



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DE TUCURUÍ
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA**

**ANÁLISE CFD DE UMA BOMBA CENTRÍFUGA: OBTENÇÃO DAS CURVAS
CARACTERÍSTICAS DE ALTURA MANOMÉTRICA, RENDIMENTO E POTÊNCIA**

MARINALDO DOS PASSOS ALVES

**Tucuruí-PA
2024**



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DE TUCURUÍ
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA**

**ANÁLISE CFD DE UMA BOMBA CENTRÍFUGA: OBTENÇÃO DAS CURVAS
CARACTERÍSTICAS DE ALTURA MANOMÉTRICA, RENDIMENTO E POTÊNCIA**

MARINALDO DOS PASSOS ALVES

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à
Faculdade de Engenharia Mecânica do Campus de
Tucuruí, como parte dos requisitos para obtenção do
título Bacharel em Engenharia Mecânica.

**Orientador:
Prof. Dr. Maciel da Costa Furtado**

**Coorientador:
Prof. Me. Arthur dos Reis Lemos Fontana**

**Tucuruí-PA
2024**

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD
Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Pará
Gerada automaticamente pelo módulo Ficat, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)**

- A474a Alves, Marinaldo dos Passos.
ANÁLISE CFD DE UMA BOMBA CENTRÍFUGA:
OBTENÇÃO DAS CURVAS CARACTERÍSTICAS DE
ALTURA MANOMÉTRICA, RENDIMENTO E POTÊNCIA /
Marinaldo dos Passos Alves. — 2024.
92 f. : il. color.
- Orientador(a): Prof. Dr. Maciel da Costa Furtado
Coorientador(a): Prof. Me. Arthur dos Reis Lemos Fontana
Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) - Universidade
Federal do Pará, Campus Universitário de Tucuruí, Faculdade de
Engenharia Mecânica, Tucuruí, 2024.
1. Análise CFD. 2. Bombas centrífugas. 3. Máquinas de fluxo.
4. Curvas características. I. Título.

CDD 620.100113




**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DE TUCURUÍ
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA**


**ANÁLISE CFD DE UMA BOMBA CENTRÍFUGA: OBTENÇÃO DAS CURVAS
CARACTERÍSTICA DE ALTURA MANOMÉTRICA, RENDIMENTO E
POTÊNCIA**

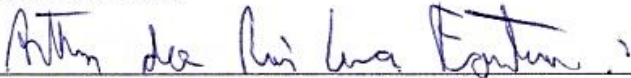
MARINALDO DOS PASSOS ALVES

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à
Faculdade de Engenharia Mecânica do Campus de
Tucuruí, como parte dos requisitos para obtenção
do título de Bacharel em Engenharia Mecânica.

BANCA EXAMINADORA


Orientador: Prof. Dr. Maciel da Costa Furtado
FEM/CAMTUC/UFPA


Membro interno: Prof. Dr. André Luiz Amarante Mesquita
NDAE/UFPA


Membro interno: Prof. Msc. Arthur dos Reis Lemos Fontana
FEM/CAMTUC/UFPA

**Conceito: Excelente
Tucuruí, 19 de julho de 2024**

Dedico este trabalho aos meus pais José Alves e Neuza Passos, aos meus irmãos Flávia Alves, Aguinaldo Alves e Edinaldo Alves e a Larissa Pinheiro por seu meu apoio, minha dupla e minha base todos esses anos.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, meu escudo e fortaleza, por ser meu guia e socorro em todos os momentos. Sua presença constante me manteve firme diante das dificuldades.

Aos meus pais, José Alves e Neuza Passos, exemplos de superação, força e garra. Mesmo diante das adversidades, nunca me abandonaram, sempre me ofereceram carinho, amor e apoio. Sem vocês, nada disso seria possível. Amo muito vocês dois.

Aos meus irmãos, Flávia Alves, Aguinaldo Alves e Edinaldo Alves, que, mesmo à distância, me encheram de alegria e ânimo com suas mensagens e ligações. Amo todos vocês.

A Larissa Pinheiro, que esteve ao meu lado durante todos esses anos e me salvou de mim mesmo nos momentos mais difíceis. Foi a melhor parceira de graduação que eu poderia ter. Sinto-me abençoado por ter conhecido uma pessoa tão incrível, um verdadeiro anjo em minha vida. Obrigado por tudo.

A toda a minha equipe da Suzano, especialmente ao Evaldo Boaventura, pela oportunidade de trabalhar sob sua gestão, proporcionando-me experiências valiosas para meu crescimento profissional. Ao Cássio Patrick, pelas conversas, paciência e ajuda constante. Ao Gustavo Grisoto, pelo apoio essencial durante a construção das geometrias deste trabalho, pela amizade e pelas conversas amigáveis.

Ao meu orientador, Maciel Furtado, por aceitar me orientar em todas as etapas deste trabalho. Suas orientações foram essenciais para a conclusão deste projeto. Ao meu coorientador, Artur Fontana, uma pessoa incrível, com extrema paciência e um grande senso de ajuda. Suas contribuições foram fundamentais para a finalização deste trabalho.

Ao meu ex-professor, Leopoldo Pacheco, por ser uma pessoa incrível. Mesmo não sendo sua obrigação, sempre esteve disposto a me ajudar e nunca me negou auxílio. Obrigado, meu amigo.

Ao meu amigo Eduardo Pantoja, por todo o apoio e amizade ao longo dos anos. Sua generosidade ao disponibilizar sua infraestrutura foi essencial para a realização deste trabalho.

A toda a equipe do grupo de pesquisa FluidPar e à Faculdade de Engenharia Mecânica pela disponibilização da infraestrutura utilizada no desenvolvimento deste trabalho, especialmente o Laboratório de Mecânica Computacional.

“Dê-me uma alavanca e um ponto de apoio e levantarei o mundo.”
(Arquimedes)

ANÁLISE CFD DE UMA BOMBA CENTRÍFUGA: OBTENÇÃO DAS CURVAS CARACTERÍSTICAS DE ALTURA MANOMÉTRICA, RENDIMENTO E POTÊNCIA

RESUMO

Este trabalho investiga a aplicação da análise computacional fluidodinâmica (CFD) em uma bomba centrífuga radial, com o objetivo de obter as curvas características de altura manométrica, rendimento e potência, visando a compreensão e otimização do desempenho do equipamento. A metodologia envolveu a modelagem computacional da bomba, a realização de simulações CFD detalhadas e a análise dos resultados obtidos. Os objetivos foram alcançados, permitindo a avaliação detalhada dos padrões de escoamento, distribuição de pressão e velocidade no interior da bomba. A hipótese de que a análise CFD seria uma ferramenta eficaz para a avaliação do desempenho da bomba foi confirmada, evidenciando a importância dessa abordagem na otimização de sistemas de bombeamento. Apesar das limitações e desafios, como a necessidade de validação experimental dos resultados e a complexidade na definição dos parâmetros de simulação, recomenda-se a continuidade dos estudos para aprimorar o entendimento e a eficiência das bombas centrífugas radiais, considerando diferentes configurações e condições operacionais. Este trabalho contribui para o avanço da área ao demonstrar a relevância da análise CFD na melhoria do desempenho e na sustentabilidade das operações industriais envolvendo bombas centrífugas.

Palavras-chave: *Análise CFD, bombas centrífugas, curvas características.*

CFD ANALYSIS OF A CENTRIFUGAL PUMP: OBTAINING THE CHARACTERISTIC CURVES OF HEAD, EFFICIENCY, AND POWER

ABSTRACT

This work investigates the application of computational fluid dynamics (CFD) analysis in a radial centrifugal pump, with the aim of obtaining characteristic curves for head, efficiency, and power, aiming at understanding and optimizing the equipment's performance. The methodology involved the computational modeling of the pump, conducting detailed CFD simulations, and analyzing the results obtained. The objectives were achieved, allowing for a detailed evaluation of flow patterns, pressure distribution, and velocity inside the pump. The hypothesis that CFD analysis would be an effective tool for evaluating pump performance was confirmed, highlighting the importance of this approach in optimizing pumping systems. Despite limitations and challenges, such as the need for experimental validation of the results and the complexity in defining simulation parameters, it is recommended to continue studies to enhance the understanding and efficiency of radial centrifugal pumps, considering different configurations and operating conditions. This work contributes to the advancement of the field by demonstrating the relevance of CFD analysis in improving performance and sustainability of industrial operations involving centrifugal pumps.

Keywords: *CFD analysis, centrifugal pumps, industrial performance, characteristic curves.*

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Esquema dos tipos de máquinas de fluxo	20
Figura 2 - Bomba de engrenagens externas	21
Figura 3 - Vista em corte de uma bomba centrífuga típica	21
Figura 4 - Classificação das bombas hidráulicas (turbobombas)	23
Figura 5 - Classificação das bombas hidráulicas (volumétricas)	23
Figura 6 - Principais elementos de uma bomba centrífuga	24
Figura 7 - Rotores de turbobombas: (a) Fechado, (b) Semi-aberto e (c) Aberto.....	25
Figura 8 - Difusor: (a) voluta e (b) palhetas diretrizes	26
Figura 9 - Detalhe de elementos de uma bomba centrífuga	26
Figura 10 - Campos de aplicação de bombas	27
Figura 11 - Balanço energético na instalação de uma turbobomba.....	30
Figura 12 - Indicação da grandeza i	30
Figura 13 - Curva característica real de uma bomba centrifuga.....	38
Figura 14 - Curva característica: (a) Estável e (b) Instável	39
Figura 15 - Tipos de curvas estáveis: (a) Crescente, (b) Muito crescente e (c) Plana.....	40
Figura 16 - Ponto de operação de uma bomba centrifuga	41
Figura 17 - Sistema de coordenadas rotativo aplicado a uma bomba centrífuga	44
Figura 18 - Desenvolvimento da camada-limite de velocidade sobre uma placa plana.....	46
Figura 19 - Escoamento turbulento pelos métodos DNS, LES e RANS.....	48
Figura 20 - Subdivisões da Região Próxima à Parede.....	57
Figura 21 - Distribuição de velocidade perto de uma parede sólida	59
Figura 22 - Voluta modelo CAD	62
Figura 23 - Rotor modelo CAD.....	63
Figura 24 - Metodologia aplicada para obtenção do domínio do fluido	64
Figura 25 - Subdomínios utilizados para simulação.....	65
Figura 26 - Definição de volume de controle, elementos de malha	66
Figura 27 - Elemento de malha.....	66
Figura 28 - Elemento hexagonal.....	67
Figura 29 - Elemento tetraédrico	67
Figura 30 - Elemento cunha.....	68
Figura 31 - Elemento pirâmide.....	68
Figura 32 - Malha computacional gerada para bomba	69

Figura 33 - Camada de inflation para o rotor	70
Figura 34 - Camada de inflation para a voluta	70
Figura 35 - Camada de inflation para o tubo de entrada do fluido	70
Figura 36 - Skewness: espectro de malha.....	71
Figura 37 - Critério de Skewness de Avaliação da qualidade das 5 Malhas Analisadas neste Estudo	72
Figura 38 – Qualidade ortogonal: espectro de malha	72
Figura 39 - Critério qualidade ortogonal na avaliação da qualidade das 5 malhas analisadas neste estudo	73
Figura 40 - Condições de contorno aplicadas.....	74
Figura 41 - Gráfico de convergência de malha.....	76
Figura 42 - Resultado da curva característica de altura manométrica.....	78
Figura 43 – Resultado do torque numérico	79
Figura 44 - Resultado da potência requerida	80
Figura 45 - Resultado da curva característica de eficiência	81
Figura 46 – Contorno da distribuição de pressão na bomba (rotor + voluta) para uma vazão de 75 m ³ /h.....	82
Figura 47 – Contorno da distribuição de pressão no rotor para uma vazão de 75 m ³ /h	83
Figura 48 - Contorno da distribuição de pressão na voluta para uma vazão de 75 m ³ /h.....	84
Figura 49 - Contorno da distribuição de velocidade na bomba para uma vazão de 75 m ³ /h....	85
Figura 50 - Linhas de corrente da bomba para uma vazão de 75 m ³ /h.....	86
Figura 51 - Vetores de velocidade para uma vazão de 75 m ³ /h.....	86

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Máquina de fluxo do tipo turbomáquinas.....	22
Tabela 2 - Máquina de fluxo do tipo deslocamento positivo ou volumétrica	22
Tabela 3 - Modelos de turbulência RANS	50
Tabela 4 - Valores das constantes de intermitência.....	53
Tabela 5 - Valores das constantes do número de Reynolds de transição	54
Tabela 6 - Valores de Y plus de acordo com os modelos de turbulência.....	59
Tabela 7 - Dimensões do rotor	62
Tabela 8 - Vazões volumétricas e mássicas utilizadas no estudo.....	75
Tabela 9 - Comparação entre malhas (teste de convergência)	76

LISTA DE SÍMBOLOS

p_{out}	Pressão real de saída
$\gamma (N/m^3)$	Peso específico
$i (m)$	Altura entre o ponto central da bomba e o bocal de saída do fluido
$h_e (m)$	Altura estática de elevação
$h_a (m)$	Altura de sucção
$h_r (m)$	Altura de recalque
$H_a (m)$	Altura manométrica de sucção
$H_b (m)$	Altura representativa da pressão atmosférica local
$p_{in} (Pa)$	Pressão de sucção
$V_{in} (m/s)$	Velocidade de sucção do líquido
$g (m/s^2)$	Aceleração da gravidade
$J_a (m)$	Perda de carga nas tubulações de sucção
$H_r (m)$	Altura manométrica de recalque
$p_{out} (Pa)$	Pressão de recalque
$h_r (Pa)$	Altura de recalque
$J_r (m)$	Perda de carga nas tubulações de recalque
$V_{out} (m/s)$	Velocidade de recalque do líquido
$H_u (m)$	Altura útil de elevação
$H_e (m)$	Altura total de elevação
$J_\varepsilon (m)$	Perdas hidráulicas por kgf de líquido escoado
$H_m (m)$	Altura motriz de elevação
$J_p (m)$	Perdas hidráulicas devido ao atrito e mancais
$L_m (W)$	Potência motriz
$Q (m^3/s)$	Vazão
$L_e (W)$	Potência de elevação
$L_u (W)$	Potência útil
$M (Nm)$	Torque
$\omega (rad/s)$	Velocidade angular de rotação
$n (Hz)$	Velocidade de rotação
η_m	Rendimento mecânico
η_h	Rendimento hidráulico

$L_e (W)$	Potência de elevação
η_t	Rendimento total
$P (W)$	Potência requerida
$H (m)$	Altura manométrica obtida nos ensaios de bombas
$\rho (kg/m^3)$	Massa específica do fluido
$t(s)$	Tempo
∇	Operador diferencial
$V (m/s)$	Velocidade
$u (m/s)$	Componente da velocidade
$p (Pa)$	Pressão
$\mu (Pa \cdot s)$	Viscosidade dinâmica do fluido
$\nu (m^2/s)$	Viscosidade cinemática
$\vec{V} (m/s)$	Velocidade do fluido no sistema de coordenadas não inercial
$\vec{\omega} (rad/s)$	Velocidade angular
$\vec{r} (m)$	Vetor posição
Re	Número de Reynolds
$\nu (m^2/s)$	Viscosidade cinemática
$\bar{u}_i (m/s)$	Componente média da velocidade
$u'_i (m/s)$	Componente flutuante da velocidade
$U_j (m/s)$	Componente da velocidade no espaço
$P_{\gamma 1}, P_{\gamma 2} (kg/m^3 s)$	Termos fontes de produção de intermitência
$E_{\gamma 1}, E_{\gamma 2} (kg/m^3 s)$	Termos fontes de dissipação de intermitência
$\mu_t (Pa \cdot s)$	Viscosidade turbulenta do fluido
S	Magnitude da taxa de deformação
F_{length}	Correlação empírica que controla o comprimento da região de transição
F_{onset}	Função utilizada para desencadear a produção de intermitência
$C_{\gamma 3}$	Constante adimensional
Ω	Magnitude da vorticidade
F_{turb}	Função de turbulência
Re_{γ}	Número de Reynolds crítico
$F_{onset1}, F_{onset2}, F_{onset3}$	Funções de início de transição 1, 2, 3
$Re_{\theta t}$	Número de Reynolds de transição

$P_{\theta t}$ (kg/s^2)	Termo fonte
$\sigma_{\theta t}$	Coefficiente adimensional
$C_{\theta t}$	Constante adimensional
$F_{\theta t}$	Função adimensional
F_{wake}	Função de Wake adimensional
θ_{BL} (m)	Espessura de momento da camada limite
δ_{BL} (m)	Espessura da camada limite
δ (m)	Espessura característica
Re_{ω}	Número de Reynolds baseado na vorticidade
Tu (%)	Turbulência local
k (m^2/s^2)	Energia cinética turbulenta
θ (m)	Espessura de Deslocamento de Momento
y^+	Coordenada adimensional da parede
u_{τ} (m/s)	Velocidade de fricção
y (m)	Distância da parede
τ_w (Pa)	Tensão de cisalhamento na parede

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	17
1.1	OBJETIVOS	18
1.1.1	Objetivo geral	18
1.1.2	Objetivos específicos	19
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	20
2.1	MÁQUINA DE FLUXO	20
2.1.1	Tipos principais	20
2.2	BOMBAS	22
2.2.1	Especificação da bomba	26
2.2.2	Funcionamento de uma bomba centrífuga	27
2.3	PERDAS HIDRÁULICAS	28
2.4	ENERGIA TRANSMITIDA AO FLUÍDO	29
2.4.1	Alturas estáticas	30
2.4.2	Alturas dinâmicas	31
2.4.2.1	<i>Altura manométrica de sucção</i>	31
2.4.2.2	<i>Altura manométrica de recalque</i>	32
2.4.2.3	<i>Altura útil de elevação</i>	33
2.4.2.4	<i>Altura total de elevação</i>	33
2.4.2.5	<i>Altura motriz de elevação</i>	34
2.4.3	Potências	34
2.4.3.1	<i>Potência Motriz</i>	34
2.4.3.2	<i>Potência de elevação</i>	34
2.4.3.3	<i>Potência útil</i>	35
2.4.4	Rendimentos	35
2.4.4.1	<i>Rendimento mecânico</i>	35
2.4.4.2	<i>Rendimento hidráulico</i>	36
2.4.4.3	<i>Rendimento total ou global</i>	36
2.5	CURVAS CARACTERÍSTICAS DO SISTEMA	37
2.5.1	Tipos de curvas características	39
2.5.2	Ponto de operação	40
3	FORMULAÇÃO MATEMÁTICA	42
3.1	CONSERVAÇÃO DA MASSA	42

3.2	QUANTIDADE DE MOVIMENTO	43
3.3	TURBULÊNCIA	44
3.3.1	Camada limite de velocidade	45
3.3.2	Modelos de turbulência	47
3.3.2.1	<i>Modelagem RANS</i>	49
3.3.3	Modelo transition SST (4 equações)	51
3.3.3.1	<i>Equação de transporte</i>	51
3.4	LEI DE PAREDE (Y PLUS)	56
4	MODELAGEM NUMÉRICA	60
4.1	MÉTODO DOS VOLUMES FINITOS	60
4.2	CONSTRUÇÃO DA GEOMETRIA	61
4.3	DOMÍNIO FLUIDODINÂMICO	63
4.4	MALHA COMPUTACIONAL	65
4.4.1	Geração da malha	69
4.4.2	Qualidade da malha	71
4.5	DEFINIÇÃO DAS CONDIÇÕES DE CONTORNO	73
5	RESULTADOS	75
5.1	CONVERGÊNCIA DE MALHA	75
5.2	CURVAS CARACTERÍSTICAS	77
5.2.1	Altura manométrica	77
5.2.2	Potência e eficiência hidráulica	78
5.3	ANÁLISE DO ESCOAMENTO INTERNO DA BOMBA	81
6	CONCLUSÃO	87
6.1	RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	88
	REFERÊNCIAS	89
	ANEXO A	92

1 INTRODUÇÃO

A evolução das bombas ao longo da história reflete não apenas a necessidade humana de transferir fluidos, mas também o engenho e a inovação para otimizar esse processo. Desde as antigas rodas d'água até as modernas bombas centrífugas, a engenharia mecânica se deparou com desafios constantes para melhorar o desempenho e a eficiência dessas máquinas. Conforme afirmado por White (2011), as bombas são elementos fundamentais em uma variedade de setores industriais, desempenhando papéis cruciais desde a transferência simples de líquidos até o bombeamento de materiais viscosos em ambientes complexos.

Esses desenvolvimentos históricos ilustram a importância das bombas ao longo dos séculos. Nas últimas décadas, sua relevância só aumentou, à medida que se tornaram componentes essenciais em uma ampla gama de processos industriais. Da indústria química e petroquímica à agricultura e ao tratamento de água e saneamento, as bombas são componentes essenciais que movem fluidos de um ponto a outro dentro de um processo. Seja para transferir líquidos de um local para outro, aumentar a pressão de um líquido para seu transporte através de tubulações ou agitar misturas em reatores químicos, as bombas fornecem o impulso necessário para que os fluidos fluam conforme necessário no processo industrial (DUNAISKI, 2015; MACINTYRE, 1997).

O desempenho ideal das bombas nem sempre é alcançado na prática. Embora a solução teórica de Euler para bombas centrífugas forneça uma base, as características ideais nem sempre são replicadas em aplicações reais devido a perdas e outros fatores (DUNAISKI, 2015). Devido à ampla gama de utilizações das bombas, há um interesse significativo na pesquisa e desenvolvimento de componentes mais eficientes. Um aspecto crucial investigado nesse campo é a relação entre a altura de elevação fornecida pela bomba e a variação da vazão

As bombas centrífugas enfrentam uma série de problemas operacionais que podem comprometer seu desempenho e durabilidade. Um dos principais problemas é a cavitação, onde a formação de bolhas de vapor devido à queda de pressão pode causar danos significativos às partes internas da bomba e reduzir sua eficiência. Este fenômeno pode levar a falhas catastróficas se não for adequadamente tratado. Outros pontos que podem ser destacados são: Perda de eficiência, regiões de fluxo turbulento e separação de fluxo; esses fatores contribuem para a redução do desempenho da bomba e podem causar desgaste prematuro das partes internas. Distribuição desigual de pressão e velocidade dentro da bomba; isso pode causar desequilíbrios, afetando negativamente o desempenho e a durabilidade da máquina. Problemas

de sucção, como a entrada de ar ou bloqueios, que podem reduzir significativamente a eficiência da bomba (NUNES, 2020; DUNAISKI, 2015; BEZERRA, 2018).

A identificação e resolução desses problemas são essenciais para a manutenção de bombas centrífugas eficientes e duráveis, garantindo um desempenho ótimo e prolongando sua vida útil.

A utilização da análise por fluidodinâmica computacional (CFD) oferece vantagens significativas para a compreensão do comportamento fluidodinâmico no interior das bombas centrífugas. Ao permitir uma abordagem detalhada dos padrões de fluxo, áreas de alta e baixa pressão, zonas de turbulência e pontos de separação do fluxo, o CFD possibilita o aprimoramento do design das bombas para maximizar a eficiência e minimizar as perdas de energia. Além disso, a análise CFD oferece a vantagem de investigar detalhes que seriam difíceis ou impossíveis de observar experimentalmente, como os gradientes de pressão ao longo das superfícies internas da bomba ou a interação do fluido com componentes específicos de seu interior. Isso permite o refinamento dos modelos e aprimoramento do desempenho da bomba de maneira mais rápida e eficiente (VIRTUALCAE, 2023; ESSS, 2016).

Diante disto, este trabalho visa não apenas obter as curvas características de altura manométrica, rendimento e potência de uma bomba centrífuga radial, mas também avaliar quantitativa e qualitativamente o impacto de diferentes parâmetros do fluxo nessas características. Essa abordagem visa contribuir para a melhora do entendimento desses sistemas aplicados em processos de bombeamento, promovendo a inovação e a eficiência em diversas aplicações industriais. Ao aprofundar o conhecimento sobre esses sistemas, espera-se otimizar o desempenho e a sustentabilidade das operações, resultando em benefícios significativos para o setor industrial.

1.1 OBJETIVOS

1.1.1 Objetivo geral

Simular numericamente a operação de uma bomba centrífuga radial, para analisar diferentes parâmetros operacionais, como as curvas características da bomba para diversos tipos de vazões, bem como, o estudo dos perfis meridionais onde serão verificadas as condições de pressão e velocidade no interior da bomba.

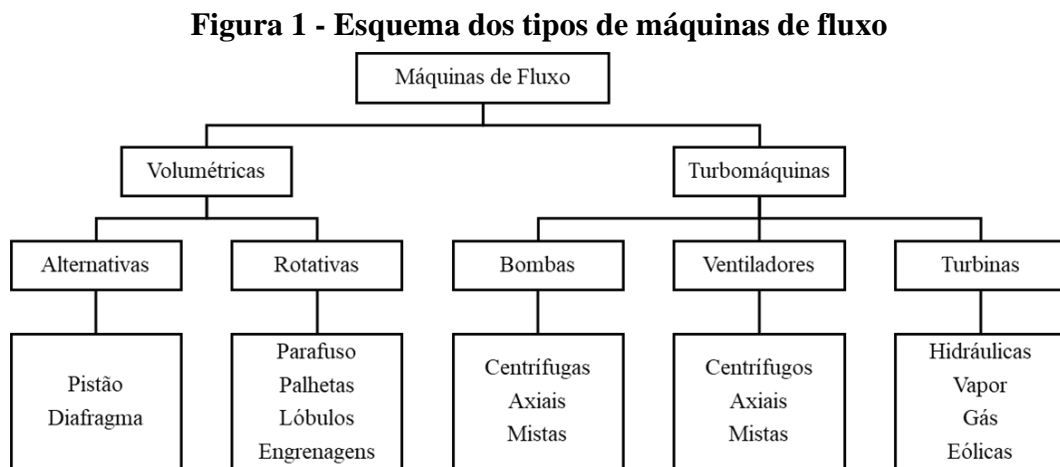
1.1.2 Objetivos específicos

- Obter as curvas características de altura manométrica, potência, velocidade e eficiência da bomba centrífuga;
- Comparar as curvas características obtidas com as fornecidas pelo fabricante;
- Avaliar os padrões de escoamento, velocidade e distribuição de pressão no interior da bomba.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 MÁQUINA DE FLUXO

Máquina de fluxo (*flow machine*) é o equipamento que promove a troca de energia entre um sistema mecânico e um fluido, transformando energia mecânica em energia de fluido ou energia de fluido em energia mecânica. No primeiro caso, em que há o aumento do nível energético de um fluido a partir do fornecimento de energia mecânica, a máquina é chamada de máquina de fluido geradora ou bomba. No segundo caso, em que energia mecânica é produzida a partir da redução do nível energético de um fluido, a máquina é denominada máquina de fluxo motora ou turbina (HENN, 2006). Na Figura 1, é apresentada uma classificação das máquinas de fluxo. As turbomáquinas direcionam o escoamento através de lâminas, aletas ou pás ligadas ao rotor, permitindo que o fluido circule continuamente pelo interior da máquina. Em oposição, nas máquinas volumétricas, o fluido permanece periodicamente confinado dentro da máquina (ALÉ, 2011).



