciel, Wassim, Erica, Adry, Fábio, Walter, Keliene que fizeram com que eu a cada dia superasse uma barreira nas disciplinas para estar aqui hoje.

Aos meus colegas de faculdade Rafael Albino, Quésede Hilquias, Maycon Ferreira, Alex Azevedo, Bruno Guerra, Bruno Fernando, Francisco de Assis, Cleyton Lima e entre outros. Cada um de vocês foi essencial para essa conquista, onde foram dias de muita batalha juntos.

E finalmente, a todos que me ajudaram de alguma forma para a realização desse trabalho de conclusão de curso, e que infelizmente, não escrevi seus nomes.

AVALIAÇÃO DE UMA BANCADA ROTODINÂMICA PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS UTILIZANDO O SOFTWARE *ANSYS WORKBENCH*

RESUMO: Este trabalho apresenta o estudo dinâmico em uma bancada didática de dinâmica de rotores do Laboratório de Engenharia Mecânica - LABEM da Universidade Federal do Pará – UFPA Campus Universitário de Tucuruí – CAMTUC por meio de uma análise numérica, em que no contexto atual, estudos dinâmicos em máquinas rotativas vêm crescendo em ambientes industriais. Neste trabalho, um modelo CAD (*Computer Aided Design*) foi desenvolvido utilizando o *software SolidWorks* da bancada didática considerando todas as suas especificações, dimensões e propriedades inerciais. Em seguida, um modelo CAE (*Computer Aided Engineering*) simplificado foi desenvolvido utilizando o *software Ansys Workbench* para a análise por meio do Método dos Elementos Finitos – MEF. Para realização da análise modal da bancada, foi considerada uma faixa de frequência no intervalo de 0 a 1e+008 Hz e considerando o estudo nos 10 primeiros modos de vibração do conjunto eixo, rotor e massa desbalanceadora. Assim, após finalização das etapas para iniciar a análise numérica (pré-processamento, processamento e pós-processamento) foi obtido o diagrama de Campbell. Deste modo, foi possível prever as velocidades críticas para determinadas velocidades de rotação, por meio de algumas considerações realizadas para o desenvolvimento da análise, ou seja, foi considerado a velocidade de rotação para uma condição de operação real e uma condição fictícia para verificação de algumas velocidades críticas da bancada rotodinâmica.

Palavras-chave: *Ansys*, Rotodinâmica, Diagrama de Campbell, Rotor, Máquinas Rotativas.

EVALUATION OF A ROTOR DYNAMIC BENCH BY FINITE ELEMENTS USING SOFTWARE *ANSYS WORKBENCH*

ABSTRACT: This paper presents the dynamic study of a didactic bench rotor dynamics of Mechanical Engineering Laboratory - LABEM from the Federal University of Para State - UFPA Tucurui City Campus - CAMTUC through a numerical analysis, which in the current context, dynamic studies rotating machines have grown in industrial environments. In this work, a model CAD (Computer Aided Design) was developed using *SolidWorks* software of the didactic bench considering its specifications, dimensions and inertial properties. Afterwards, a model CAE (Computer Aided Engineering) Simplified was developed using *Ansys Workbench* software for analysis through the Finite Element Method - FEM. To perform the bench modal analysis, a frequency range was considered among 0 and 1e + 008 Hz and considering the study during the first 10 modes of shaft assembly, rotor and point mass vibration. Thus, after completion of steps for performing the numerical analysis (pre-processing, processing and post-processing) Campbell diagram was generated. This way, it was possible to predict critical speeds for determined rotation speeds, that means, by some considerations performed for the analysis development, that means, rotation speed was considered for a real operation condition and a fiction condition to verify some rotor dynamic bench critical speeds.

Keywords: *Ansys*, Rotor Dynamic, Campbell Diagram, Rotor, Rotating Machines.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1. Bancada de dinâmica de rotores. 18
Figura 2. Comparação entre o sistema real e o MEF......20
Figura 3. Representação dos elementos, nós e carga de um modelo utilizando o MEF......21
Figura 4. Modelo rígido e flexível de rotor modelados como massa/mola. 24
Figura 5. (a) Combinações dos movimentos em X e Z produzindo órbitas; (b) órbita circular; (c) órbita elíptica; (d) órbita translacional. 24
Figura 6. Discrepância EPI e ER. 25
Figura 7. Combinações de forças de desbalanceamento. 26
Figura 8. Efeitos da força centrífuga. 27
Figura 9. Representação de rotores rígidos e rotores flexíveis......28
Figura 10. Movimentos de precessão a) precessão direta; b) precessão inversa. 29
Figura 11. (a) Giro (whirl) síncrono (b) Giro (whirl) não síncrono......29
Figura 12. Representação das forças de acoplamento (desestabilizadoras)......30
Figura 13. Modelo de Jeffcott rotor......31
Figura 14. Jeffcott rotor realizando whirling. 31
Figura 15. Resposta à um desbalanceamento do Jeffcott rotor. 33
Figura 16. Efeito Giroscópico......34
Figura 17. Diagrama de Campbell......35
Figura 18. Sistema de coordenadas de referência para um disco rígido em um eixo flexível. 36
Figura 19. Momentos de inércia de massa do disco no sistema de referência. 37
Figura 20. Campo de deslocamento de um ponto P no eixo. 38
Figura 21. Vista geral da bancada – Modelo real......41
Figura 22. Vista geral da bancada – Modelo geométrico 41
Figura 23. Itens a serem analisados no software *Ansys Workbench*. 42
Figura 24. Balança de precisão Marte – Modelo M 6K. 42
Figura 25. Massa da massa desbalanceadora. 43
Figura 26. Massa do eixo. 43
Figura 27. Massa do conjunto do rotor (bucha cônica, bolacha de aperto, elementos de fixação e rotor)......43
Figura 28. Distancias entre os mancais de rolamento e rotor. 44
Figura 29. Modelo viável gerado no software *Ansys Workbench*. 44
Figura 30. Propriedade inercial do modelo viável no Ansys. 45
Figura 31. Material do modelo adicionado na etapa de pré-processamento. 45
Figura 32. Coordenadas do local de instalação da massa desbalanceadora. 46

Figura 33. Posicionamento da massa desbalanceadora no modelo simplificado. 46
Figura 34. Malha do modelo viável. 47
Figura 35. Condições do software para gerar o diagrama de Campbell. 48
Figura 36. Placa de identificação do motor elétrico S 90 L 4. 49
Figura 37. Alteração de unidades do software Ansys Workbench. 49
Figura 38. Posição que foi adicionado a rotação e incremento da rotação. 49
Figura 39. Condição de suporte nodal displacement para o modelo viável. 50
Figura 40. Tempo de processamento para a análise. 50
Figura 41. Velocidade de rotação nos 10 modos de vibração. 51
Figura 42. Frequências naturais para os 10 primeiros modos de vibração - Operação real. 51
Figura 43. Diagrama de Campbell com os 10 primeiros modos de vibração. 52
Figura 44. Altas velocidades de rotação para o sistema dinâmico. 53
Figura 45. Frequências naturais extraídas dos 10 primeiros modos de vibração – Altas velocidades de rotação. 53
Figura 46. Velocidades críticas encontradas com altas velocidades de rotação. 54
Figura 47. Velocidade críticas previstas para os modos de vibração. 54
Figura 48. Representação ilustrativa do sétimo modo de vibração. 55
Figura 49. Primeiro modo de vibração do eixo. 56
Figura 50. Segundo modo de vibração do eixo. 56

LISTA DE TABELAS

Tabela 1. Etapas básicas do método dos elementos finitos. 22
Tabela 2. Algumas análises do comportamento dinâmico de rotores. 23
Tabela 3. Massa dos elementos girantes da bancada rotodinâmica. 43

LISTA DE ABREVIATURAS E SÍMBOLOS

UFPA	Universidade Federal do Pará
CAMTUC	Campus Universitário de Tucuruí
LABEM	Laboratório de Engenharia Mecânica
MEF	Método dos Elementos Finitos
CAD	*Computer Aided Design*
CAE	*Computer Aided Engineering*
EPI	Eixo Principal de Inércia
ER	Eixo de Rotação
F_{cent}	Força centrífuga
ω_n	Frequência natural
k	Rigidez
m	Massa
e	Excentricidade
ω	Velocidade angular
$\dot{\phi}$	Velocidade do giro síncrono
$\dot{\beta}$, Ω	Velocidade de rotação do rotor
V	Vetor velocidade do giro síncrono
X	Deslocamento
$F\phi$	Força tangencial
M	Centro de massa desbalanceadora
C	Centro do disco
d	Deslocamento estático do desbalanceamento
r	Deflexão do eixo do rotor
c	Amortecimento viscoso
θ	Rotação no eixo X
ψ	Rotação no eixo Z
M_D	Massa do disco
ρ	Densidade volumétrica
T	Energia cinética
U	Energia de deformação
I_{Dx}, I_{Dy}, I_{Dz}	Momentos de inércia de massa com relação as coordenadas de referência

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO 13
1.1 APRESENTAÇÃO 13
1.2 JUSTIFICATIVA 14
1.3 OBJETIVOS 14
1.3.1 Objetivo geral 14
1.3.2 Objetivo específico 14
1.4 METODOLOGIA 15
1.5 ESTRUTURA DO TRABALHO 15
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA 17
2.1 INTRODUÇÃO 17
2.2 CARACTERÍSTICAS GERAIS DA BANCADA DE DINÂMICA DE ROTORES 17
2.3 LEVANTAMENTO BIBLIOGRÁFICO 18
2.4 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS – MEF 20
2.5 COMPORTAMENTO DINÂMICO DE ROTORES 22
2.5.1 Frequências naturais e velocidades críticas 25
2.5.2 Desbalanceamento de rotores 25
2.5.3 Rotores rígidos e rotores flexíveis 27
2.5.4 Giro (*whirl*) síncrono e não síncrono 28
2.5.5 Instabilidade em rotores 30
2.5.6 Modelo Jeffcott rotor 30
2.5.7 Efeito Giroscópico 33
2.5.8 Diagrama de Campbell 34
2.6 EQUAÇÃO DE ENERGIA DOS ELEMENTOS DE ROTOR 35
2.6.1 Energia cinética do disco 36
2.6.2 Energia de deformação do eixo em flexão 37
2.6.3 Energia de deformação do eixo devido à uma força axial 38
2.6.4 Mancais 39
2.6.5 Equações de movimento do rotor 39
3 MATERIAIS E MÉTODOS 41
3.1 CONSIDERAÇÕES PARA A ETAPA DE PRÉ-PROCESSAMENTO 42
3.2 CONSIDERAÇÕES PARA A ETAPA DE PROCESSAMENTO 47
4 RESULTADOS E DISCUSSÕES 51
5 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS 58
5.1 CONCLUSÕES 58
5.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS 58
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS 60

1 INTRODUÇÃO

1.1 APRESENTAÇÃO

No âmbito da engenharia mecânica o uso de técnicas para análise de máquinas rotativas vem crescendo a cada dia mais, onde a análise numérica de componentes mecânicos dinâmicos tem sido bastante utilizado no contexto de máquinas e estruturas, o uso dessas técnicas vem sendo difundidas na área de manutenção através do acompanhamento de equipamentos e do estudo de fenômenos típicos na operação desses equipamentos. Máquinas rotativas em seu contexto tem grande capacidade de produzir energia mecânica através das altas velocidades que seus eixos são submetidos durante a operação, onde associado a essas altas velocidades existem altas cargas devido a inércia de seus componentes.

O estudo aprofundado em máquinas rotativas verificando o comportamento de rotores através de modelos matemáticos é relativamente bem-sucedida comparada a medições experimentais, no qual esses estudos têm por objetivo verificar as condições de operação antes do start-up dos equipamentos, sendo assim uma metodologia mais segura e eficiente (PEREIRA, 2005).

Em ambientes industriais há uma exigência por disponibilidade de equipamento e altos índices de produção, é possível encontrar diversos tipos de equipamentos com cargas, características e rotinas operacionais diferentes, no entanto a necessidade de uma exatidão nos limites dos equipamentos deve ter uma acurácia bem significante, pois os processos de produção e planejamento de manutenções serão baseados nos dados obtidos e oriundos do projeto original do equipamento, assim evitando manutenções corretivas e melhorando a disponibilidade dos mesmos e em contra partida diminuindo os custos com perda de tempo e produção.

1.2 JUSTIFICATIVA

É de suma importância que os fenômenos dinâmicos em máquinas rotativas sejam identificados e tenham os seus fenômenos físicos conhecidos para facilitar a identificação de uma possível solução, assim reduzindo a probabilidade da estrutura ou componentes rotativos entrarem em colapso e/ou comprometerem vidas e parte de um processo produtivo.

O desenvolvimento da linha de estudo em máquinas rotativas vem crescendo a cada dia devido as grandes demandas nas indústrias, como manutenção preditiva e estudos mais precisos para uma confiabilidade cada dia melhor e mais eficiente. A parte de instrumentação virtual também vem acompanhando a tecnologia e a necessidade de se conhecer os fenômenos dinâmicos em máquinas rotativas, onde o *software Ansys* possui um guia de análise rotodinâmica no qual faz considerações para a concepção do modelo, equações dinâmicas e entre outras informações.

Assim, com base no desenvolvimento de procedimentos de manutenção e projetos, utilizando ferramentas computacionais, os estudos em máquinas rotativas ficam com uma maior acurácia e com resultados confiáveis.

1.3 OBJETIVOS

1.3.1 Objetivo geral

O presente trabalho tem como objetivo, utilizar o *software SolidWorks* para desenvolver o desenho mecânico tridimensional da bancada rotodinâmica do LABEM – Laboratório de Engenharia Mecânica da Universidade Federal do Pará – UFPA, Campus Universitário de Tucuruí - CAMTUC, e com o auxílio do *software Ansys Workbench* será realizado análise dinâmica dos elementos girantes da bancada.

1.3.2 Objetivo específico

Os objetivos deste trabalho de conclusão de curso são:

- Desenvolver no *software SolidWorks* o modelo geométrico da bancada rotodinâmica do LABEM.
- Desenvolver no *software Ansys* um modelo dinâmico viável para o tempo de processamento adequado, com as mesmas propriedades inerciais dos elementos girantes da bancada rotodinâmica.

- Realizar por meio do MEF uma análise modal para prever as velocidades críticas através do diagrama de Campbell e as formas modais que apresentam velocidades críticas para o modelo em estudo em uma frequência de 0 a 1e+008 Hz.

1.4 METODOLOGIA

Para o desenvolvimento do seguinte trabalho foi verificado as considerações físicas e matemáticas necessárias para o desenvolvimento de uma análise rotodinâmica em uma máquina rotativa, especificamente nos componentes girantes das mesmas, como: eixo, massa desbalanceadora e rotor.

Em seguida foi desenvolvido o modelo tridimensional da bancada rotodinâmica com o auxílio do *software SolidWorks*, que já havia sido construída pelo discente Denis Rosa Silva (SILVA, 2012) da turma de engenharia mecânica 2008 do Campus Universitário de Tucuruí. Foi verificado a parte dimensional da bancada, a especificação dos rolamentos, perfis, elementos de fixação, motor utilizado e em seguida feito o modelo geométrico da bancada.

Logo após, foi otimizado no *software Ansys Workbench* um modelo viável para processamento do sistema original dos componentes girantes, como: eixo, massa desbalanceadora e rotor, mas mantendo as propriedades inerciais, que tem o intuito de reduzir o tempo de processamento e assim obter uma análise dentro dos limites toleráveis em um menor tempo.

Por último, foi feito as considerações como pontos de fixação, rotação, frequência e entre outros no input de dados no *software Ansys Workbench*, e desta maneira foi possível extrair os dez primeiros modos de vibração e prever as velocidades críticas para os componentes em estudo e suas respectivas propriedades inerciais, desta forma será possível definir um intervalo para se obter o diagrama de Campbell.

1.5 ESTRUTURA DO TRABALHO

O capítulo 1 apresenta uma introdução geral sobre a contextualização deste trabalho de conclusão de curso, assim, verificando a importância de análises numéricas em componentes mecânicos dinâmicos afim de evitar colapsos durante suas operações e entre outros.

O capítulo 2 deste trabalho tem como objetivo mostrar as referências utilizadas para o desenvolvimento deste trabalho, no qual mostra os trabalhos relacionados ao tema abordado neste trabalho de conclusão de curso e identifica seus respectivos autores.

O capítulo 3 apresenta a fundamentação das teorias que sustentam o estudo de dinâmica de rotores, onde consiste na fundamentação matemática e física da análise dinâmica de rotores e considerações que estão diretamente ligadas a análise rotodinâmica.

O capítulo 4 mostra toda a metodologia e matérias utilizados para o desenvolvimento do trabalho e as considerações durante utilização dos mesmos.

O capítulo 5 apresenta os resultados obtidos durante a realização deste trabalho e abrange uma pequena discussão sobre a obtenção dos mesmos.

