



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ  
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DE CASTANHAL  
FACULDADE DE MATEMÁTICA  
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

**EDYVANA GABRIELA DA SILVA TEIXEIRA**

**COMPARAÇÃO ENTRE OS MÉTODOS DE RUNGE-KUTTA E SÉRIES DE  
TAYLOR PARA MODELAGEM DA DINÂMICA DO HIV/AIDS EM  
CASTANHAL-PA**

CASTANHAL – PA

2022

EDYVANA GABRIELA DA SILVA TEIXEIRA

**COMPARAÇÃO ENTRE OS MÉTODOS DE RUNGE-KUTTA E SÉRIES DE  
TAYLOR PARA MODELAGEM DA DINÂMICA DO HIV/AIDS EM  
CASTANHAL-PA**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à  
Universidade Federal do Pará, como requisito  
parcial para a obtenção do grau de Licenciatura  
Plena em Matemática.

Orientador: Prof<sup>o</sup>. Dr. Frayzer Lima de Almeida

CASTANHAL – PA

2022

EDYVANA GABRIELA DA SILVA TEIXEIRA

**COMPARAÇÃO ENTRE OS MÉTODOS DE RUNGE-KUTTA E SÉRIES DE  
TAYLOR PARA MODELAGEM DA DINÂMICA DO HIV/AIDS EM  
CASTANHAL-PA**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à  
Universidade Federal do Pará, como requisito  
parcial para a obtenção do grau de Licenciatura  
Plena em Matemática.

Data da defesa: 30 / 04 / 2022

BANCA EXAMINADORA:

---

PROFº FRAYZER LIMA DE ALMEIDA  
Orientador/Profº da FACMAT-UFPA

---

PROFº GERALDO GONÇALVES DA SILVA  
Membro da banca avaliadora/Profº da FACMAT-UFPA

CASTANHAL – PA

2022

Dedico este trabalho a minha família  
em especial a minha avó, Lêda  
Maria Figueiredo da Silva e minha  
mãe Maria José Figueiredo da Silva.

## AGRADECIMENTOS

Inicialmente agradeço a Deus por me permitir realizar a conclusão de um sonho, que mesmo diante as adversidades durante o processo permitiu que eu pudesse ser perseverante na busca dos meus objetivos.

A minha família, que sempre acreditaram na minha capacidade durante a minha graduação, a minha mãe Maria José por sempre me auxiliar e em especial minha avó Lêda Maria que sempre me incentivou a trilhar o caminho dos estudos e buscar sempre ser uma eterna aprendiz na vida. Pessoas que viram de perto quão árduo foram esses anos.

Ao Prof<sup>o</sup> e Orientador Frayzer L. de Almeida pelo suporte durante a elaboração deste trabalho, durante um período pandêmico e delicado para todos nós. Por ter me ingressado e instruído no campo da pesquisa científica na área da epidemiologia desde o início da graduação.

Ao corpo docente da Faculdade de Matemática do Campus de Castanhal pelos ensinamentos e contribuições durante a minha formação. Pela oportunidade concedida pelos alunos para ser a Representante Discente no Conselho da Faculdade visando sempre dar voz as necessidades do corpo discente dentro do Curso.

Ao CAMAT/UFPA pela oportunidade de concretizar mais um importante passo na minha vida acadêmica. O trabalho na diretoria do CA foi árduo mas gratificante e um privilégio poder contribuir com a fundação do centro acadêmico do nosso curso.

Agradeço também aos funcionários e bolsistas do Campus em especial aos da secretaria geral pelo apoio, por toda atenção recebida e pelos momentos compartilhados durante o meu estágio que foi de suma importância para minha vida profissional.

As minhas irmãs de coração Dilma Diniz, Luana Caroline e Andrea Lorrana que sempre me aconselharam a persistir nos momentos de dificuldades, me motivam a ir em busca dos meus objetivos e que percorreram parte da vida acadêmica comigo.

Aos meus amigos que fiz ao longo do Curso, que tornavam mais leves até os momentos mais tensos durante essa jornada. O Hildmir por sempre me ouvir e orientar nas aulas de Cálculo, a Paula Thiely por partilhar comigo as manhãs no estágio e toda ajuda nas dificuldades no ensino remoto, Juan Medeiros e João Victor por toda credibilidade confiada a mim.