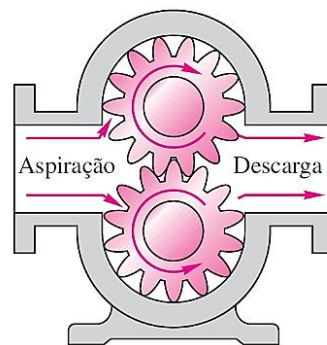
Fonte: Adaptado de Alé, 2011.

2.1.1 Tipos principais

As máquinas de fluxo são geralmente divididas em dois tipos principais: máquinas de deslocamento positivo ou volumétricas, que movem o fluido deslocando-o em volumes definidos, como é o caso das bombas de pistão ou de engrenagens, e turbomáquinas, que direcionam o fluido através de lâminas ou pás, como as turbinas e bombas (HENN, 2006). No primeiro tipo, também chamado de estático, uma quantidade fixa de fluido de trabalho é confinada durante sua passagem através da máquina. Este fluido é submetido a variações de pressão devido à mudança de volume do recipiente em que está contido. Em outras palavras, o

fluido altera seu estado energético pelo deslocamento de uma fronteira em movimento (HENN, 2006). A Figura 2 ilustra o funcionamento típico de uma bomba de engrenagem, classificada como máquina de fluxo volumétrica. Neste tipo de bomba, as rodas dentadas operam dentro de uma carcaça com folga mínima. O fluido confinado é deslocado pelos dentes e expelido pela tubulação de descarga. Para uma determinada rotação, tanto a vazão quanto a pressão de descarga são praticamente constantes (ALÉ, 2011).

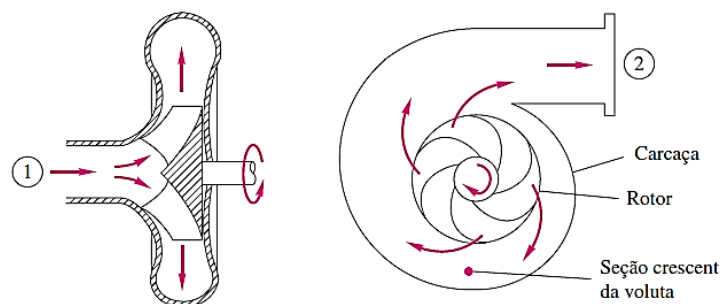
Figura 2 - Bomba de engrenagens externas



Fonte: White, 2011.

Nas máquinas de fluxo do tipo turbomáquinas, também chamadas de máquinas dinâmicas, o fluido circula continuamente através da máquina, sem ficar confinado em nenhum momento. Durante esse processo, o fluido passa por trocas de energia devido aos efeitos dinâmicos (HENN, 2006). A Figura 3 ilustra o funcionamento típico de uma bomba centrífuga, classificada como turbomáquinas. Neste tipo de bomba, o fluido é aspirado pela boca de entrada até atingir o rotor, denominado impulsor na qual transfere o fluido para a voluta. Na voluta, a energia cinética adquirida pelo fluido é transformada em energia de pressão. O fluido deixa a bomba pela boca de saída, chamada boca de recalque ou descarga (ALÉ, 2011).

Figura 3 - Vista em corte de uma bomba centrífuga típica



Fonte: White, 2011.

Nas turbomáquinas, desconsiderando a troca de calor com o ambiente e possíveis folgas entre partes fixas e móveis, quando o funcionamento cessa, o fluido de trabalho assume

imediatamente as condições ambientais externas. Por outro lado, nas máquinas volumétricas, o fluido permanece no estado em que estava quando a operação foi interrompida, o qual pode ser completamente diferente das condições externas ao sistema da máquina (HENN, 2006). Condições ambientais referem-se às variáveis como temperatura, pressão e composição do ar ou ambiente circundante onde a máquina está operando, que estão presentes fora da máquina ou do sistema em questão.

As máquinas rotativas (*rotary machines*), como a bomba parafuso, e as máquinas alternativas (*reciprocating machines*), como o compressor de pistão, são exemplos típicos de máquinas de fluxo do tipo volumétricas, enquanto as turbinas hidráulicas e os ventiladores centrífugos podem ser citados como exemplos de máquinas de fluxo do tipo turbomáquinas (HENN, 2006). Nos Tabela 1 e Tabela 2 são exemplificados os tipos principais de máquina de fluxo, bem como o fluido de trabalho.

Tabela 1 - Máquina de fluxo do tipo turbomáquinas

Designação	Fluido de trabalho
Turbina hidráulica, bomba centrífuga radiais e axial	Líquido
Ventilador, turbocompressor	Gás (neutro)
Turbina a vapor, turbocompressor frigorífico	Vapor (água, freon, etc)
Turbinas a gás, motor de reação	Gás de combustão

Fonte: Alé, 2011.

Tabela 2 - Máquina de fluxo do tipo deslocamento positivo ou volumétrica

Designação	Fluido de trabalho
Bombas (alternativa, engrenagens, parafuso)	Líquido
Compressor (alternativo, rotativo)	Gás (neutro)
Compressor (alternativo, rotativo)	Vapor (freon, amônia)
Motor alternativo de pistão	Gás de combustão

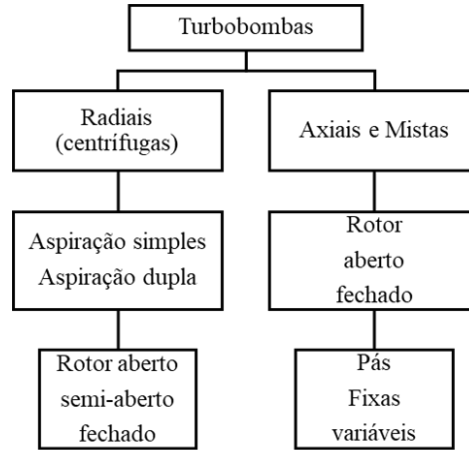
Fonte: Alé, 2011.

2.2 BOMBAS

De maneira geral as bombas são máquinas geratrizes, cuja finalidade é realizar o deslocamento de um líquido por escoamento, classificam-se como turbobombas do tipo radial, axial e mistas e também podem ser classificadas como volumétricas do tipo alternativa e rotativas. As Figura 4 e Figura 5, ilustram diferentes tipos de bombas. As turbobombas radiais podem ser classificadas em aspiração simples e dupla, enquanto as turbobombas axiais e mistas podem ser de rotor aberto ou fechado. No caso das bombas volumétricas, as opções incluem

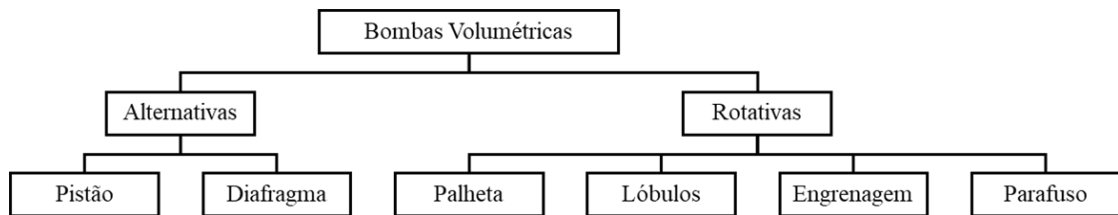
pistão e diafragma para as do tipo alternativo, e as rotativas podem ser do tipo palheta, lóbulos, engrenagem e parafuso.

Figura 4 - Classificação das bombas hidráulicas (turbobombas)



Fonte: Alé, 2011.

Figura 5 - Classificação das bombas hidráulicas (volumétricas)



Fonte: Alé, 2011.

Dentre as diversas máquinas de fluxo, destacam-se as bombas centrífugas (turbobombas). Segundo Brasil (2010), as turbobombas, também chamadas bombas rotodinâmicas, são caracterizadas por possuírem um componente rotatório dotado de pás, denominado rotor, que exerce sobre o líquido forças que resultam da aceleração que lhe imprime. Essa aceleração, ao contrário do que se verifica nas bombas de deslocamento positivo, não possui a mesma direção e o mesmo sentido do movimento do líquido em contato com as pás. As forças geradas são as de inércia e do tipo viscosas.

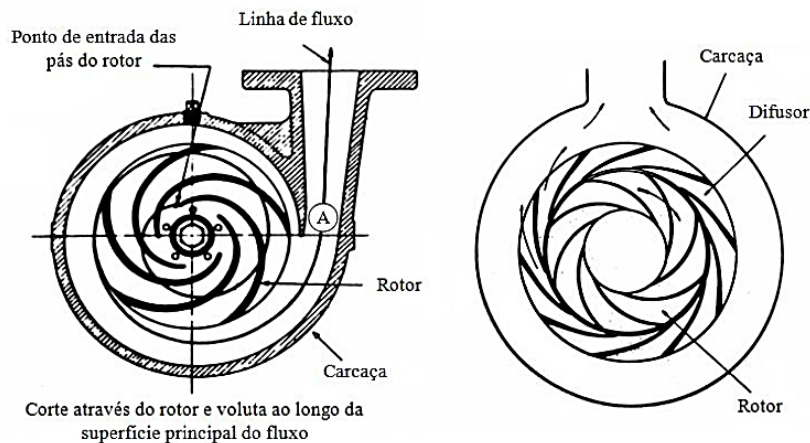
As forças de inércia são aquelas que surgem devido à aceleração do líquido dentro da bomba. Quando o rotor da turbobomba gira, ele acelera o líquido, e essa aceleração gera uma força inercial no fluido. As forças viscosas referem-se a forças que são proporcionais à viscosidade do fluido e à velocidade de cisalhamento ou taxa de deformação do fluido. Essas forças viscosas atuam no fluido em movimento, complementando as forças inerciais geradas pela aceleração imposta pelo rotor da turbobomba. Elas são essenciais para entender o

comportamento do líquido ao passar pelas pás do rotor, influenciando a eficiência e o desempenho da bomba (BRASIL, 2010).

A descarga gerada depende das características da bomba, do número de rotações e das características do sistema de encanamentos ao qual estiver ligada. Apresentam capacidade de 0,5 m³/h até 20.000 m³/h e trabalham com alturas manométricas entre 1,5 a 5000 mca (metros de coluna de água). Caracterizam-se por ausência de pulsação em serviço contínuo (ALÉ, 2011).

Os elementos construtivos principais desses dispositivos são o rotor e o invólucro (carcaça), este último podendo ser em formato de voluta ou com palhetas difusoras (multiestágio), conforme ilustrado na Figura 6.

Figura 6 - Principais elementos de uma bomba centrífuga



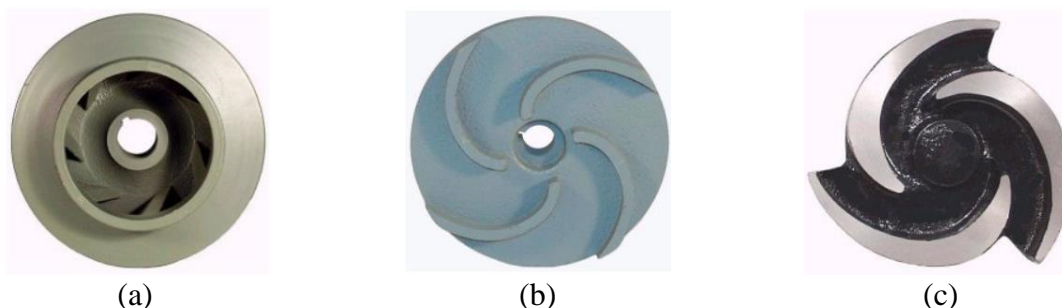
Fonte: Mattos e Falco, 2011.

Segundo Brasil (2010), O rotor, também chamado de "impulsor" ou "impelidor", tem a função de acelerar o líquido, fornecendo-lhe energia cinética para que ele se mova. Isso transforma a energia mecânica do rotor em energia cinética para o líquido. Em essência, o rotor é um disco ou uma peça em forma de cone com lâminas. O rotor pode ser:

- Fechado: este tipo de rotor possui discos na parte dianteira e traseira, com palhetas fixadas em ambos. Esse design impede que a água retorne à entrada de sucção, utilizando juntas móveis (anéis de desgaste) entre a carcaça e o rotor. Essas juntas móveis criam uma separação entre a câmara de sucção e a câmara de descarga. Conforme Figura 7.a;
- Semia-berto: possui apenas um disco ou parede traseira onde as palhetas são fixadas. Conforme Figura 7.b;

- Abertos: neste tipo de rotor as palhetas são fixadas diretamente no cubo do rotor. Conforme Figura 7.c.

Figura 7 - Rotores de turbobombas: (a) Fechado, (b) Semi-aberto e (c) Aberto



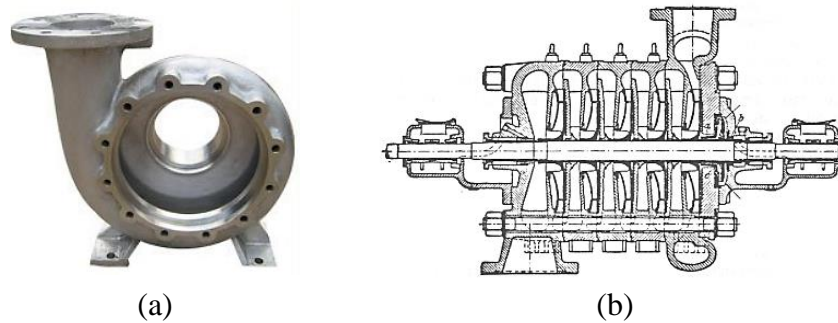
Fonte: Brasil, 2010.

Brasil (2010) também afirma que o líquido, após ser energizado no rotor, adquire grande velocidade. Não sendo possível nem recomendável a sua injeção direta na tubulação porque a perda de carga seria intensa, devido à função do quadrado da velocidade. Assim, o líquido expelido pelo rotor é encaminhado ao difusor, a quem compete: transformar a energia cinética do líquido em energia de pressão (o que se consegue construindo o difusor com canal ou canais de secção crescente) e coletar o líquido expelido pelo rotor e encaminhá-lo à tubulação de recalque.

Têm-se, assim, os seguintes tipos de difusores:

- Difusor de caixa espiral ou voluta: geralmente, é constituído pelo invólucro ou carcaça da bomba, formando um canal com área de secção transversal crescente ao redor do rotor. Este tipo de difusor é comumente utilizado em bombas de eixo horizontal e de um único estágio, sendo também conhecido como voluta da bomba. Conforme Figura 8.a;
- Difusor de palhetas diretrizes: Este tipo de difusor é comumente utilizado em bombas multicelulares. Além de converter a energia cinética em energia de pressão, sua função principal é direcionar o fluido para evitar colisões perpendiculares com a carcaça da bomba. Devido à necessidade de evitar choques perpendiculares do fluido com a carcaça, o difusor de palhetas diretrizes também é empregado em bombas unicelulares ou de um único estágio. Conforme Figura 8.b.

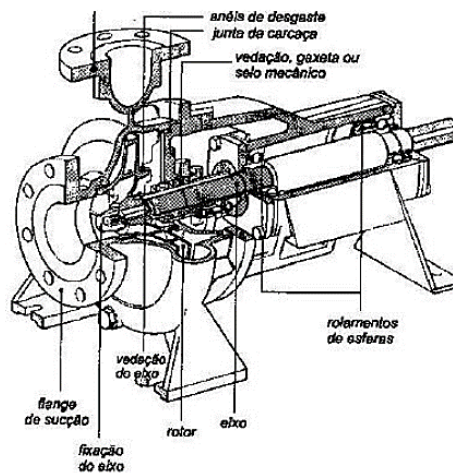
Figura 8 - Difusor: (a) voluta e (b) palhetas diretrizes



Fonte: Adaptado de Brasil, 2010.

Uma exemplificação mais detalhada dos componentes de uma bomba centrífuga pode ser observada na Figura 9.

Figura 9 - Detalhe de elementos de uma bomba centrífuga



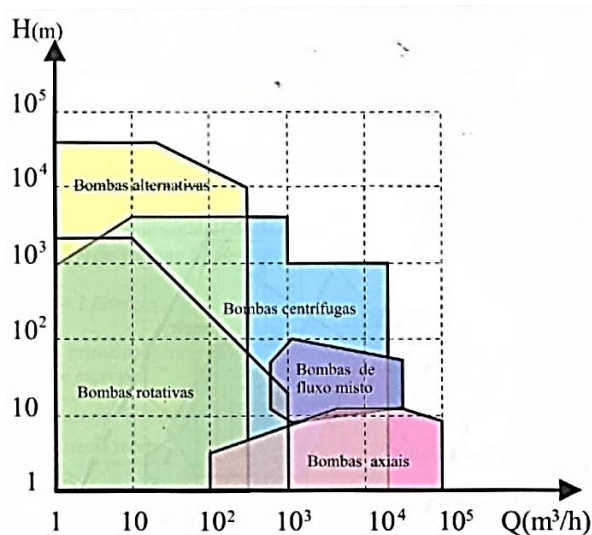
Fonte: Alé, 2011.

2.2.1 Especificação da bomba

A especificação das bombas é um aspecto fundamental na seleção e aplicação desses dispositivos em diferentes contextos industriais. Geralmente, as bombas são caracterizadas por dois parâmetros principais: a pressão máxima de operação e o deslocamento volumétrico, em uma determinada velocidade de rotação por minuto. A pressão máxima de operação é uma medida da capacidade da bomba de gerar pressão suficiente para vencer as resistências do sistema de tubulação e elevar o fluido até a altura desejada. Essa especificação é essencial para garantir que a bomba seja capaz de atender às demandas de pressão do processo industrial em que será utilizada. Já o deslocamento volumétrico indica a quantidade de fluido que a bomba pode transferir em um determinado período de tempo, geralmente medido em litros por minuto. Essa especificação é crucial para determinar a capacidade de vazão da bomba e,

consequentemente, sua adequação para a aplicação específica (HENN, 2006; BRASIL, 2010). A Figura 10, ilustra os campos de aplicação das bombas conforme a variação da vazão e altura manométrica do sistema. Para vazões de até 1000 m³/h e altura manométrica de até 1000 m, o ideal seria a utilização de bombas rotativas. Com o aumento da altura manométrica, mantendo o mesmo range de vazão, as bombas do tipo alternativas se tornam ideais. Para vazões acima de 1000 m³/h e altura manométrica de até 10 m, as bombas axiais são indicadas. Mantendo o range de vazão e aumentando a altura manométrica de 10 m para 100 m, surgem aplicações com bombas de fluxo misto. Acima de 100 m, é recomendado o uso de bombas do tipo centrífugas.

Figura 10 - Campos de aplicação de bombas



Fonte: Henn, 2006.

É importante ressaltar que a especificação das bombas pode variar dependendo do tipo e do modelo da bomba, bem como das exigências particulares de cada aplicação. Além disso, outros parâmetros, como eficiência, tamanho, material de construção e características operacionais, também devem ser considerados durante o processo de especificação para garantir o desempenho adequado da bomba no sistema em que será instalada (KARASSIK et al., 2001).

2.2.2 Funcionamento de uma bomba centrífuga

A bomba centrífuga requer um procedimento inicial de enchimento com o líquido a ser bombeado, conhecido como escorvamento. Isso se deve às folgas presentes entre o rotor, o coletor e o resto da estrutura da bomba, que impedem a expulsão eficaz do ar do corpo da bomba e do tubo de aspiração. Essa condição cria um diferencial de pressão que permite que a pressão, agindo sobre o líquido no reservatório de aspiração, preencha o espaço deixado pelo ar expelido,

possibilitando assim o funcionamento da bomba. A menos que sejam adotadas medidas construtivas especiais, a bomba não é autoescorvante (MACINTYRE, 1997).

Assim que o rotor começa a girar e o líquido contido nos canais formados pelas pás é movido, a força centrífuga gerada cria uma região de maior pressão na periferia do rotor e, conseqüentemente, uma de menor pressão na entrada, impulsionando o líquido em direção à saída dos canais do rotor e à boca de saída da bomba. Isso estabelece um gradiente hidráulico entre a entrada e a saída da bomba devido às diferentes pressões existentes nelas (MACINTYRE, 1997).

Devido à diferença de pressões gerada no interior da bomba durante o movimento de rotação, a pressão na entrada do rotor torna-se inferior à do reservatório de captação, resultando no fluxo do líquido através do tubo de aspiração, do reservatório inferior para a bomba (MACINTYRE, 1997). Ao mesmo tempo, a pressão na boca de saída da bomba, tornando-se superior à pressão estática na base da coluna líquida no tubo de saída, força o líquido a fluir para uma altura superior ou para uma área de pressão elevada (MACINTYRE, 1997).

Dessa forma, com a bomba em funcionamento, estabelece-se um caminho para o líquido fluir do reservatório inferior para o superior através do tubo de aspiração, dos canais do rotor e do difusor, e finalmente para o tubo de saída. É durante a passagem pelo rotor que ocorre a transformação da energia mecânica em energias de pressão e cinética, estas últimas sendo as formas de energia que o líquido pode possuir. A denominação "centrífuga" atribuída a esse tipo de bomba decorre do fato de ser a força centrífuga responsável pela maior parte da energia transmitida ao líquido ao atravessar a bomba (MACINTYRE, 1997).

2.3 PERDAS HIDRÁULICAS

Segundo Çengel e Ghajar (2012), a primeira lei da termodinâmica, também conhecida como princípio da conservação de energia, estabelece que a energia não pode ser criada nem destruída durante um processo, podendo apenas mudar de forma. Assim, toda quantidade de energia deve ser computada durante um processo. O princípio da conservação de energia (ou balanço de energia) para qualquer sistema sofrendo qualquer processo pode ser expresso da seguinte maneira: A variação líquida na energia total de um sistema durante um processo é igual à diferença entre a energia total recebida e a energia total rejeitada pelo sistema durante o processo.

No contexto das máquinas de fluxo, como as bombas, essa transformação de energia muitas vezes envolve processos irreversíveis que resultam em perdas hidráulicas e nos componentes internos da bomba nas quais estão associadas a eficiência mecânica e volumétrica.

As perdas hidráulicas em sistemas de bombeamento não apenas refletem uma degradação da energia, mas também destacam a importância de examinar as complexidades dos processos internos das bombas. Dentro deste contexto, a análise das perdas nesses componentes internos é essencial para compreender e otimizar a eficiência global do sistema (NUNES, 2020; BEZERRA, 2018).

As perdas hidráulicas nas bombas podem se manifestar de várias formas, influenciadas por fatores como a geometria da voluta, configuração da carcaça da bomba e design das pás do rotor. Por exemplo, a voluta desempenha um papel crucial na conversão da energia cinética do fluido em pressão, mas variações inadequadas em seu design podem resultar em perdas adicionais devido a turbulências e recirculações indesejadas. Da mesma forma, a geometria da carcaça da bomba é crucial, pois variações no diâmetro interno e ângulos de entrada e saída podem afetar as perdas hidráulicas. Mudanças bruscas no diâmetro interno, por exemplo, podem resultar em expansões repentinas do fluxo, aumentando as perdas de energia (WANG et al., 2024; GOU et al., 2023).

O design das pás do rotor também é fundamental, pois o ângulo, curvatura e espaçamento entre elas influenciam diretamente a eficiência da bomba. Pás mal projetadas podem causar turbulência excessiva, resultando em perdas significativas de energia (WANG et al., 2024; GOU et al., 2023).

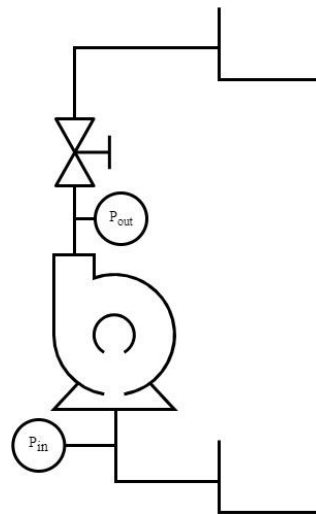
Assim, uma análise abrangente das perdas hidráulicas em uma bomba requer não apenas a compreensão das perdas no sistema de tubulação, mas também uma compreensão detalhada de todos os aspectos do design interno da bomba. A otimização da voluta, carcaça e pás do rotor pode reduzir as perdas internas da bomba, aumentando sua eficiência global e melhorando o desempenho do sistema de bombeamento.

2.4 ENERGIA TRANSMITIDA AO FLUÍDO

A operação padrão de bombeamento envolve o fornecimento de energia ao líquido para que ele possa realizar o trabalho de mover-se entre duas posições, superando as resistências encontradas ao longo do caminho. Esse trabalho consiste no deslocamento do peso do líquido e requer que a bomba forneça energia suficiente para superar as forças contrárias que possam surgir durante o processo.

Para facilitar a compreensão das equações discutidas nos próximos tópicos, é importante considerar o ponto de partida do tubo de recalque alinhado com o final do tubo de aspiração, ambos em um plano horizontal comum. Conforme a Figura 11.

Figura 11 - Balanço energético na instalação de uma turbobomba



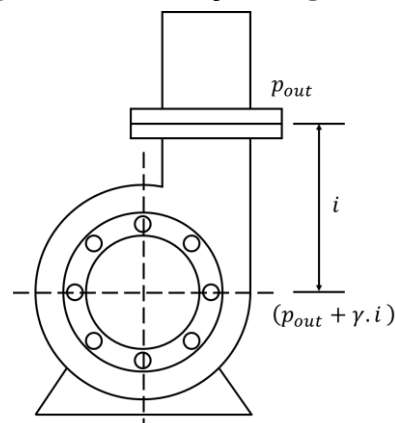
Fonte: Autoria própria, 2024.

Assim, podemos estabelecer que a pressão nesta seção de saída da bomba seja expressa pela Equação (1), a seguir:

$$p_{out} + \gamma \cdot i \quad (1)$$

Onde: p_{out} (Pa) representa a pressão real de saída da bomba, γ (N/m^3) é o peso específico do líquido e i (m) representa a altura entre o ponto central da bomba e o bocal de saída do fluído. Conforme ilustra a Figura 12.

Figura 12 - Indicação da grandeza i



Fonte: Adaptado de Macintyre, 1997.

2.4.1 Alturas estáticas

A altura estática de elevação, denotada por h_e (m), é uma medida da diferença de altura entre o nível de onde o líquido é captado (nível no reservatório de captação) e o nível onde o líquido é abandonado no meio ambiente ou outro ponto (nível na saída do tubo de

recalque). Ela é crucial na determinação da energia necessária para superar a gravidade e vencer as resistências do fluxo, influenciando diretamente na eficiência e no desempenho da bomba. Essa medida, também conhecida como altura topográfica ou altura geométrica, é essencial para projetar sistemas de bombeamento adequados às condições específicas de um determinado local, expressa através da Equação (2), a seguir (MACINTYRE, 1997):

$$h_e = h_a + h_r \quad (2)$$

Onde: h_a (m) é a altura de sucção, ou seja, a diferença de cota entre o nível livre no reservatório de captação e o centro da bomba; h_r (m) é a altura de recalque, ou seja, a diferença de cota entre o centro da bomba e o nível onde o líquido é abandonado no meio ambiente (ou outro ponto de descarga).