O capítulo 6 apresenta as conclusões do trabalho realizado e propostas para trabalhos futuros.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 INTRODUÇÃO

Máquinas rotativas estão presentes em vários equipamentos que fazem parte do dia a dia e desempenham um papel fundamental nesses dispositivos, como por exemplo em compressores, ventiladores, bombas, turbinas e entre outros, no qual esses equipamentos estão sujeitos a erros durante sua concepção, pois após o *start-up* dos equipamentos alguns efeitos do erros de projeto, fabricação, montagem e entre outros podem vir à tona como altos níveis de vibração e ruído, sendo que essas causas muitas vezes podem ser em seus elementos girantes, ou seja, no eixo ou rotor da máquina.

Os rotores de máquinas dinâmicas têm grande capacidade de gerar energia mecânica através das altas velocidades que são submetidos os eixos das mesmas, ao mesmo tempo que são aplicadas altas cargas nos componentes girantes das máquinas devido os mesmos possuírem uma alta inércia e assim potenciais problemas de vibração e instabilidade dos rotores podem acontecer.

2.2 CARACTERÍSTICAS GERAIS DA BANCADA DE DINÂMICA DE ROTORES

Com intuito de auxiliar os docentes da faculdade de engenharia mecânica do Campus Universitário de Tucuruí nas disciplinas de laboratório de vibrações mecânicas foi concebido pelo discente de engenharia mecânica Denis Rosa Silva (SILVA, 2012), um projeto inicial que pudesse ser feito simulações numéricas e estudos experimentais em bancadas didáticas no LABEM (Laboratório de Engenharia Mecânica) da Universidade Federal do Pará, no qual foi construída uma bancada de dinâmica de rotores que auxilia os discentes de engenharia mecânica a entender teorias estudadas e os fenômenos dinâmicos que elementos rotativos estão sujeitos durante a operação.

Nesse contexto, a bancada didática é composta por um rotor, eixo, acoplamentos, mancais de rolamento, motor elétrico, inversor de frequência e sua estrutura física que proporciona aos discentes estudarem defeitos em máquinas rotativas como desbalanceamento, defeito em rolamento, prever as velocidades críticas e entre outros.

Figura 1. Bancada de dinâmica de rotores.

Fonte: Autoria Própria.

2.3 LEVANTAMENTO BIBLIOGRÁFICO

Na apostila elaborada por SOEIRO (2008), no curso de Fundamentos de Vibrações e Balanceamento de Rotores, são abordadas considerações teóricas e práticas para o estudo de balanceamento de rotores, onde o mesmo define os efeitos e tipos de desbalanceamento, características dos rotores, fundamentação teórica e balanceamento estático e dinâmica em campo e considerando e não considerando a medição de fase.

PEREIRA (2003), em sua apostila sobre Dinâmica de Rotores, o mesmo faz uma abordagem teórica bastante relevante. Dessa forma, são apresentadas formulações matemáticas e físicas para melhor entendimento dos fenômenos dinâmicos que ocorrem em máquinas rotativas, particularmente entre os componentes girantes das máquinas, ou seja, conjunto de eixo, rotor e mancais de rolamento.

VIEIRA (2002), em sua apostila que trata sobre Métodos e Análises de Vibração, define um tópico para principais causas de vibrações em máquinas rotativas, sendo um sub – tópico diretamente ligado ao desbalanceamento de rotores, no qual faz considerações teóricas sobre desbalanceamento e um espectro de uma máquina rotativa desbalanceada.

SOUSA (2005) em seu trabalho de conclusão de curso desenvolveu um sistema aplicativo para a análise contínua de sinais de vibração em máquinas rotativas na linguagem de programação “G” e instrumentação virtual *LabVIEW*, o mesmo possui um módulo para balanceamento de rotores em até quatro planos, no qual objetivou demonstrar novas formas que podem substituir técnicas tradicionais de análise, monitoramento e diagnóstico em máquinas rotativas.

NERY (2008) em seu trabalho de conclusão de curso desenvolveu um programa para detecção de defeitos em máquinas rotativas utilizando o software *LabVIEW*. Em seu programa, a autora apresenta várias técnicas de análise de sinais de vibração, técnicas tanto no domínio do tempo quanto no domínio da frequência, através da utilização de uma bancada experimental constituída de um moto-gerador, onde foram induzidos defeitos como o desbalanceamento de massa e o desalinhamento de eixo, e aplicadas técnicas para análise de vibração, dentre elas: Nível Global e Análise Espectral. Logo em seguida, a autora analisou os defeitos em rolamentos utilizando técnicas para análise de vibração como Nível Global, Fator de Crista, Curtose, Análise Espectral e Técnica do Envelope.

FERREIRA (2005), em sua dissertação de mestrado, a mesma utilizou o modelo de rotores dinâmicos com mancais flexíveis utilizando material viscoelástico, no qual os mesmos apresentam uma ótima funcionalidade para o controle de vibrações e ruído. Em seu trabalho é citado fundamentação teórica relacionada ao estudo de rotodinâmica através do diagrama de Campbell.

MONTGOMERY E KUSMIDER (2006), em seu artigo sobre rotodinâmica no software CAE Ansys, onde foi verificado o efeito de Coriolis e como pode ser aplicada em modelo de elementos finitos, no qual foi analisado o efeito giroscópico, sendo assim os mesmos realizaram a análise através do modelo *Jeffcott rotor* e *turbine rotor* e comparam a eficiência do software durante uma análise rotodinâmica.

O guia de análise rotodinâmica do *Ansys* (2013) descreve o passo a passo da análise rotodinâmica utilizando o *software Ansys*, onde é abordado uma introdução a rotodinâmica, ferramentas de análise rotodinâmica, concepção do modelo, aplicação das cargas e outras informações necessárias para o desenvolvimento do estudo.

SRIKRISHNANIVAS (2012) em sua dissertação de mestrado com ênfase em estruturas mecânicas abrange conceitos de rotodinâmica e o uso da ferramenta virtual do *Ansys* para simular as condições e logo interpretar os resultados e confrontando os mesmos para validá-los.

ASSIS (2014) em seu trabalho de conclusão de curso desenvolveu um estudo para prever as velocidades críticas em rotores de máquinas rotativas com o auxílio de um software de simulação para as mesmas, onde a falha observada no desenvolvimento do trabalho é o desbalanceamento que é o mais comum em máquinas rotativas, onde o estudo da mesma foi viabilizado através do rotor kit (ABVT – *Alignment/Balance Vibration Trainer*) da Spectra Quest, a aquisição de dados foi feita com o *hardware* desenvolvido pelo Laboratório de Ensaios

Dinâmicos Mecânicos e Análise de Vibração) – LEDAV e a identificação de ressonâncias foi feita utilizando um *software* desenvolvido na plataforma *LabVIEW*.

SAMUELSSON (2009) em sua dissertação de mestrado, o mesmo analisou uma ferramenta para cálculos de rotodinâmica, onde foi utilizado o *software Ansys* Classic versão 11 para aplicações de rotodinâmica, no qual cita que atualmente as análises rotodinâmica tem sido feita através do elemento *BEAM* do software, como por exemplo modelo 1D, no entanto em seu trabalho o elemento foi trocado pelo elemento *SOLID*, assim utilizando esse elemento um modelo 3D pode ser feito e cálculos e simulações mais complexas podem ser feitas utilizando o software.

O trabalho desenvolvido por TREBUNA, *et al* (2011) para a quarta conferência internacional de modelagem de sistemas mecânicos e mecatrônicos, onde em seu artigo foi mostrado o método numérico usado em análise rotodinâmica computacional usando o software CAE *Ansys Workbench* e verificando através do software o cálculo das frequências e plotando o diagrama de Campbell.

2.4 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS – MEF

Segundo SOEIRO (2008), o método dos elementos finitos é a simulação de um sistema físico (geometria, material e carregamento), por uma aproximação matemática do sistema real, utilizando-se blocos inter-relacionados denominados de elementos, de modo que um sistema real de infinitos graus de liberdade é aproximado para um sistema de número finito de graus de liberdade. Assim o MEF é a idealização matemática do sistema real, conforme a Figura 2 abaixo.

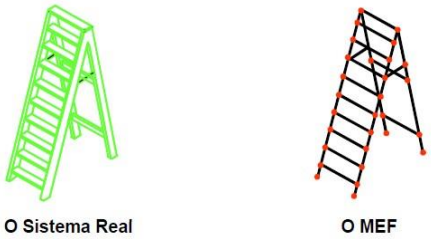


Figura 2. Comparação entre o sistema real e o MEF.

Fonte: SOEIRO (2008).

A partir da idealização matemática do sistema real, é possível verificar que o modelo do MEF consiste de um número de elementos de forma simples conectados aos nós submetidos às cargas, ou seja, conforme na Figura 3 abaixo, apresenta a localização dos nós, elementos e

cargas. Os nós é a localização no espaço onde os graus de liberdade e as ações do sistema físico existem e os elementos dão origem as matrizes de rigidez e massa que estabelecem as interações entre os graus de liberdade do conjunto de nós do modelo, sendo que os elementos podem ser linhas, áreas e sólidos. (SOEIRO, 2008).

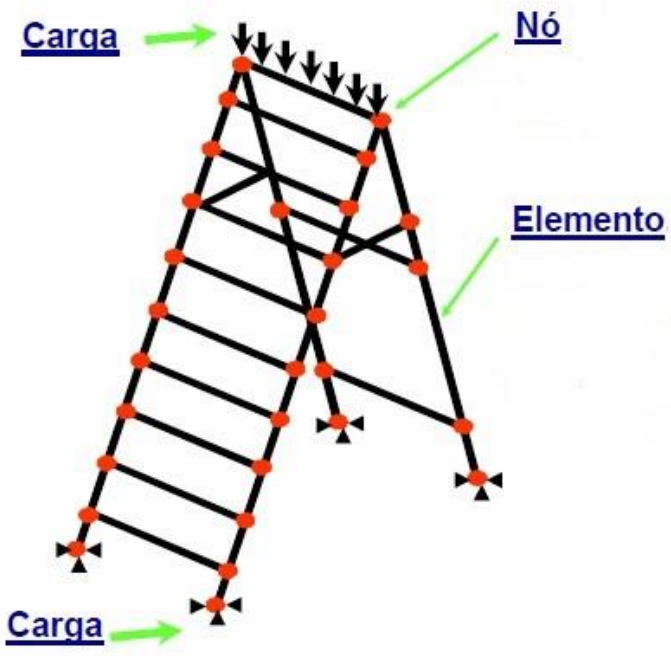


Figura 3. Representação dos elementos, nós e carga de um modelo utilizando o MEF.

Fonte: SOEIRO (2008).

Assim, o método dos elementos finitos é um procedimento numérico bastante válido para resolver problemas de engenharia com uma acurácia bastante aceitável, pois o mesmo se aproxima bastante ao modelo real, assim o modelo não é uma abstração matemática difícil de ser visualizado.

Deste modo, durante este procedimento numérico, o mesmo é dividido praticamente em três fases, sendo: fase de pré-processamento, fase de solução e fase de pós-processamento. No qual, na Tabela 1 abaixo apresenta as características de cada fase respectivamente.

Tabela 1. Etapas básicas do método dos elementos finitos.

FASE	CARACTERÍSTICAS
FASE DE PRÉ-PROCESSAMENTO	- Criar o domínio de solução, e em seguida discretizá-lo em elementos finitos, ou seja, subdividir o problema em nós e elementos; - Assumir a função de forma de representar o comportamento físico de um elemento, isto é, uma função contínua é assumida de modo a representar a solução aproximada de um elemento; - Desenvolver as equações para um elemento; - Juntar os elementos para representar o problema inteiro e construir a matriz de rigidez global; - Aplicar as condições de contorno, condições iniciais e o carregamento.
FASE DE SOLUÇÃO	- Resolver um conjunto de equações algébricas lineares ou não-lineares simultaneamente para obter resultados nos nós.
FASE DE PÓS-PROCESSAMENTO	- Obter os resultados e avaliar os mesmos.

Fonte: SOEIRO 2008.

2.5 COMPORTAMENTO DINÂMICO DE ROTORES

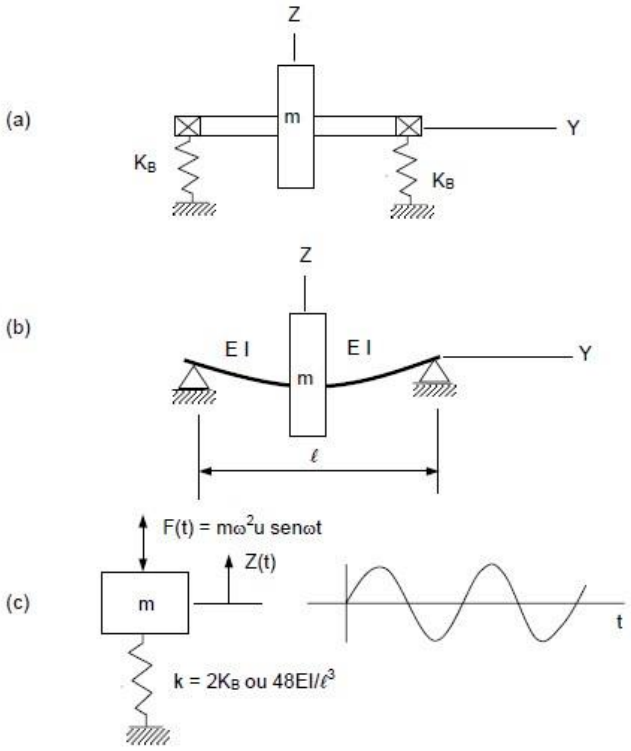
Em máquinas rotativas um dos componentes girantes do equipamento deve ter seu comportamento dinâmico conhecido por operadores e mantenedores, para que processos de produção e manutenção não sejam efetivados em condições inseguras e ofereçam riscos para os mesmos e aos outros componentes de outros equipamentos. Alguns estudos são realizados com mais frequência, onde na Tabela 2 indica algumas análises que são comumente feitas em máquinas rotativas.

Tabela 2. Algumas análises do comportamento dinâmico de rotores.

TIPO DE ANÁLISE	CONSIDERAÇÕES
Previsão de velocidades críticas	Verificar as velocidades cuja vibração devido ao desbalanceamento do rotor é máxima.
Modificação do projeto para alterar as velocidades críticas	Tipo de análise feita quando o objetivo é alterar a velocidade de operação do rotor, onde análise para modificação do projeto se torna necessário.
Frequências naturais das vibrações torcionais	É necessário prever as frequências naturais quando vários eixos estão acoplados e estes eixos são excitados pelas pulsações do motor durante start-up.
Massas de correções	Durante um balanceamento de um rotor é necessário calcular as massas de correções e suas localizações a partir dos dados de vibração.
Amplitudes de vibração	É necessário o acompanhamento das amplitudes de vibração causadas pelo desbalanceamento do rotor.

Fonte: Adaptado PEREIRA (2003).

Segundo PEREIRA (2003), para o desenvolvimento de estudos na análise de vibrações em rotores, modelos mais simples são utilizados afim de simplificar o estudo e no caso de análise numérica diminuir o tempo de processamento e entre outros fatores. Algumas considerações são necessárias para se definir o modelo massa-mola do rotor, definindo o mesmo como modelo rígido ou flexível.



3.

Figura 4. Modelo rígido e flexível de rotor modelados como massa/mola.

Fonte: PEREIRA (2003).

Em análises mais complexas de dinâmica de rotores, os modelos mais simples como representado na Figura 4 acima não podem ser utilizados, pois nestes modelos se executa um movimento em uma única direção, enquanto que um rotor executa movimentos em duas direções ortogonais X e Z, formando uma órbita de diferentes formas sendo que, a forma da órbita depende das amplitudes e das fases entre os movimentos em X e Z, conforme indica na Figura 5 abaixo.

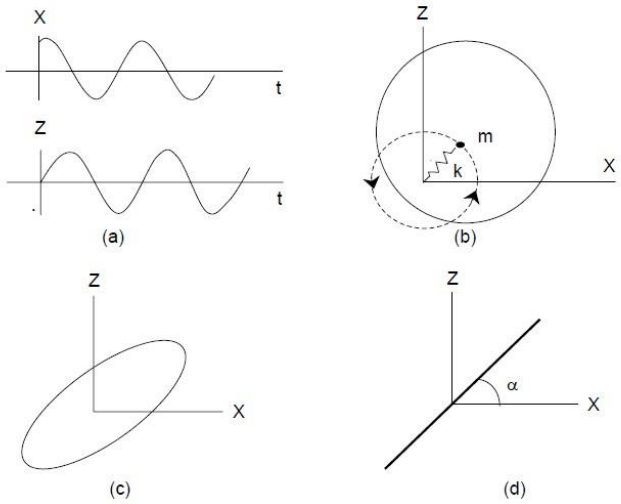


Figura 5. (a) Combinações dos movimentos em X e Z produzindo órbitas; (b) órbita circular; (c) órbita elíptica; (d) órbita translacional.