Agradecer em especial a dois amigos que integraram o “trinômio perfeito”, a Maria Luely por estar sempre comigo nos estudos e surtos do início ao fim da graduação rindo e chorando juntas, e ao meu parceiro de produções acadêmicas Lucas Costa, impossível esquecer a primeira pessoa que conheci na UFPA, obrigada por todo auxílio e por sua sincera amizade. Espero levá-los para toda vida.

Agradecer a mim mesma, Edyvana Gabriela, por persistir e ter superado as adversidades durante esse ciclo. Pois se não estivermos dispostos a fazer alguns sacrifícios para realizá-los, então deveríamos-nos perguntar se realmente acreditamos neles, afinal só vive o propósito quem suporta o processo.

Por fim, agradeço a todos que contribuíram de forma direta ou indireta na minha jornada acadêmica. E dessa forma tonaram possível a concretização desse objetivo.

*“Se eu desejasse alguma coisa,  
não desejaria riqueza e poder,  
mas o sentido apaixonado do  
potencial, o olho que sempre  
jovem e ardente, vê o possível.”*

*Soren Kierkegaard*

## RESUMO

A Síndrome da Imunodeficiência Adquirida (AIDS) foi inicialmente constatada nos Estados Unidos em 1981, à qual foi caracterizada pela deterioração do sistema imunológico. Em 1983, cientistas do Institut Pasteur, França, e do National Institute of Health, Estados Unidos, mostraram que um vírus era o causador da AIDS, o qual passou a ser chamado de vírus da imunodeficiência humana (HIV). O HIV/AIDS tem um crescente número de infectados a cada ano na cidade de Castanhal, neste sentido optamos por analisar o estudo de casos de infectados a partir de dados reais de HIV/AIDS disponibilizados pelo CEADIC/Castanhal-PA, entre 2000 e 2013, este trabalho propõe através do modelo epidemiológico determinístico SI (suscetíveis, infectados), modelar e solucionar, através dos métodos numéricos da Série de Taylor e de Runge-Kutta, ambos de 2ª ordem, analisar a convergência das soluções numéricas propostas e calcular suas estimativas de previsão, tanto de infectados quanto de suscetíveis no município de Castanhal. Com as análises verificamos que as soluções numéricas aproximam-se aos dados reais de infectados e suscetíveis, logo estamos diante da validação da aplicação do modelo epidemiológico determinístico SI (suscetíveis, infectados) ao ser solucionado através de ambas as metodologias numéricas propostas (Série de Taylor e Runge-Kutta).

Palavras-chave: Epidemiologia, Biomatemática, HIV/AIDS, Taylor, Runge-Kutta.

## **ABSTRACT**

Acquired Immune Deficiency Syndrome (AIDS) was first found in the United States in 1981, which was characterized by a deterioration of the immune system. In 1983, scientists from the Institut Pasteur, France, and the National Institute of Health, USA, showed that a virus was the cause of AIDS, which was then called the human immunodeficiency virus (HIV). The HIV/AIDS has an increasing number of infectious each year in the city of Castanhal, in this sense we chose to analyze the study of cases of infected from real data of HIV/AIDS made available by CEADIC/Castanhal-PA, between 2000 and 2013, this work proposes through the deterministic epidemiological model SI (susceptible, infected), model and solve, through the numerical methods of Taylor Series and Runge-Kutta, both of 2nd order, analyze the convergence of the proposed numerical solutions and calculate their predictive estimates, both infected and susceptible in the municipality of Castanhal. With the analyses, we verified that the numerical solutions are close to the real data of infected and susceptible people, thus we are facing the validation of the application of the deterministic epidemiological model SI (susceptible, infected) when solved through both proposed numerical methodologies (Taylor Series and Runge-Kutta).