Em termos práticos, a altura estática de elevação reflete a elevação total que a bomba deve vencer, incluindo tanto a elevação do ponto de captação até a bomba quanto a elevação da bomba até o ponto de descarga (MACINTYRE, 1997).

2.4.2 Alturas dinâmicas

As alturas totais ou dinâmicas de uma bomba centrífuga referem-se à soma das alturas estáticas de elevação, que representam a diferença de altitude entre o ponto de entrada e de saída do líquido, com as alturas dinâmicas adicionais, as qual incluem a altura de velocidade, que é a energia cinética convertida em altura, e a altura de pressão, que representa a energia potencial devido à pressão do líquido na saída da bomba. Em conjunto, essas alturas totais ou dinâmicas são fundamentais para determinar a capacidade de uma bomba centrífuga em fornecer energia suficiente para elevar o líquido e vencendo as resistências ao longo do sistema de bombeamento (ALÉ, 2011; MACINTYRE, 1997).

2.4.2.1 Altura manométrica de sucção

Representada por H_a , é a diferença entre a altura representativas da pressão atmosférica local (H_b) e da altura correspondente à pressão no ponto de entrada da bomba (P_{in}), que supomos ser igual à da entrada do rotor (MACINTYRE, 1997). Conforme a Equação (3), a seguir:

$$H_a = H_b - \frac{p_{in}}{\gamma} \quad (3)$$

Onde: H_a (m) é a altura manométrica de sucção; H_b (m) é a altura representativas da pressão atmosférica local; p_{in} (Pa) é a pressão de sucção e γ (N/m³) é o peso específico do líquido.

A altura manométrica de sucção também pode ser expressa em termos da velocidade de sucção do fluido V_{in} (m/s), especialmente quando consideramos a aplicação da equação da conservação de energia entre a superfície livre do reservatório inferior. Conforme a Equação (5), a seguir:

$$H_a = h_a + \frac{V_{in}^2}{2g} + J_a \quad (4)$$

Onde: H_a (m) é a altura manométrica de sucção; h_a (m) é altura de sucção; V_{in} (m/s) é a velocidade de sucção do líquido; g (m/s²) é a aceleração da gravidade e J_a (m) é a perda de carga nas tubulações de sucção.

Portando, Macintyre (1997), afirma que a altura total de sucção representa, a energia que o líquido deve receber, para que, partindo do reservatório inferior, atinja a entrada da bomba, vencendo a altura h_a e as perdas de cargas passivas J_a , adquirindo a energia cinética.

2.4.2.2 Altura manométrica de recalque

Representada por H_r , é a diferença entre as alturas representativas da pressão na saída (convencionada) da bomba e a atmosférica (MACINTYRE, 1997), definida conforme a Equação (5), a seguir:

$$H_r = \left(\frac{p_{out}}{\gamma} + i \right) + H_b \quad (5)$$

Onde: H_r (m) é a altura manométrica de recalque; p_{out} (Pa) é a pressão de recalque; γ (N/m³) é o peso específico do líquido; i (m) é a altura entre o ponto central da bomba e o bocal de saída do fluido e H_b (m) é a altura representativas da pressão atmosférica local.

Segundo Macintyre (1997), se for considerado que a tubulação de recalque libera o líquido diretamente na atmosfera e se o líquido é conduzido pela tubulação a um reservatório superior de tal modo que, acima da boca do tubo de recalque, haja uma camada de líquido capaz de absorver toda a energia cinética devida à velocidade com que sai do tubo, podemos então expressar a equação da altura manométrica de recalque em termos de velocidade de recalque do fluido V_{out} (m/s). Conforme a Equação (6), a seguir:

$$H_r = h_r + J_r + \frac{V_{out}^2}{2g} \quad (6)$$

Onde: H_r (m) é a altura manométrica de recalque; h_r (m) é a altura de recalque; J_r (m) é a perda de carga nas tubulações de recalque; V_{out} (m/s) é a velocidade de recalque do líquido e g (m/s²) é a aceleração da gravidade.

2.4.2.3 Altura útil de elevação

Representada por H_u , é a energia que a unidade de peso de líquido adquire em sua passagem pela bomba. Seu valor é medido aplicando a equação da conservação da energia entre as seções de saída (convencionada) e de entrada da bomba. Por conta desta energia, o líquido escoo no sistema de tubulação (MACINTYRE, 1997). Conforme a Equação (7), a seguir:

$$H_u = \left(\frac{p_{out}}{\gamma} + i + \frac{V_{out}^2}{2g} \right) - \left(\frac{p_{in}}{\gamma} + \frac{V_{in}^2}{2g} \right) \quad (7)$$

Onde: H_u (m) é a altura útil de elevação; p_{out} (Pa) é a pressão de recalque; γ (N/m³) é o peso específico do líquido; i (m) é a altura entre o ponto central da bomba e o bocal de saída do fluído; V_{out} (m/s) é a velocidade de recalque do líquido; g (m/s²) é a aceleração da gravidade; p_{in} (Pa) é a pressão de sucção e V_{in} (m/s) é a velocidade de sucção do líquido.

2.4.2.4 Altura total de elevação

Representada por H_e , é a energia total que o rotor deve fornecer a cada quilograma-força (kgf) de líquido. Este valor leva em conta as perdas de natureza hidráulica ocorridas no interior da bomba, sendo igual à soma da altura útil (energia aproveitável para o escoamento fora da bomba) com as perdas de energia dentro da bomba (MACINTYRE, 1997). Conforme a Equação (8), a seguir:

$$H_e = H_u + J_\varepsilon \quad (8)$$

Onde: H_e (m) é a altura total de elevação; H_u (m) é a altura útil de elevação e J_ε (m) são as perdas hidráulicas por kgf de líquido escoado.

Devido às perdas mecânicas, principalmente nos mancais e dispositivos de vedação, o motor deverá fornecer uma energia maior do que H_e para compensar essas perdas (MACINTYRE, 1997).

2.4.2.5 *Altura motriz de elevação*

Representada por H_m , essa grandeza traduz o trabalho exterior necessário que deve ser fornecido ao rotor por quilograma-força (kgf) de líquido escoado. Esse trabalho é necessário para vencer o trabalho resistente mecânico desenvolvido nos mancais e ceder ao líquido a energia representada por H_e (MACINTYRE, 1997). Conforme a Equação (9), a seguir:

$$H_m = H_e + J_p \quad (9)$$

Onde: H_m (m) é a altura motriz de elevação; H_e (m) é a altura total de elevação; e J_p (m) representa as perdas hidráulicas devido ao atrito e mancais.

2.4.3 **Potências**

De acordo com Macintyre (1997), ao lidar com bombas, é essencial considerar as seguintes potências:

2.4.3.1 *Potência Motriz*

Conhecida como potência consumida pela bomba, esta é a energia fornecida pelo motor ao eixo da bomba, e pode ser medida utilizando um freio dinamométrico. Conforme Equação (10) (MACINTYRE, 1997).

$$L_m = \gamma Q H_m \quad (10)$$

Onde: L_m (W) é a potência motriz; γ (N/m³) é o peso específico do líquido; Q (m³/s) é a vazão e H_m (m) é a altura motriz de elevação.

2.4.3.2 *Potência de elevação*

Segundo Macintyre (1997), nem toda a potência fornecida ao eixo da bomba é aproveitada na transmissão de energia ao líquido pelo rotor. Uma parte se perde por atritos mecânicos nos mancais e gaxetas. Assim, as pás do rotor cedem ao líquido apenas a energia H_e , que representa a altura total de elevação. Portanto, a potência cedida pelo rotor ao líquido é a potência de elevação. Conforme a Equação (11):

$$L_e = \gamma Q H_e \quad (11)$$

Onde: L_e (W) é a potência de elevação; γ (N/m³) é o peso específico do líquido; Q (m³/s) é a vazão e H_e (m) é a altura total de elevação.

2.4.3.3 Potência útil

Segundo Macintyre (1997), nem toda a energia cedida pelo rotor é aproveitada pelo líquido para realizar o trabalho de escoamento, que é a altura útil. Uma parte se perde no interior da própria bomba devido a diversas perdas hidráulicas. Portanto, a potência útil é aquela correspondente à energia aproveitada pelo líquido para seu escoamento fora da bomba. Essa potência é conhecida como *pump output* ou *liquid horse-power*. Conforme a Equação (12).

$$L_u = \gamma Q H_u \quad (12)$$

Onde: L_u (W) é a potência útil; γ (N/m³) é o peso específico do líquido; Q (m³/s) é a vazão e H_u (m) é a altura útil de elevação;

Caso seja necessário calcular o torque ou momento no eixo da máquina de fluido, o que é crucial para a seleção apropriada do motor ou gerador, podemos utilizar a Equação (13) (HENN, 2006):

$$M = \frac{P}{\omega} = \frac{P}{2\pi n} \quad (13)$$

Onde: M (Nm) é o torque da máquina; P (W) é a potência; ω (rad/s) é a velocidade angular de rotação e n (Hz) é a velocidade de rotação da máquina.

2.4.4 Rendimentos

O rendimento de uma bomba centrífuga é uma medida da eficiência com que a energia fornecida à bomba é convertida em energia hidráulica para mover o fluido. Em termos simples, é a relação entre a energia útil transferida ao fluido (como pressão ou energia cinética) e a energia total fornecida à bomba. Um rendimento mais alto indica uma bomba mais eficiente, onde menos energia é perdida durante o processo de bombeamento. Este conceito é essencial na seleção e operação de bombas, pois um rendimento mais elevado geralmente significa menor consumo de energia e custos operacionais reduzidos. Abaixo é exemplificado os principais tipos de rendimento (ALÉ, 2011; MACINTYRE, 1997).

2.4.4.1 Rendimento mecânico

Segundo Macintyre (1997), é a relação entre a potência de elevação e a motriz, expressa pela Equação (14), a seguir:

$$\eta_m = \frac{L_e}{L_m} = \frac{H_e}{H_m} \quad (14)$$

Onde: η_m (*adimensional*) é o rendimento mecânico; L_e (W) é a potência de elevação; L_m (W) é a potência motriz; H_e (m) é a altura total de elevação e H_m (m) é a altura motriz de elevação;

Destaca-se que o rendimento mecânico varia geralmente entre 92 e 95% nas bombas modernas, sendo os valores mais elevados associados às bombas de maiores dimensões. Este intervalo de rendimento é indicativo da eficiência das bombas, onde valores mais próximos dos 100%, como os mencionados, sugerem uma menor perda de energia durante o processo de bombeamento. Nas bombas maiores, espera-se um rendimento mecânico mais elevado devido à sua capacidade de lidar com volumes de fluido maiores de forma mais eficiente (ALÉ, 2011; MACINTYRE, 1997).

2.4.4.2 *Rendimento hidráulico*

Segundo Macintyre (1997), é a relação entre a potência de útil e a de elevação, conforme Equação (15), a seguir:

$$\eta_h = \frac{L_u}{L_e} = \frac{H_u}{H_e} \quad (15)$$

Onde: η_h (*adimensional*) é o rendimento hidráulico; L_u (W) é a potência útil; L_e (W) é a potência de elevação; H_u (m) é a altura útil de elevação e H_e (m) é a altura total de elevação.

Destaca-se que o rendimento hidráulico varia consideravelmente, situando-se em torno de 50% em bombas de menor porte e alcançando até 90% em grandes bombas, especialmente aquelas que são bem projetadas e fabricadas com precisão. Em termos gerais, valores entre 85% e 88% são comumente considerados no projeto de bombas, representando um ponto médio aceitável em termos de eficiência hidráulica (ALÉ, 2011; MACINTYRE, 1997).

2.4.4.3 *Rendimento total ou global*

Segundo Macintyre (1997), é a relação entre a potência de útil e a motriz, denotada pela Equação (16), a seguir:

$$\eta_t = \frac{L_u}{L_m} = \frac{H_u}{H_m} \quad (16)$$

Onde: η_t (*adimensional*) é o rendimento total ou global; L_u (W) é a potência útil; L_m (W) é a potência motriz; H_u (m) é a altura útil de elevação e H_m (m) é a altura motriz de elevação.

Alé (2011) e Macintyre (1997), ressaltam que no estudo das curvas de rendimento, nas grandes bombas centrífugas, o rendimento geralmente ultrapassa os 85%. Em contrapartida, nas pequenas, dependendo do tipo e das condições de operação, pode cair para menos de 40%, isso ocorre devido a perdas por atrito, menor eficiência hidráulica, perdas mecânicas e condições de operações. Para uma estimativa geral, considera-se um rendimento em torno de 60% para bombas pequenas e 75% para bombas de médio porte. Ao considerarmos a relação entre a altura útil (H_u) e o fluxo volumétrico (Q), como geralmente é feito pelos fabricantes em seus catálogos, expressando essa grandeza em metros e o fluxo volumétrico em metros cúbicos por segundo, obtemos Equação (17), a seguir:

$$P = \frac{\gamma \cdot Q \cdot H}{\eta_t} \quad (17)$$

Onde: P (W) é a potência requerida em função do rendimento; γ (N/m^3) é o peso específico do líquido; Q (m^3/s) é a vazão; H (m) é a altura manométrica obtida nos ensaios de bombas e η_t (*adimensional*) é o rendimento total ou global.

É importante observar que o valor experimental de η_t já considera a substituição de H_u por H, uma vez que o parâmetro medido no ensaio é H.

2.5 CURVAS CARACTERÍSTICAS DO SISTEMA

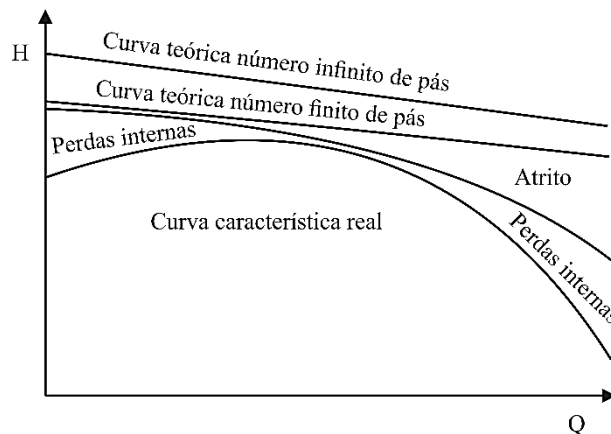
As curvas características das bombas são experimentações realizadas pelo fabricante e transcritas em seu manual técnico por meio de gráficos. Esses gráficos representam as condições hidráulicas em que a bomba trabalha com determinada rotação na unidade de tempo, geralmente expressa em rpm (rotações por minuto). Nas curvas estão detalhadas as características de funcionamento da bomba, incluindo a relação entre vazão, altura manométrica total, potência absorvida e eficiência em diferentes pontos de operação. A vazão refere-se à quantidade de fluido que a bomba pode mover por unidade de tempo, enquanto a altura manométrica total representa a energia fornecida ao fluido por unidade de peso. A potência absorvida indica a energia que o motor da bomba precisa fornecer para mover o fluido, e a eficiência mostra quão eficazmente a bomba converte a energia fornecida pelo motor em energia hidráulica útil. Além disso, as curvas incluem o NPSH Requerido (NPSHr), que é a

altura de sucção líquida positiva necessária para evitar cavitação, indicando a pressão mínima requerida na entrada da bomba para evitar a formação de vapor no fluido bombeado. Essas condições são essenciais para entender e prever o comportamento da bomba em diferentes cenários de operação, garantindo sua seleção e utilização adequadas para aplicações específicas (VERDE, 2018; ELETROBRÁS, 2009; COSTA et al., 2001).

A energia mecânica, gerada pelo rotor, é transferida ao líquido. A intensidade das forças centrífugas varia com as dimensões, forma e número de rotações do rotor ou propulsor. Quando se altera um destes parâmetros altera-se, também, a curva característica.

As curvas características da bomba são obtidas da seguinte forma: para cada valor da vazão recalçada, regulada através do registro de recalque, são medidos os correspondentes valores da altura manométrica, da potência de acionamento e do rendimento, anotando-os em uma ficha chamada folha de teste da bomba. Posteriormente, a curva característica da bomba é construída. A Figura 13 exemplifica uma curva característica típica, mostrando a relação entre a altura manométrica (H), medida em metros, e a vazão (Q), medida em metros cúbicos por hora (m^3/h), de uma bomba centrífuga. Essa curva revela os diversos efeitos causados pela turbulência, atrito e recirculação do escoamento, resultando na modificação da curva teórica para uma curva real durante o teste experimental da bomba (FRAGA; VICTORIA, 2021; CALGARO et al., 2008).

Figura 13 - Curva característica real de uma bomba centrífuga



Fonte: Adaptado de Alé, 2011.

Fox et al. (2014) ressaltam que a curva $H-Q$ obtida a partir de dados experimentais pode ser ajustada por meio de uma curva parabólica descrita pela equação $H = H_0 - AQ^2$. Geralmente, as curvas fornecidas pelos fabricantes recebem tal ajuste. Esse ajuste pode ser utilizado também para as curvas obtidas numericamente no *software* Ansys Fluent. Ao utilizar essa abordagem, pode-se determinar os parâmetros H_0 e A que melhor descrevem o

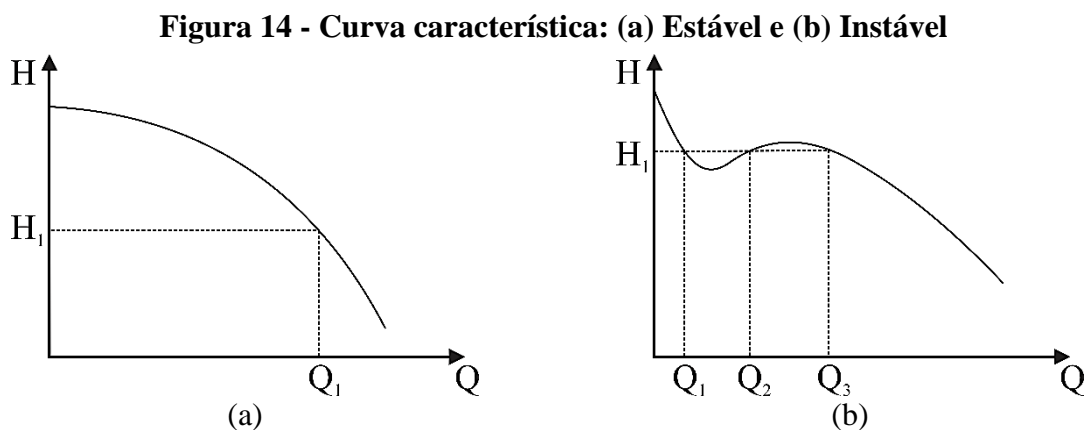
comportamento dos dados simulados, facilitando a comparação com dados experimentais e auxiliando no desenvolvimento de modelos preditivos mais precisos. Além disso, ajustar os dados simulados a uma equação parabólica pode ajudar a identificar tendências e comportamentos subjacentes que podem não ser imediatamente evidentes nos dados brutos. Isso é especialmente útil em contextos em que a previsão precisa do comportamento de sistemas físicos é crucial, como na engenharia e na ciência aplicada.

2.5.1 Tipos de curvas características

Segundo Verde (2018) e Costa et al. (2001), as curvas características das bombas classificam-se em:

- **Estáveis:** para cada valor de altura manométrica (H_m), existe um único valor de vazão (Q). Isso significa que a curva característica da bomba, que relaciona H_m e Q , é monotônica e não possui inflexões significativas. Em termos práticos, a curva é contínua e decrescente, indicando que à medida que a vazão aumenta, a altura manométrica diminui de forma previsível e única.
- **Instáveis:** para um mesmo valor de altura manométrica (H_m), podem corresponder dois ou mais valores de vazão (Q). Isso ocorre devido à forma da curva característica da bomba, que possui inflexões ou regiões não monotônicas. Em uma seção da curva, um mesmo valor de H_m pode ser encontrado em diferentes pontos de Q , indicando múltiplos estados de operação possíveis para uma mesma altura manométrica.

A Figura 14 a seguir, exemplifica a diferença entre os dois tipos de curvas características.



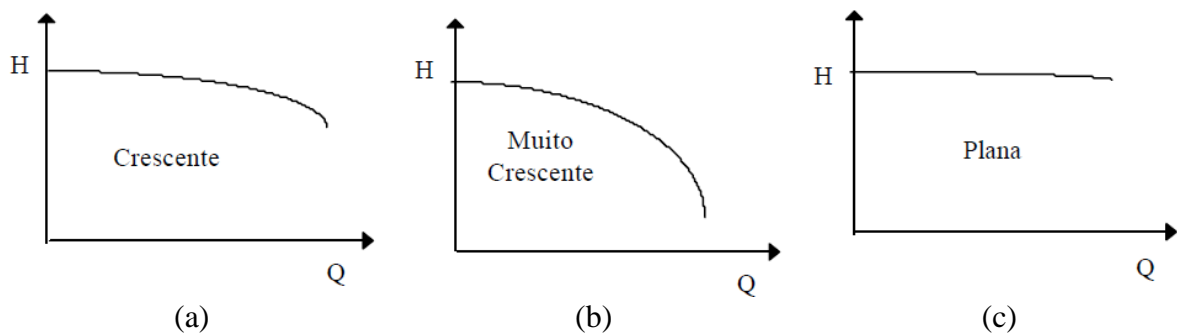
Fonte: Adaptado de Costa et al., 2001.

Segundo Verde (2018) e Costa et al. (2001), as curvas estáveis podem ser classificadas da seguinte forma:

- Crescente: são curvas estáveis, em que a altura de elevação aumenta continuamente com a diminuição da vazão. Conforme a Figura 15.a;
- Muito crescente: são curvas estáveis, em que existe grande variação de altura de elevação para uma pequena variação de vazão. Essas curvas ocorrem com frequência para bombas com poucas pás, pequenos ângulos de saída e espessura reduzida do rotor. As bombas de múltiplos estágios também tendem a apresentar curvas de elevação com essa característica. Conforme a Figura 15.b;
- Plana: são curvas estáveis, em que a altura de elevação varia pouco em função da variação da vazão. As bombas com elevado número de pás, grandes ângulos de saída e rotores espessos apresentam curvas com essa característica. As associações de bombas em paralelo também tendem a apresentar esse comportamento.

A Figura 15 a seguir, exemplifica a diferença entre os tipos de curvas característica estáveis.

Figura 15 - Tipos de curvas estáveis: (a) Crescente, (b) Muito crescente e (c) Plana



Fonte: Costa et al., 2001.

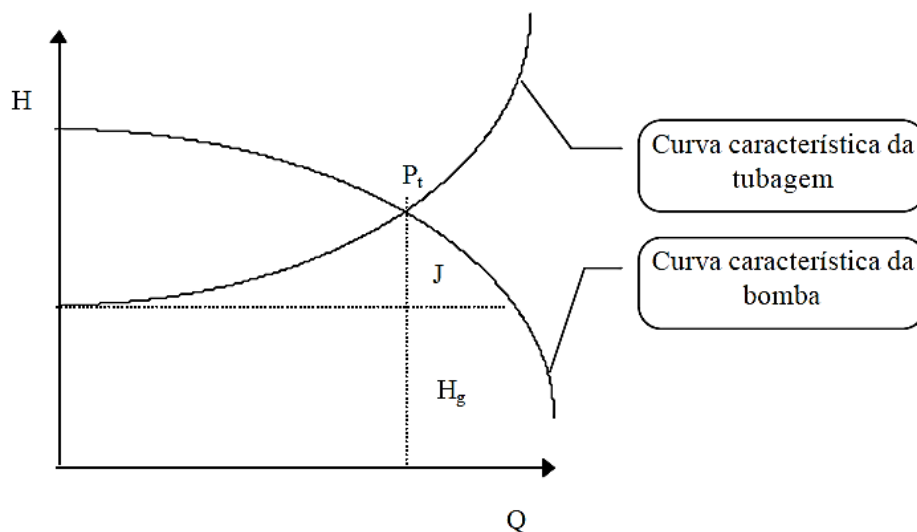
2.5.2 Ponto de operação

Nas bombas de tipo crescente, a maior altura manométrica ocorre no ponto em que a vazão é nula, também conhecido como "*shut-off*". Nesse ponto, a bomba opera com sua rotação normal, mas com as válvulas da tubulação completamente fechadas. Isso ocorre porque quando as válvulas estão fechadas, o fluido não pode circular pelo sistema. A bomba continua a girar normalmente, mas sem permitir a passagem de fluido, resultando em um aumento significativo na pressão e altura manométrica desenvolvida pela bomba. Sem vazão de líquido, não há

recirculação dentro da bomba ou no sistema. Isso leva a uma pressão estática máxima dentro da bomba, porque toda a energia fornecida pelo motor é convertida em pressão estática no fluido. Além disso, com as válvulas fechadas, a bomba ainda precisa fornecer torque suficiente para superar a resistência ao movimento do fluido no interior do sistema, o que aumenta a carga sobre o motor e o sistema de acionamento da bomba. O design da bomba, incluindo o número de pás, geometria do rotor e configuração das válvulas, influencia diretamente a altura manométrica máxima que a bomba pode alcançar no ponto de *shut-off*. Bombas projetadas para altas alturas manométricas podem atingir valores significativos nesse ponto (FRAGA; VICTORIA, 2021; VERDE, 2018; COSTA et al., 2001).

Mantendo a bomba em operação e abrindo gradualmente a válvula, a água começa a fluir, causando perdas de carga na altura manométrica. A pressão manométrica do sistema diminui até atingir o equilíbrio no ponto em que as curvas características da bomba e do sistema se cruzam (COSTA et al., 2001). Conforme Figura 16, a seguir.

Figura 16 - Ponto de operação de uma bomba centrífuga



Fonte: Costa et al., 2001.

O ponto de trabalho ou ponto de operação da bomba, P_t , é definido pelo cruzamento das curvas características da bomba e da tubulação. A vazão Q_t no ponto P_t é alcançada com a válvula totalmente aberta. A vazão aumenta de zero até Q_t , e a altura manométrica cresce de H_g até seu valor de funcionamento (COSTA et al., 2001).

3 FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

No decorrer deste capítulo, será detalhada a modelagem matemática que fundamenta as simulações computacionais, as quais visam produzir os resultados almejados neste estudo. Essa modelagem desempenha um papel essencial ao fornecer a estrutura necessária para a análise e compreensão do fenômeno em questão, constituindo-se como alicerce para a investigação conduzida neste trabalho.

3.1 CONSERVAÇÃO DA MASSA

A equação diferencial da conservação da massa, também conhecida como a equação de continuidade, desempenha um papel fundamental nos estudos de dinâmica dos fluidos. Ela expressa a lei da conservação da massa para um sistema fluido em movimento e é uma das equações básicas que governam o comportamento dos fluidos (WHITE, 2011; ANDERSON, 1995). Segundo White (2011), esta equação é expressa como:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho V) = 0 \quad (18)$$

Onde: ρ (kg/m^3) é a massa específica do fluido; t (s) é o tempo; ∇ é o operador diferencial que calcula a divergência de um campo vetorial e V (m/s) é a componente da velocidade.