Fonte: PEREIRA (2003).

2.5.1 Frequências naturais e velocidades críticas

Segundo FERREIRA (2005), a frequência natural é a frequência em que um corpo vibra após ser excitado por uma força que pode ser externa ou interna, onde no caso de máquinas rotativas a força que a excita é a própria velocidade de rotação, assim haverá uma velocidade crítica quando a frequência da rotação de um eixo é igual a uma das frequências naturais do eixo sendo definida como:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \tag{1}$$

No qual a consideração acima é a simplificada, sendo que a utilização da mesma é para determinação das frequências naturais em sistemas de apenas um grau de liberdade (RAO,2008).

A partir do momento em que o rotor trabalha em velocidades de rotação iguais a velocidade crítica, o mesmo está sujeito a grandes deflexões e a força transmitida aos mancais pode causar a falha dos mesmos, mas, uma passagem do eixo rotativo por uma velocidade crítica limita as amplitudes de rodopio (ASSIS, 2014).

2.5.2 Desbalanceamento de rotores

Segundo SOEIRO (2008), a condição de não equilíbrio da massa em componentes girantes de máquinas rotativas devidos as condições de assimetria, tolerância dimensional, desvio de forma, imperfeições da matéria prima e da montagem destrói o equilíbrio de massa em torno do eixo de rotação do rotor.

A não uniformidade da distribuição de massa em um rotor provoca a mudança de posição do centro de gravidade da secção que há desequilíbrio de massa, como resultado tem se o afastamento do eixo principal de inércia (EPI) e do eixo de rotação (ER), sendo assim a massa do rotor não estará perfeitamente distribuída, deste modo haverá o aparecimento de forças e/ou momentos de inércia que irão excitar o rotor e consequentemente haverá vibração resultante. (SOEIRO, 2008).

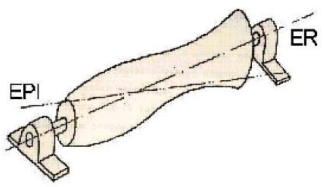


Figura 6. Discrepância EPI e ER.

Fonte: SOEIRO (2008).

Massas concentradas podem estar em rotores inclusive em pontos fora do eixo de rotação (ER), onde as massas concentradas também classificadas como pontos pesados estão dividas de forma aleatória ao longo do comprimento do rotor, assim cada ponto pesado gera uma força dinâmica radial e uma combinação mútua de todas as forças, portanto suas direções, distância e intensidade geram uma resultante em cada mancal do sistema girante do equipamento. (SOEIRO, 2008).

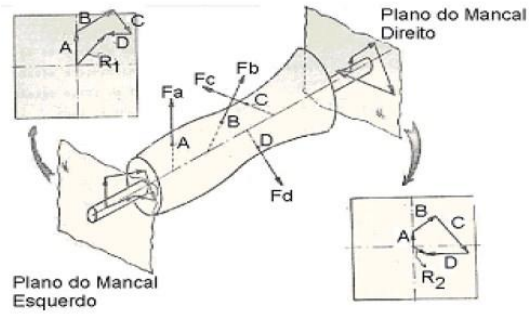


Figura 7. Combinações de forças de desbalanceamento.

Fonte: SOEIRO (2008).

Segundo SOUSA (2005), os pontos pesados geram forças centrífugas na rotação do rotor, pois havendo um excesso de massa em um lado do rotor, onde a força centrífuga atuante sobre este lado mais pesado supera a força centrífuga atuante no lado oposto, assim direcionando a força para o lado mais leve na direção do lado mais pesado, no qual a resultante é causadora da vibração e tal força é dada pela equação 2 abaixo:

$$F_{cent} = m \,.\, e \,.\, \omega^2 \tag{2}$$

A força centrífuga causadora de vibração é resultado da excentricidade do centro de gravidade do rotor e sua rotação, de acordo com a Equação 2, sendo m a massa do rotor, e é a excentricidade ou a distância do centro de gravidade ao eixo de giro do rotor e ω é a velocidade angular, no qual esta força é contrabalanceada pela soma das reações que surgem nos mancais do rotor e a magnitude das forças dependem da posição relativa entre o centro de gravidade e os mancais, no qual o efeito da força centrífuga está representada na Figura 8:

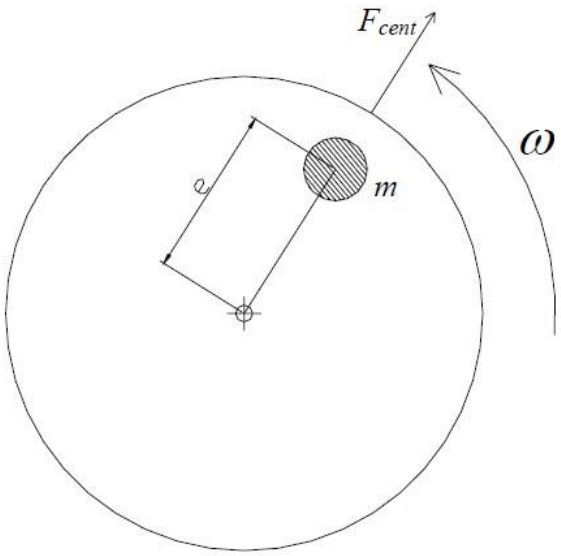


Figura 8. Efeitos da força centrífuga.

Fonte: SOUSA (2005).

2.5.3 Rotores rígidos e rotores flexíveis

Conforme mencionado anteriormente, pontos pesados geram forças centrífugas na rotação do rotor e que estas forças somadas vetorialmente produzem as resultantes R_1 e R_2, onde as mesmas forças são transmitidas para os mancais das máquinas, conforme indicado na Figura 7.

O conceito de rigidez do rotor é bastante complexo e engloba, inclusive, a relação entre a flexibilidade do conjunto rotor-eixo e a dos mancais, onde a denominação de rotor rígido e rotor flexível é determinado a partir de algumas considerações, como por exemplo os rotores rígidos, sendo que um rotor é considerado rígido quando o mesmo é suficientemente resistente para não apresentar deformações ao longo do eixo onde quanto maior a flexibilidade dos mancais mais o rotor pode ser considerado rígido, no caso da denominação de rotor flexível é em relação a faixa de operação da velocidade de rotação, ou seja, se o conjunto opera a uma velocidade de rotação maior ou igual a 70% da primeira crítica (frequência de ressonância), conforme indicado na Figura 9, e assim em uma velocidade crítica o rotor tende a se deformar de forma similar ao modo de vibração correspondente a frequência de ressonância (SOUSA, 2005).

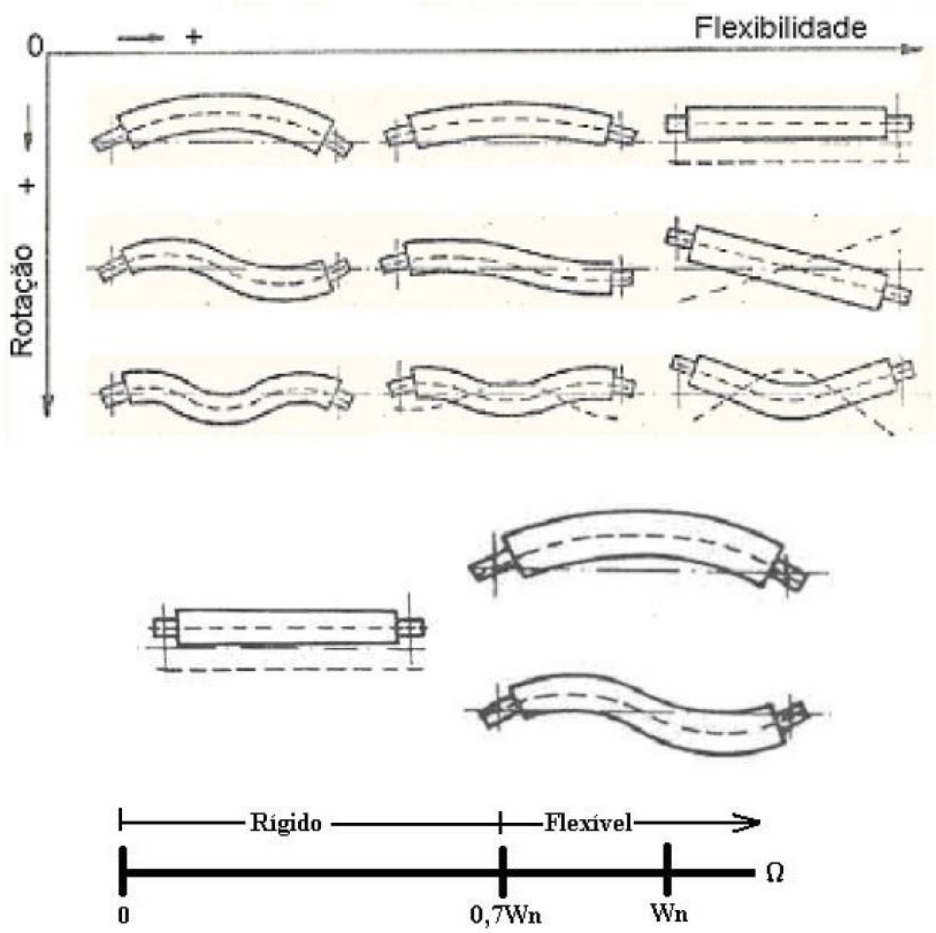


Figura 9. Representação de rotores rígidos e rotores flexíveis.
Fonte: SOEIRO (2008) e SOUSA (2005).

Segundo SOUSA (2005), em rotores rígidos e rotores flexíveis há considerações para um balanceamento satisfatório dos mesmos, onde o balanceamento satisfatório é alcançado a partir da utilização de no máximo dois planos de balanceamento para a adição das massas de correção e no caso dos rotores flexíveis são necessário N + 2 planos de correção, onde N é o número de velocidades críticas pelos quais o rotor pode atingir a sua velocidade de trabalho.

2.5.4 Giro (*whirl*) síncrono e não síncrono

Segundo PEREIRA (2005), em sistemas que são compostos por um eixo, mancais e rotor, realiza dois movimentos rotativos superpostos: rotação em torno de si próprio (rotação própria ou *spin*) e rotação do eixo defletido em torno de sua configuração não defletida (precessão ou *whirl*).

A trajetória da órbita no mesmo sentido que a rotação do próprio rotor, e um movimento caracterizado como precessão direta (*forward whirl*), e no sentido oposto é caracterizado como precessão inversa (*backward whirl*).

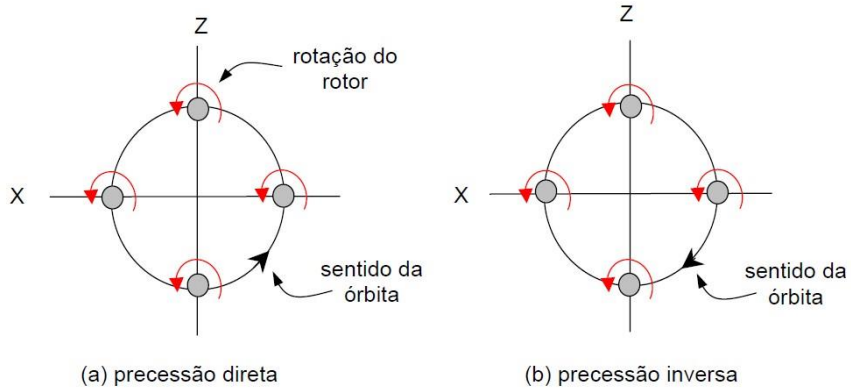


Figura 10. Movimentos de precessão a) precessão direta; b) precessão inversa.

Fonte: PEREIRA (2005).

Segundo PEREIRA (2005), o giro síncrono é o movimento realizado normalmente por um rotor desbalanceado e está sincronizado com o movimento de rotação do eixo, porém nem todos os giros (*whirl*) são síncronos, onde os sistemas desbalanceados com maiores potências destrutivas encontrados em dinâmica de rotores são os giros não síncronos.

O comportamento do rotor pode ser esclarecido através de algumas considerações, ver Figura 11, que representa a vista de uma das extremidades durante o giro (*whirl*). No giro síncrono a taxa de variação do ângulo ϕ ($\dot{\phi}$) é a velocidade de giro síncrono, o ângulo β permanece constante e, portanto, a velocidade de giro e a velocidade de rotação do eixo Ω são as mesmas, assim o giro é síncrono. No caso do giro não síncrono a taxa de variação do ângulo β ($\dot{\beta}$) é a velocidade de rotação do rotor, relativa ao vetor velocidade de giro V, onde a velocidade do rotor é a soma de $\Omega = \dot{\beta} + \dot{\phi}$, no qual nesse caso a velocidade de giro $\dot{\phi}$ e a velocidade do rotor não são as mesmas, ou seja, giro não síncrono (PEREIRA, 2003).

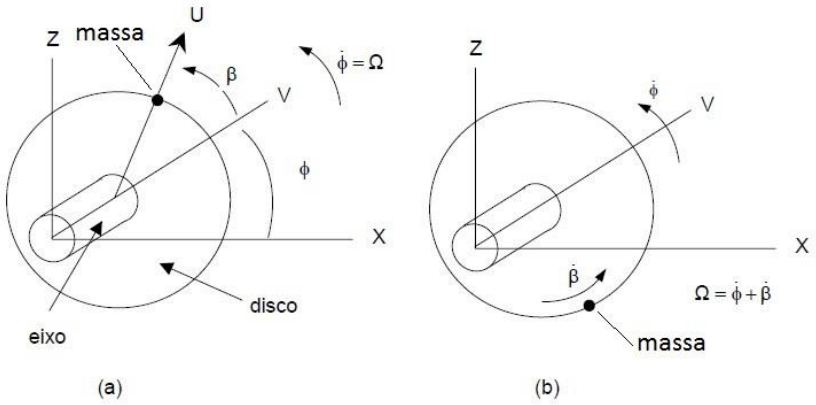


Figura 11. (a) Giro (whirl) síncrono (b) Giro (whirl) não síncrono.

Fonte: Adaptado PEREIRA (2003).

2.5.5 Instabilidade em rotores

Forças tangenciais a órbita de giro do rotor podem causar a instabilidade em máquinas rotativas, as quais são chamadas de forças desestabilizadoras, agindo na mesma direção do movimento instantâneo (NERY, 2008).

A intensidade da força desestabilizadora pode ser classificada de acordo com sua intensidade. Se a intensidade da força desestabilizadora é proporcional a velocidade instantânea da órbita, a força é classificada como uma força de amortecimento negativo.

Por outro lado, se a intensidade da força é proporcional ao deslocamento do rotor (raio instantâneo da órbita), a mesma é classificada como força de rigidez do acoplamento, no qual o termo acoplamento vem do fato de um deslocamento X produzir uma força na direção Z e vice-versa. Sendo que a força tangencial Fϕ é a resultante das componentes F_x e F_z (PEREIRA, 2003).

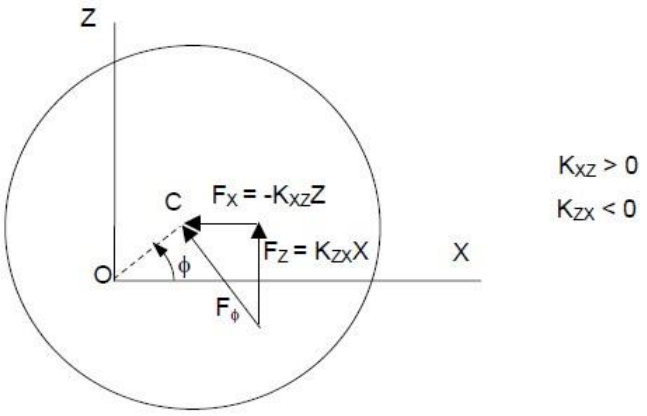


Figura 12. Representação das forças de acoplamento (desestabilizadoras).
Fonte: PEREIRA (2003).

2.5.6 Modelo Jeffcott rotor

Segundo TREBUNA *et al* (2011), um modelo mais elaborado para evidenciar o surgimento de velocidades críticas em rotores consiste de um disco rígido desbalanceado montado sobre um eixo flexível e mancais rígidos, onde esse modelo de rotor é chamado de *Jeffcott rotor*, onde explica como a amplitude se torna máxima na velocidade crítica e porque a massa desbalanceadora se movimenta internamente a órbita do rotor.