**Keywords:** Epidemiology, Biomathematics, HIV/AIDS, Taylor, Runge-Kutta.

## SUMÁRIO

<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>10</b>
<b>CAPÍTULO 2.....</b>	<b>11</b>
2.1 HISTÓRICO DO HIV/AIDS .....	11
2.2 AGENTE ETIOLÓGICO.....	12
2.3 CICLO DE VIDA DO VIRUS .....	12
2.4 TRANSMISSÃO DO VIRUS .....	13
2.5 SINTOMAS DO HIV/AIDS .....	14
2.6 TRATAMENTO .....	16
2.7 HIV/AIDS NO BRASIL .....	16
<b>CAPÍTULO 3.....</b>	<b>18</b>
3.1 MODELOS EPIDEMIOLÓGICOS .....	18
3.2 MODELOS COMPARTIMENTAIS .....	18
3.2.1 MODELO SI.....	19
3.2.2 MODELO SIS .....	20
3.2.3 MODELO SIR .....	22
<b>CAPÍTULO 4.....</b>	<b>24</b>
4.1 SÉRIE DE TAYLOR .....	25
4.2 RUNGE-KUTTA .....	26
<b>CAPÍTULO 5.....</b>	<b>28</b>
5.1 RESULTADOS E DISCUSSÕES .....	28
<b>CONCLUSÃO .....</b>	<b>33</b>
<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>34</b>

## 1 INTRODUÇÃO

A relação da matemática com a saúde pública não é algo novo, tendo como base os artigos publicados pelo matemático e físico holandês Daniel Bernoulli (1700-1782), a quem se atribui a primeira modelagem matemática da propagação de doenças infecciosas, em seus estudos elaborou uma abordagem que comprovou a eficácia da técnica de inoculação preventiva contra a varíola, até então um problema na Europa que matava mais de 400 mil pessoas por ano. Bernoulli apresentou suas ideias em 1760 em dois artigos, um na revista *Mémoires de mathématique et de physique* e outro na *Mercure de France*, fazendo uso de parâmetros ainda hoje utilizados para examinar os rumos de epidemias.

A modelagem matemática é uma ferramenta que consiste em se ter uma linguagem precisa a qual é capaz de explanar nossas idéias de maneira clara e sem ambiguidades, além de proporcionar um grande conjunto de resultados que viabilizam a utilização de métodos computacionais para calcular suas soluções numéricas. Os modelos matemáticos podem ser desenvolvidos de acordo com a natureza dos fenômenos ou problemáticas analisadas e classificados conforme o tipo de matemática utilizada.

No âmbito da atual pandemia de COVID-19, os modelos compartimentais estão em destaque para o desenvolvimento de pesquisa na epidemiologia. Estes modelos matemáticos são utilizados para a construção de modelos epidêmicos que colaboram para a tomada de decisões por parte das autoridades políticas e sanitárias.

Dessa forma, a partir de dados reais de HIV/AIDS cedidos pelo CEADIC/Castanhal-PA entre os anos de 2000 e 2013 (ROCHA, 2014), o presente trabalho propõe através do modelo epidemiológico determinístico SI (suscetíveis, infectados), modelar e solucionar, com o uso dos métodos numéricos da Série de Taylor de 2ª ordem e Runge-Kutta de 2ª ordem.

Assim como, analisar a convergência das soluções numéricas propostas, estudar o comportamento e/ou dinâmica da referida epidemia e calcular suas estimativas de previsão, tanto de suscetíveis quanto de infectados no município de Castanhal-PA.

## CAPÍTULO 2

### 2.1 HISTÓRICO DO HIV/AIDS

A Síndrome da Imunodeficiência Adquirida (AIDS) (Acquired Immune Deficiency), foi inicialmente constatada nos Estados Unidos em 1981, verificou-se o elevado número de jovens com doenças oportunistas como: sarcoma de kaposi, pneumonia por *Pneumocystis carinii* e deteriorização do sistema imunológico. Com uma rápida disseminação nos Estados Unidos entre grupos de jovens, particularmente entre homens homossexuais, hemofílicos, usuários de drogas intravenosas e seus parceiros heterossexuais.

A partir disto, foi sugerido que se tratava de uma nova doença infecciosa, e que sua transmissão ocorria pelo contato com sangue ou secreções genitais. Em 1983, cientistas do Institut Pasteur, na França, e do National Institute of Health, nos Estados Unidos, mostraram que um vírus era o causador da AIDS, o qual passou a ser chamado de vírus da imunodeficiência humana (HIV) (do inglês, *Human Immunodeficiency Virus*) (ROCHA, 2014; LOPES; PRATA, 2019).

Na primeira metade da década de 80, a epidemia de HIV/aids manteve-se basicamente restrita às regiões metropolitanas do Sudeste e Sul do país, sendo suas principais vias de transmissão: sexual, entre homens que fazem sexo com homens; sanguínea, por transfusão de sangue e hemoderivados; e pelo uso de drogas injetáveis mediante o compartilhamento de seringas.