Do ponto de vista científico, a equação de conservação da massa é obtida a partir do princípio de conservação da massa, que afirma que a taxa de variação da massa dentro de um volume de controle é igual à diferença entre a massa que entra e a massa que sai desse volume. Na mecânica dos fluidos, essa equação é expressa como uma equação diferencial que descreve como a densidade de massa de um fluido varia em relação ao tempo e à posição no espaço, levando em conta o fluxo de massa através das fronteiras do volume de controle (WHITE, 2011; ANDERSON, 1995).

A importância da equação de conservação da massa nos cálculos da mecânica dos fluidos computacional reside no fato de que ela fornece uma base fundamental para a modelagem e simulação de fenômenos fluidodinâmicos. Ao resolver essa equação em conjunto com outras equações que descrevem o comportamento do fluido, como as equações de Navier-Stokes, é possível prever e analisar o fluxo de fluido em diferentes condições e geometrias (WHITE, 2011; ANDERSON, 1995).

Além disso, a equação de conservação da massa é essencial para garantir a consistência e a precisão dos resultados obtidos por meio de métodos computacionais. Ela serve como uma

restrição física que deve ser satisfeita em todas as simulações numéricas, garantindo a validade dos modelos e a confiabilidade das previsões feitas com base neles (WHITE, 2011; ANDERSON, 1995).

Portanto, a equação diferencial da conservação da massa é uma equação fundamental na mecânica dos fluidos que precisa ser satisfeita, permitindo a análise e o projeto de uma ampla gama de sistemas e processos fluidodinâmicos com precisão e confiabilidade.

3.2 QUANTIDADE DE MOVIMENTO

Segundo Fox et al. (2014), as equações de movimento, conhecidas como equações de Navier-Stokes, são derivadas da conservação de massa e momento. Elas fornecem um conjunto de equações diferenciais parciais que descrevem a evolução temporal e espacial das variáveis de fluxo, como velocidade e pressão, em um fluido. Estas equações são altamente complexas devido à sua não linearidade e à presença de termos que representam interações viscosas e inerciais. No entanto, podem ser bastante simplificadas quando aplicadas ao escoamento incompressível com viscosidade constante. Conforme, mostrado pela Equação (19) a seguir.

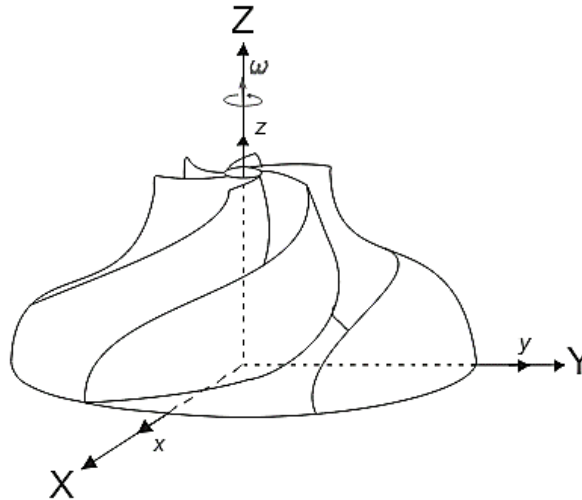
$$\rho \frac{DV}{Dt} = -\nabla p + \rho g + \mu \nabla^2 V \quad (19)$$

Onde: ρ (kg/m^3) é massa específica do fluido; V (m/s) é a componente da velocidade; t (s) é o tempo; ∇ é o operador diferencial que calcula a divergência de um campo vetorial; p (Pa) é a pressão; g (m/s^2) é a aceleração da gravidade; μ ($Pa \cdot s$) é a viscosidade dinâmica do fluido.

Em princípio, essas quatro equações descrevem muitos escoamentos comuns; as únicas restrições são que o fluido deve ser newtoniano (com uma viscosidade constante) e incompressível (FOX et al., 2014).

Segundo Segala (2010), o estudo do escoamento do interior de domínios providos de rotação é essencial a utilização de um sistema de coordenadas que acompanhe o giro deste domínio. Na qual facilita a implementação de diversos parâmetros do programa numérico, como por exemplo, construção da malha, aplicação das condições de contorno e processamento dos resultados. Na Figura 17 apresenta-se um sistema de coordenadas não inercial (x , y e z), que acompanha a rotação do rotor, ao lado de um sistema de coordenadas inerciais (X , Y e Z).

Figura 17 - Sistema de coordenadas rotativo aplicado a uma bomba centrífuga



Fonte: Segala, 2010.

Por meio da aplicação dos conceitos de velocidade e aceleração relativa, é viável derivar as equações fundamentais de conservação da massa e da quantidade de movimento, empregando um sistema de coordenadas não inercial. Conforme as Equações (20) e (21), a seguir:

$$\nabla \cdot \vec{V} = 0 \quad (20)$$

$$\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \vec{V} + \vec{g} = 2\vec{\omega} \cdot \vec{V} + \vec{\omega} \cdot (\vec{\omega} \cdot \vec{r}) + \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \vec{V} \cdot \nabla \quad (21)$$

Considerando os elementos do sistema, onde, p (Pa) representa a pressão, ρ (kg/m^3) a massa específica do fluido, ν (m^2/s) a viscosidade cinemática, \vec{V} (m/s) é o vetor velocidade do fluido no sistema de coordenadas não inercial, $\vec{\omega}$ (rad/s) a velocidade angular do rotor, \vec{g} (m/s^2) a aceleração devido à gravidade e \vec{r} (m) o vetor posição de uma partícula fluida em relação à origem do sistema de coordenadas não inercial.

3.3 TURBULÊNCIA

De acordo com Dhinsa et al. (2004) e Hinze (1975), a transição à turbulência identificada por Reynolds, é caracterizada por movimentos irregulares e caóticos de um fluido. Ela é um estado de fluxo no qual as propriedades do fluido, como velocidade e pressão, variam aleatoriamente no tempo e no espaço. A turbulência é frequentemente descrita por padrões complexos de vórtices e flutuações de energia em diferentes escalas espaciais e temporais. Esses padrões turbulentos são essenciais para entender fenômenos como a mistura de fluidos,

transferência de calor e massa, e são de grande importância em diversas áreas da engenharia e ciências naturais.

O número de Reynolds é um parâmetro adimensional fundamental na mecânica dos fluidos, que descreve a relação entre as forças inerciais e viscosas em um escoamento. Ele é calculado pela razão entre a velocidade do fluido, o comprimento característico do sistema e a viscosidade do fluido. Esse número desempenha um papel crucial na determinação do comportamento do fluxo. Quando o número de Reynolds é baixo, as forças viscosas são dominantes e o fluxo tende a ser laminar e suave. Por outro lado, quando o número de Reynolds é alto, as forças inerciais predominam e o fluxo pode se tornar turbulento e caótico. Assim, o número de Reynolds é essencial para compreender a transição entre os diferentes regimes de fluxo. Este número pode ser calculado através da Equação (22), a seguir:

$$Re = \frac{\rho VL}{\mu} = \frac{VL}{\nu} \quad (22)$$

Tal que V e L são escalas de velocidade em m/s e de comprimento em m , características do escoamento. A segunda forma de Re ilustra que a razão entre ρ (kg/m^3) e μ ($Pa \cdot s$) tem seu próprio nome, que é a viscosidade cinemática ν (m^2/s).

3.3.1 Camada limite de velocidade

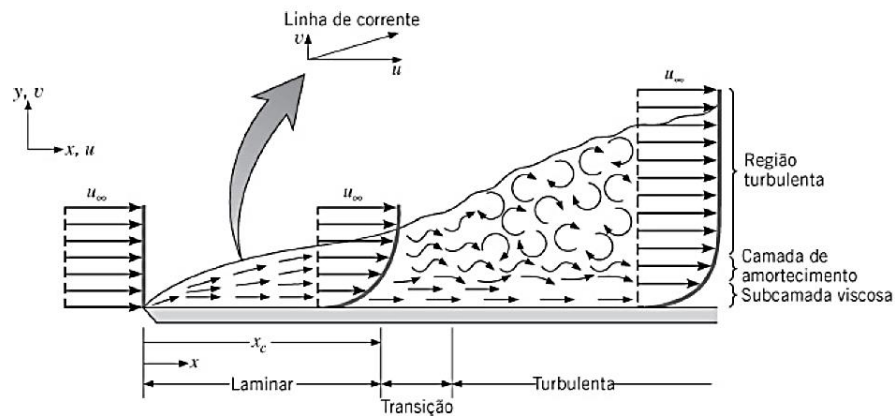
Segundo Incropera et al. (2014), a camada limite de velocidade é definida como a região próxima à superfície de um corpo imerso em um fluido onde os efeitos viscosos são predominantes, fazendo com que a velocidade do fluido varie de zero, na superfície (devido à condição de não deslizamento), até a velocidade do fluxo livre longe da superfície. A camada limite é caracterizada pelo desenvolvimento de um perfil de velocidade onde o gradiente de velocidade é significativo e a tensão de cisalhamento é alta. Essa região é crucial para a análise de fenômenos de transferência de calor e massa, bem como para o entendimento do comportamento fluidodinâmico em diversas aplicações de engenharia, como o design de bombas e trocadores de calor.

O desenvolvimento da camada-limite depende do regime de escoamento, que pode ser do tipo laminar ou turbulento. Na camada-limite laminar, o movimento do fluido é altamente ordenado, sendo possível identificar linhas de corrente ao longo das quais as partículas do fluido se movem. O comportamento altamente ordenado continua até que uma zona de transição é atingida, ao longo da qual ocorre uma conversão das condições laminares para as turbulentas. As condições na zona de transição mudam com o tempo, com o escoamento às vezes mostrando

comportamento laminar e às vezes exibindo características de escoamento turbulento (INCROPERA et al., 2014).

Incropera et al. (2014), afirmam que o escoamento na camada-limite completamente turbulenta é, em geral, altamente irregular, sendo caracterizado pelo movimento tridimensional aleatório de parcelas relativamente grandes do fluido. A mistura no interior da camada-limite direciona fluido com alta velocidade na direção da superfície do sólido e transfere fluido com movimento mais lento mais para dentro da corrente livre. A Figura 18 exemplifica este fenômeno.

Figura 18 - Desenvolvimento da camada-limite de velocidade sobre uma placa plana



Fonte: Incropera et al., 2014.

A camada limite é crucial no estudo e dimensionamento de bombas devido à sua influência direta sobre os fenômenos de atrito, separação de fluxo e perda de carga, que são determinantes na eficiência e no desempenho de bombas.

Em bombas, o comportamento da camada limite impacta diretamente o fluxo do fluido através dos componentes internos, como rotores e volutas, afetando a distribuição de pressão e a ocorrência de cavitação (KUNDU et al., 2016; WHITE, 2011).

Ao considerar o projeto de bombas, é essencial entender como a camada limite afeta a eficiência hidráulica. A formação de uma camada limite espessa pode levar à separação do fluxo, o que resulta em perdas de energia e redução da eficiência da bomba. Além disso, a cavitação, que ocorre quando a pressão do fluido cai abaixo da pressão de vapor, pode ser exacerbada por irregularidades na camada limite, causando danos aos componentes da bomba (KUNDU et al., 2016; WHITE, 2011).

A análise da camada limite também permite otimizar o design de componentes como as pás do rotor, minimizando as perdas de atrito e melhorando o desempenho geral. Métodos

como a teoria da camada limite de Prandtl fornecem as bases para entender esses fenômenos e aplicá-los em soluções práticas no design de bombas (KUNDU et al., 2016; WHITE, 2011).

3.3.2 Modelos de turbulência

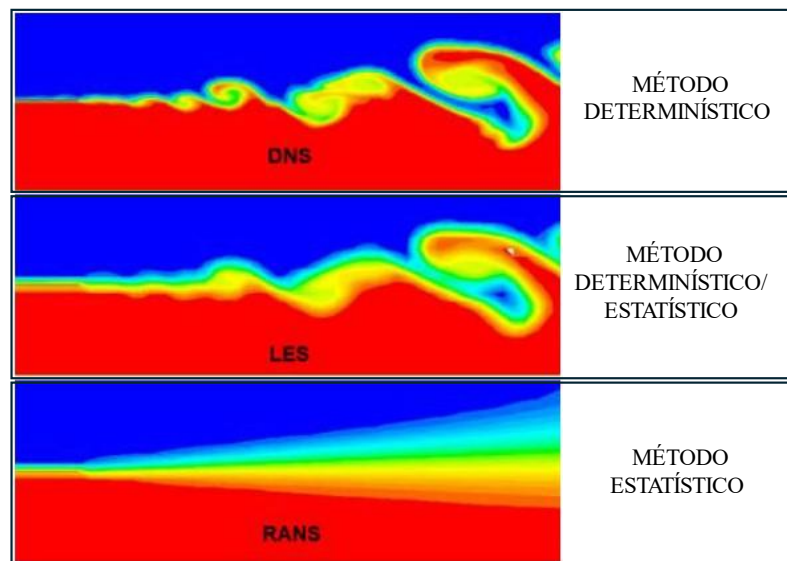
Segundo Souza et al. (2011), a modelagem numérica é uma das ferramentas disponíveis para o estudo da turbulência. Ela é fundamental para a solução de problemas mais complexos e tem sido foco de grandes esforços de desenvolvimento. Essa abordagem é essencial para obter respostas mais rápidas e precisas em relação ao comportamento turbulento dos fluidos. No entanto, dentro da modelagem numérica, existem diferentes técnicas de abordagem, destacando-se algumas metodologias específicas:

- **Modelo DNS (*Direct Numerical Simulation*)**. Este modelo é o mais complexo e intensivo em termos computacionais, pois requer a resolução das equações completas de Navier-Stokes para cada ponto da malha, cobrindo todas as escalas temporais e espaciais do movimento. No entanto, enfrenta o desafio do fluxo turbulento, que é sempre tridimensional e transiente, caracterizado pela presença de numerosos vórtices que abrangem uma vasta gama de escalas de comprimento e tempo. Para capturar todas essas características, é necessário um refinamento extremo na discretização espacial e temporal, o que implica em um alto custo computacional (SOUZA et. al; 2011; NETO, 2002).
- **Modelo LES (*Large Eddy Simulation*)**. Este método de simulação ocupa uma posição intermediária em termos de complexidade e exigência computacional entre o DNS e o RANS. No LES, as escalas maiores da turbulência são resolvidas diretamente, enquanto as escalas menores são tratadas por meio de modelos de subgrade estatísticos. Isso possibilita uma abordagem personalizada na resolução das escalas turbulentas, demandando um alto poder de processamento, embora menos do que o exigido pelo DNS (SOUZA et. al; 2011; CORRÊA, 2016);
- **Modelo RANS (*Reynolds Averaged Navier-Stokes*)**. Os modelos RANS são os menos dispendiosos em termos computacionais entre os três tipos mencionados. Eles são derivados pela média das equações de Navier-Stokes e de continuidade, o que resulta em uma simplificação considerável e redução significativa no custo computacional. Essa abordagem estatística os torna amplamente preferidos na prática de engenharia. Um aspecto crucial da modelagem RANS é a representação das tensões de Reynolds,

que descrevem como as flutuações turbulentas afetam a pressão e a velocidade do fluxo (SOUZA et. al; 2011);

A Figura 19 apresenta uma comparação visual das soluções obtidas para um escoamento turbulento usando os métodos DNS, LES e RANS. Cada imagem ilustra como cada método resolve o campo de turbulência, destacando as diferenças nas escalas de vórtices e nos detalhes das flutuações turbulentas. Para o modelo DNS, a imagem mostra uma alta resolução dos vórtices e das flutuações turbulentas, capturando cada detalhe do fluxo, desde os grandes até os menores vórtices. Em contrapartida, a imagem referente ao modelo LES mostra uma boa resolução dos grandes vórtices, mas com menos detalhes nas pequenas escalas em comparação ao DNS. Já para o modelo RANS, a imagem apresenta uma representação mais suave e média do fluxo turbulento, sem capturar os detalhes dos vórtices como nos modelos DNS ou LES.

Figura 19 - Escoamento turbulento pelos métodos DNS, LES e RANS



Fonte: Adaptado de Guide Ansys INC, 2024.

O modelo Reynolds-Averaged Navier-Stokes (RANS) é amplamente utilizado no estudo de bombas centrífugas devido à sua capacidade de simplificar significativamente a simulação de escoamentos turbulentos, mantendo um nível adequado de precisão. A principal razão para sua popularidade é a redução drástica no custo computacional em comparação com outros modelos mais complexos, como *Large Eddy Simulation* (LES) e *Direct Numerical Simulation* (DNS) (GORMAN et al., 2021).

No contexto de bombas centrífugas, o modelo RANS é eficiente para capturar as características médias do fluxo turbulento, que são essenciais para o design e análise de desempenho dessas máquinas (GORMAN et al., 2021). Portanto, o modelo RANS é preferido

no estudo de bombas centrífugas devido à sua capacidade de fornecer resultados precisos com menor custo computacional, facilitando a análise e o design eficientes dessas máquinas em um ambiente de engenharia.

3.3.2.1 Modelagem RANS

Na média de Reynolds, as variáveis de solução nas equações de Navier-Stokes instantâneas (exatas) são decompostas em duas partes: componentes médias e componentes flutuantes. As componentes médias podem ser calculadas como médias por conjunto ou médias no tempo, enquanto as componentes flutuantes representam as variações em torno dessas médias. Esta abordagem é aplicada, por exemplo, às componentes da velocidade, onde cada componente da velocidade é separada em uma parte média e uma parte flutuante. Esta decomposição facilita a análise dos escoamentos turbulentos, permitindo que se estudem as características médias do escoamento, enquanto as flutuações turbulentas são tratadas separadamente (ALFONSI, 2009; WILCOX, 2006). Conforme a Equação (23), a seguir:

$$u_i = \bar{u}_i + u'_i \quad (23)$$

Onde, \bar{u}_i e u'_i são as componentes média e flutuante da velocidade ($i = 1, 2, 3$).

A mesma abordagem se aplica à pressão e a outras grandezas escalares, conforme Equação (24), a seguir (ALFONSI, 2009):

$$\varphi = \bar{\varphi} + \phi \quad (24)$$

Onde: φ denota um escalar como pressão, energia ou concentração de espécies, sendo $\bar{\varphi}$ a componente média e ϕ a componente flutuante.

Ao substituir as expressões dessa forma para as variáveis de escoamento nas equações instantâneas de continuidade e de momento de Navier-Stokes, e tomando a média temporal (ou por conjunto) (e removendo a barra superior na velocidade média, \bar{u}), obtêm-se as equações de momento médias por conjunto (ALFONSI, 2009; WILCOX, 2006). Elas podem ser escritas na forma de tensor cartesiano conforme as Equações (25) e (26), a seguir:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho}{\partial x_i} (\rho u_i) = 0 \quad (25)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial x_i} (\rho u_i) + \frac{\partial \rho}{\partial x_j} (\rho u_i u_j) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial u_l}{\partial x_l} \right) \right] \quad (26)$$

$$+ \frac{\partial \rho}{\partial x_j} (-\rho \overline{u_i u_j})$$

A Equação (25) (conservação da massa) e a Equação (26) (momento), possuem a mesma forma geral das equações de Navier-Stokes instantâneas, com as velocidades e outras variáveis de solução representando agora valores médios por conjunto (ou médios no tempo). Termos adicionais aparecem agora para representar os efeitos da turbulência. Essas tensões de Reynolds, $-\rho \overline{u_i u_j}$, devem ser modeladas para fechar a Equação (26) (ALFONSI, 2009; WILCOX, 2006).

Para escoamentos compressíveis, as Equações (25) e (26) podem ser interpretadas como equações de Navier-Stokes médias de Favre, com as velocidades representando valores médios de massa. A decomposição de Favre separa as variáveis de fluxo (como densidade, velocidade e pressão) em componentes médias e flutuantes. Para uma variável qualquer ϕ , a decomposição de Favre é dada por $\phi = \bar{\phi} + \phi'$. Assim, as Equações (25) e (26) podem ser aplicadas a escoamentos com densidade variável (ALFONSI, 2009; WILCOX, 2006).

Os modelos de turbulência RANS (*Reynolds Averaged Navier-Stokes*) mais comuns são classificados com base no número de equações de transporte adicionais que necessitam ser resolvidas junto com as equações de escoamento RANS mostradas anteriormente. Esses modelos são fundamentais para prever e analisar o comportamento turbulento em diferentes tipos de escoamentos (ALFONSI, 2009; WILCOX, 2006).

A Tabela 3 apresenta uma lista dos modelos predominantes, indicando o número de equações adicionais associadas a cada um. Essa classificação facilita a escolha do modelo mais adequado para uma dada aplicação, dependendo da complexidade do escoamento e da precisão requerida (ALFONSI, 2009; WILCOX, 2006).

Tabela 3 - Modelos de turbulência RANS

Modelo de turbulência	Número de equações
Algébricos	0,00
Prandtl	1,00
Spalart-Allmaras	1,00
$k - \varepsilon$	2,00
$k - \omega$	2,00
Transition SST	4,00
RMS (Reynolds Stress Model)	6,00 ou mais

Fonte: Adaptado Alfonsi, 2009 e Wilcox, 2006.

Na pesquisa acadêmica e na prática industrial, diversos modelos de turbulência RANS são empregados para estudar o comportamento do fluxo em bombas centrífugas. Os modelos mais comuns incluem o modelo $k - \varepsilon$, e o modelo $k - \omega$, e variações desses modelos que são adaptados para capturar a complexidade dos escoamentos turbulentos presentes nesse tipo de equipamento. O modelo $k - \varepsilon$ é amplamente utilizado devido à sua simplicidade e eficiência computacional. Por outro lado, o modelo $k - \omega$ e suas variantes, como $k - \omega$ SST, são preferidos em regiões de gradientes elevados de turbulência, como próximo às paredes e em zonas de recirculação dentro da bomba centrífuga (ALFONSI, 2009; WILCOX, 2006).

Para este trabalho, optou-se pelo uso do modelo Transition SST, o qual incorpora duas equações de transporte adicionais às já existentes no modelo $k - \omega$ SST. Essas equações são específicas para modelar a espessura da camada limite e a variável de transição, permitindo uma representação mais detalhada das zonas de transição de fluxo dentro da bomba centrífuga. Essa abordagem é especialmente relevante em aplicações onde a uma predição exata do ponto de transição entre fluxo laminar e turbulento é fundamental para o desempenho e eficiência do equipamento (ALFONSI, 2009; WILCOX, 2006).

3.3.3 Modelo transition SST (4 equações)

O modelo de Transição SST (também conhecido como modelo $\gamma - Re_\theta$) é baseado no acoplamento das equações de transporte $k - \omega$ SST com outras duas equações de transporte: uma para a intermitência, que representa a fração do tempo durante o qual o fluxo é considerado turbulento, e outra para os critérios de início de transição, em termos do número de Reynolds da espessura de momento (GORMAN, 2022; ALFONSI, 2009; WILCOX, 2006). Este modelo pode ser descrito através das equações anunciadas a seguir:

3.3.3.1 Equação de transporte

A Equação (27), de transporte para a intermitência γ é definida como (GORMAN, 2022; ALFONSI, 2009; WILCOX, 2006).

$$\frac{\partial(\rho\gamma)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho\gamma U_j)}{\partial x_j} = P_{\gamma 1} - E_{\gamma 1} + P_{\gamma 2} - E_{\gamma 2} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu \frac{\mu_t}{\sigma_\gamma} \right) \frac{\partial \gamma}{\partial x_j} \right] \quad (27)$$

Onde: ρ (kg/m^3) é a densidade do fluido; U_j (m/s) é a componente da velocidade no espaço; $P_{\gamma 1}, P_{\gamma 2}$ ($kg/m^3 s$) são termos fontes de produção de intermitência; $E_{\gamma 1}, E_{\gamma 2}$ ($kg/m^3 s$) são

termos fontes de dissipação de intermitência; μ ($Pa \cdot s$) é a viscosidade dinâmica do fluido; μ_t ($Pa \cdot s$) é a viscosidade turbulenta do fluido

Tal que, as fontes de transição são definidas através das Equações (28) e (29), a seguir (GORMAN, 2022; ALFONSI, 2009; WILCOX, 2006).

$$P_{\gamma 1} = C_{a1} F_{length} \rho S (\gamma F_{onset})^{C_{\gamma 3}} \quad (28)$$

$$E_{\gamma 1} = C_{e1} P_{\gamma 1} \gamma \quad (29)$$

Onde: S é a magnitude da taxa de deformação; F_{length} é uma correlação empírica que controla o comprimento da região de transição; F_{onset} é função utilizada para desencadear a produção de intermitência; $C_{\gamma 3}$ é uma constante adimensional e C_{a1} e C_{e1} têm os valores de 2 e 1, respectivamente (GORMAN, 2022; ALFONSI, 2009; WILCOX, 2006).

As fontes de destruição/relaminarização são definidas pelas Equações (30) e (31), a seguir (GORMAN, 2022; ALFONSI, 2009; WILCOX, 2006).

$$P_{\gamma 2} = C_{a2} \rho \Omega \gamma F_{turb} \quad (30)$$

$$E_{\gamma 2} = C_{e2} P_{\gamma 2} \gamma \quad (31)$$

Tal que, Ω é a magnitude da vorticidade e F_{turb} é a função de turbulência adimensional. O início da transição é controlado pelas Equações (32), (33), (34), (35), (36), (37) e (38), a seguir (GORMAN, 2022; ALFONSI, 2009; WILCOX, 2006).

$$Re_V = \frac{\rho y^2 S}{\mu} \quad (32)$$

$$R_T = \frac{\rho k}{\mu \omega} \quad (33)$$

$$F_{onset1} = \frac{Re_V}{2193 Re_{\theta c}} \quad (34)$$

$$F_{onset2} = \min[\max(F_{onset1}, F_{onset1}^4), 2.0] \quad (35)$$

$$F_{onset3} = \max\left[1 - \left(\frac{R_T}{25}\right)^3, 0\right] \quad (36)$$

$$F_{onset} = \max(F_{onset2} - F_{onset3}, 0) \quad (37)$$

$$F_{turb} = e^{-(R_T/4)^4} \quad (38)$$

Onde: y é a distância até a parede; Re_y é o número de Reynolds crítico onde a intermitência começa a aumentar na camada limite e $F_{onset1}, F_{onset2}, F_{onset3}$ representam as funções de início de transição 1, 2, 3 respectivamente e F_{onset} representa a função de início de transição final. Isso ocorre a montante do número de Reynolds de transição $R\tilde{e}_{\theta t}$, e a diferença entre os dois deve ser obtida a partir de uma correlação empírica. Tanto F_{length} quanto $Re_{\theta c}$ as correlações são funções de $R\tilde{e}_{\theta t}$.

As constantes para a equação de intermitência são (GORMAN, 2022; ALFONSI, 2009; WILCOX, 2006):

Tabela 4 - Valores das constantes de intermitência

Constante	Valor
C_{a1}	2,00
C_{e1}	1,00
C_a	0,06
C_{e2}	50,00
$C_{\gamma 3}$	0,50
σ_γ	1,00

Fonte: Adaptado Alfonsi, 2009 e Wilcox, 2006.