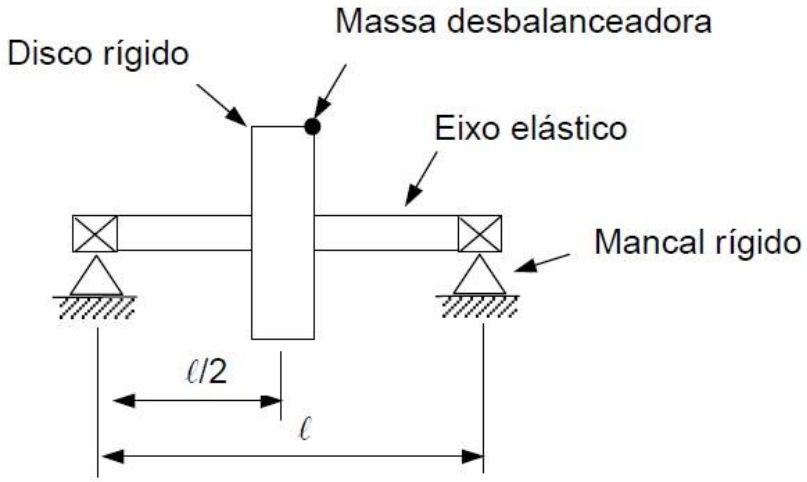


Figura 13. Modelo de Jeffcott rotor.

Fonte: PEREIRA (2003).

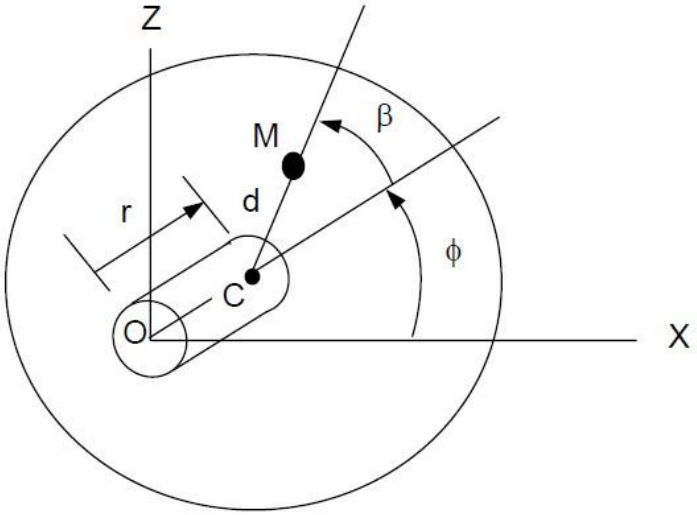


Figura 14. Jeffcott rotor realizando whirling.

Fonte: PEREIRA (2003).

Segundo PEREIRA (2003), o modelo de *Jeffcott rotor* através de uma vista de uma das extremidades do rotor realizando *whirling* é possível desenvolver uma análise do modelo, onde o centro da massa desbalanceadora está em M, o ponto C localiza o centro do disco, o deslocamento estático do desbalanceamento é $d = \overline{CM}$ e a deflexão do eixo do rotor devido as cargas dinâmicas é $r = \overline{OC}$, no qual para essa análise a influência da gravidade é considerada desprezível comparada as forças dinâmicas. Considerando o eixo do rotor tendo rigidez k, o rotor tem massa m, o amortecimento viscoso do conjunto é c e a velocidade de rotação do rotor é Ω, onde as equações diferenciais que fornecem o movimento do centro do rotor em coordenada X e Z, sendo:

$$m\ddot{X} + c\dot{X} + kX = M\Omega^2 dcos(\Omega t) \quad (3)$$

$$m\ddot{Z} + c\dot{Z} + kZ = M\Omega^2 dsen(\Omega t) \quad (4)$$

Assim, a solução para as equações (3) e (4) para o giro síncrono é:

$$X = \frac{\Omega^2 d}{\sqrt{\left(\left(\frac{k}{m} - \Omega^2\right)^2 + \left(\frac{c\Omega}{m}\right)^2\right)}} cos(\Omega t - \beta) \quad (5)$$

$$Z = \frac{\Omega^2 d}{\sqrt{\left(\left(\frac{k}{m} - \Omega^2\right)^2 + \left(\frac{c\Omega}{m}\right)^2\right)}} sen(\Omega t - \beta) \quad (6)$$

$$\beta = tan^{-1}\left[\frac{c\Omega}{m\left(\frac{k}{m} - \Omega^2\right)}\right] \quad (7)$$

Deflexão do eixo do rotor definida pela seguinte equação:

$$r = \sqrt{X^2 + Z^2} = \frac{\Omega^2 d}{\sqrt{\left(\left(\frac{k}{m} - \Omega^2\right)^2 + \left(\frac{c\Omega}{m}\right)^2\right)}} \quad (8)$$

A amplitude do giro síncrono aumenta com a aproximação da velocidade crítica e após a passagem pela velocidade crítica diminui. Se aproxima assintoticamente do deslocamento estático (d) e do desbalanceamento nas velocidades supercríticas, pois ao atravessar a velocidade crítica o ângulo β passa por 90° e se aproxima de 180 ° nas velocidades supercríticas. Assim para altas velocidades, o centro de massa M gira internamente à órbita realizada pelo disco e o centro do disco C gira em torno do centro de massa M com uma amplitude igual ao deslocamento estático (d) do desbalanceamento, onde esse fenômeno é chamado de inversão da velocidade crítica. O centro de massa M se mantém externamente a órbita realizada pelo disco nas baixas velocidades $\Omega < \sqrt{\frac{k}{m}}$ e o desbalanceamento está defasado em 90° do vetor giro V na velocidade crítica não amortecida $\sqrt{\frac{k}{m}}$, assim em altas velocidades a amplitude em giro síncrono pode ser pequena com o balanceamento do rotor. Diante de velocidades críticas um dos parâmetros mais importantes para a redução da amplitude é o amortecimento (PEREIRA, 2003), conforme indicado na Figura 15.

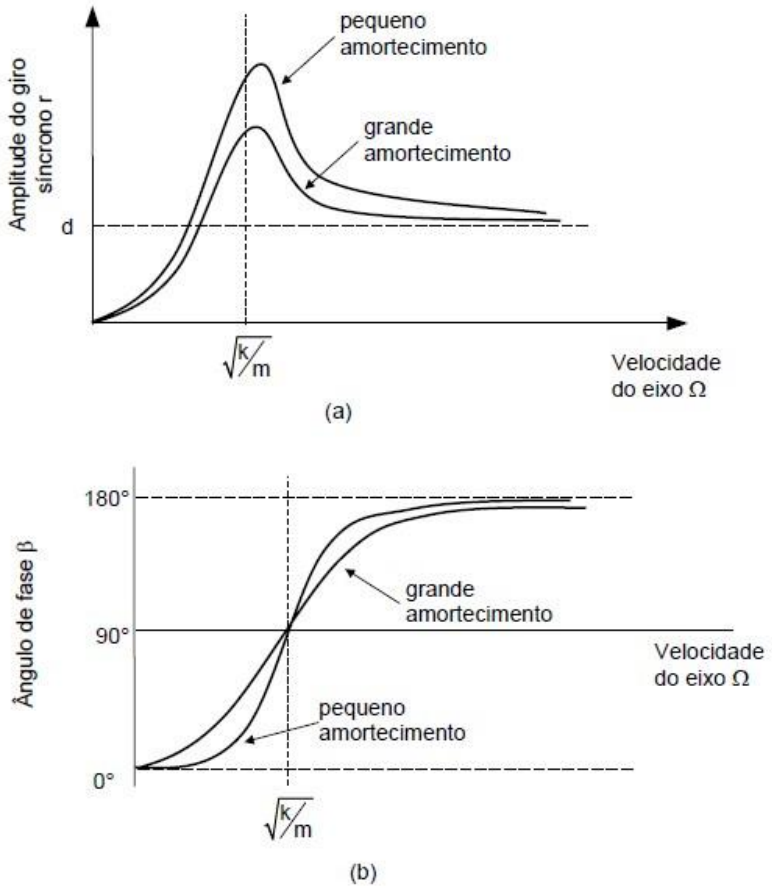


Figura 15. Resposta à um desbalanceamento do Jeffcott rotor.

Fonte: PEREIRA (2003).

2.5.7 Efeito Giroscópico

O efeito giroscópico é um termo muito importante em sistemas rotativos, no qual segundo MONTGOMERY *et al* (2006), o efeito giroscópico é proporcional a velocidade do rotor e o momento polar de inércia, que por sua é proporcional a massa e ao quadrado do raio. Em turbinas, o diâmetro do compressor e pás da turbina são muitos maiores que o diâmetro do eixo, sendo nesse caso necessário se considerar o efeito giroscópico.

Segundo SAMUELSSON (2009), quando uma rotação perpendicular ou movimento de precessão é aplicado na rotação do rotor em seu próprio eixo de giro reações surgem, conforme indicado na Figura x abaixo, no qual esse efeito é descrito como efeito giroscópico e a direção das reações serão perpendiculares aos dois eixos de rotação e eixo de precessão.

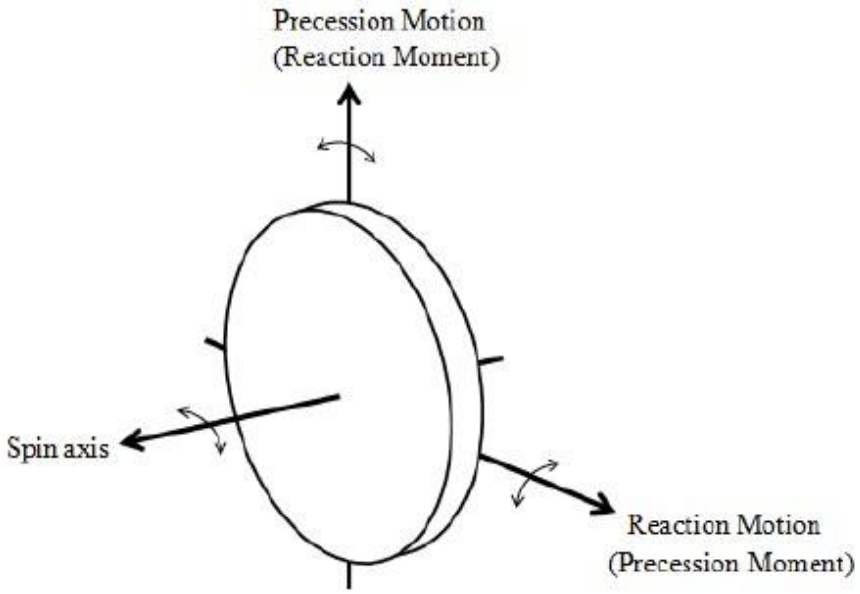


Figura 16. Efeito Giroscópico.

Fonte: MONTGOMERY (2006).

2.5.8 Diagrama de Campbell

Segundo FERREIRA (2005), a característica de um sistema girante é definida pelo seu diagrama de Campbell, onde a matriz giroscópica do eixo é função da rotação, o problema de autovalores deve ser resolvido para cada Ω_{rpm}, ou seja, para cada Ω_{rpm} deve-se calcular os parâmetros modais Ω, θ e ψ do rotor dinâmico, assim após resolvido o problema de autovalores é possível verificar no diagrama de Campbell as distintas frequências características de um sistema para distintas condições de velocidade de rotação.

Para uma excitação de uma massa desbalanceadora, a resposta do sistema pode ser obtida através do diagrama de Campbell, assim traçando uma reta de 45° entre Ω e Ω_{rpm}, onde a interseção desta reta (f_1) com as curvas de frequência características do diagrama de Campbell, obtém-se as rotações críticas do sistema, ou seja, $\Omega = \Omega_{rpm}$.

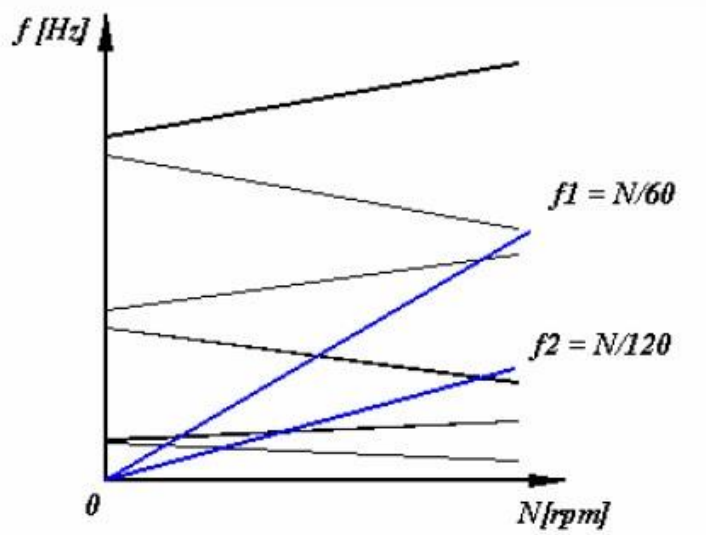


Figura 17. Diagrama de Campbell.
Fonte: FERREIRA (2005).

Segundo SRIKRISHNANIVAS (2012), diagrama de Campbell é a representação gráfica das frequências de um sistema versus a frequência de excitação como uma função de velocidade de rotação. Deste modo, conforme Figura 17 é possível verificar que a velocidade de rotação do rotor é plotada no eixo x e a frequência do sistema é plotado no eixo y do diagrama.

Segundo RAO (2007), as frequências do sistema são extraídas de uma faixa de diferentes velocidades de operação, essas frequências variam de acordo com a velocidade de rotação. A frequência do giro síncrono *forward whirl*, aumenta com o aumento da velocidade de rotação e a frequência do giro assíncrono *backward whirl*, diminui com o aumento da velocidade de rotação.

Em um diagrama é possível verificar a presença de uma linha extra, onde a mesma é chamada de linha de excitação, deste modo essa linha representa a frequência de rotação do motor, no qual normalmente essa linha tem ordem 1 e a mesma cruza as linhas das frequências modais e a partir disso as velocidades críticas são calculadas (TREBUNA et al, 2011).

2.6 EQUAÇÃO DE ENERGIA DOS ELEMENTOS DE ROTOR

Na equação de movimento de rotores, é considerado somente a energia cinética dos rotores, onde a energia cinética do eixo é considerada desprezível em relação a energia cinética do rotor. O rotor, ou seja, o disco é considerado rígido, no qual a energia de deformação é devida somente ao eixo.

A equação de movimento do rotor é obtida aplicando a equação de Lagrange sobre as energias cinéticas do disco e de deformação do eixo (PEREIRA, 2003).

2.6.1 Energia cinética do disco

Em um sistema de coordenadas de referência (x, y, z) conforme a Figura 18 abaixo, é possível se deduzir o vetor de velocidade instantânea de rotação do disco, como sendo:

$$\vec{\omega} = \dot{\psi}\vec{z} + \dot{\theta}\vec{x}' + \dot{\phi}\vec{y} \tag{9}$$

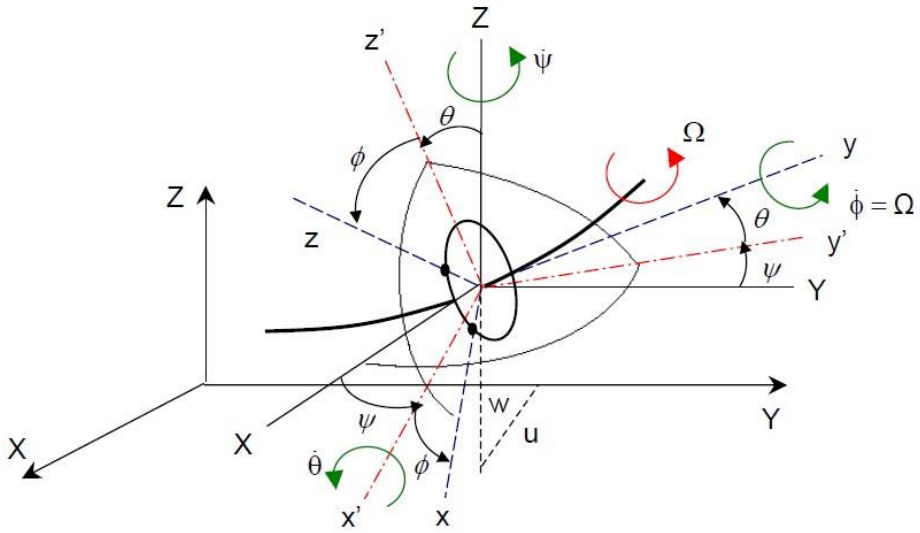


Figura 18. Sistema de coordenadas de referência para um disco rígido em um eixo flexível.
Fonte: PEREIRA (2003).