Nesse período, a velocidade de crescimento da incidência e as taxas de mortalidade eram elevadas, a estrutura assistencial para a aids encontrava-se em fase de implantação/implementação, tendo sido priorizadas medidas dirigidas à melhoria da qualidade e controle do sangue e seus derivados. Como consequência imediata dessas medidas, observou-se uma diminuição drástica de casos de aids entre hemofílicos e transfundidos.

Nos últimos anos da década de 80 e início dos anos 90, a epidemia assumiu outro perfil. A transmissão heterossexual passou a ser a principal via de transmissão do HIV, a qual vem apresentando maior tendência de crescimento em anos recentes, acompanhada de uma expressiva participação das mulheres na dinâmica da epidemia (GUIA DE VIGILANCIA 7ª.ED).

## 2.2 AGENTE ETIOLÓGICO

HIV é um retrovírus da família *Lentiviridae*. Esses vírus compartilham algumas propriedades comuns: período de incubação prolongado antes do surgimento dos sintomas da doença, infecção das células do sangue e do sistema nervoso e supressão do sistema imune. Pertencem ao grupo dos retrovírus citopáticos e não oncogênicos, necessitando, para multiplicar-se, de uma enzima denominada transcriptase reversa, responsável pela transcrição do RNA (ácidos ribonucléicos) viral para uma cópia do DNA (ácidos desoxirribonucléicos), que pode então integrar-se ao genoma do hospedeiro. Esses vírus são bastante lábeis no meio externo, sendo inativados por uma variedade de agentes físicos (calor) e químicos (hipoclorito de sódio, glutaraldeído). Em condições experimentais controladas, as partículas virais intracelulares parecem sobreviver no meio externo por até, no máximo, um dia, enquanto que partículas virais livres podem sobreviver por 15 dias à temperatura ambiente, ou até 11 dias a 37°C (GUIA DE VIGILANCIA 7ª.ED).

## 2.3 CICLO DE VIDA DO VIRUS

A infecção aguda pelo HIV ocorre nas primeiras semanas após o contágio, pois é nesse período que o vírus está sendo replicado demasiadamente nos tecidos linfoides. Nessa fase, tem-se a carga viral do HIV elevada e níveis decrescentes de linfócitos, em especial os LT-CD4+, já que, estes são os linfócitos utilizados para a reprodução viral. O indivíduo durante esse processo de reprodução viral pode desenvolver várias doenças, pois os glóbulos brancos que dão imunidade ao organismo são destruídos, deixando o organismo fragilizado e suscetível a outras infecções.

Assim como em outras infecções virais agudas, a infecção pelo vírus do HIV é associado a um grupo de manifestações clínicas, denominado Síndrome Retroviral Aguda (SRA). Os principais casos clínicos de SRA incluem febre, faringite, exantema, adenopatia, cefaleia, astenia e mialgia. E como os sintomas apresentados pelos infectados da SRA são análogos aos

de outras infecções virais, torna-se frequente a atribuição a outra etiologia fazendo com que retarde o diagnóstico de infecção pelo HIV em sua fase inicial ou aguda.

Enquanto a quantidade de LT-CD4+ se mantém acima de 350 céls/mm<sup>3</sup>, os casos infecciosos mais recorrentes são geralmente bacterianos, como as infecções respiratórias ou tuberculose. À medida que a infecção progride, as doenças oportunistas tornam-se mais frequentes, neste estágio é possível encontrar a diminuição na quantidade de LT-CD4+, em torno de 200 e 300 céls/mm<sup>3</sup>.

## 2.4 TRANSMISSÃO DO VIRUS

Logo que o vírus causador da aids penetra na rede sanguínea atacando e infectando as células do sistema imune comprometendo o organismo de defesa, a pessoa infectada pelo HIV torna-se um transmissor. É durante esse processo de fase aguda ou de imunossupressão avançada que o portador têm a maior concentração do HIV no sangue sendo assim altamente infectante.

A transmissão do vírus do HIV pode ocorrer somente por meio de secreções como: sangue (via parental e vertical); relação sexual (sêmen e secreção vaginal) e pelo leite materno. Para que ocorra a transmissão é necessário que a matéria que contém o vírus ativo entre em contato diretamente com o organismo de uma pessoa não infectada. Esse contato pode ser por meio de relação sexual, tanto homossexual quanto heterossexual, no compartilhamento ou reutilização de materiais cortantes e intravenosos infectados, em uma transfusão de sangue contaminado, pela grávida infectada pelo vírus (HIV-positiva) durante a gestação (transmissão vertical) que pode transmitir para o feto ou no trabalho de parto e através da amamentação.