A equação de transporte para o número de Reynolds da espessura de momento de transição $R\tilde{e}_{\theta t}$ é mostrado na Equação (39) a seguir (GORMAN, 2022; ALFONSI, 2009; WILCOX, 2006).

$$\frac{\partial(\rho R\tilde{e}_{\theta t})}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U_j R\tilde{e}_{\theta t})}{\partial x_j} = P_{\theta t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\sigma_{\theta t} (\mu + \mu_t) \frac{\partial R\tilde{e}_{\theta t}}{\partial x_j} \right] \quad (39)$$

Tal que, o termo fonte $P_{\theta t}$ é definido da seguinte forma (GORMAN, 2022; ALFONSI, 2009; WILCOX, 2006).

$$P_{\theta t} = C_{\theta t} \frac{\rho}{t} (Re_{\theta t} - R\tilde{e}_{\theta t})(1 - F_{\theta t}) \quad (40)$$

$$t = \frac{500\mu}{\rho U^2} \quad (41)$$

$$F_{\theta t} = \min \left\{ \max \left[F_{wake} e^{(-y/\delta)^4}, 1 - \left(\frac{\gamma - 1/50}{1 - 1/50} \right)^2 \right], 1 \right\} \quad (42)$$

$$\theta_{BL} = \frac{R\tilde{e}_{\theta t}\mu}{\rho U} \quad (43)$$

$$\delta_{BL} = \frac{15}{2}\theta_{BL} \quad (44)$$

$$\delta = \frac{50\Omega y}{U}\delta_{BL} \quad (45)$$

$$Re_{\omega} = \frac{\rho\omega y^2}{\mu} \quad (46)$$

$$F_{wake} = e^{-(Re_{\omega}/1E+5)^2} \quad (47)$$

Onde: $P_{\theta t}$ (kg/s^2) é o termo fonte; $\sigma_{\theta t}$ é um coeficiente adimensional; μ_t ($Pa.s$) é a viscosidade turbulenta; $C_{\theta t}$ é uma constante adimensional; $F_{\theta t}$ é uma função adimensional; é a F_{wake} função de Wake adimensional; θ_{BL} (m) é a espessura de momento da camada limite; δ_{BL} (m) é a espessura da camada limite; δ (m) é a espessura característica e Re_{ω} é o número de Reynolds baseado na vorticidade.

Tal que, as constantes do modelo para a equação $R\tilde{e}_{\theta t}$ são mostrados na Tabela 5 a seguir (GORMAN, 2022; ALFONSI, 2009; WILCOX, 2006).

Tabela 5 - Valores das constantes do número de Reynolds de transição

Constante	Valor
$C_{\theta t}$	0,03
$\sigma_{\theta t}$	2,00

Fonte: Adaptado Gorman, 2022 e Wilcox, 2006.

A condição de contorno para $R\tilde{e}_{\theta t}$ em uma parede se aplica sem deslizamento. A condição de contorno para $R\tilde{e}_{\theta t}$ em uma entrada deve ser calculada a partir da correlação empírica baseada na intensidade de turbulência na entrada (GORMAN, 2022; ALFONSI, 2009; WILCOX, 2006).

O modelo contém três correlações empíricas. $R\tilde{e}_{\theta t}$ é o início da transição conforme observado em experimentos. Isso foi modificado a partir de Menter para melhorar as previsões para a transição natural. É usado na Equação (39). F_{length} é o comprimento da zona de transição e é substituído na Equação 33. $Re_{\theta t}$ é o ponto onde o modelo é ativado para coincidir tanto com $R\tilde{e}_{\theta t}$ quanto com F_{length} , e é usado na Equação (35). Essas correlações empíricas são fornecidas por Langtry e Menter, conforme as Equações (48), (49) e (50), a seguir (GORMAN, 2022; ALFONSI, 2009; WILCOX, 2006).

$$Re_{\theta t} = f(Tu, \lambda) \quad (48)$$

$$F_{length} = f(R\tilde{e}_{\theta t}) \quad (49)$$

$$Re_{\theta c} = f(R\tilde{e}_{\theta t}) \quad (50)$$

A primeira correlação empírica mostrada na Equação (48) é uma função da intensidade de turbulência local, Tu , expressa pela Equação (51), a seguir (GORMAN, 2022; ALFONSI, 2009; WILCOX, 2006).

$$Tu = \frac{100}{U} \sqrt{\frac{2}{3}k} \quad (51)$$

Onde, k (m^2/s^2) representa a energia turbulenta.

O coeficiente de gradiente de pressão de Thwaites, λ_{θ} , é definido pela Equação (52) a seguir (GORMAN, 2022; ALFONSI, 2009; WILCOX, 2006).

$$\lambda_{\theta} = (\theta^2/\nu)dU/ds \quad (52)$$

Onde: θ (m) é a espessura de deslocamento de momento; ν (m^2/s) é a viscosidade cinemática e dU/ds é a aceleração na direção do fluxo principal.

Segundo Alfonsi (2009) e Wilcox (2006), O modelo transition SST, possui algumas limitações:

- É aplicável apenas a escoamentos limitados por paredes. Como todos os outros modelos de transição de engenharia, o modelo não é aplicável à transição em escoamentos com cisalhamento livre. O modelo preverá escoamentos com cisalhamento livre como totalmente turbulentos;
- Não é invariante galileano, ou seja, refere-se a uma propriedade física ou a uma equação que permanece inalterada sob uma transformação de Galileu. Portanto, não deve ser aplicado a superfícies que se movem em relação ao sistema de coordenadas para o qual o campo de velocidade é computado; para esses casos, o modelo de Transição por Intermitência deve ser usado;
- É projetado para escoamentos com uma velocidade de escoamento livre definida e diferente de zero (ou seja, a situação clássica da camada limite). Não é adequado para

escoamentos totalmente desenvolvidos em tubos/canais onde não há escoamento livre presente. Pelo mesmo motivo, também não é adequado para escoamentos de jatos de parede. Para esses cenários, o modelo de Transição por Intermitência deve ser usado. Observa-se, porém, que pode ser necessário ajustar o modelo de Transição por Intermitência para tais escoamentos, modificando as correlações subjacentes;

- Não foi calibrado em combinação com outros efeitos físicos que afetam os termos-fonte do modelo de turbulência, como: flutuabilidade e turbulência multifásica.

3.4 LEI DE PAREDE (Y PLUS)

Os escoamentos turbulentos são significativamente afetados pela presença de paredes. O campo de velocidade média é influenciado pela condição de não deslizamento, que deve ser satisfeita na parede. No entanto, a turbulência também é alterada de maneiras complexas pela presença da parede. Muito próximo à parede, o amortecimento viscoso reduz as flutuações da velocidade tangencial, enquanto o bloqueio cinemático diminui as flutuações normais (GUIDE ANSYS INC, 2024). A região próxima à parede pode ser subdividida em três camadas principais (FOX et al., 2014):

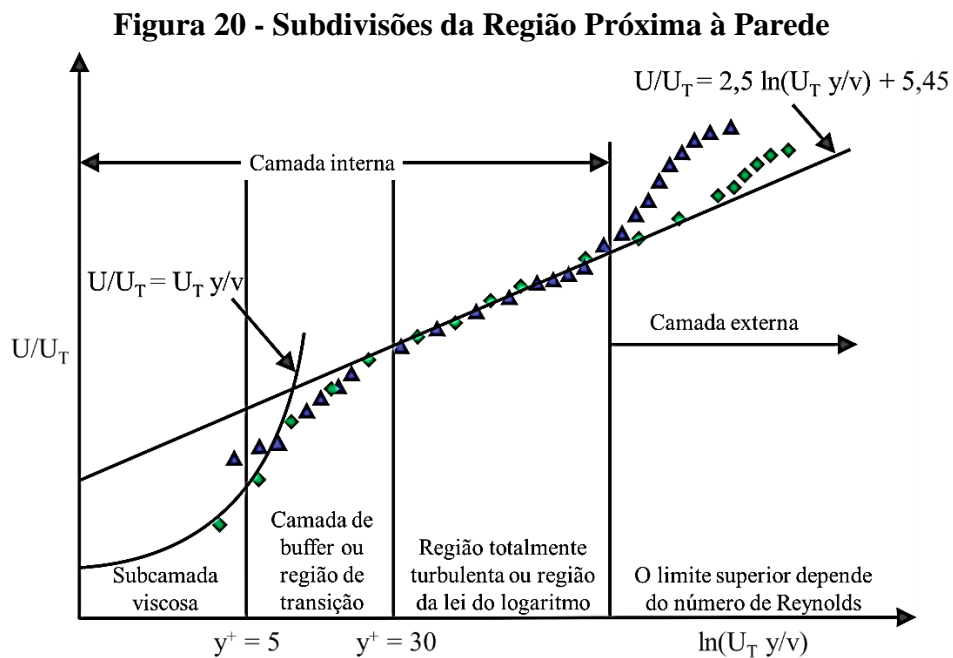
- Subcamada Viscosa: Nessa camada, o escoamento é quase laminar e a viscosidade molecular domina o transporte de momento.
- Camada Totalmente Turbulenta: Nesta camada, a turbulência é a principal responsável pelo transporte de momento.
- Região Intermediária: Nesta região, tanto a viscosidade molecular quanto a turbulência desempenham papéis importantes no transporte de momento.

Na parte externa da região próxima à parede, a turbulência é rapidamente aumentada pela produção de energia cinética turbulenta devido aos grandes gradientes na velocidade média (GUIDE ANSYS INC, 2024).

A modelagem da região próxima à parede impacta significativamente a precisão das soluções numéricas, pois as paredes são a principal fonte de vorticidade média e turbulência. É na região próxima à parede que as variáveis de solução apresentam grandes gradientes, e o transporte de momento e outros escalares ocorre de forma mais intensa. Portanto, uma

representação precisa do escoamento nessa região é crucial para previsões bem-sucedidas de escoamentos turbulentos limitados por paredes (GUIDE ANSYS INC, 2024).

Numerosos experimentos mostraram que a região próxima à parede pode ser subdividida em três camadas principais. Na camada mais interna, conhecida como "subcamada viscosa", o escoamento é quase laminar, e a viscosidade molecular desempenha um papel dominante no transporte de momento, calor ou massa. Na camada externa, chamada de "camada totalmente turbulenta", a turbulência desempenha um papel principal. Entre essas duas, há uma região intermediária onde os efeitos da viscosidade molecular e da turbulência são igualmente importantes (GUIDE ANSYS INC, 2024). A Figura 20, ilustra essas subdivisões em coordenadas semi-logarítmicas.



Fonte: Adaptado de Guide Ansys INC, 2024.

Na Figura 20, as subdivisões da região próxima a parede podem ser calculadas através da Equação (53), e a velocidade de fricção u_t , é definida através da Equação (54), a seguir:

$$y^+ = \frac{\rho u_t y}{\mu} \quad (53)$$

$$u_t = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \quad (54)$$

Onde: y^+ (*adimensional*) é a coordenada adimensional da parede; ρ (kg/m^3) é a densidade do fluido; u_τ (m/s) é a velocidade de fricção; y (m) é a distância da parede; μ ($Pa.s$) é a viscosidade dinâmica e τ_w (Pa) é a tensão de cisalhamento na parede.

Segundo Dunaiski (2015), quando a distância y tende a zero, ou seja, considera-se o escoamento muito próximo à parede, o número de Reynolds diminui consideravelmente, e as forças viscosas começam a ser significantes. Dessa forma, nessa região a velocidade média do escoamento depende apenas da distância y da parede, da densidade do fluido ρ , da viscosidade μ e da tensão de cisalhamento na parede τ_w . Portanto:

$$U = f(y, \rho, \mu, \tau_w) \quad (55)$$

Segundo Versteeg e Malalasekera (1995), uma abordagem dimensional pode ser realizada, mostrando que:

$$u^+ = \frac{U}{u_\tau} = f\left(\frac{\rho u_\tau y}{\mu}\right) = f(y^+) \quad (56)$$

Ao analisar a região onde os efeitos viscosos desempenham um papel significativo, duas regiões de interesse se destacam: a subcamada viscosa e a subcamada da Lei do Logaritmo. Na subcamada viscosa, é considerado que a tensão de cisalhamento é constante e igual à tensão de cisalhamento na parede. Ao integrar a equação da velocidade e aplicar a condição de contorno de velocidade nula U quando a posição y é zero, obtemos (DUNAISKI, 2015):

$$u^+ = y^+ \quad (57)$$

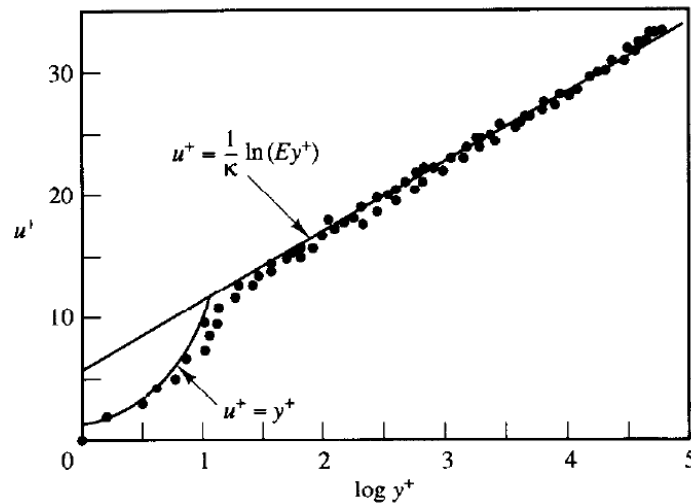
Segundo Versteeg e Malalasekera (1995), fora da subcamada viscosa, existe uma região onde os efeitos viscosos e turbulentos são ambos importantes. O cisalhamento τ varia lentamente com a distância da parede e dentro dessa região interna, é assumido que seja constante e igual ao cisalhamento na parede. Uma outra suposição relacionada à escala de comprimento da turbulência nos permite derivar uma forma funcional dimensionalmente correta da relação entre u^+ e y^+ . Exemplificada pela Equação (58), a seguir:

$$u^+ = \frac{1}{k} \ln(y^+) + B = \frac{1}{k} \ln(Ey^+) \quad (58)$$

Os valores numéricos para as constantes são obtidos a partir de medições. Encontramos $k = 0,4$ e $B = 5,5$ (ou $E = 9,8$) para paredes lisas; a rugosidade da parede causa uma diminuição no valor de B . Os valores de k e B são constantes universais válidas para todos

os escoamentos turbulentos passando por paredes lisas em números de Reynolds elevados. Devido à relação logarítmica entre u^+ e y^+ , é frequentemente chamada de lei do log e a camada onde u^+ assume valores entre 30 e 500 é chamada de camada da lei do log (VERSTEEG; MALALASEKERA, 1995). A Figura 21, ilustra a variação de u^+ em função de y^+ .

Figura 21 - Distribuição de velocidade perto de uma parede sólida



Fonte: Versteeg e Malalasekera, 1995.

Essas camadas são essenciais para entender e modelar os escoamentos turbulentos, pois cada uma desempenha um papel distinto na dinâmica do escoamento. A subcamada viscosa, por exemplo, é crítica para a transferência de calor em sistemas de resfriamento, enquanto a camada totalmente turbulenta é relevante para a mistura e dispersão de partículas. Compreender e modelar corretamente essas regiões permite melhorar a previsão e controle de escoamentos turbulentos em diversas aplicações de engenharia (VERSTEEG; MALALASEKERA, 1995). A Tabela 6, a seguir, exemplifica os valores de Y plus para cada modelo de turbulência.

Tabela 6 - Valores de Y plus de acordo com os modelos de turbulência

Modelo de turbulência	Tratamento próximo a parede	Y Plus
$k - \varepsilon$	Função de parede padrão	$30 < Y^+ < 300$
	Função de parede sem equilíbrio	$30 < Y^+ < 300$
	Função de parede escalável	$Y^+ > 11,225$
	Tratamento de parede aprimorado	$Y^+ < 5$
$k - \omega$	-	$Y^+ < 1,00$
Transition SST	-	$Y^+ < 1,00$
Spalart-Allmaras	-	$Y^+ < 1,00$

Fonte: Adaptado de Guide Ansys INC, 2024.

4 MODELAGEM NUMÉRICA

A avaliação do escoamento proposto é complexo de tal forma que métodos analíticos se tornam inviáveis. Embora, os métodos experimentais possam fornecer resultados sólidos, eles são dispendiosos em comparação com os métodos numéricos e exigem muito espaço e tempo para serem executados. Portanto, neste estudo, a solução numérica emergiu como a opção mais prática, permitindo uma caracterização mais precisa do fenômeno.

A simulação computacional é fundamental para o estudo de bombas devido à complexidade do fenômeno envolvido e às limitações práticas de métodos experimentais. As bombas operam em condições variadas, como diferentes velocidades de rotação. Realizar experimentos em todas essas condições seria impraticável e extremamente caro. Além disso, muitas vezes é difícil obter acesso físico à operação interna das bombas, tornando desafiador observar diretamente os fenômenos que ocorrem durante o seu funcionamento.

Com a simulação computacional, podemos modelar com precisão o comportamento fluidodinâmico dentro da bomba em uma ampla gama de condições operacionais.

4.1 MÉTODO DOS VOLUMES FINITOS

O método dos volumes finitos (MVF) é uma técnica numérica amplamente utilizada para a solução de equações diferenciais parciais (EDPs), especialmente na área de dinâmica dos fluidos computacional (CFD - *Computational Fluid Dynamics*). Este método é particularmente eficaz para resolver problemas de fluxo de fluidos, transferência de calor e outros fenômenos de transporte.

No MVF, o domínio de interesse é dividido em pequenos volumes de controle (ou células). A ideia central é aplicar a conservação das grandezas (massa, momento, energia e outros) em cada volume de controle, o que resulta em um sistema de equações algébricas que podem ser resolvidas para obter a distribuição das variáveis no domínio (BEZERRA, 2018; DUNAISK 2015).

O procedimento básico do MVF inclui os seguintes passos (BEZERRA, 2018; DUNAISK 2015):

- Discretização do Domínio: O domínio contínuo é subdividido em volumes de controle, geralmente utilizando uma malha (grid) estruturada ou não estruturada;

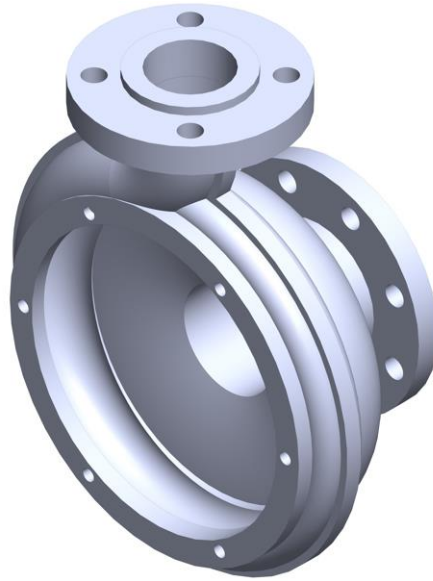
- Integração das EDPs: As equações diferenciais são integradas sobre cada volume de controle. Isto assegura que a conservação de quantidade seja satisfeita em cada volume;
- Aplicação das Condições de Contorno: As condições de contorno são incorporadas ao sistema de equações resultante;
- Solução das Equações Algébricas: O sistema de equações algébricas resultante é resolvido, tipicamente usando métodos iterativos.

No MVF o foco está em melhorar a precisão e eficiência ao utilizar malhas não estruturadas, onde os volumes de controle são construídos a partir de elementos que podem ter formas arbitrárias (triângulos, tetraedros, hexaedros, outros). Isso permite uma melhor adaptação a geometrias complexas e maior flexibilidade na discretização do domínio (BEZERRA, 2018; DUNAISK 2015).

Existem diversos softwares de CFD que utilizam o método dos volumes finitos para a solução de problemas complexos. Alguns dos mais utilizados incluem: *Ansys Fluent*, *Ansys CFX*, *OpenFOAM*, *STAR-CCM+*, *COMSOL Multiphysics*, outros (PEREIRA, 2020). Para este trabalho foi utilizado o *software Ansys Fluent* versão 2024R1. A escolha deste *software* foi determinada por sua disponibilidade na Faculdade de Engenharia Mecânica (FEM), em parceria com o Laboratório de Fluidodinâmica e Particulado (FluidPar), e pelo acesso ao Laboratório de Mecânica Computacional, localizado no Parque de Tecnologia de Tucuruí (Tecnolago), da Universidade Federal do Pará (UFPA).

4.2 CONSTRUÇÃO DA GEOMETRIA

A bomba analisada neste estudo é um modelo específico utilizado nos processos industriais da Suzano, uma das maiores produtoras de celulose do mundo. A Suzano utiliza essas bombas para movimentar fluidos (água) em diversas etapas da produção de celulose. O modelo utilizado foi de uma bomba centrífuga, radial BE 210-0625 da fabricante Sulzer, conforme Figura 22. Tal que, o diâmetro de sucção e recalque é de 101,60 mm e 76,20 mm, respectivamente.

Figura 22 - Voluta modelo CAD

Fonte: Autoria própria, 2024.

O rotor da bomba é uma das partes mais essenciais para seu desempenho. Ele é responsável por converter a energia mecânica fornecida pelo motor em energia cinética e de pressão no fluido. A Tabela 7, a seguir lista as principais dimensões e características para o modelo utilizado:

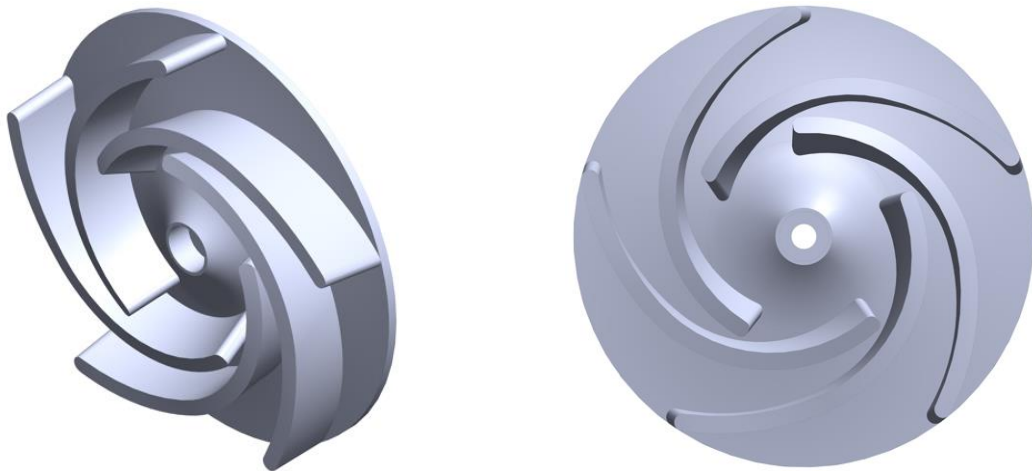
Tabela 7 - Dimensões do rotor

Descrição	Dimensão
Modelo	Impeller BE SO 218403-33 – Semi Aberto
Número de pás	5,00
Diâmetro Externo (D_2)	264,00 mm
Diâmetro Interno (D_1)	110,63 mm
Ângulo de saída da pá (β_2)	23,49°
Ângulo de entrada da pá (β_1)	155,13°
Altura da pá na saída (h_2)	42,10 mm
Altura da pá na entrada (h_1)	33,10 mm
Largura de entrada e saída da pá (b_1 e b_2)	10,00 mm

Fonte: Autoria própria, 2024.

A Figura 23, ilustra o modelo CAD do rotor utilizado no estudo.

Figura 23 - Rotor modelo CAD



Fonte: Autoria própria, 2024.

As especificações mostradas na Tabela 7 são importantes para o comportamento hidráulico da bomba e estão diretamente relacionadas às curvas características de altura manométrica, rendimento e potência que serão obtidas neste estudo.

Para a elaboração da geometria, utilizou-se inicialmente um scanner 3D, disponibilizado pela empresa Suzano, unidade de Imperatriz no Maranhão, para capturar os detalhes internos e externos da bomba. Esses detalhes serviram como base para a elaboração do desenho, uma vez que o scanner apenas forneceu uma nuvem de pontos da geometria. Em seguida, utilizou-se um software CAD, disponível nos laboratórios da Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Federal do Pará, Campus Tucuruí, para ajustar e redesenhar todas as partes da bomba. O processo envolveu a criação de um modelo tridimensional da bomba e do rotor, seguido pela definição das condições de contorno e dos parâmetros de simulação adequados.

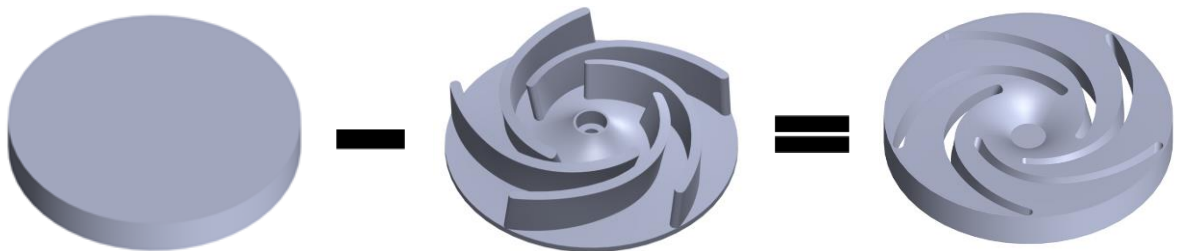
4.3 DOMÍNIO FLUIDODINÂMICO

O domínio fluido deve incluir todo o volume onde fenômenos de interesse ocorrem, como a entrada do fluido, o interior da bomba (incluindo o rotor e a voluta), e a saída do fluido. Isso garante que todos os comportamentos dinâmicos importantes, como a geração de vórtices e a distribuição de pressão, sejam devidamente modelados. Ressalta-se também que um domínio excessivamente grande aumenta os tempos de simulação e os recursos computacionais necessários. Por outro lado, um domínio muito pequeno pode não capturar todos os aspectos

relevantes do fluxo. A definição correta do domínio é, portanto, essencial para equilibrar a precisão e a eficiência da simulação.

O procedimento para obter o domínio do fluido envolve subtrair a geometria do rotor, bem como, das outras partes da bomba de um cilindro maior, seguido de ajustes e correções necessários para garantir precisão. A Figura 24 ilustra esquematicamente esse processo de criação do domínio fluido do rotor. Este método assegura que todas as regiões de interesse para a simulação numérica do escoamento sejam corretamente demarcadas, permitindo uma análise detalhada e precisa do comportamento do fluido.