Segundo PEREIRA (2003), o vetor de velocidades instantânea é composto por três vetores unitários, sendo $\vec{z}, \vec{x}', \vec{y}$. Os eixos (X, Y e Z) formam o sistema de coordenadas inerciais, os eixos (x', y', z') formam um sistema de coordenadas intermediárias e os eixos (x, y, z) formam um sistema de coordenadas fixas no disco. Onde a ordem de rotação é a seguinte: (1) ψ em torno de Z, (2) Θ em torno de x' e (3) ϕ em torno de y e a velocidade angular do disco é $\dot{\phi}$ e as componentes do vetor velocidade instantânea $\vec{\omega}$ no sistema de coordenadas de referência é definido pela seguinte equação:

$$\begin{bmatrix}\omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-\dot{\psi}\ \cos\theta \sin\phi + \dot{\theta}\cos\phi \\ \dot{\phi} + \dot{\psi}\sin\theta \\ \dot{\psi}\cos\theta\cos\phi + \dot{\theta}\sin\phi\end{bmatrix} \tag{10}$$

No qual a energia cinética do disco é expressa pela seguinte equação:

$$T_D = \frac{1}{2}M_D(\dot{u}^2 + \dot{w}^2) + \frac{1}{2}\left(I_{Dz}\omega_z^2 + I_{Dy}\omega_y^2 + I_{Dx}\omega_x^2\right) \tag{11}$$

Onde u e w são coordenadas do centro de inércia do disco, M_D é a massa do disco de densidade volumétrica ρ e I_{Dx}, I_{Dy}, I_{Dz} são momentos de inércia de massa do disco com relação ao sistema de coordenadas de referência, conforme figura abaixo.

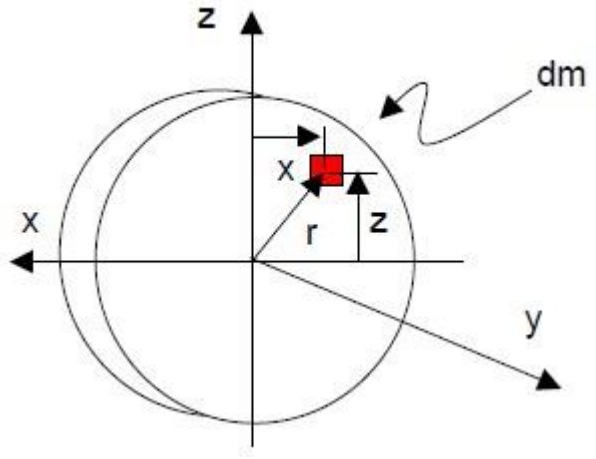


Figura 19. Momentos de inércia de massa do disco no sistema de referência.
Fonte: PEREIRA (2003).

$$I_{Dx} = \int_V z^2 \, \rho \, dV, I_{Dz} = \int_V x^2 \, \rho \, dV, I_{Dy} = \int_V r^2 \, \rho \, dV \tag{12}$$

Considerando que os ângulos θ e ψ são pequenos, que a velocidade de rotação é $\dot{\phi} = \Omega$ e a simetria do disco, $I_{Dx} = I_{Dz}$, assim:

$$T_D = \frac{1}{2} M_D (\dot{u}^2 + \dot{w}^2) + \frac{1}{2} I_{Dx} \left(\dot{\theta}^2 + \dot{\psi}^2\right) + I_{Dy} \Omega \dot{\psi} \theta + \frac{1}{2} I_{Dy} \Omega^2 \tag{13}$$

2.6.2 Energia de deformação do eixo em flexão

Segundo PEREIRA (2003), as deformações são medidas sobre um sistema de coordenadas de referência colocado no centro do eixo que gira a uma velocidade de rotação $\dot{\phi} = \Omega$, onde dentro de um regime elástico linear a relação de deformação é dada pela Lei de Hooke $\sigma = E\mathcal{E}$ e a expressão geral para a energia de deformação é:

$$U = \frac{1}{2} \int_V \sigma \varepsilon \, dV \tag{14}$$

Onde as deformações lineares são definidas pelas seguintes equações:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} = \varepsilon_{x0} \tag{15}$$

$$\varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z} = \varepsilon_{z0} \tag{16}$$

$$\varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} = \varepsilon_{y0} - x \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \tag{17}$$

As componentes do deslocamento u* e w* de um ponto arbitrário P sobre uma secção transversal do eixo no sistema de coordenadas de referência, conforme figura abaixo, no qual há passagem para o sistema de coordenadas global, ou seja, inercial. Há uma relação entre as componentes do deslocamento u* e w* através das seguintes equações:

$$u^* = -w \sin \Omega t + u \cos \Omega t \tag{18}$$

$$w^* = w \cos \Omega t + u \sin \Omega t \tag{19}$$

Onde, Ωt é o ângulo entre o sistema de coordenadas de referência (x, y, z) e o sistema de coordenadas globais (X, Y, Z) medido em um instante t.

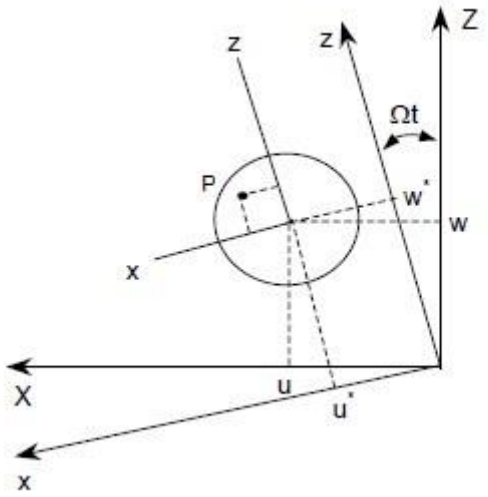


Figura 20. Campo de deslocamento de um ponto P no eixo.
Fonte: PERREIRA (2003).

Portanto a deformação longitudinal medida na direção y é definida pela equação:

$$\varepsilon_y = -x \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^2} - z \frac{\partial^2 w^*}{\partial y^2} \tag{20}$$

Assim, expressão de energia de deformação do eixo no sistema de coordenadas globais é:

$$U = \frac{1}{2} EI \int_0^L \left[\left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 \right] dy \tag{21}$$

2.6.3 Energia de deformação do eixo devido à uma força axial

Considerando uma deformação devido à uma força axial em que um rotor está submetido, a energia de deformação devido a essa força é da forma:

$$U = \int_V \frac{F_0}{A} \varepsilon \, dV \tag{22}$$

Onde para a aplicação de força axial em um eixo as deformações com termos não lineares são adicionadas nos termos lineares, sendo:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} = \varepsilon_{x0} \tag{23}$$

$$\varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z} = \varepsilon_{z0} \tag{24}$$

$$\varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} = \varepsilon_{y0} - x\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - z\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2 \tag{25}$$

Desprezando as deformações normais à espessura do eixo ε_{xo}, ε_{zo} e a deformação de membrana ε_{yo}, assim se obtém a equação de energia de deformação devido a momentos fletores e a uma força axial no eixo.

$$U = \frac{F_0}{A}\int_V \left[-x\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - z\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2\right] dV \tag{26}$$

2.6.4 Mancais

Nos mancais das máquinas rotativas a influência da rigidez e do amortecimento viscoso dos mesmos no comportamento do rotor é considerado a partir do trabalho virtual das forças que atuam no eixo.

$$\delta w = F_u u\delta u + F_w w\delta u \tag{27}$$

Onde, F_u e F_w são as componentes das forças generalizadas colocadas na seguinte forma:

$$\begin{Bmatrix} F_u \\ F_w \end{Bmatrix} = -\begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xz} \\ k_{zx} & k_{zz} \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} u \\ w \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} c_{xx} & c_{xz} \\ c_{zx} & c_{zz} \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \dot{u} \\ \dot{w} \end{Bmatrix} \tag{28}$$

2.6.5 Equações de movimento do rotor

Segundo PEREIRA (2003), as equações de energia dos elementos de rotor são definidas através de métodos analíticos ou a um método numérico, onde permitem determinar as equações de movimento do rotor a partir da aplicação da equação de Lagrange. O método analítico do tipo Rayleigh-Ritz é utilizado para determinar as frequências naturais mais baixas de um sistema, a partir de uma hipótese razoável do deslocamento dos pontos da estrutura, sendo:

$$u = (\gamma_1, \ldots, \gamma_n)\begin{Bmatrix} p_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ p_n \end{Bmatrix} \tag{29}$$

Onde u é o vetor deslocamento, γ_1 são função deslocamento que devem verificar as condições cinemáticas ou as condições de contorno e p_1 são novas variáveis em função do tempo.

Assim aplicando a equação de Lagrange nas equações de energia dos elementos de rotor, temos:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial p_i}\right) - \frac{\partial T}{\partial p_i} + \frac{\partial U}{\partial p_i} + \frac{\partial R}{\partial p_i} = F_{pi} \tag{30}$$

Sendo T a energia cinética, U a energia de deformação, R é uma energia dissipativa e F_{pi} são forças generalizadas correspondentes as coordenadas generalizadas pi (u, w, Θ e ψ).

3 MATERIAIS E MÉTODOS

Para o desenvolvimento do trabalho, foi gerado primeiramente o modelo no *software SolidWorks* da bancada rotodinâmica do Laboratório de Vibrações e Acústica da Universidade Federal do Pará – UFPA, foi verificado *in-loco* as características dimensionais, especificações e detalhes de montagem, e a partir disso foi feito a concepção do modelo geométrico da bancada, onde nas figuras abaixo é possível verificar a similaridade do modelo real para o modelo geométrico gerado no *software SolidWorks.*

Figura 21. Vista geral da bancada – Modelo real.

Fonte: Autoria Própria.

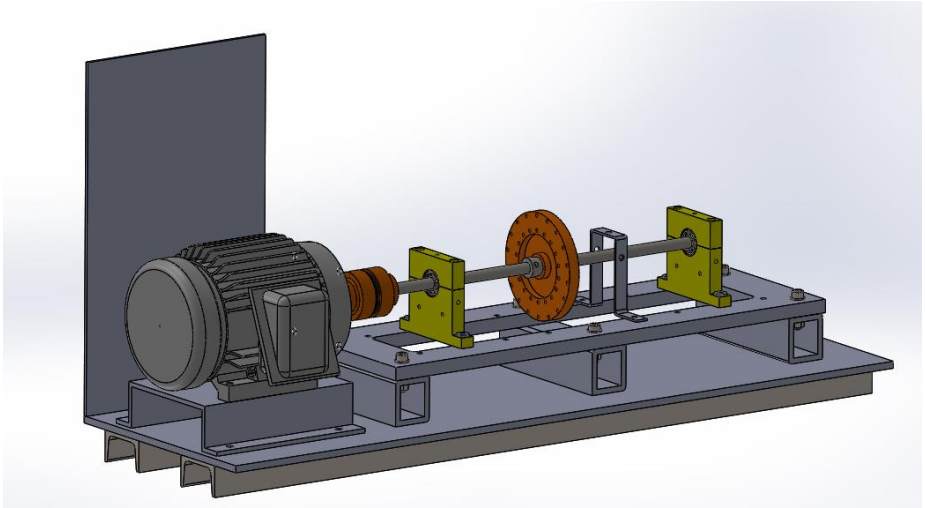


Figura 22. Vista geral da bancada – Modelo geométrico

Fonte: Autoria Própria.

3.1 CONSIDERAÇÕES PARA A ETAPA DE PRÉ-PROCESSAMENTO

Após o desenvolvimento do modelo geométrico no *software SolidWorks* de toda a bancada, foi definido os itens que irão ser estudados nesse trabalho, deste modo, sendo os elementos girantes: rotor, eixo e massa desbalanceadora, conforme a Figura 23 abaixo.

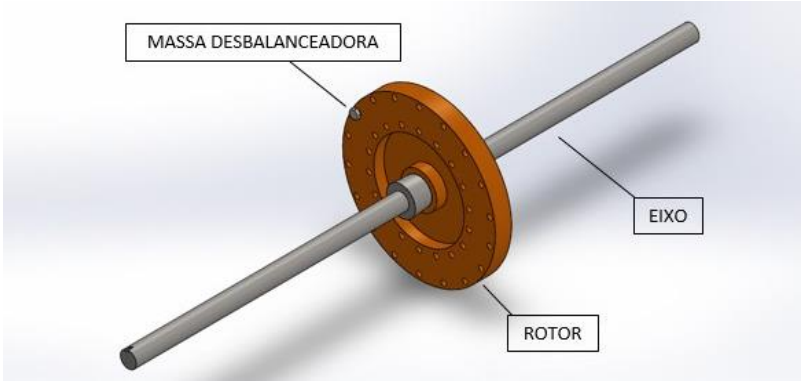


Figura 23. Itens a serem analisados no software Ansys Workbench.

Fonte: Autoria Própria.

A caráter de verificação das propriedades inerciais dos elementos girantes da bancada, foi verificado no Laboratório de Metalografia e Tratamento Térmico da Universidade Federal do Pará - Campus Universitário de Tucuruí, com o auxílio de uma balança de precisão Marte modelo M 6K com capacidade de 6100 g, sensibilidade de 0,1 g e linearidade de +/- 0,1 g, foi verificado a massa em gramas (g) de todos os componentes, conforme as Figuras 24, 25, 26 e 27 abaixo:

Figura 24. Balança de precisão Marte – Modelo M 6K.

Fonte: Autoria Própria.

Figura 25. Massa da massa desbalanceadora.

Fonte: Autoria Própria.

Figura 26. Massa do eixo.

Fonte: Autoria Própria.

Figura 27. Massa do conjunto do rotor (bucha cônica, bolacha de aperto, elementos de fixação e rotor).

Fonte: Autoria Própria.

Tabela 3. Massa dos elementos girantes da bancada rotodinâmica.

ITEM	MASSA (g)
EIXO	857,3
CONJUNTO DO ROTOR	1817,6
MASSA DESBALANCEADORA	5,6

Fonte: Autoria Própria.

Após isto, foi verificado no modelo do *software SolidWorks* um grande nível de detalhes no desenho, o que acarretaria em que o modelo a ser importado para o *software Ansys*

Workbench levaria um maior tempo de geração de malha e processamento dos resultados. Assim, foi feito um modelo viável para as condições de *hardware* do *laptop* em que foi realizado a análise modal deste trabalho.

Deste modo, foi considerado toda a parte dimensional, ou seja, a distância entre os mancais de rolamento e rotor e o comprimento de cada secção entre o mancal de rolamento I – rotor que é de 145 mm, e entre o rotor – mancal de rolamento II que é de 160 mm, conforme demonstrado na Figura 28 e a Figura 29.

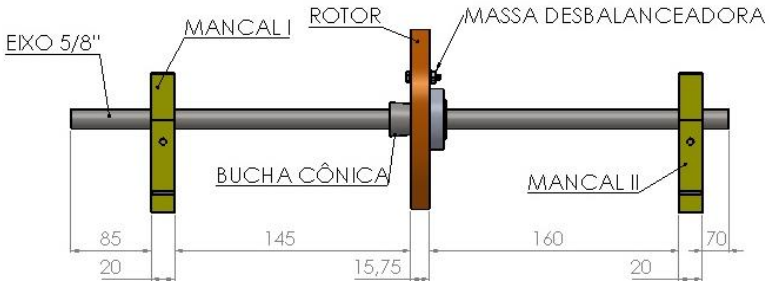


Figura 28. Distancias entre os mancais de rolamento e rotor.

Fonte: Autoria Própria.

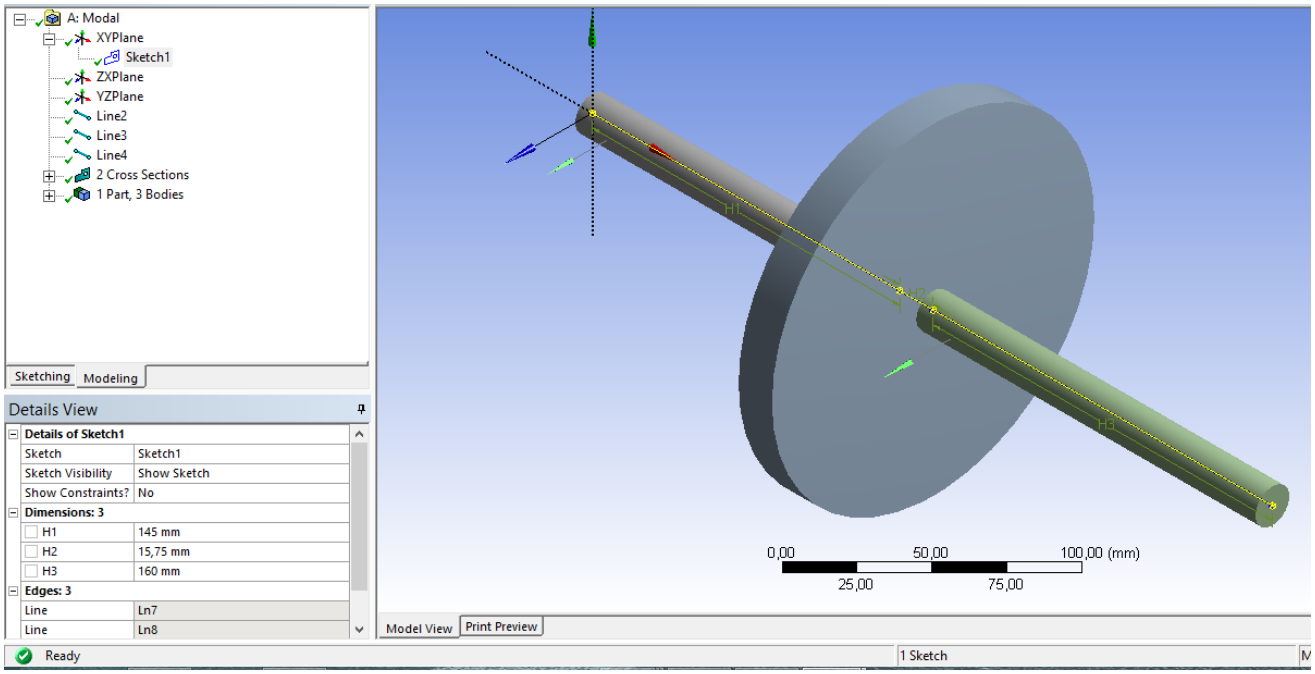


Figura 29. Modelo viável gerado no *software* Ansys Workbench.