Ser soro positivo não significa que sempre o portador do vírus HIV terá seu quadro clínico evolutivo para AIDS, há casos em que a pessoa infectada pode ficar anos sem apresentar quaisquer sintomas da infecção, entretanto ainda assim é um transmissor do vírus.

## 2.5 SINTOMAS DO HIV/AIDS

A pessoa infectada pelo HIV, vírus causador da AIDS podem apresentar sintomas silenciosos nos primeiros dias após a infecção. As fases da infecção pode ser dividida em quatro estágios clínicos, até que a presença do vírus se configure como a AIDS, e as fases são: **infecção aguda, fase assintomática**, também conhecida como latência clínica, **fase sintomática inicial** ou precoce e **AIDS**.

**Infecção aguda** – a doença nessa fase é também chamada de síndrome da infecção retroviral aguda ou infecção primária e se manifesta clinicamente em cerca de 50% dos pacientes. O diagnóstico desta fase é pouco realizado, devido ao baixo índice de suspeição, sendo, em sua maioria, retrospectivo. A infecção aguda caracteriza-se pela presença elevada do vírus no sangue, como também, por resposta imune intensa e rápida queda na contagem de linfócitos CD4+ de caráter transitório. Existem evidências de que a imunidade celular desempenha papel fundamental no controle da carga viral no sangue pelo HIV, nesta fase da infecção.

Os sintomas aparecem durante o pico da presença do vírus no sangue e da atividade imunológica. As manifestações clínicas podem variar, desde quadro gripal até uma síndrome que se assemelha à mononucleose (*Mononucleose-like*). Os pacientes podem apresentar sintomas de infecção viral, como febre, adenopatia, faringite, mialgia, artralgia, rash cutâneo maculopapular eritematoso; ulcerações mucocutâneas, envolvendo mucosa oral, esôfago e genitália; hiporexia, adinamia, cefaleia, fotofobia, hepatoesplenomegalia, perda de peso, náuseas e vômitos. Alguns pacientes, ainda, podem apresentar candidíase oral, neuropatia periférica, meningoencefalite asséptica e síndrome de Guillain-Barré. Não há consenso na literatura quanto à indicação de terapia específica nesta fase (síndrome retroviral aguda), sendo descritos casos de encefalite com coma, onde foi iniciada TARV (Terapia Anteretroviral), e, no entanto, em revisão desse tema, não se demonstrou queda da mortalidade comparada.

Os sintomas duram, em média, 14 dias, podendo o quadro clínico ser autolimitado. Após a resolução da fase aguda, ocorre a estabilização da viremia em níveis variáveis (*set points*), definidos pela velocidade da replicação e clareamento viral. O set point é fator prognóstico de

evolução da doença. A queda progressiva da contagem de linfócitos T CD4+ está diretamente relacionada à velocidade da replicação viral e progressão para a aids.

**Fase assintomática** – a infecção precoce pelo HIV, também conhecida como fase assintomática, pode durar de alguns meses a alguns anos, e os sintomas clínicos são mínimos ou inexistentes. Os exames sorológicos para o HIV são reagentes e a contagem de linfócitos T CD4+ pode estar estável ou em declínio. Alguns pacientes podem apresentar uma linfadenopatia generalizada persistente, “flutuante” e indolor.

**Fase sintomática inicial** – nesta fase, o portador da infecção pelo HIV pode apresentar sinais e sintomas inespecíficos de intensidade variável, além de processos oportunistas de menor gravidade, conhecidos como ARC - Complexo Relacionado à Aids. São indicativos de ARC: candidíase oral; testes de hipersensibilidade tardia negativos; e a presença de mais de um dos seguintes sinais e sintomas, com duração superior a 1 mês, sem causa identificada: linfadenopatia generalizada, diarreia, febre, astenia sudorese noturna e perda de peso superior a 10%. Há uma elevação da carga viral e a contagem de linfócitos T CD4+ já pode se encontrar abaixo de 500cél/mm<sup>3</sup>.