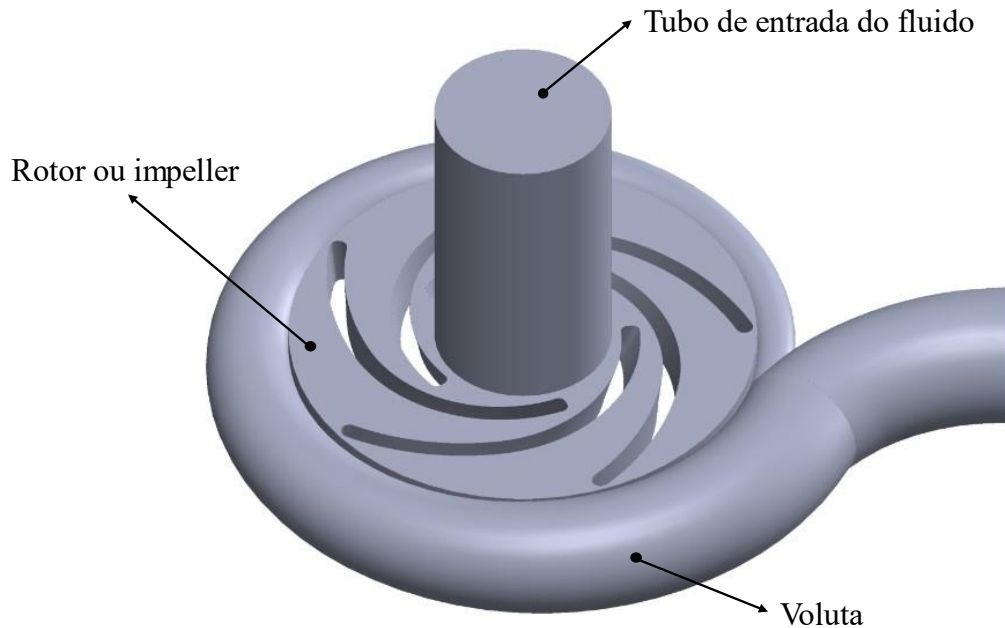
Figura 24 - Metodologia aplicada para obtenção do domínio do fluido



Fonte: Autoria própria, 2024.

Na etapa de geração de malha do modelo, utilizou-se a metodologia de múltiplos blocos, uma técnica aplicada na criação de malhas computacionais (ou *meshes*) em simulações de dinâmica dos fluidos computacional (CFD - *Computational Fluid Dynamics*). Essa abordagem permite dividir uma geometria complexa em várias sub-regiões menores e mais simples, conhecidas como blocos. Cada bloco é tratado individualmente para facilitar a geração da malha e melhorar a qualidade da simulação. O software *Ansys Fluent 2024* considera cada um desses blocos de forma individual, realizando a transferência de dados e informações através das interfaces definidas pelo usuário. Para o desenvolvimento deste trabalho, foram utilizados três subdomínios: entrada do fluido, o rotor (ou *impeller*) e a voluta, conforme ilustrado na Figura 25.

Figura 25 - Subdomínios utilizados para simulação



Fonte: Autoria própria, 2024.

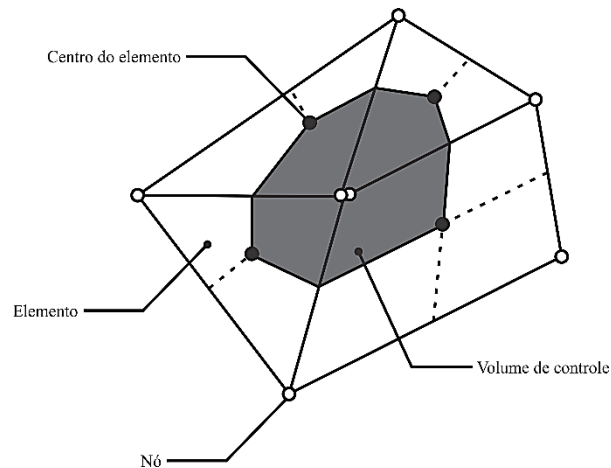
4.4 MALHA COMPUTACIONAL

As malhas computacionais desempenham um papel fundamental na simulação computacional, especialmente no contexto da dinâmica dos fluidos computacional, onde são essenciais para o sucesso da análise. No Ansys, a geração cuidadosa de uma malha é crucial, pois influencia diretamente na precisão e na eficiência dos resultados obtidos.

A malha é uma representação discretizada do domínio físico onde ocorre o fenômeno que está sendo simulado. Ela divide esse domínio em elementos finitos, permitindo que equações complexas de transporte como as equações de Navier-Stokes para fluidos, sejam aproximadas e resolvidas numericamente. No Ansys, isso é feito usando um método de volume finito, onde a malha é composta por uma coleção de células (volumes finitos), cada uma contendo informações sobre as propriedades do fluido e do escoamento em seus respectivos pontos.

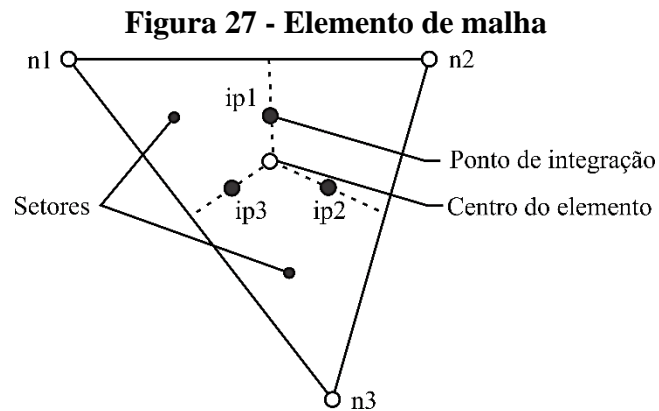
Segundo Guide Ansys INC (2024), Todas as variáveis de solução e propriedades do fluido são armazenadas nos nós (vértices da malha). Um volume de controle (a área sombreada) é construído em torno de cada nó da malha usando o dual da mediana (definido por linhas que unem os centros das arestas e os centros dos elementos ao redor do nó), a Figura 26, a seguir exemplifica uma malha típica bidimensional.

Figura 26 - Definição de volume de controle, elementos de malha



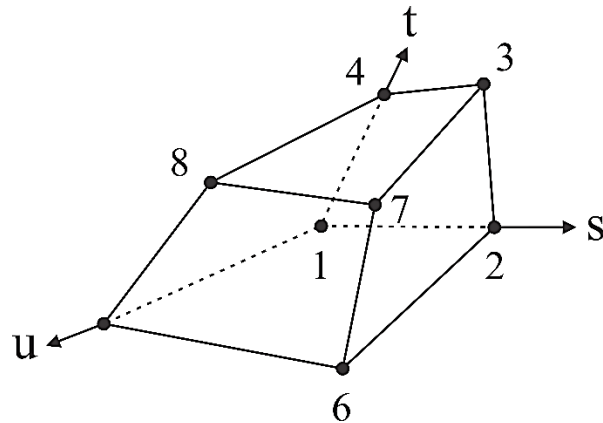
Fonte: Adaptado de Guide Ansys INC, 2024.

Segundo Fonseca e Silva (2022), as equações que descrevem o movimento do fluido são integradas para o volume de controle apresentado na Figura 26. Posteriormente discretiza-se a integral de volume e de superfície para resolução do algoritmo numérico. A Figura 27 a seguir, apresenta um elemento de malha particular, onde as equações que regem o movimento do fluido são resolvidas de forma discreta.



Fonte: Adaptado de Guide Ansys INC, 2024.

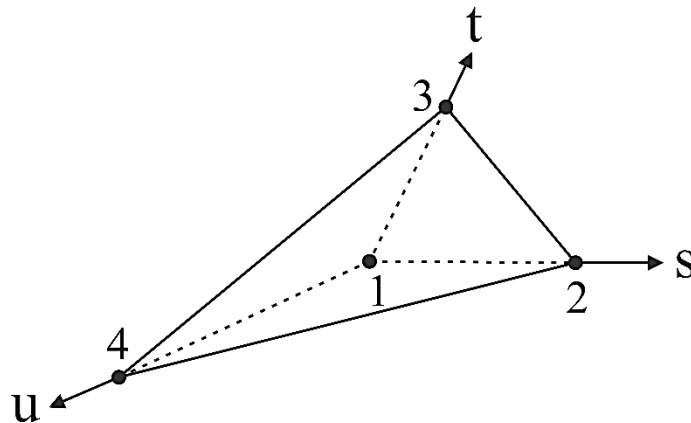
O Ansys oferece uma variedade de opções de malhas em diversos formatos, que podem ser hexagonais, tetraédricas, prismática ou piramidais, como ilustrado nas figuras subsequentes, seguidos das suas funções de forma trilinear para os nós.

Figura 28 - Elemento hexagonal

Fonte: Adaptado de Guide Ansys INC, 2024.

As funções de forma trilinear para os nós são:

$$\begin{aligned}
 N_1(s, t, u) &= (1 - s)(1 - t)(1 - u) \\
 N_2(s, t, u) &= s(1 - t)(1 - u) \\
 N_3(s, t, u) &= s t(1 - u) \\
 N_4(s, t, u) &= (1 - s) t(1 - u) \\
 N_5(s, t, u) &= (1 - s)(1 - t)u \\
 N_6(s, t, u) &= s(1 - t)u \\
 N_7(s, t, u) &= s t u \\
 N_8(s, t, u) &= (1 - s)tu
 \end{aligned} \tag{59}$$

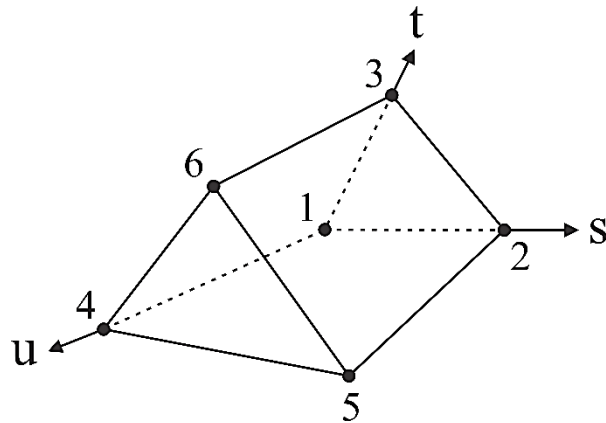
Figura 29 - Elemento tetraédrico

Fonte: Adaptado de Guide Ansys INC 2024.

As funções de forma trilinear para os nós são:

$$\begin{aligned}
 N_1(s, t, u) &= 1 - s - t - u \\
 N_2(s, t, u) &= s \\
 N_3(s, t, u) &= t \\
 N_4(s, t, u) &= u
 \end{aligned} \tag{60}$$

Figura 30 - Elemento cunha

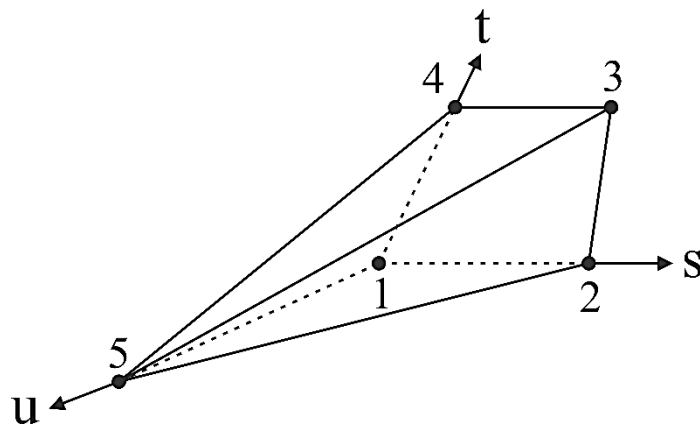


Fonte: Adaptado de Guide Ansys INC, 2024.

As funções de forma trilinear para os nós são:

$$\begin{aligned}
 N_1(s, t, u) &= (1 - s - t)(1 - u) \\
 N_2(s, t, u) &= s(1 - u) \\
 N_3(s, t, u) &= t(1 - u) \\
 N_4(s, t, u) &= (1 - s - t)u \\
 N_5(s, t, u) &= s u \\
 N_6(s, t, u) &= t u
 \end{aligned}
 \tag{61}$$

Figura 31 - Elemento pirâmide



Fonte: Adaptado de Guide Ansys INC, 2024.

As funções de forma trilinear para os nós são:

$$\begin{aligned}
 N_1(s, t, u) &= (1 - s)(1 - t)(1 - u) \\
 N_2(s, t, u) &= s(1 - t)(1 - u) \\
 N_3(s, t, u) &= st(1 - u) \\
 N_4(s, t, u) &= (1 - s) t(1 - u) \\
 N_5(s, t, u) &= u
 \end{aligned}
 \tag{62}$$

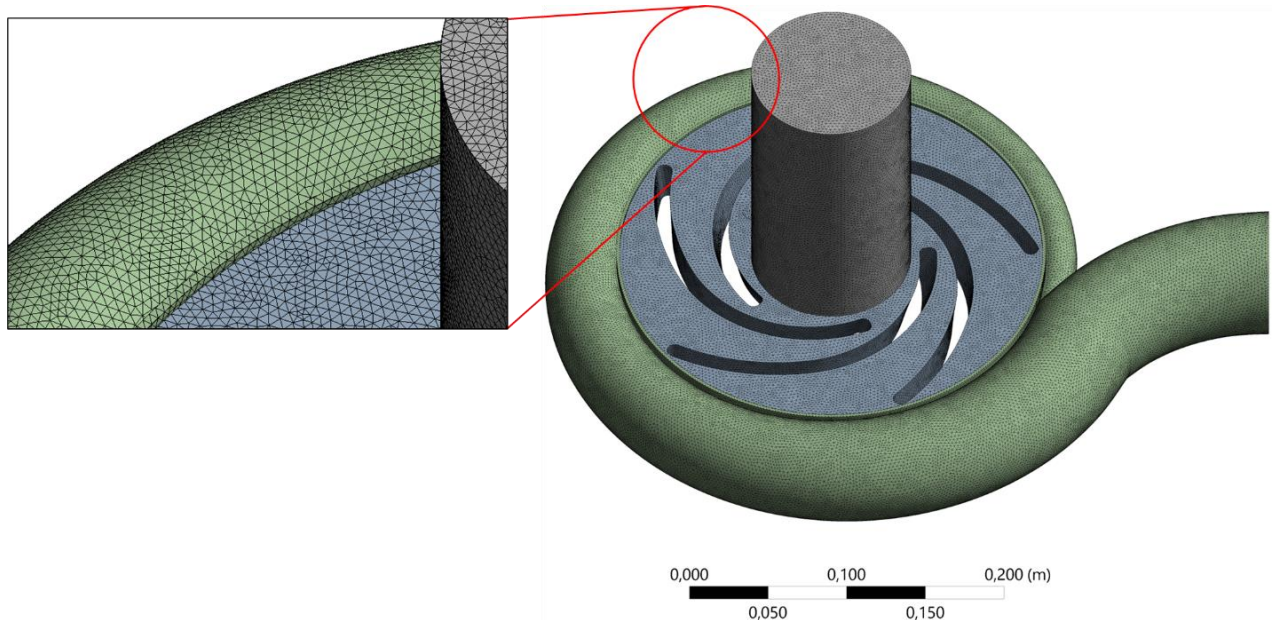
A qualidade da malha é crítica, pois afeta diretamente a precisão dos resultados da simulação. Uma malha bem refinada e adequada captura de forma mais precisa os fenômenos físicos relevantes, como gradientes de velocidade e variações de pressão, resultando em soluções mais confiáveis e representativas do comportamento do sistema real.

Além disso, a malha também influencia significativamente o desempenho computacional da simulação. Uma malha excessivamente refinada pode aumentar drasticamente os requisitos de memória e poder computacional necessários para realizar a simulação, tornando-a mais custosa em termos de tempo e recursos. Por outro lado, uma malha muito grosseira pode levar a resultados imprecisos e não confiáveis.

4.4.1 Geração da malha

Após a definição do domínio do fluido, conforme descrito no tópico 4.3 (Domínio fluidodinâmico), procedeu-se à criação da malha computacional necessária para as simulações. Esse processo foi realizado utilizando o pacote de geração de malha Ansys *Meshing*. A Figura 32 ilustra o resultado dessa etapa, conforme mostrado a seguir.

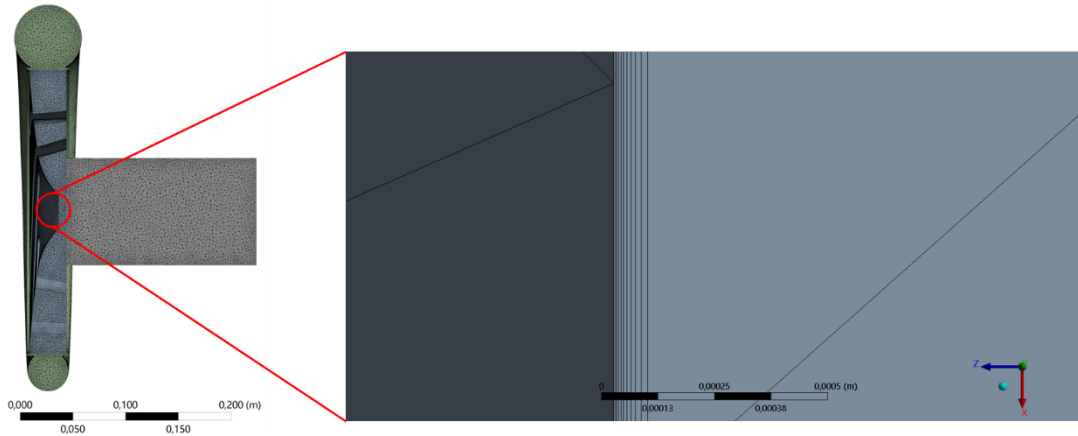
Figura 32 - Malha computacional gerada para bomba



Fonte: Autoria própria, 2024.

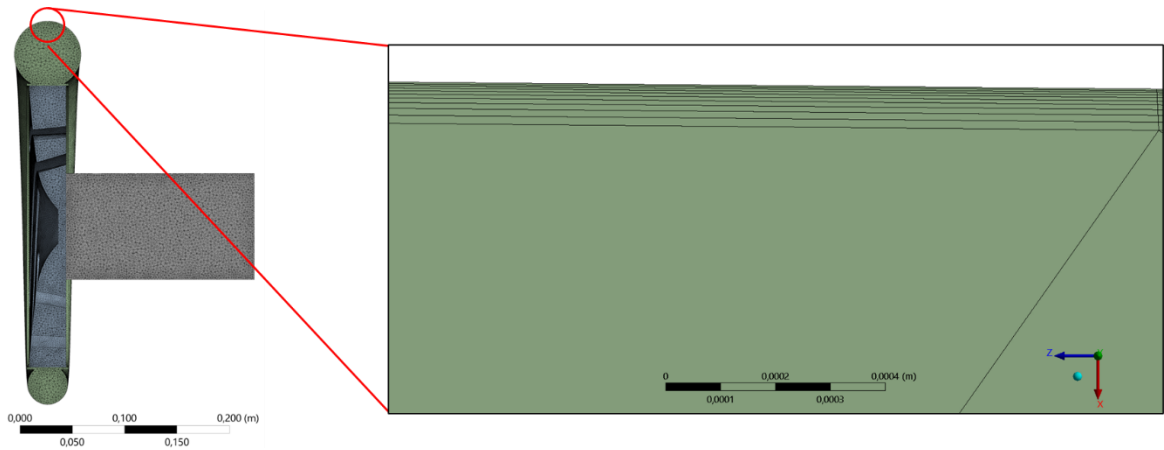
A malha apresentada na Figura 32 é composta por 1.345.424 nós e 4.328.890 elementos, incluindo elementos tetraédricos, piramidais e prismáticos. Foram definidas 10 camadas de *inflation* para um maior refinamento próximo às paredes dos domínios. A primeira camada da malha possui uma espessura de 0,0028822 mm, com uma razão de crescimento de 1.2, conforme ilustrado nas Figura 33, Figura 34 e Figura 35.

Figura 33 - Camada de inflation para o rotor



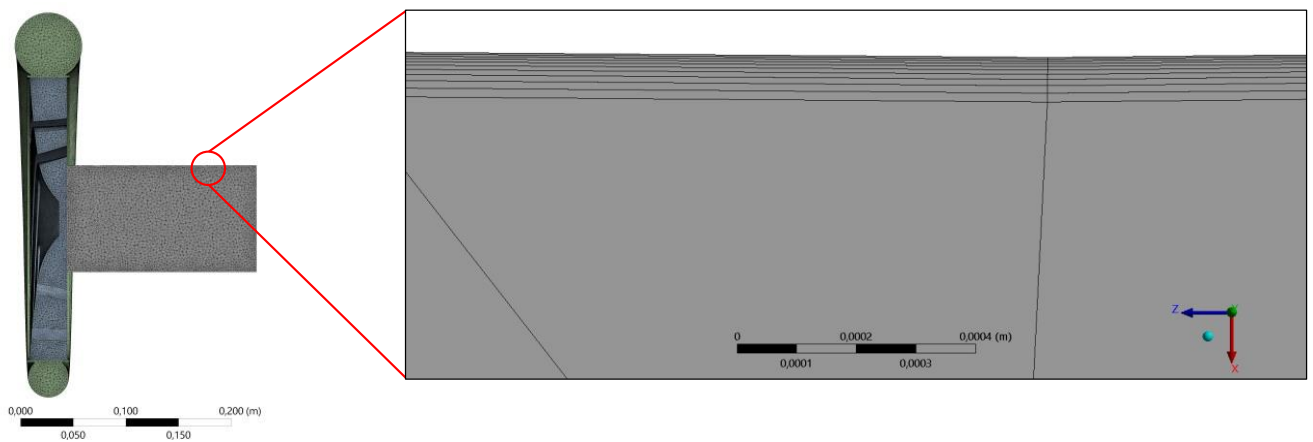
Fonte: Autoria própria, 2024.

Figura 34 - Camada de inflation para a voluta



Fonte: Autoria própria, 2024.

Figura 35 - Camada de inflation para o tubo de entrada do fluido



Fonte: Autoria própria, 2024.

A seguir, serão apresentados os testes de convergência de malha e de qualidade da mesma. Esses testes são essenciais para garantir que os resultados das simulações não sejam

influenciados pelo refinamento da malha, assegurando a precisão e a confiabilidade dos dados obtidos.

4.4.2 Qualidade da malha

Segundo Versteeg e Malalasekera (1195), a precisão de uma simulação CFD é fundamentalmente determinada pela qualidade da malha. Para assegurar a qualidade das malhas utilizadas nas análises numéricas deste trabalho, foram aplicados diversos parâmetros de avaliação, muitos dos quais estão relacionados aos aspectos geométricos e à relação entre elementos vizinhos. Os principais parâmetros considerados foram: *skewness* (assimetria) e *orthogonal quality* (qualidade ortogonal). Esses parâmetros são cruciais para garantir que a malha represente adequadamente o domínio de interesse e que os resultados das simulações sejam confiáveis e precisos.

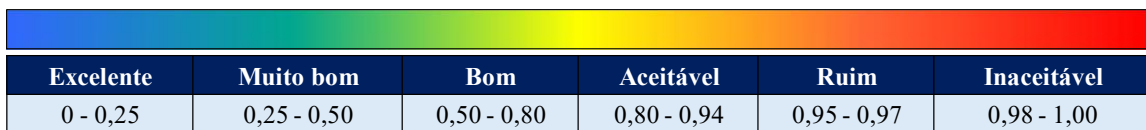
O critério *skewness* determina o quão perto do ideal (equilátero ou equiângulo) uma face ou uma célula está. O termo *skewness* pode ser traduzido do inglês como "assimetria" e, dessa forma, quanto mais próximo de zero for este valor, melhor a qualidade da face ou da célula (ZANUTTO, 2015).

Segundo Guide Ansys INC (2024), no método de desvio de volume equilátero, a assimetria é definida como:

$$Skewness = \frac{Tamanho\ ótimo\ da\ célula - Tamanho\ da\ célula}{Tamanho\ ótimo\ da\ célula} \quad (63)$$

Guide Ansys INC (2024) apresenta uma escala qualitativa e quantitativa para os valores de *skewness*, conforme a Figura 36, a seguir.

Figura 36 - Skewness: espectro de malha

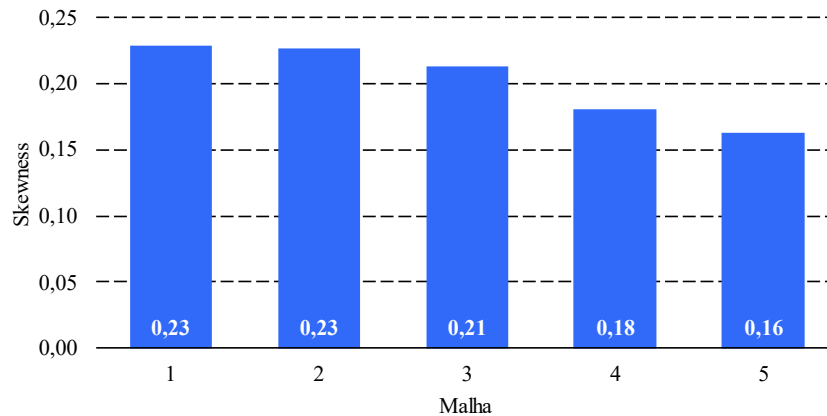


Excelente	Muito bom	Bom	Aceitável	Ruim	Inaceitável
0 - 0,25	0,25 - 0,50	0,50 - 0,80	0,80 - 0,94	0,95 - 0,97	0,98 - 1,00

Fonte: Adaptado de Guide Ansys INC, 2024.

Na modelagem tridimensional (3D), espera-se que a maioria das células da malha seja de boa qualidade ou melhor. No entanto, é comum encontrar uma pequena porcentagem que se enquadra na categoria razoável, e ocasionalmente algumas células podem ser consideradas ruins. Os resultados dos testes de qualidade de malha baseada na metodologia *skewness*, são mostrados na Figura 37, a seguir:

Figura 37 - Critério de Skewness de Avaliação da qualidade das 5 Malhas Analisadas neste Estudo



Fonte: Autoria própria, 2024.

O critério de qualidade ortogonal do ANSYS avalia o quão bem as células ou elementos em uma malha se aproximam de uma configuração ortogonal. Em outras palavras, ele verifica se as células estão dispostas de forma perpendicular umas às outras, o que é crucial para garantir a precisão e a estabilidade dos cálculos em simulações numéricas. A medida da qualidade ortogonal de um elemento varia de 0 (inaceitável) a 1 (excelente), conforme apresentado na escala qualitativa na Figura 38.

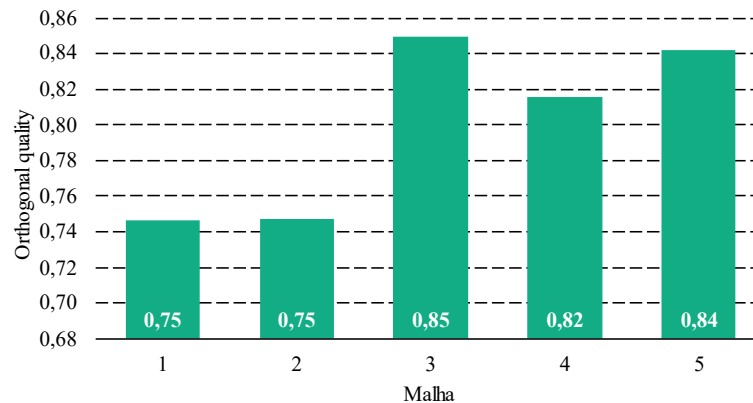
Figura 38 – Qualidade ortogonal: espectro de malha

Inaceitável	Ruim	Aceitável	Bom	Muito bom	Excelente
0 – 0,001	0,001 – 0,14	0,15 – 0,20	0,20 – 0,69	0,70 – 0,95	0,95 – 1,00

Fonte: Adaptado de Guide Ansys INC, 2024.