Fonte: Autoria Própria.

No modelo viável gerado, foi considerado em suas *line body*, que é a representação do modelo como linhas e logo em seguida extrudado para uma melhor visualização, conforme indicado na Figura 29, dessa maneira, afim de fornecer parâmetros modais ao modelo foi

definido no *model type*, o modelo viável como sendo elemento *beam*. A utilização desse elemento pode fornecer através de sua estrutura seus parâmetros modais, ou seja, rigidez e deflexões do sistema. (RICHARD *et al*,2011).

O modelo viável apresenta as propriedades inercias do eixo, massa desbalanceadora e conjunto do rotor próximo ao real, verificado *in loco* com o auxílio da balança de precisão Marte – M6K. A massa do modelo viável está representado na Figura 30, assim apresentando 2,7176 kg e o modelo verificado in-loco tem uma massa real de 2,6749 kg, sendo uma diferença de 1,57%, assim no contexto de análises computacionais apresenta um resultado satisfatório, onde para obtenção do mesmo.

Foi adicionado um novo material no *Engineering Data* com propriedades iguais do aço utilizado na bancada (SAE 1020), como densidade, módulo de Young e coeficiente de Poisson (através destes, o programa calculou as demais propriedades como módulo de cisalhamento e etc).

Bounding Box	
Length X	0,32075 m
Length Y	0, m
Length Z	0, m
Properties	
Volume	3,4619e-004 m³
Mass	2,7176 kg

Figura 30. Propriedade inercial do modelo viável no Ansys.

Fonte: Autoria Própria.

Details of "Part"

⊞	**Graphics Properties**	
⊟	**Definition**	
	Suppressed	No
	Assignment	SAE 1020
	Coordinate System	Default Coordinate System

Figura 31. Material do modelo adicionado na etapa de pré-processamento.

Fonte: Autoria Própria.

A partir do modelo viável finalizado, as propriedades definidas e apresentando um resultado bem satisfatório entre a massa do modelo viável e do real, será feito o *input* de dados e localização da massa desbalanceadora.

Na Figura 32 foi verificado com o auxílio do *software SolidWorks*, as coordenadas no rotor e o local em que é instalado a massa desbalanceadora, assim considerando o furo mais distante ao centro do rotor.

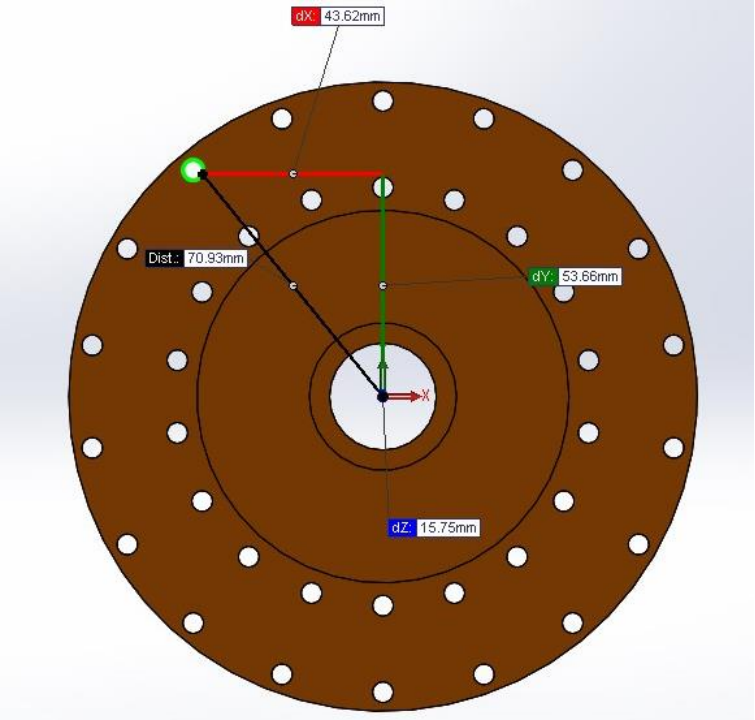


Figura 32. Coordenadas do local de instalação da massa desbalanceadora.

Fonte: Autoria Própria.

A partir disso, a massa desbalanceadora foi colocada na mesma coordenada no modelo viável no *software Ansys Workbench*, sendo as medidas de centro a centro dos furos conforme a Figura 33:

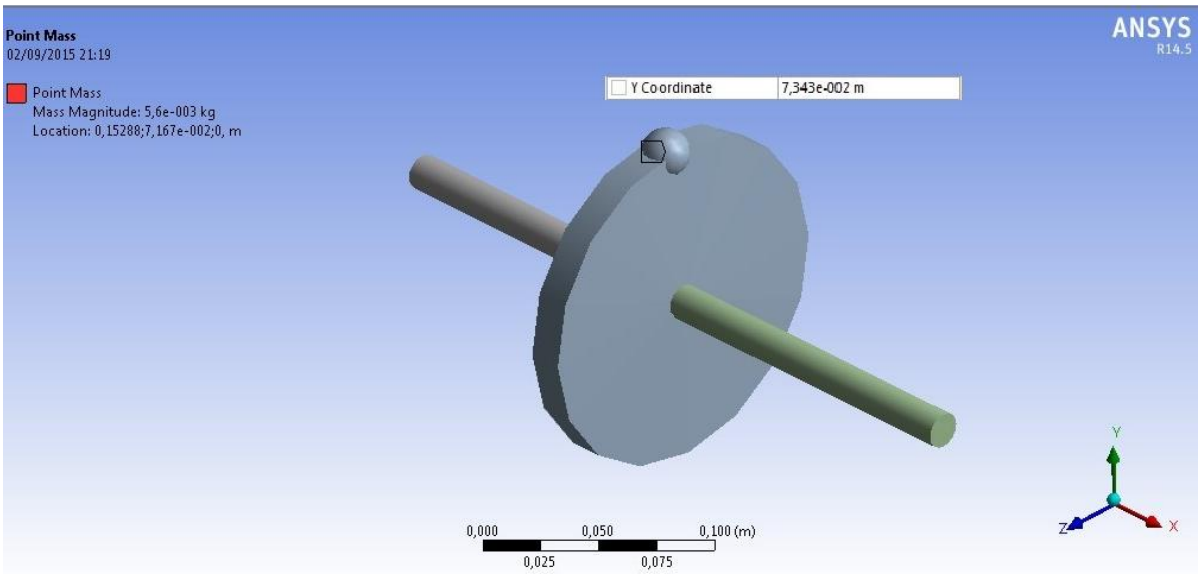


Figura 33. Posicionamento da massa desbalanceadora no modelo simplificado.

Fonte: Autoria Própria.

A malha (*mesh)* no modelo simplificado apresentou o seu aspecto visual conforme Figura 34, na concepção da mesma foi considerado que o tamanho dos elementos (*element size*) foram de 5e-004 m. Na opção *Patch Conforming Options – Triangle Surface Mesher* foi considerado o controle pelo programa que é considerado o padrão, ou seja o *software* irá definir o tipo de superfície e entre outras condições da malha, assim após gerar a malha no modelo simplificado conforme figura abaixo, a mesma apresentou em suas estatísticas *(statistics)* o número de nós de 1229 e 614 elementos.

A representação da malha na Figura 34, é apenas uma representação da malha, pois como foi o modelo foi concebido através de linhas, essa representação é somente visual.

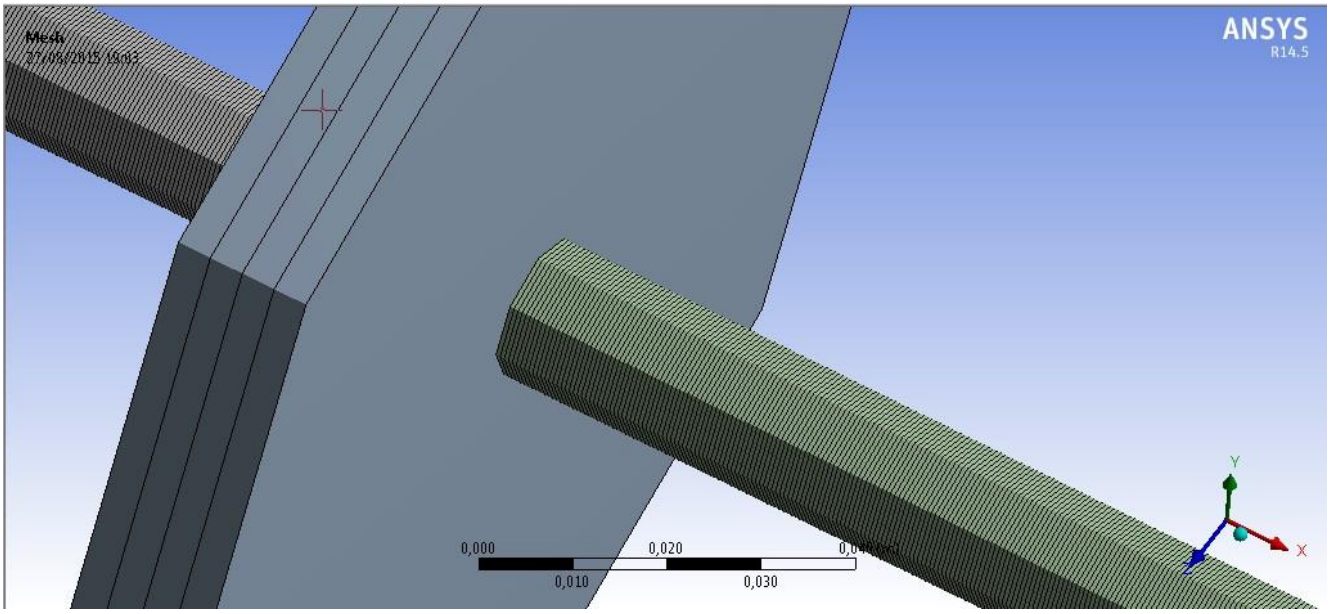


Figura 34. Malha do modelo viável.

Fonte: Autoria Própria.

3.2 CONSIDERAÇÕES PARA A ETAPA DE PROCESSAMENTO

Após finalização da definição dos dados do material, geometria e malha do modelo foram definidos alguns parâmetros no *software* para realização do estudo rotodinâmico, como, o estudo é extrair os 10 primeiros modos de vibração em uma faixa de frequência de 0 Hz a 1, e + 008 Hz, e logo em seguida plotar o diagrama de Campbell afim de se verificar as velocidades críticas para os elementos girantes da bancada, foi considerado a condição de amortecimento na análise, que é fundamental para solução de problemas de rotodinâmica devido a matriz de rigidez do modelo.

A partir do momento em que o amortecimento *(damped)* é desabilitado, afeta diretamente o efeito de Coriolis *(Coriolis Effect)* e consequentemente o diagrama de Campbell

(Campbell Diagram), assim sendo considerado o efeito de Coriolis e amortecimento para ser gerado o diagrama de Campbell do modelo estudado, pois no *software* a solução para a análise rotodinâmica é uma matriz envolvendo massa, amortecimento, rigidez e uma força externa.

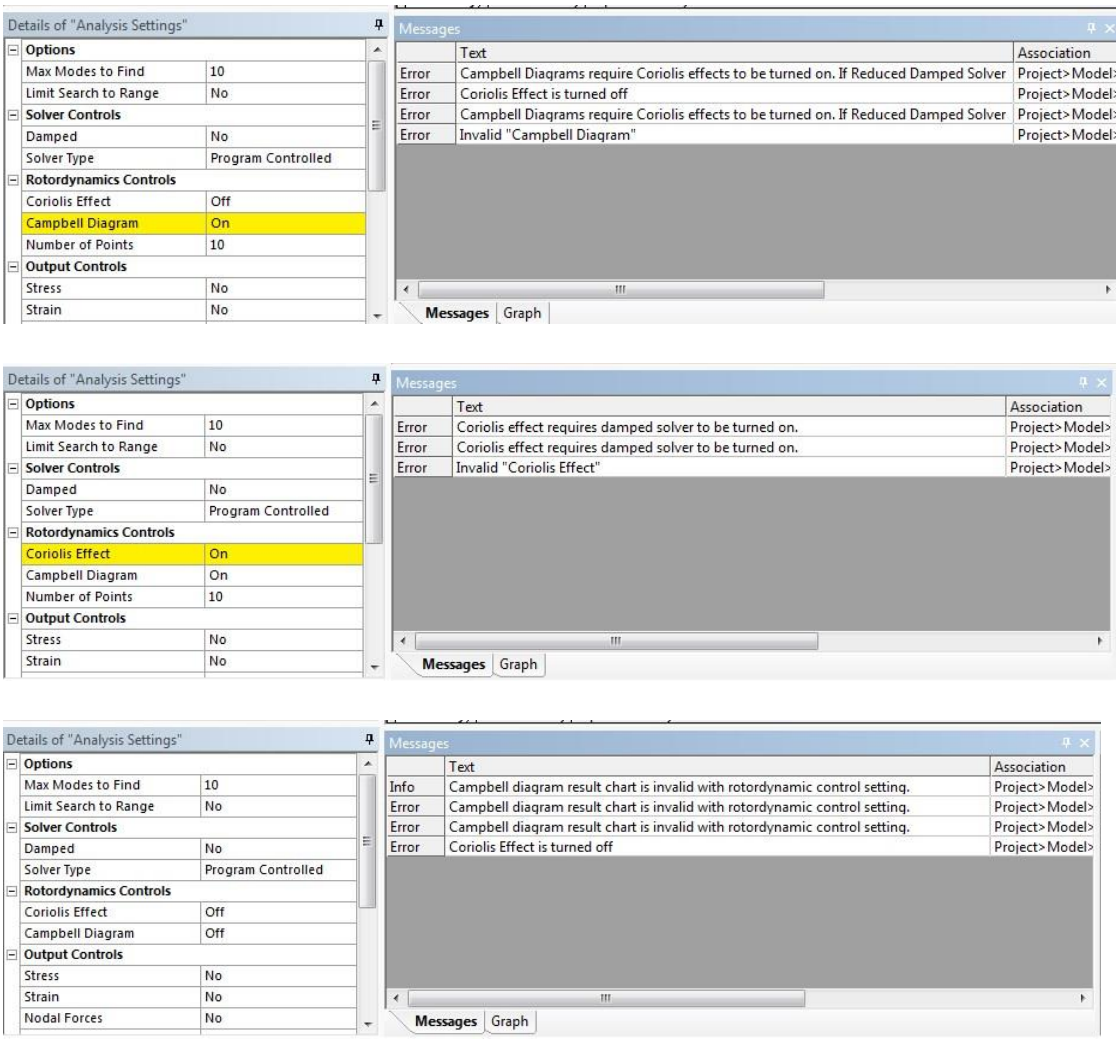


Figura 35. Condições do software para gerar o diagrama de Campbell.

Fonte: Autoria Própria.

Para a análise modal algumas considerações foram feitas onde conforme a Figura 38 indica o local em que foi aplicado a velocidade de rotação (*Rotational Velocity*) para o estudo do modelo e a adição dos incrementos de rotação, considerando as informações contidas na placa do fabricante, conforme a Figura 36, o motor elétrico utilizado na bancada modelo S 90 L 4 a uma frequência de 60 Hz apresenta uma rotação máxima de 1720 rpm.

Figura 36. Placa de identificação do motor elétrico S 90 L 4.

Fonte: Autoria Própria.

No intuito de expor o aprimoramento do uso de diferentes unidades no *software Ansys WorkBench* foi feito a alteração na aba *units*, assim substituindo de rad/s por rpm.

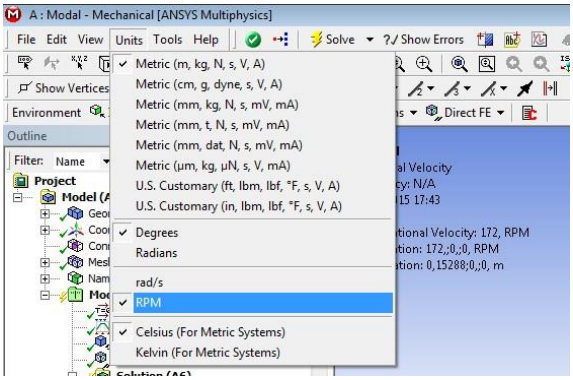


Figura 37. Alteração de unidades do *software* Ansys Workbench.