**Aids/doenças oportunistas** – uma vez agravada a imunodepressão, o portador da infecção pelo HIV apresentam infecções oportunistas (IO), causadas por microrganismos não considerados usualmente patogênicos, ou seja, não capazes de desencadear doença em pessoas com sistema imune normal. No entanto, microrganismos normalmente patogênicos também podem, eventualmente, ser causadores de IO. Porém, nessa situação, as infecções necessariamente assumem um caráter de maior gravidade ou agressividade, para serem consideradas oportunistas. As doenças oportunistas associadas à aids são várias, podendo ser causadas por vírus, bactérias, protozoários, fungos e certas neoplasias:

- **Vírus** – citomegalovirose, herpes simples, leucoencefalopatia multifocal progressiva;
- **Bactérias** – micobacterioses (tuberculose e complexo *Mycobacterium avium-intracellulare*), pneumonias (*S. pneumoniae*), salmonelose;
- **Fungos** – pneumocistose, candidíase, criptococose, histoplasmose;
- **Protozoários** – toxoplasmose, criptosporidiose, isosporíase.

A candidíase oral é um relevante quadro clínico precoce de imunodepressão grave, diarreia crônica e febre de origem desconhecida também são prognósticos de evolução para

aids. O surgimento de infecções oportunistas e neoplasias em indivíduos infectados são comuns, as mais frequentes neoplasias apresentadas são sarcoma de kaposi, linfoma não Hodgkin e em mulheres os casos de câncer de colo de útero.

## 2.6 TRATAMENTO

No Brasil, todos os pacientes que recebem o diagnóstico de HIV contam com o tratamento oferecido pelo Sistema Único de Saúde. Conforme o guia de vigilância (7ª edição), a AIDS é uma doença que representa um dos maiores problemas de saúde da atualidade, em função de seu caráter pandêmico e de sua gravidade.

A história natural dessa infecção vem sendo alterada, consideravelmente, pela terapia antirretroviral (TARV), a qual foi iniciada no Brasil em 1996, resultando em um aumento da sobrevida dos pacientes, mediante reconstrução das funções do sistema imunológico e redução de doenças secundárias e , conseqüentemente, melhorando a qualidade de vida dos pacientes.

Uma das prioridades do Programa Nacional de DST e Aids é a redução da transmissão vertical do HIV. Resultados animadores vêm sendo observados a partir da instituição de protocolos de tratamento da gestante/parturiente e criança exposta, a qual, além da quimioprofilaxia com os antirretrovirais, deve ser alimentada com fórmula infantil desde o nascimento até a confirmação do seu status sorológico.

A finalidade do tratamento além de prolongar a sobrevida e melhorar a qualidade de vida, pela redução da carga viral e agir pela reconstituição do sistema imunológico, visa também prevenir a transmissão do HIV. Isso ocorre por que os medicamentos antirretrovirais reduzem a viremia do HIV circulante no corpo, atingindo assim a “carga viral indetectável”. O portador do vírus que vive com a carga viral indetectável possuem uma probabilidade ínfima de transmitir o HIV para outras pessoas por via sexual sem proteção.

## 2.7 HIV/AIDS NO BRASIL

A média de novos casos de HIV/AIDS por ano, no Brasil, é de 36 mil, já o número de óbitos por ano chega a aproximadamente 11,5 mil, segundo o Ministério da Saúde (2012). No

Estado do Pará o município de Castanhal, localizado na região nordeste do Estado do Pará a 68 km da capital (Belém), possui aproximadamente 928 casos de HIV/AIDS registrados pelo Centro Especializado em Assistência a Doenças Infecto Contagiosas (CEADIC) no período de 2003 a 2013 (ROCHA, 2014).

Os dados de casos de HIV no município de Castanhal são limitados pois o intervalo de registros dos casos pelo órgão competente ocorreram por um período curto. O Programa Municipal de DST/AIDS de Castanhal foi implantado em abril de 2003, a assistência iniciou com o Centro de Testagem e Aconselhamento (CTA) onde era desenvolvidas ações de prevenção e coleta de material para realização do exame de HIV em gestantes o qual era feito em Belém, com o prazo de entrega do resultado no mínimo de 30 dias.