Os resultados dos testes de qualidade de malha baseada na métrica qualidade ortogonal, são mostrados na Figura 39, a seguir:

Figura 39 - Critério qualidade ortogonal na avaliação da qualidade das 5 malhas analisadas neste estudo



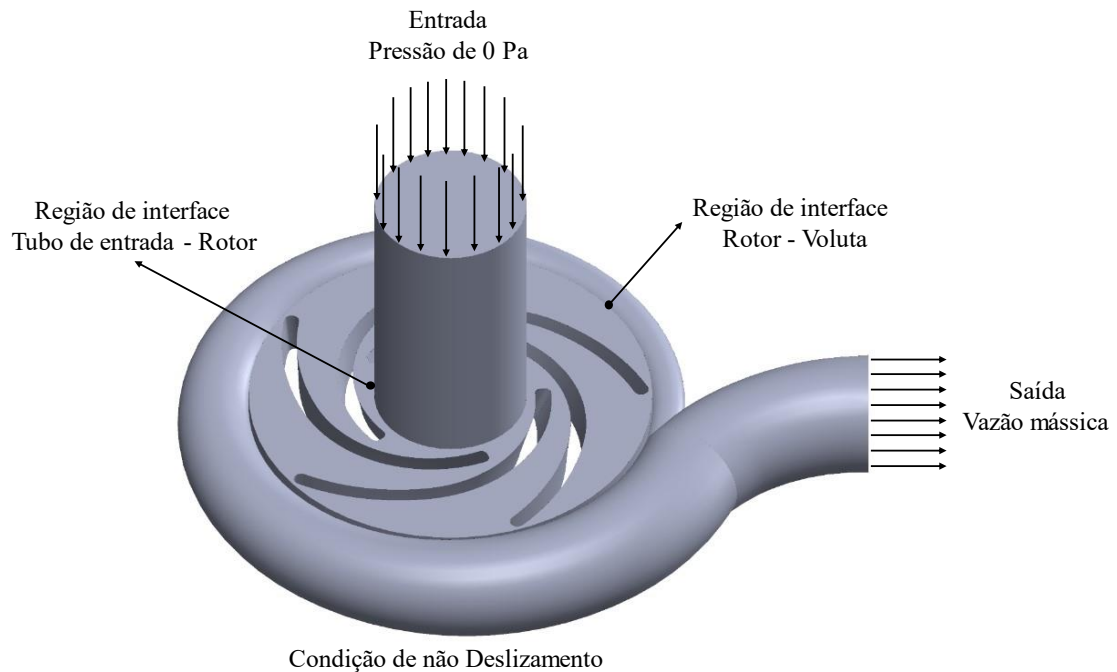
Fonte: Autoria própria, 2024.

4.5 DEFINIÇÃO DAS CONDIÇÕES DE CONTORNO

Para a realização das simulações, a água foi utilizada como fluido de trabalho, com uma massa específica de $\rho = 1000 \text{ kg}/\text{m}^3$ e viscosidade dinâmica $\mu = 0,00157 \text{ kg}/(\text{ms})$. A rotação aplicada foi de 1750 rpm, conforme especificado no catálogo do fabricante da bomba, e definida no eixo Z.

O escoamento nas simulações foi considerado permanente, com as seguintes condições. Primeiramente, foram definidos três domínios: um rotativo (rotor) e dois estacionários (tubo de entrada do fluido e voluta). Duas regiões de interface foram estabelecidas: uma entre a entrada do fluido e o rotor, e outra entre o rotor e a voluta, utilizando o modelo Frozen Rotor, conforme mostrado na Figura 40. Segundo Dunaiski (2015), este modelo mantém o sistema de referência do domínio em rotação enquanto a malha permanece fixa, aplicando as transformações apropriadas às equações de conservação. Esse método fornece uma solução aproximada de regime permanente, com um custo computacional baixo em comparação ao *Transient Rotor-Stator*. No entanto, maiores erros podem ocorrer quando o escoamento ainda não atingiu o regime permanente e perdas reais devido à passagem do fluido entre componentes estacionários e rotativos são negligenciadas.

No tubo de entrada, foi especificada uma pressão de referência de 0 Pa (manométrica), permanecendo constante para todos os pontos simulados. Na saída do fluido, foi empregada uma vazão mássica (*mass flow rate*), ajustada para cada ponto simulado, permitindo a construção das curvas características de altura de elevação, potência e eficiência. Nas paredes, aplicou-se a condição de não deslizamento e impermeabilidade, conforme mostrado na Figura 40.

Figura 40 - Condições de contorno aplicadas

Fonte: Autoria própria, 2024.

O esquema de interpolação utilizado nas simulações foi o High Resolution, com um número máximo de 700 iterações. O acoplamento pressão-velocidade adotado foi o algoritmo de Rhie e Chow *coupled*. O modelo de turbulência escolhido foi o Transition SST de quatro equações.

Para a realização das simulações, foi utilizado um computador equipado com um processador Intel® Xeon, modelo E-2246G, com 6 núcleos de processamento, velocidade de 3,60 GHz e 32 GB de memória RAM. Disposto no laboratório de Mecânica Computacional da Faculdade de Engenharia Mecânica (FEM), em parceria com o Laboratório de Fluidodinâmica e Particulado (FluidPar), localizado no Parque de Tecnologia (Tecnolago) do Campus Universitário de Tucuruí (CAMTUC) da Universidade Federal do Pará (UFPA).

5 RESULTADOS

Nos módulos a seguir, serão apresentados os resultados do teste de convergência de malha. Em seguida, as curvas características de altura manométrica, potência e eficiência que serão comparadas com os resultados fornecidos no catálogo do fabricante da bomba, validando assim os resultados obtidos numericamente. Por fim, serão realizadas diversas avaliações relacionadas ao escoamento do fluido, como a distribuição de velocidade e a distribuição de pressão.

Para a geração das curvas características, os valores de vazão foram variados em cada simulação. A Tabela 8 a seguir exemplifica os valores de vazão utilizados.

Tabela 8 - Vazões volumétricas e mássicas utilizadas no estudo

Vazão volumétrica (m ³ /h)	Vazão mássica (kg/s)
10,00	2,78
20,00	5,56
30,00	8,33
40,00	11,11
50,00	13,89
60,00	16,67
70,00	19,44
80,00	22,22
90,00	25,00
100,00	27,78

Fonte: Autoria própria, 2024.

5.1 CONVERGÊNCIA DE MALHA

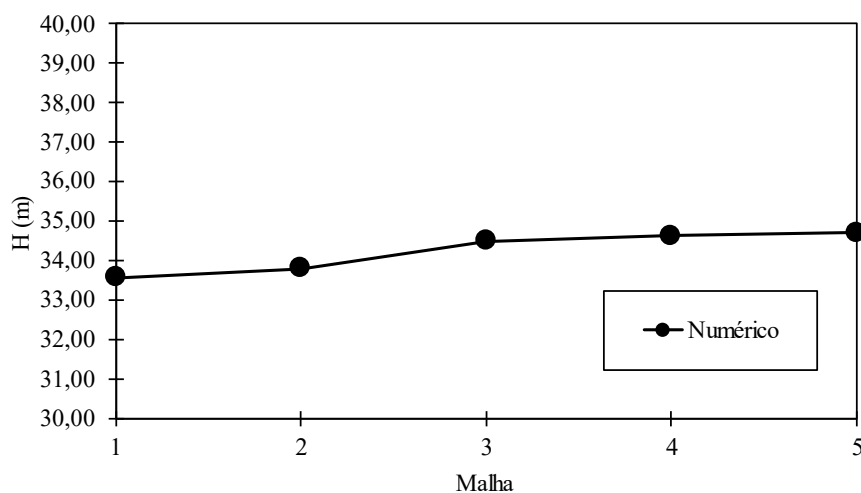
Foram avaliadas cinco malhas com diferentes níveis de refinamento, incluindo variações nas características de *inflation* e na distribuição do tamanho dos elementos. A Tabela 9 apresenta os valores obtidos para o número de nós, número de elementos, Y plus, diferença de pressão e altura manométrica para cada malha, bem como os detalhes do tipo de malha e o tipo de célula. Para a realização do estudo de convergência e obtenção dos resultados, foi utilizada uma vazão de 75 m³/h na saída da bomba e uma pressão de referência de 0 Pa na entrada da bomba.

Tabela 9 - Comparação entre malhas (teste de convergência)

Parâmetro	Malha 1	Malha 2	Malha 3	Malha 4	Malha 5
Tipo de malha	Não estruturada	Não estruturada	Não estruturada	Não estruturada	Não estruturada
Tipo de célula	Tetraedro, Prisma e Pirâmide	Tetraedro, Prisma e Pirâmide	Tetraedro, Prisma e Pirâmide	Tetraedro, Prisma e Pirâmide	Tetraedro, Prisma e Pirâmide
Número de nós	627.454	627.636	1.345.424	2.256.773	11.336.083
Número de elementos	1.908.292	1.909.475	4.328.890	4.660.668	22.558.509
Y+	0,71	0,55	0,52	0,42	0,46
ΔP (kPa)	328,66	330,76	337,73	338,95	339,78
H (m)	33,58	33,80	34,51	34,63	34,72

Fonte: Autoria própria, 2024.

Para proporcionar uma análise mais detalhada dos resultados, a Figura 41 ilustra a altura manométrica da bomba em função do refinamento das malhas testadas. Observa-se na imagem que, conforme o refinamento das malhas é incrementado, há uma variação perceptível na altura manométrica da bomba. Esta variação demonstra que o aumento no refinamento das malhas exerce uma influência direta sobre os resultados obtidos, resultando, neste caso específico, em um aumento da altura manométrica. Portanto, pode-se concluir que a precisão do refinamento das malhas é um fator determinante para a exatidão das medições da altura manométrica.

Figura 41 - Gráfico de convergência de malha

Fonte: Autoria própria, 2024.

A escolha da malha para as simulações da bomba centrífuga foi fundamentada por meio de testes de qualidade e de convergência de malha, utilizando cinco diferentes malhas. Inicialmente, os testes de qualidade indicaram que a Malha 3 apresentou os melhores resultados,

com valores de *Skewness* de 0,21 e Qualidade ortogonal de 0,85 destacando-se em relação às demais malhas avaliadas. Ressalta-se que, de acordo com as Figura 36 e Figura 38, os valores de *Skewness* e Qualidade ortogonal apresentados pela Malha 3 encontram-se na escala de "excelente" e "muito bom" respectivamente.

Subsequentemente, os testes de convergência foram conduzidos com as mesmas cinco malhas, analisando parâmetros como número de nós, número de elementos, Y Plus, ΔP (kPa) e altura manométrica (m). Nota-se que os resultados apresentados na Tabela 9 e na Figura 41 favorecem a Malha 3, uma vez que os valores de altura manométrica obtidos numericamente se aproximaram mais dos resultados experimentais fornecidos pelo fabricante da bomba. Vale ressaltar também que esta malha possui uma diferença percentual relativamente pequena quando comparada à Malha 4, de aproximadamente 0,36%.

Portanto, com base nos resultados dos testes de qualidade e de convergência de malha, conclui-se que a Malha 3 é a mais adequada para as simulações da bomba centrífuga. Ela possui 4.328.890 elementos e um Y Plus de 0,52, obedecendo ao intervalo aceitável para valores de Y Plus no modelo de turbulência utilizado (*Transition SST*), conforme mostrado na Tabela 6.

O tempo médio necessário para atingir a convergência foi de aproximadamente 3,17 horas por simulação, realizando 700 iterações. Utilizou-se um esquema de discretização de segunda ordem com um acoplamento pressão-velocidade *coupled*.

5.2 CURVAS CARACTERÍSTICAS

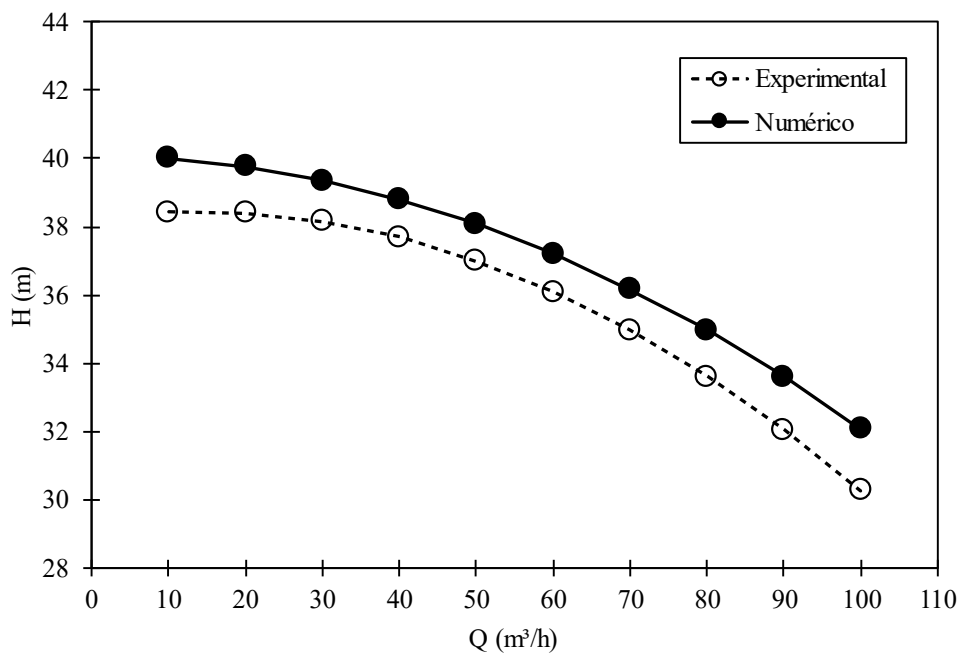
Conforme abordado no tópico 2.5 (Curvas características do sistema), a curva característica de uma bomba é um gráfico que relaciona a altura manométrica, a vazão, a potência e a eficiência da bomba em diferentes pontos de operação. Esta curva é essencial para entender o desempenho da bomba em várias condições de funcionamento.

5.2.1 Altura manométrica

A Figura 42, apresenta os resultados das simulações realizadas para a altura manométrica da bomba, cujos dados numéricos foram normalizados através da equação $H = H_0 - AQ^2$ descrita no Tópico 2.5 deste trabalho, e em seguida comparados com os valores experimentais fornecidos pelo fabricante da bomba. Ao analisar os resultados apresentados na Figura 42, observa-se que ambos os conjuntos de dados se comportam de maneira similar. No entanto, o erro médio relativo entre esses resultados numéricos e os valores experimentais é da ordem de 3,66%. Nota-se também que os maiores desvios dos resultados ocorrem nos pontos

de maiores vazões, de 90 a 100 m³/h, com um desvio da ordem de 5,14% em relação aos dados experimentais. Segundo Patil et al. (2020) e Curi et al. (2023), as curvas de altura manométrica de uma bomba obtidas por análise CFD são frequentemente maiores do que as obtidas experimentalmente, devido a vários fatores. Primeiramente, as simulações CFD idealizam certos aspectos do fluxo, enquanto os testes experimentais representam todas as perdas e imperfeições físicas inerentes ao escoamento, tais como rugosidades nas superfícies internas e efeitos de cavitação, que podem reduzir a eficiência da bomba e, conseqüentemente, a altura manométrica medida experimentalmente.

Figura 42 - Resultado da curva característica de altura manométrica



Fonte: Autoria própria, 2024.

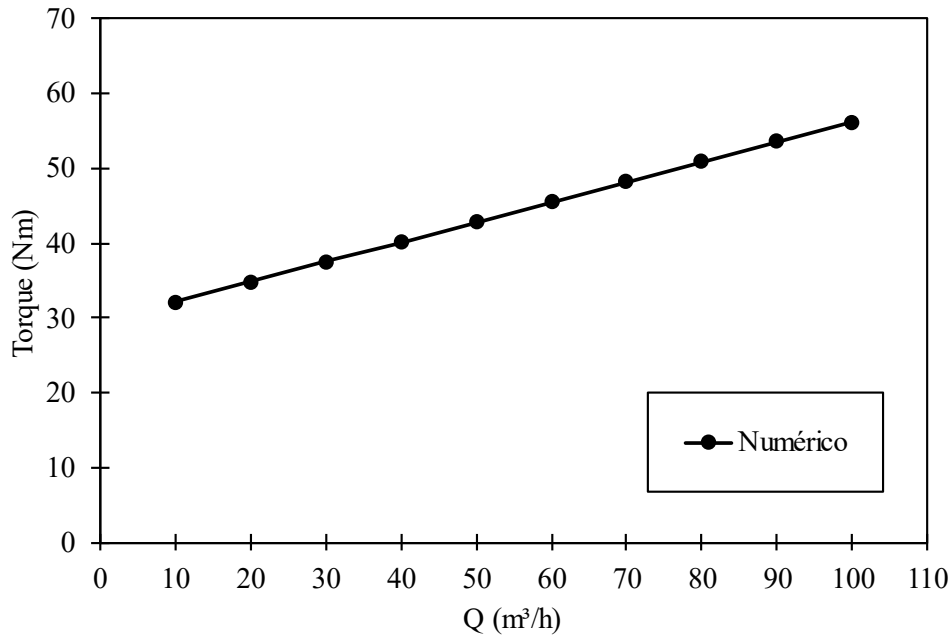
Além disso, os modelos de turbulência usados na simulação podem não capturar todas as complexidades do fluxo real, especialmente em condições de operação fora do ponto de projeto, o que pode resultar em previsões de desempenho superestimadas. Patil et al. (2020) e Curi et al. (2023) ainda destacam outros fatores, como as perdas mecânicas e hidráulicas presentes nos experimentos reais, como atrito nos rolamentos e vedação, que também podem não ser completamente representadas na análise CFD.

5.2.2 Potência e eficiência hidráulica

No contexto das máquinas de fluxo, dois parâmetros de engenharia importantes são a potência necessária para acionar a bomba centrífuga e sua eficiência. Com base, nos resultados do pós processamento é possível determinar o torque aplicado ao eixo do rotor devido à rotação

e ao fluxo que passa pelo componente. Assim, todos os valores de torque que as superfícies sólidas do rotor sofrem em relação ao eixo de giro foram registrados para uma rotação de 1750 rpm, conforme mostrado na Figura 43 a seguir.

Figura 43 – Resultado do torque numérico

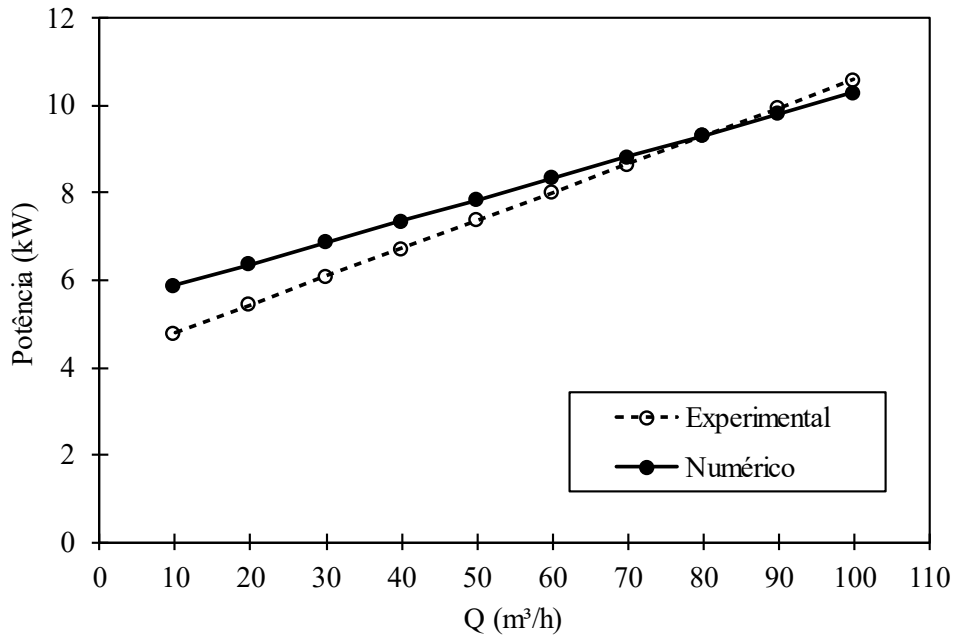


Fonte: Autoria própria, 2024.

Com os valores de torque em função de cada vazão, foi possível calcular a potência requerida do sistema através da relação $P = M\omega$, conforme apresentado no tópico 2.4.3.3 (Potência útil).

A Figura 44 apresenta a comparação entre as potências experimentais e numéricas. Nota-se que ambos os conjuntos de dados se comportam de maneira similar, pois a potência está diretamente relacionada aos valores de elevação, cujos resultados, mostrados na Figura 44, foram bastante satisfatórios. É importante destacar que o erro médio relativo entre os resultados numéricos e os valores experimentais é da ordem de 6%. Além disso, a Figura 44 mostra que os maiores desvios ocorrem nas menores vazões, de 10 a 40 m³/h, com uma diferença de aproximadamente 13% em relação aos valores experimentais.

Figura 44 - Resultado da potência requerida



Fonte: Autoria própria, 2024.

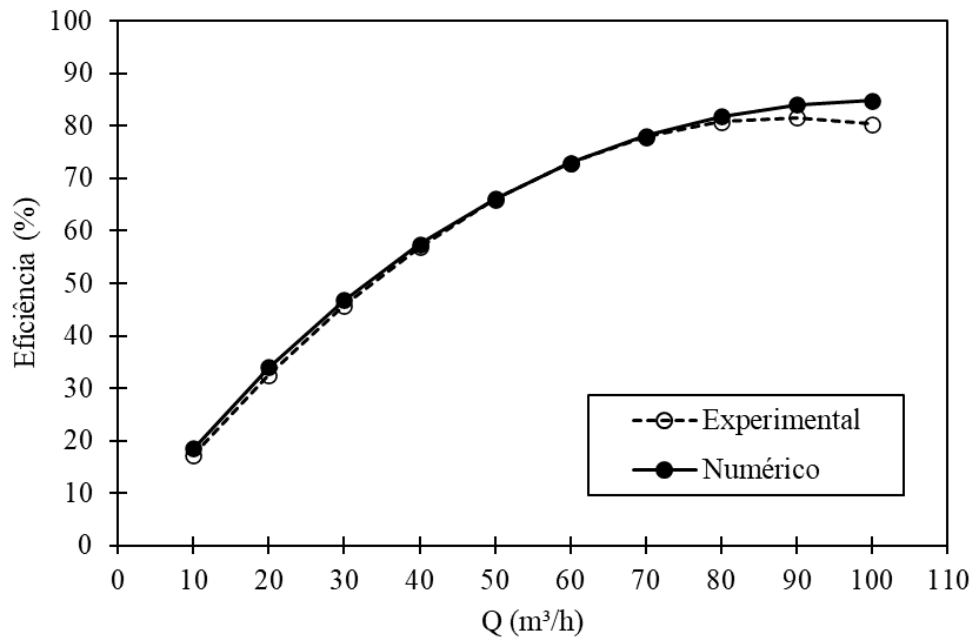
Uma vez determinada a curva de potência da bomba, é possível calcular a eficiência do sistema usando a Equação (64), conforme descrito no tópico 2.4.4.3 (Rendimento total ou global).

$$P = \frac{\gamma \cdot Q \cdot H}{\eta_t} \rightarrow \eta_t = \frac{\gamma \cdot Q \cdot H}{P} \quad (64)$$

Segundo Dunaisk (2015), é esperado que a eficiência obtida numericamente seja maior que a experimental, pois efeitos como atrito de disco, perdas volumétricas e mecânicas do modelo real são negligenciados nas simulações.

No entanto, ao observar a Figura 45, nota-se que o comportamento das curvas de eficiência é similar e possui a mesma tendência. Em alguns pontos de vazão, os resultados apresentam uma excelente concordância menores que 0,5% de erro relativo, como nos valores de 60 e 70 m³/h. Vale destacar que o erro médio relativo entre os resultados numéricos e experimentais é da ordem de 2%.

Figura 45 - Resultado da curva característica de eficiência



Fonte: Autoria própria, 2024.

5.3 ANÁLISE DO ESCOAMENTO INTERNO DA BOMBA

Segundo Bezerra (2018), para uma correta caracterização do desempenho da bomba, são necessárias análises individuais de cada componente que contribui para a altura de elevação. Portanto, são estudados os perfis meridionais obtidos através das simulações, com o intuito de verificar as condições de pressão e velocidade no interior da bomba.

A Figura 46, mostra a variação da pressão absoluta para o fluxo de fluido no interior do rotor e da voluta em um plano médio. Vale ressaltar que os valores negativos podem representar as zonas de baixa pressão, normalmente obtidas nas áreas de entrada do fluido (sucção) ou em zonas de alta velocidade, onde a pressão pode cair significativamente. Por outro lado, os valores positivos normalmente representam as zonas de alta pressão e baixa velocidade.

Figura 46 – Contorno da distribuição de pressão na bomba (rotor + voluta) para uma vazão de 75 m³/h



Fonte: Autoria própria, 2024.

No centro do rotor, a pressão é relativamente baixa, indicada pelas cores verde e verde claro, com valores variando entre -177,58 kPa e 28,23 kPa. À medida que o fluido se move do centro para a periferia do rotor, há um aumento gradativo na pressão, conforme indicado pela transição de cores de verde e verde claro para amarelo, laranja e vermelho. Isso demonstra a transferência de energia no interior do rotor, necessária para aumentar a pressão do fluido. As pás do rotor mostram claramente uma variação de pressão, com a pressão aumentando conforme o fluido se move ao longo das pás. Essa variação confirma que o design das pás está promovendo a conversão eficiente da energia cinética em energia de pressão.

Na voluta, observa-se uma continuação do aumento de pressão, especialmente na região de saída do fluido. As áreas em vermelho indicam as regiões de maior pressão, com valores próximos a 336,95 kPa. Esse aumento de pressão na voluta é causado pela diminuição da velocidade do fluido devido ao aumento progressivo na área de escoamento, do ponto de entrada até a saída do canal da voluta.

A distribuição de pressão mostrada na figura comprova a eficiência do projeto do rotor e da voluta em aumentar a pressão do fluido do centro para a periferia. A transição de cores de azul/verde (baixa pressão) para laranja/vermelho (alta pressão) ao longo das pás e na voluta indica uma transferência de energia bem-sucedida e uma gestão eficaz do fluxo de fluido.