Fonte: Autoria Própria.

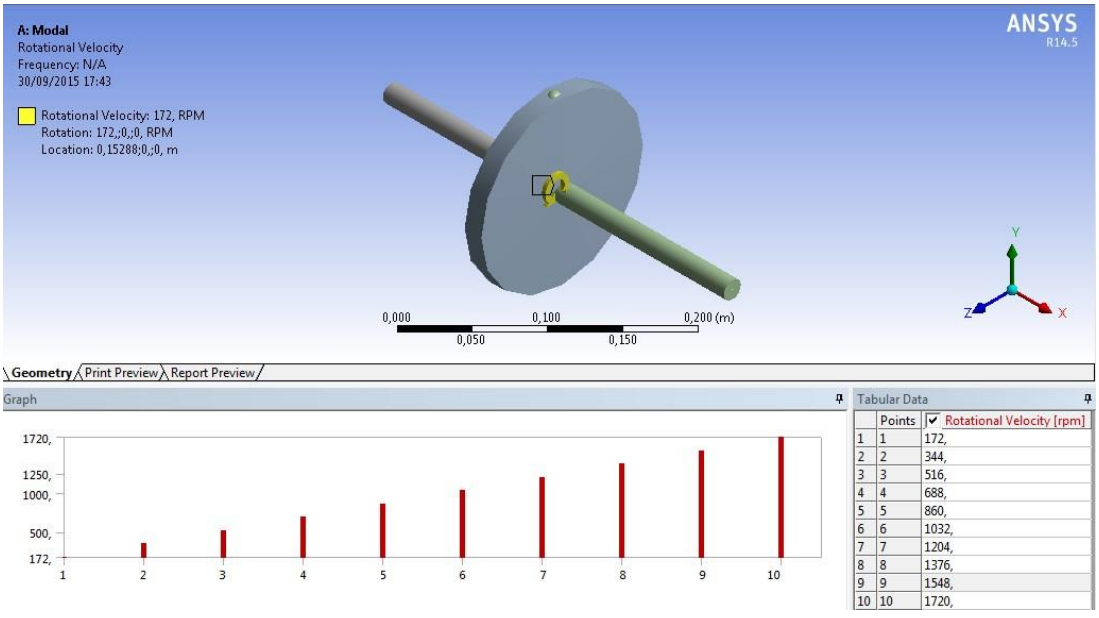


Figura 38. Posição que foi adicionado a rotação e incremento da rotação.

Fonte: Autoria Própria.

Em relação aos mancais de rolamentos, os mesmos são considerados rígidos e apresentam reações de apoio para o eixo, e no modelo viável foi considerado suporte *(Nodal Displacement*), que de acordo com o *help* do *software Ansys* o uso desse suporte, algumas direções estarão sem deslocamento e a direção que estará livre poderá se mover, rotacionar e deformar.

Assim, considerando os mancais de rolamento utilizando nas duas extremidades do eixo, os mesmos não permitem deslocamento nas direções Y e Z, e conforme a Figura 39, o eixo irá rotacionar na direção X, e deste modo, não restringindo o comportamento do eixo na coordenada X.

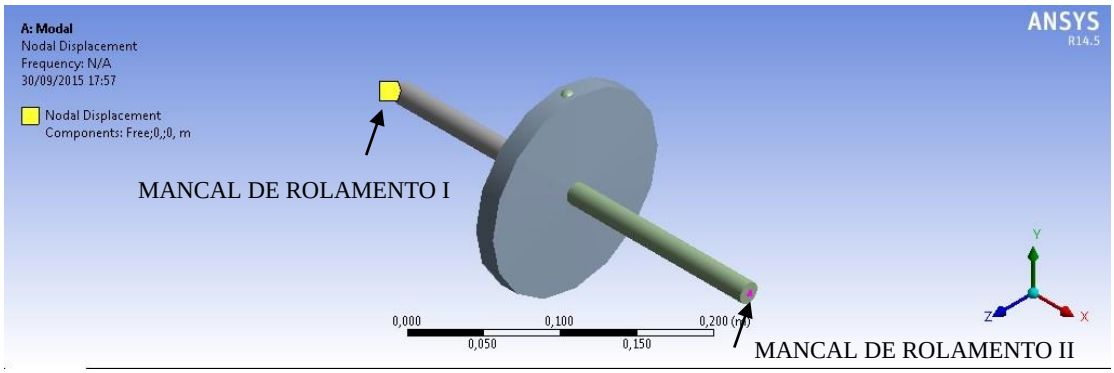


Figura 39. Condição de suporte *nodal displacement* para o modelo viável.

Fonte: Autoria Própria.

Assim, realizadas todas essas considerações descritas, no modelo viável e estando com os *inputs* de dados já feitos e condições de contorno necessárias para que se possa realizar uma análise modal dos elementos girantes da bancada rotodinâmica e se obter um resultado confiável, e assim foi iniciado a resolução da análise.

Após finalizar todas as etapas (pré-processamento, processamento e pós-processamento), o *software Ansys* gerou estatísticas sobre a análise realizada. Desta maneira, a utilização de um modelo viável apresentou ser bastante eficiente para realização da análise, não exigindo muito tempo para realização da mesma. A análise foi realizada em um laptop SONY VAIO Core i3 2.13Ghz, 4GB RAM e Windows 7.

```
|-----------------------------------------------------------------------|
|                                                                       |
|       CP Time      (sec) =        43.805       Time  =  18:01:26      |
|       Elapsed Time (sec) =        35.000       Date  =  09/30/2015    |
|                                                                       |
*-----------------------------------------------------------------------*
```

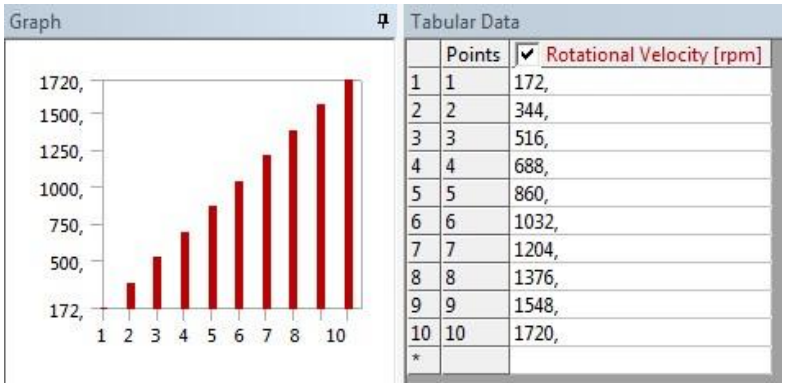
Figura 40. Tempo de processamento para a análise.

Fonte: Autoria Própria

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

A partir do estudo dinâmico da bancada do LABEM, utilizando o software *Ansys Workbench*, por meio da análise modal baseado no método dos elementos finitos, utilizando o método numérico *Damped Method*, ou seja, um método em que o amortecimento não é desconsiderado e considerando uma faixa de frequência de 0 a 1e+008 Hz, extraindo 10 modos de vibração e próximo as condições de operação real da bancada, ou seja, considerando as dimensões, especificações e propriedades inerciais.

Considerando uma operação normal da bancada com as considerações já feitas no capítulo anterior, assim aplicando a velocidade de rotação de 1720 RPM, sendo adicionado os incrementos de velocidade de rotação, conforme Figura 41. Assim, a partir disso, na Figura 43 é possível verificar o diagrama de Campbell plotado pelo *software Ansys.*



Tabular Data

	Points	Rotational Velocity [rpm]
1	1	172,
2	2	344,
3	3	516,
4	4	688,
5	5	860,
6	6	1032,
7	7	1204,
8	8	1376,
9	9	1548,
10	10	1720,
*		

Figura 41. Velocidade de rotação nos 10 modos de vibração.

Fonte: Autoria Própria.

A partir das considerações feitas na Figura 41, foram extraídos, utilizando o *software Ansys Workbench*, os valores das frequências naturais em Hz dos seus dez primeiros modos de vibração, conforme indicado na Figura 42.

Tabular Data

	Set	Solve Point	Mode	Damped Frequency [Hz]
1	1,	1,	1,	1,0237e-003
2	2,	1,	2,	0,
3	3,	1,	3,	0,
4	4,	1,	4,	0,
5	5,	1,	5,	0,
6	6,	1,	6,	103,66
7	7,	1,	7,	103,78
8	8,	1,	8,	431,85
9	9,	1,	9,	437,21
10	10,	1,	10,	1934,9

Figura 42. Frequências naturais para os 10 primeiros modos de vibração - Operação real.

Fonte: Autoria Própria.

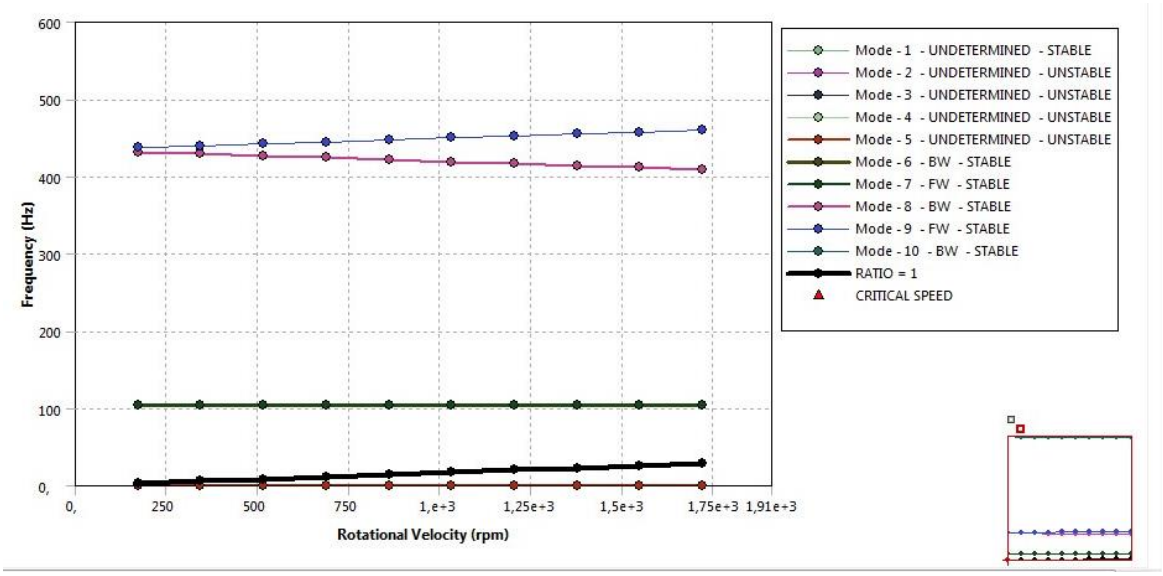


Figura 43. Diagrama de Campbell com os 10 primeiros modos de vibração.

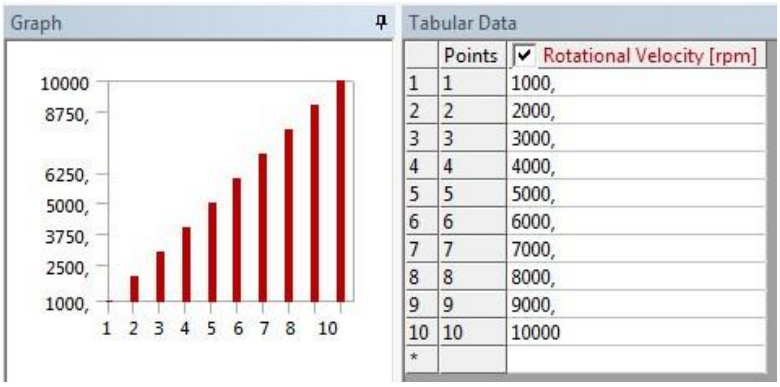
Fonte: Autoria Própria

Assim, observando o diagrama de Campbell plotado, conforme a Figura 43 acima, é possível constatar que nessas configurações de operação dos elementos girantes da bancada não apresentam nenhuma velocidade crítica nesse intervalo estudado. Um fator bastante relevante para o não surgimento de velocidades críticas é devido a rigidez do eixo utilizado.

No diagrama de Campbell plotado conforme a Figura 43, há representação de movimentos de um sistema rotativo, ou seja, a órbita que realiza no centro geométrico pode ter uma trajetória no mesmo sentido que a rotação do próprio do rotor, assim caracterizando como precessão direta (*forward whirl*) – FW e tendo o sentido oposto é caracterizada como precessão inversa (*backward whirl*) – BW.

Devido a simetria do rotor da bancada o movimento de precessão inversa não se aplica. Deste modo, há um bom nível de segurança durante a realização de estudos e/ou manuseio da mesma por discentes da faculdade de engenharia mecânica, pois as precessões inversas são destrutivas, devido ao movimento alternar as tensões normais da secção transversal do eixo, deste modo podendo levar o eixo a falha por fadiga.

Afim de prever velocidades críticas para o modelo estudado, foi adicionado altas frequências de rotação com as mesmas condições de contorno já citadas, ou seja, somente alteração nas velocidades de rotação em rpm, conforme *input* de dados na Figura 44.



	Points	Rotational Velocity [rpm]
1	1	1000,
2	2	2000,
3	3	3000,
4	4	4000,
5	5	5000,
6	6	6000,
7	7	7000,
8	8	8000,
9	9	9000,
10	10	10000
*		

Figura 44. Altas velocidades de rotação para o sistema dinâmico.

Fonte: Autoria Própria.

A partir do *input* de dados feito na Figura 44 acima, foram verificadas as frequências naturais do sistema dinâmico estudado, deste modo, sendo extraídos no *software Ansys Workbench* os dez primeiros modos de vibração e suas respectivas frequências em Hz, conforme Figura 45.

Tabular Data

	Set	Solve Point	Mode	Damped Frequency [Hz]
1	1,	1,	1,	1,0237e-003
2	2,	1,	2,	0,
3	3,	1,	3,	0,
4	4,	1,	4,	0,
5	5,	1,	5,	0,
6	6,	1,	6,	103,66
7	7,	1,	7,	103,78
8	8,	1,	8,	419,97
9	9,	1,	9,	449,58
10	10,	1,	10,	1934,4

Figura 45. Frequências naturais extraídas dos 10 primeiros modos de vibração – Altas velocidades de rotação.

Fonte: Autoria Própria.

Considerando altas velocidades de rotação consideradas e as mesmas condições de contorno já feitas, foi verificado o surgimento de duas velocidades críticas em dois modos de vibração. Deste modo, o diagrama de Campbell da Figura 46 abaixo, apresenta os dois pontos em que a linha de excitação cruza a linha das frequências modais, ou seja, os pontos em que há velocidades críticas, sendo representadas por triângulos vermelhos, conforme indicado na legenda.

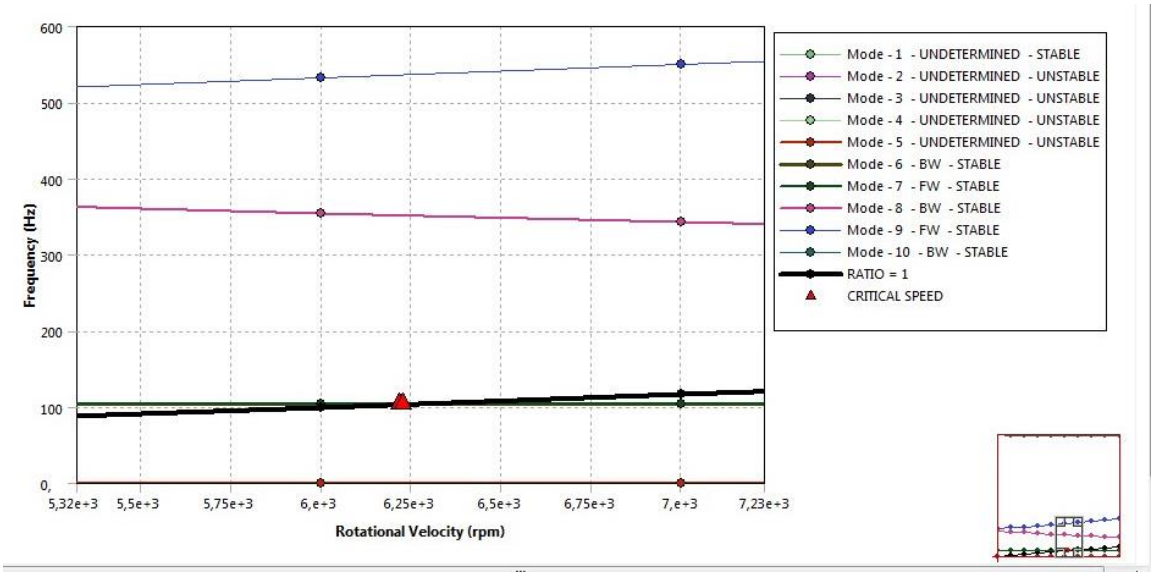


Figura 46. Velocidades críticas encontradas com altas velocidades de rotação.