A Figura 47, mostra uma análise detalhada da distribuição de pressão no rotor, onde a pressão em diferentes regiões do rotor, variam de -692,11 kPa a 336,95 kPa. As áreas em tons de vermelho e laranja indicam regiões de alta pressão. Estas áreas estão localizadas principalmente nas bordas externas do rotor e nas extremidades das pás. A alta pressão nesses pontos é resultado da aceleração do fluido pelas pás do rotor, que converte a energia cinética em pressão estática. As áreas em tons de azul e verde mostram regiões de baixa pressão, predominantemente próximas ao centro do rotor e ao longo de certas seções das pás. A baixa pressão no centro do rotor é esperada devido o aumento da velocidade do fluido, causado pelo efeito centrífugo. A variação de pressão sugere um movimento de fluido centrífugo, saindo do centro do rotor em direção às bordas externas. Essa distribuição é típica de rotores em turbomáquinas, onde o fluido é acelerado pelas pás, gerando uma alta pressão nas extremidades e uma baixa pressão no centro.

Figura 47 – Contorno da distribuição de pressão no rotor para uma vazão de 75 m³/h



Fonte: Autoria própria, 2024.

A Figura 48, exibe a distribuição de pressão absoluta na voluta, onde a pressão em diferentes regiões da voluta, variam de -692,11 kPa a 336,95 kPa. Os valores negativos indicam zonas de sucção ou de alta velocidade, enquanto os valores positivos indicam zonas de descarga ou pressão de saída e baixas velocidades do fluido. As áreas em vermelho e laranja indicam regiões de alta pressão, localizadas principalmente na saída da voluta. A alta pressão nessa área é resultado da redução da velocidade do fluido e devido ao próprio formato da voluta, que segundo Bezerra (2018), induz as partículas líquidas a descreverem trajetórias curvilíneas,

estando submetidas, de forma acentuada nas extremidades, à ação da força centrífuga. As áreas em azul e verde indicam regiões de baixa pressão, principalmente próximas à entrada da voluta. A baixa pressão nessa área é esperada devido ao efeito de sucção e à alta velocidade do fluido ao entrar na voluta.

Figura 48 - Contorno da distribuição de pressão na voluta para uma vazão de 75 m³/h

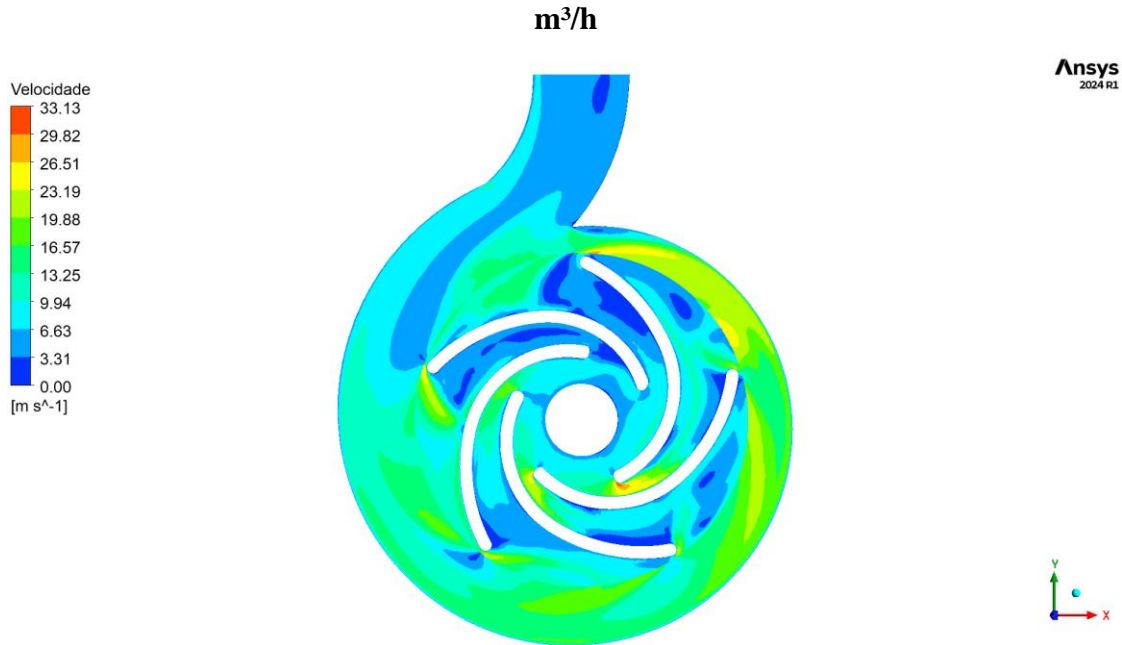


Fonte: Autoria própria, 2024.

A Figura 49, exibe a distribuição de velocidade no conjunto rotor e voluta onde a escala de cores representa diferentes níveis de velocidade do fluido, variando de 0,00 m/s (azul escuro) a 33,13 m/s (vermelho). A observação das regiões de alta velocidade, indicadas por áreas em vermelho e laranja, mostra que a velocidade do fluido é maior nas proximidades das extremidades das pás do rotor. Esse padrão é típico do movimento centrífugo, onde o fluido é acelerado para fora pelas pás, convertendo energia mecânica em energia cinética. A alta velocidade nas extremidades das pás indica que o rotor está efetivamente transferindo energia ao fluido, o que é fundamental para o desempenho eficiente da bomba. Por outro lado, as regiões de baixa velocidade, representadas por tons de azul escuro e claro, estão localizadas principalmente nas áreas de entrada, saída e ao longo de certas áreas da voluta. Essas regiões de baixa velocidade são esperadas nas zonas onde o fluido desacelera e a pressão aumenta, especialmente na saída da voluta. Esse comportamento é devido à conversão de energia cinética em energia de pressão, um princípio fundamental no funcionamento de bombas centrífugas. A distribuição de velocidades na voluta, com uma diminuição gradual da entrada para a saída,

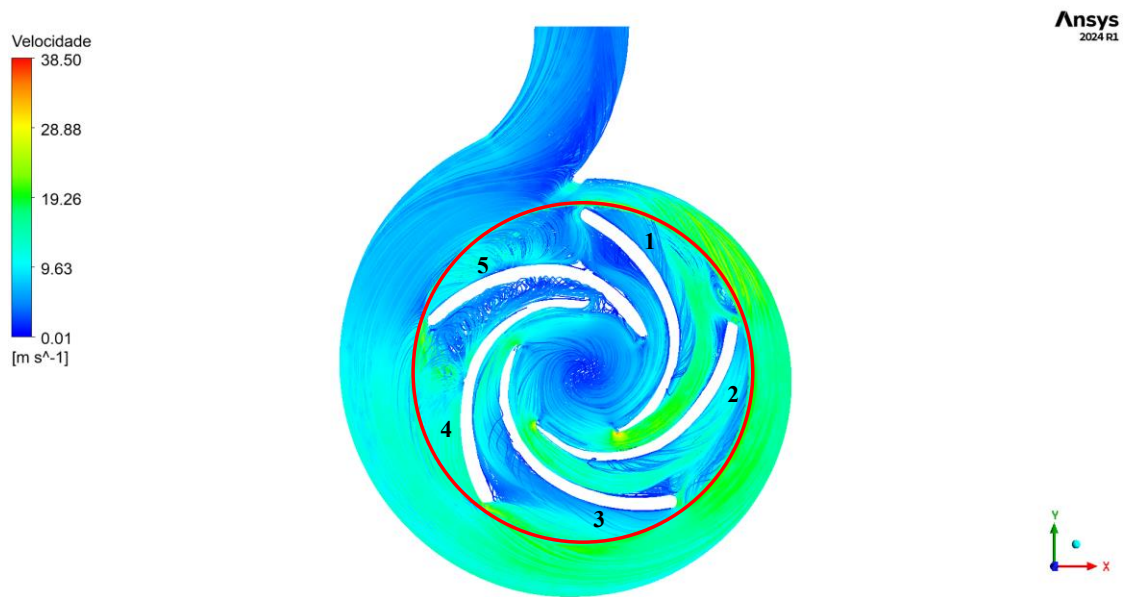
confirma a eficiência na conversão de energia, uma vez que o fluido desacelera enquanto a pressão aumenta.

Figura 49 - Contorno da distribuição de velocidade na bomba para uma vazão de 75

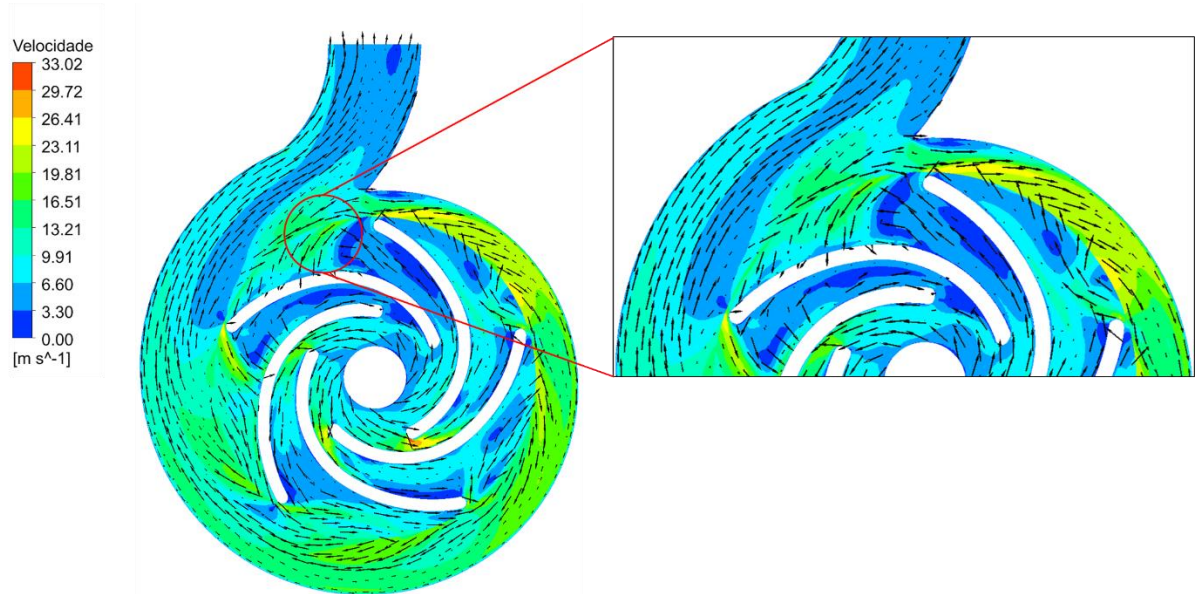


Fonte: Autoria própria, 2024.

Na Figura 50, são exibidas as linhas de corrente do conjunto rotor e voluta para uma vazão de 75 m³/h. Pode-se observar que, nas proximidades das extremidades das pás do rotor, há um campo de maior velocidade do fluido, devido ao movimento de rotação do rotor. Este movimento direciona o fluxo do fluido para a voluta, causando a desaceleração do fluido. Conseqüentemente, há um aumento gradual da pressão à medida que o fluido perde velocidade, como mostrado na Figura 48 nos pontos de saída do fluido pela voluta, apresentando velocidades baixas e pressões altas. Ressalta-se que nas Figura 50 e Figura 51 é possível observar pontos de recirculação do fluido em torno da pá número 5 do rotor. Essa recirculação é evidenciada pelo sentido contrário do vetor velocidade, que em vez de se dirigir ao bocal de saída da voluta, retorna para as bordas da pá. Esse fenômeno é apresentado com mais detalhes na Figura 51. Isso pode ser ocasionado pela imprecisão do modelo de turbulência utilizado na captação dos resultados em torno desta pá, ou até mesmo pelo design da geometria do rotor.

Figura 50 - Linhas de corrente da bomba para uma vazão de 75 m³/h

Fonte: Autoria própria, 2024.

Figura 51 - Vetores de velocidade para uma vazão de 75 m³/h

Fonte: Autoria própria, 2024.

Para uma representação precisa do fluxo em bombas centrífugas, vários fatores devem ser levados em consideração, conforme demonstrado pela análise dos resultados deste capítulo. A eficiência e o comportamento operacional dos componentes da bomba são diretamente impactados pelos parâmetros geométricos e pela interação dos componentes do sistema.

6 CONCLUSÃO

Este trabalho realizou uma análise CFD de uma bomba centrífuga radial e os resultados foram apresentados em termos de altura manométrica, potência, velocidade e eficiência da bomba centrífuga. A referida análise mostrou-se um tema de extrema relevância, sendo justificada pela importância das bombas centrífugas em processos industriais e pela necessidade de compreender e otimizar seu desempenho.

As curvas características obtidas para (i) altura manométrica, (ii) rendimento e (iii) potência, contribuíram para avançar de forma significativa no entendimento da física do escoamento inerente ao funcionamento do modelo de bomba analisado e posteriormente, propor alterações para melhorar sua eficiência e inovar nesse campo de estudo.

As curvas características obtidas numericamente foram comparadas com os dados experimentais fornecidos pelo fabricante no que se observou boa concordância em grande parte da faixa de parâmetros analisados, apresentando um desvio médio relativo da ordem de 3,66%, 6% e 2% para as curvas de altura manométrica, potência e eficiência, respectivamente. Na sequência, realizou-se a avaliação dos padrões de escoamento, velocidade e distribuição de pressão no interior da bomba, corroborando para eficácia das análises CFD como ferramentas para a avaliação e otimização do desempenho de bombas centrífugas e de simulações computacionais no contexto industrial.

A avaliação das curvas características de altura manométrica, rendimento e potência, baseada em critérios de desempenho estabelecidos, proporcionou uma análise abrangente do funcionamento da bomba. As limitações encontradas, como a necessidade de validação experimental dos resultados, a complexidade na definição dos parâmetros de simulação e a dependência de recursos computacionais, foram superadas através de um processo cuidadoso de análise e validação

6.1 RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Recomenda-se a realização dos seguintes estudos para ampliar e aprofundar os resultados obtidos:

- **Simulações em Regime Transiente:** Conduzir simulações em regime transiente para avaliar possíveis alterações significativas nos resultados obtidos em comparação com as simulações em regime estacionário.
- **Estudo Multifásico:** Realizar um estudo multifásico envolvendo líquido e vapor para investigar os efeitos da cavitação na bomba, o que pode fornecer uma compreensão mais detalhada sobre o desempenho e a durabilidade do equipamento.
- **Estudo da Bomba como Turbina:** Investigar o funcionamento da bomba operando como turbina para a geração de energia, analisando sua eficiência, viabilidade técnica e os impactos no desempenho do sistema.
- **Estudo dos Triângulos de Velocidade:** Analisar os triângulos de velocidade para baixas, intermediárias e altas vazões, a fim de identificar as possíveis causas de perda de rendimento, especialmente em condições de vazões fora do nominal, e propor melhorias no desempenho do sistema.

RERÊNCIAS

- ANDERSON, John David. **Computational fluid dynamics: The basics with applications**. Nova York: McGraw Hill, 1995. 563 p. ISBN 0070016852.
- ALÉ, Jorge Antonio Villar. **Sistemas Fluidomecânicos: Sistemas de bombeamento**. Rio Grande do Sul: [s. n.], 2011. 238 p.
- ALFONSI, Giancarlo. **Reynolds-Averaged Navier–Stokes Equations for Turbulence Modeling**. 3ª. ed. [S. l.]: J. N. Reddy, 2009. 20 p. v. 62. DOI 10.1115/1.3124648.
- ANSYS INC. **Ansys Fluent Theory Guide**. Estados Unidos: [s. n.], 2024. 1112 p.
- ANSYS INC. **Ansys CFX-Solver Theory Guide**. Estados Unidos: [s. n.], 2024. 388 p.
- BEZERRA, Ana Rafaelly Amaral. **Utilização da fluidodinâmica computacional como ferramenta de estudo em bombas centrífugas**. Orientador: André Jesus Soares Maurente. 2018. 121 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2018.
- BRASIL, Alex Nogueira. **Máquinas Termohidráulicas de Fluxo**. Paraná: [s. n.], 2010. 30 p.
- COSTA, Teixeira da; SANTOS, Davide; LANÇA, Rui. **TURBO MÁQUINAS HIDRÁULICAS: Bombas**. Faro: UNIVERSIDADE DO ALGARVE, 2001. 33 p.
- CORRÊA, Laís. **Simulação de grandes escalas de escoamento turbulentos com filtragem temporal via método de volumes finitos**. Orientador: Fabrício Simeoni de Sousa. 2016. 101 p. Tese (Doutorado em ciências da computação e matemática computacional) - Universidade de São Paulo, São Carlos, 2016.
- CURI, Alfredo M. Abuchar *et al.* **Improving Pump Characteristics through Double Curvature Impellers: Experimental Measurements and 3D CFD Analysis**. [S. l.]: Licensee MDPI, 2023. 26 p. DOI <https://doi.org/10.3390/fluids8080217>.
- DUNAISKI, Rafael. **Simulação numérica do escoamento monofásico em uma bomba centrífuga radial**. Orientador: Rigoberto E. M. Morales. 2015. 99 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2015.
- DHINSA, Kulvir K.; BAILEY, Chris J.; PERICLEOUS, Koulis A. **Turbulence modelling and it's impact on cfd predictions for cooling of electronic components**. Londres: [s. n.], 2004. 8 p. DOI 0-7803-8357-5/04.
- ELETROBRÁS. **Bombas: Guia básico**. Brasília: CNI, 2009. 239 p. ISBN 9788587257321.
- FOX, Robert W.; MCDONALD, Alan T.; PRITCHARD, Philip J. **Introdução à mecânica dos fluidos**. 8ª. ed. Minas Gerais: LTC, 2014. 884 p. ISBN 9788521623021.

ESSS (São Paulo). **Fluidodinâmica Computacional: o que é?**. [S. l.], 2016. Disponível em: <https://www.esss.com/blog/fluidodinamica-computacional-o-que-e/>. Acesso em: 1 jul. 2024.

FRAGA, Gabriel Vargas; VICTORIA, Leandro Nascimento. **Bancada de teste de bombas centrífugas: elaboração das curvas características de uma bomba centrífuga**. Orientador: Hilton Moulin Caliman. 2021. 68 f. Trabalho de conclusão de curso (Bacharel em Engenharia Mecânica) - Instituto Federal do Espírito Santo, Itapemirim, 2021.

GOU, Qiuqin; XIAO, Shide; WANG, Tao; YAN, Jing. **Analysis and Comparison of Two Kinds of Design Approaches for Volute of Centrifugal Pump**. China: Energies, 2023. 18 p. DOI <https://doi.org/10.3390/en16176128>.

GORMAN, John; BHATTACHARYYA, Suvanjan; CHENG, Lijing; ABRAHAM, John P. **Turbulence Models Commonly Used in CFD**. [S. l.: s. n.], 2022. 238 p. ISBN 9781839682483. DOI 10.5772/intechopen.99784.

HENN, Érico Antônio Lopes. **Máquinas de fluido**. 2ª. ed. Santa Maria: UFMS, 2006. 474 p. ISBN 8573910755.

HINZE, J. O. **Turbulence**. 2ª. ed. Nova York: McGraw Hill, 1975.

INCROPERA, Frank P.; BERGMAN, Theodore L.; LAVINE, Adrienne S.; DEWITT, David P. **Fundamentos da transferência de calor e de massa**. 7ª. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2014. 1699 p. ISBN 9780470501979.

KARASSIK, Igor J.; MESSINA, Joseph P.; COOPER, Paul; HEALD, Charles C. **Pump handbook**. Estados Unidos: Third Editions, 2001. 1801 p. ISBN 0070340323.

KUNDU, Pijush K.; COHEN, Ira M.; DOWLING, David R. **Fluid Mechanics**. 6ª. ed. [S. l.]: Academic Press, 2016. 952 p. ISBN 9780124059351.

MACINTYRE, Archibald Joseph. **Bombas e instalações de bombeamento**. 2ª. ed. rev. Rio de Janeiro: Livros técnicos e científicos editora S.A, 1997. 782 p. ISBN 9788521610861.

MATTOS, Edson Ezequiel de; FALCO, Reinaldo de. **Bombas industriais**. 2ª. ed. Rio de Janeiro: Interciência Ltda, 1998. 474 p. ISBN 9788571930049.

NETO, Aristeu da Silveira. **Fundamentos da Turbulência nos Fluidos**. Rio de Janeiro: ABCM, 2002. 281 p. v. 1. ISBN 8585769106.

NUNES, Gabriela de Godoi Saldanha. **Simulação numérica das curvas características de Altura Manométrica, Rendimento e NPSH de bombas centrífugas**. Orientador: Jhon Nero Vaz Goulart. 2020. 73 p. Trabalho de conclusão de curso (Bacharelado em Engenharia de Energia) - Universidade de Brasília, Brasília, 2020.

PATIL, Dhruva *et al.* **Computational Analysis and Design Improvement of an Industrial Centrifugal Pump with Experimental Validation**. India: J. Inst. Eng. India Ser. C, 2020. 14 p. DOI <https://doi.org/10.1007/s40032-020-00567-6>.

PEREIRA, Charles. **O uso de softwares CFD na Engenharia**. [S. l.], 6 jul. 2024. Disponível em: <https://blogdaengenharia.com/secoes/colunistas-blog-da-engenharia/o-uso-de-softwares-cfd-na-engenharia/>. Acesso em: 3 jun. 2024.

SEGALA, Willian. **Simulação numérica do escoamento monofásico no primeiro estágio de uma bomba centrífuga de duplo estágio**. Orientador: Rigoberto E. M. Morales. 2010. 124 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica e de Materiais) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2010.

SOUZA, Jose Francisco Almeida de; OLIVEIRA, Leopoldo Rota de; AZEVEDO, Jose Luiz Lima de; SOARES, Ivan Dias; MATA, Mauricio Magalhaes. **Uma revisão sobre a turbulência e sua modelagem**. Rio de Janeiro: Revista Brasileira de Geofísica, 2011. 21 p. v. 29^a. DOI <https://doi.org/10.1590/S0102-261X2011000100002>.

VERDE, William Monte. **Máquinas de fluxo**. Londrina: Editora e distribuidora educacional S.A, 2018. 248 p. ISBN 9788552207382.

VIRTUALCAE. **Introdução a Análises CFD: Guia Completo para Iniciantes**. [S. l.], 2023. Disponível em: <https://virtualcae.com.br/2023/11/09/introducao-a-analises-cfd-guia-completo-para-iniciantes/>. Acesso em: 1 jul. 2024.

VERSTEEG, H K; MALALASEKERA, W. **An introduction to Computational fluid dynamics: The finite volume method**. Nova York: Logman Scientific & Technical, 1995. 267 p. ISBN 0582218845.

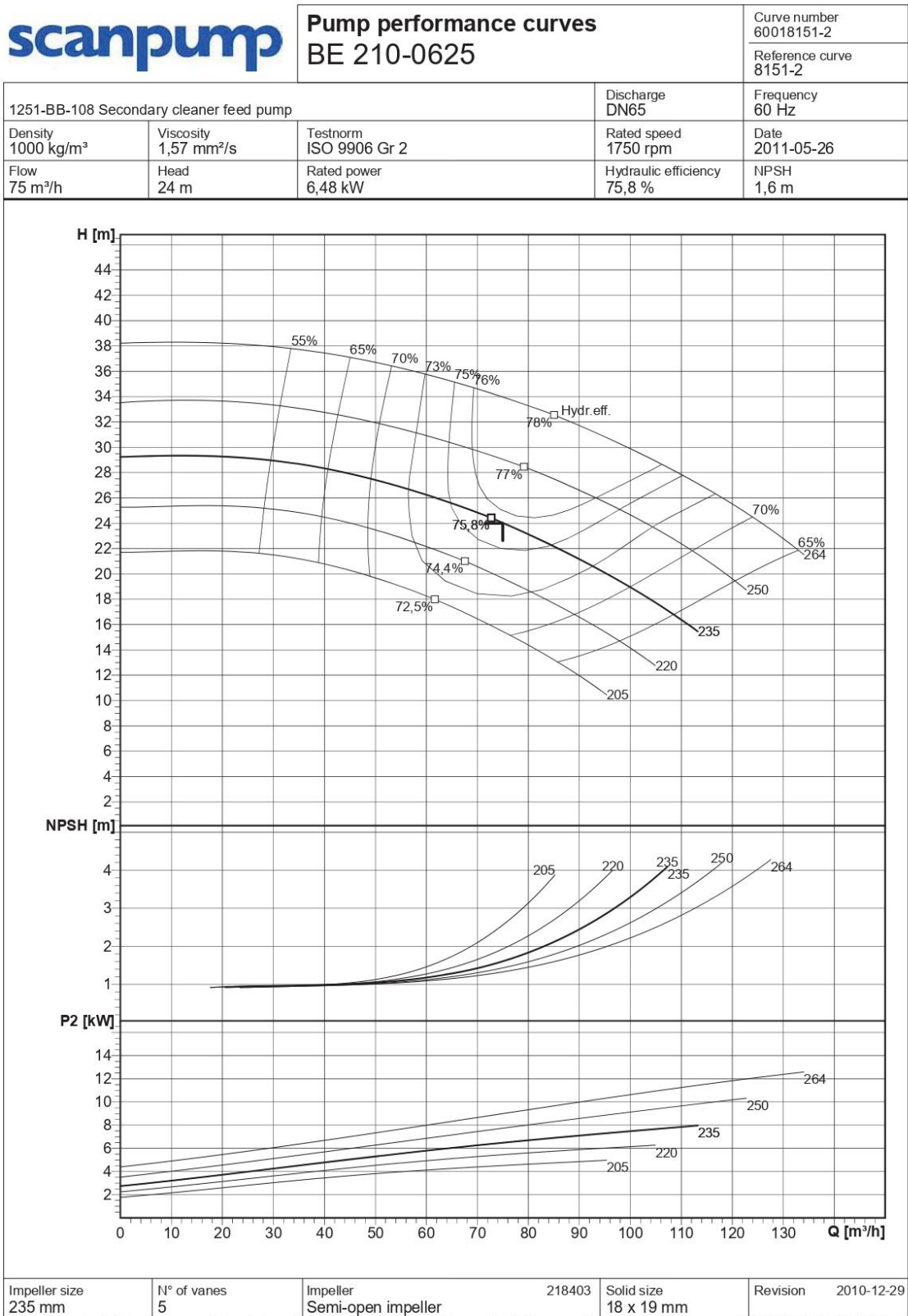
WANG, Chuan; ZHANG, Bin; WANG, Hui; WU, Shaohui; XU, Bingwei; LI, Hao. **Investigation of internal flow characteristics in volute with varying inlet widths for low specific speed centrifugal pumps**. China: Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering, 2024. DOI <https://doi.org/10.1007/s40430-024-04803-3>.

WHITE, Frank Mangrem. **Mecânica dos fluidos**. 6^a. ed. Porto Alegre: AMGH Ltda, 2011. 878 p. ISBN 9788580550092.

WILCOX, David C. **Turbulence Modeling for CFD**. 3^a. ed. Canadá: DCW Industries, 2006. 536 p. ISBN 9781928729082.

ZANUTTO, Conrado Planas. **Aplicação de técnicas de fluidodinâmica computacional (CFD) na avaliação da hidrodinâmica e da transferência de massa em estágio de coluna de destilação**. Orientador: José Antônio Silveira. 2015. 200 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Química) - Universidade Federal de São Carlos, São Paulo, 2015.

ANEXO A – Catálogo do fabricante, bomba BE 210-0625



ABS reserves the right to change any data and dimensions without prior notice and can not be held responsible for the use of information contained in this software.