Fonte: Autoria Própria.

A partir do diagrama de Campbell plotado acima foi possível prever velocidades críticas em dois modos de vibração, sendo que os mesmos surgem em altas frequências de rotação, no qual o motor elétrico existente não consegue atingir essa faixa de operação, sendo as velocidades de rotação de 6217,5 rpm no sexto modo de vibração e 6227,8 rpm no sétimo modo de vibração, conforme a Figura 47 abaixo:

Critical Speed [rpm]	
Mode-1	0,
Mode-2	0,
Mode-3	0,
Mode-4	0,
Mode-5	0,
Mode-6	6217,5
Mode-7	6227,8
Mode-8	0,
Mode-9	0,
Mode-10	0,

Figura 47. Velocidade críticas previstas para os modos de vibração.

Fonte: Autoria Própria.

Porém, conforme indicado na legenda do diagrama de Campbell da Figura 46, o sexto modo de vibração apresenta movimento de precessão inversa, ou seja, *backward whirl* – BW, sendo que conforme já citado, esse tipo de movimento não se aplica devido a simetria do rotor utilizado, sendo assim, a única velocidade crítica prevista é para o sétimo modo de vibração, havendo movimento de precessão direta, *forward whirl* – FW.

Sendo a representação ilustrativa do sétimo modo de vibração representado na Figura 48 abaixo:

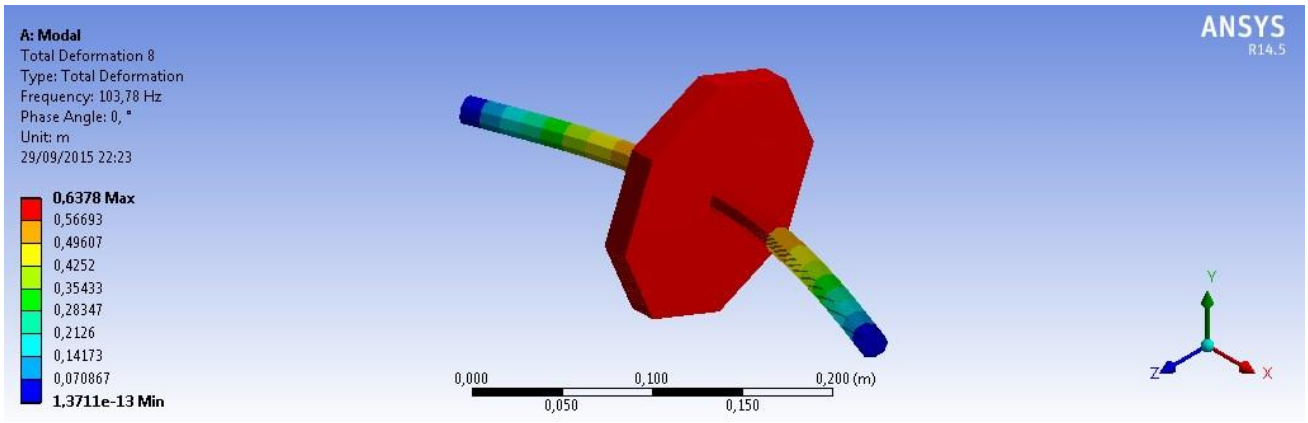


Figura 48. Representação ilustrativa do sétimo modo de vibração.

Fonte: Autoria Própria.

A partir destas considerações, houve o surgimento de velocidade crítica, ou seja, a frequência da rotação se igualou a uma das frequências naturais. Deste modo, há consequências graves para esse tipo de condições de operação, sendo riscos tanto aos componentes do equipamento, quanto para a vida dos mantenedores, discentes e docentes, pois o mesmo está sujeito a trabalhar com grandes deflexões e podendo haver o colapso dos componentes, e assim, oferecendo riscos.

SILVA (2012), discente de engenharia mecânica 2008, que em seu trabalho de conclusão de curso desenvolveu a bancada em estudo, realizou uma análise dinâmica do eixo, sendo que o mesmo utilizou para o desenvolvimento de seu modelo dinâmico o método de Block Lanczos e extraiu os dois primeiros modos de vibração que representam as duas primeiras frequências naturais do sistema.

O método Block Lanczos é bastante utilizado para grandes problemas de valores simétricos próprios e utiliza esse método para os mesmos tipos de problemas para os quais se usa o método do subespaço, e assim, atinge uma taxa de convergência mais rápida, deste modo, segundo o *help* do *software Ansys*, o método busca as frequências próprias de uma determinada parte do espectro de valores próprios de um determinado sistema. Este método desconsidera o amortecimento.

Deste modo, SILVA (2012) extraiu os dois primeiros modos de vibração do eixo a partir das condições de contorno estabelecidas pelo mesmo, sendo assim, foi possível verificar as frequências encontradas, conforme as Figuras 49 e 50 abaixo:

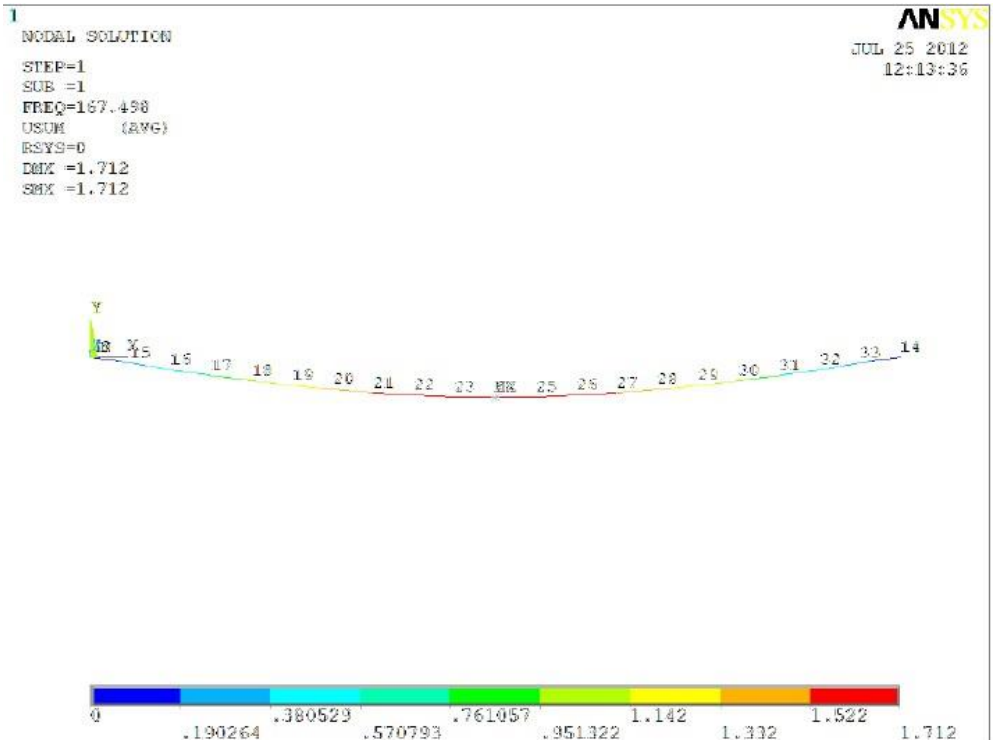


Figura 49. Primeiro modo de vibração do eixo.

Fonte: SILVA (2012).

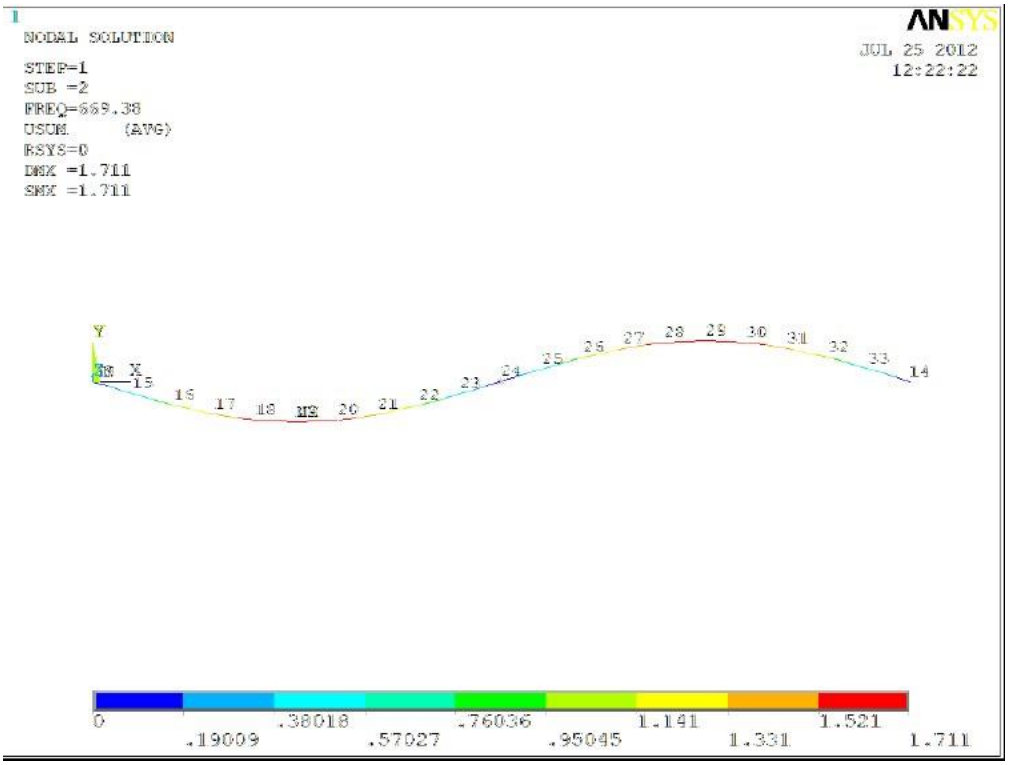


Figura 50. **Segundo modo de vibração do eixo.**

Fonte: SILVA (2012).

SILVA (2012) concluiu que o projeto da bancada se apresenta bastante segura, pois as frequências extraídas no primeiro e segundo modo são bastante elevadas. Neste caso, o primeiro modo de vibração seria atingido acima de 9600 rpm.

Assim, através do comparativo com o modelo dinâmico de SILVA (2012), foi possível verificar que o eixo de 16 mm de diâmetro utilizado na bancada didática, é bastante rígido para as condições de operação da mesma, ou seja, o motor elétrico utilizado apresenta uma rotação máxima de 1720 rpm, e assim, as velocidades críticas encontradas através dos modelos dinâmicos deste trabalho de conclusão de curso, que utilizou em seu desenvolvimento o método amortecido e o trabalho de conclusão de curso de SILVA (2012), que utilizou o método de Block Lanczos, apresentam ser bastante superiores a maior condição de operação do motor elétrico.

5 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

5.1 CONCLUSÕES

A partir deste trabalho de conclusão de curso desenvolvido foi possível verificar a funcionalidade de ferramentas computacionais para solução de problemas dinâmicos e modelamento tridimensional. Deste modo, as análises numéricas em sistemas dinâmicos se tornam bastante validos. Por meio disso, no estudo realizado foi desenvolvido o modelo geométrico da bancada e também foi extraído os dez primeiros modos de vibração para os elementos girantes da bancada, ou seja, eixo, rotor e massa desbalanceadora. Assim, possibilitando o estudo da mesma e verificando através de métodos computacionais os surgimentos de fenômenos dinâmicos que possam surgir durante a operação da bancada.

Após a análise numérica, alguns dos elementos girantes da bancada rotodinâmica apresentaram bastante rigidez, como o eixo de 16 mm utilizado. Um fator relevante que também influenciou na rigidez foi o pequeno espaçamento entre os mancais de rolamento e o rotor, assim, a partir de uma maior distância entre os mancais de rolamento e o rotor é possível se reduzir a rigidez, como pode ser visto na formulação matemática de uma viga bi-apoiada com carga concentrada no centro.

Deste modo, a realização de estudos experimentais ser torna necessário para que haja a calibração do modelo e validação dos resultados obtidos, assim sendo mandatório o estudo de rotodinâmica para confrontar os resultados numéricos já desenvolvidos para esta bancada.

Portanto, a partir da análise numérica foi possível verificar que o eixo utilizado na bancada se apresenta bastante rígido para ser realizado os estudos de dinâmica na mesma, desta maneira, afim de evidenciar os fenômenos dinâmicos visualmente seria necessário um sistema sensível, ou seja, um sistema que se apresente mais esbelto em relação as dimensões e/ou especificação do material utilizado para fabricação da bancada, e assim apresente fenômenos dinâmicos aos discentes de engenharia mecânica, dentro da faixa de operação do motor elétrico.

5.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Para o desenvolvimento de trabalhos futuros relacionados a bancada rotodinâmica do LABEM – Laboratório de Engenharia Mecânica da Universidade Federal do Pará, é possível explorar os seguintes tópicos:

- Fazer a aquisição de equipamentos e instrumentação para que seja possível realizar as medições experimentais, e seja possível confrontar com os valores das análises numéricas.

- Fazer melhorias nas condições de estudo na bancada, ou seja, um eixo com menor diâmetro e/ou especificação do material utilizado diferente, como por exemplo um eixo de alumínio ou outro material.
- Aumentar o espaçamento entre mancais de rolamento e rotor, afim de ficarem mais visíveis os fenômenos dinâmicos durante estudo, devido a redução da rigidez do eixo.
- Desenvolvimento de uma interface virtual para análise rotodinâmica através da plataforma do *LabVIEW* ou outro, fazendo a interface entre o inversor de frequência existente e instrumentação para aquisição de dados.
- Desenvolver estudos de balanceamento e desbalanceamento, ou seja, desenvolver um material técnico direcionado para os técnicos que trabalham nas áreas para aumentar a destreza dos mesmos em relação ao conhecimento de máquinas rotativas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANSYS Mechanical APDL Rotordynamic Analysis Guide, 2013.

ASSIS, A.C., **Identificação de velocidade críticas em rotores utilizando o software de máquinas rotativas.** Trabalho de conclusão de curso, Universidade Federal do Rio de Janeiro – Escola politécnica – UFRJ, 2014.

FERREIRA, E.M.S., **Modelo de rotores dinâmicos com mancais flexíveis utilizando material viscoelástico.** Dissertação de mestrado, Universidade Federal do Paraná – UFPR, 2005.

MONTGOMERY, J.; KUSMIDER, K., **Investigating ANSYS Rotordynamics**. Technical article. Siemens power generation, 2006.

NERY, R.T., **Desenvolvimento de uma ferramenta virtual para análise de vibrações em máquinas rotativas – Aplicação de uma bancada didática.** Trabalho de conclusão de curso, Universidade Federal do Pará – UFPA, 2008.

PEREIRA, J. C., **Introdução a dinâmica de rotores.** Apostila, Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC – Departamento de engenharia mecânica – Grupo de análise e projeto mecânico, 2005.

PEREIRA, J. C., **Introdução a dinâmica de rotores.** Apostila, Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC – Departamento de engenharia mecânica – Grupo de análise e projeto mecânico, 2003.

RAO, A., **Rotordynamic Capabilities in Ansys Mechanical.** ANSYS Advantage Volume I, Issue 2, ANSYS, Inc, 2007.

RAO, S. S., **Vibrações mecânicas**, quarta edição, São Paulo: Pearson Education, 2008.

RICHARD G. Budynas.; NISBETT J. Keith. **Elementos de Máquinas de Shigley**. Oitava Edição. Editora Bookman.2011.

SAMUELSSON, J. **Rotordynamic analysis of 3D modeled gas turbine rotor in Ansys.** Master thesis in mechanical engineering. Department of Management and Engineering, 2009.

SRIKRISHNANIVAS, D., **Rotor dynamic analysis of RM12 jet engine rotor using Ansys.** Master thesis, Blekinge Institute of Technology – Department of Mechanical Engineering, 2012.

SILVA, D.R., **Projeto e construção de uma bancada didática para simulação e análise de defeitos em máquinas rotativas.** Trabalho de conclusão de curso, Universidade Federal do Pará – UFPA, 2012

SOEIRO, N. S., **Fundamentos de vibração e balanceamento de rotores**. Projeto de pesquisa "Implementação de sistemas de monitoramento e identificação de falhas em máquinas rotativas utilizando sinais reais e complexos de vibração", ELETRONORTE/UFPA/FADESP, 2008.

SOUZA, W. S., **Desenvolvimento de um sistema aplicativo em labview para o monitoramento de máquinas rotativas com um módulo de balanceamento de rotores**. Trabalho de conclusão de curso, Universidade Federal do Pará – UFPA, 2005.

TREBUNA, F.; FRANKOVSKÝ, P.; GUL`A, M.; HUDÁK, P. **Numerically Computed Dynamics Rotor Using Ansys Software.** The 4th International conference – Modelling of mechanical and mechatronic systems 2011, Faculty of Mechanical Engineering, Technical University of Kosice, 2011.