No ano seguinte o CTA passou a ter estrutura para ofertar a realização do exame no próprio município com um prazo de entrega mais célere. Em 2008 passou a ofertar aos adultos o tratamento para AIDS com a implantação do Serviço de Atendimento Especializado (SAE), posteriormente passou a disponibilizar o tratamento também para crianças, o qual era realizado apenas na capital do estado. Com sua ativa atuação o CTA em 2011 passou a prestar assistência a outras especialidades como: Hepatites, toxoplasmose, rubéola, citomegalovírus, sífilis, HPV, além de Serviço de Apoio para as Unidades de Saúde do município em outras DST, tuberculose e Hanseníase, deixando de ser SAE e passou a ser denominado CEADIC (Centro Especializado em Assistência a Doenças Infecto Contagiosas).

## CAPÍTULO 3

### 3.1 MODELOS EPIDEMIOLÓGICOS

A ciência é uma atividade essencialmente desenvolvida pelo ser humano que procura compreender a natureza por meio de teorias adequadas; ainda que a natureza continue existindo e funcionando independente das teorias científicas, o homem utiliza tais teorias para avançar seus conhecimentos que possibilitam num futuro tomar decisões e agir corretamente (BASSANEZI, 2002).

A essencialidade de se estudar epidemiologia está relacionada ao fato de obter estimativas que possibilitem ter prognósticos do comportamento de epidemias, e antecipadamente, adotar medidas de prevenção para conter o espalhamento das doenças de forma desenfreada, evitando drásticas consequências e para melhor entendimento da propagação dessas enfermidades, faz-se o uso de modelos matemáticos.

### 3.2 MODELOS COMPARTIMENTAIS

Os modelos compartimentais são os modelos matemáticos mais utilizados na epidemiologia para descrever o ciclo de doenças transmissíveis, em que a variação temporal de uma determinada grandeza ou especificidade físico-química se faz por meio de grupos bem **definidos**, onde cada compartimento representa uma fase do desenvolvimento da doença em relação ao indivíduo. “Um sistema de compartimentos consiste essencialmente de um número finito de sistemas interligados, chamados compartimentos, que trocam entre si e com o meio ambiente, quantidade ou concentração de material” (BASSANEZI, 2006).

Quanto a classificação em cada compartimento de desenvolvimento de uma doença, os modelos epidemiológicos mais gerais fazem a divisão em três períodos:

- Período Suscetível (*S*): que é o período durante o qual o indivíduo pode ser infectado pela doença;
- Período infeccioso (*I*): que é o período durante o qual o indivíduo pode transmitir a doença para um indivíduo suscetível;

- Período de recuperação ( $R$ ): que é o período durante o qual o indivíduo não é infeccioso, mas também não é suscetível.

Dessa forma, admitindo que a população total ( $P$ ) de uma comunidade fechada em um determinado intervalo de tempo será dado por:

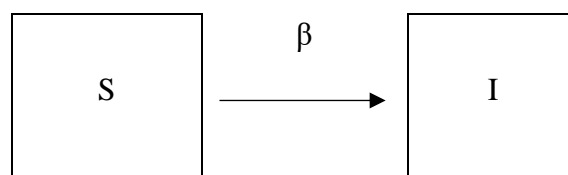
$$P(t) = S(t) + I(t) + R(t)$$

Para explanar sobre o modelo utilizado neste trabalho, será apresentado os modelos matemáticos clássicos aplicados a epidemiologia: SI (Suscetível-Infetado), SIS (Suscetível-Infetado-Suscetível) e SIR (Suscetível-Infetado-Recuperado), desenvolvidos por Kermack e McKendrick.

### 3.2.1 MODELO SI

O modelo Suscetível-Infetado é utilizado quando não é possível contrair a infecção mais de uma vez, ou seja, não haverá registros de recuperados. Dessa forma, temos o HIV como exemplo de infecção pois os suscetíveis passam para a classe dos infecciosos por contato com indivíduo já infectado.

SI é o modelo epidemiológico, sem dinâmica vital, mais simples entre os outros modelos. Conforme pode ser observado na sua representação compartimental:



**Figura 3.1:** Modelo compartimental SI de uma epidemia viral. **Fonte:** Rocha (2014).

Dessa forma, temos que  $\beta$  é a taxa de transmissão e que  $\beta SI$  é dado pelo princípio de ação das massas. Logo o modelo SI pode ser descrito pelo sistema de duas equações ordinárias não lineares,

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = -\beta SI \\ \frac{dI}{dt} = \beta SI \end{cases} \quad (3.1)$$

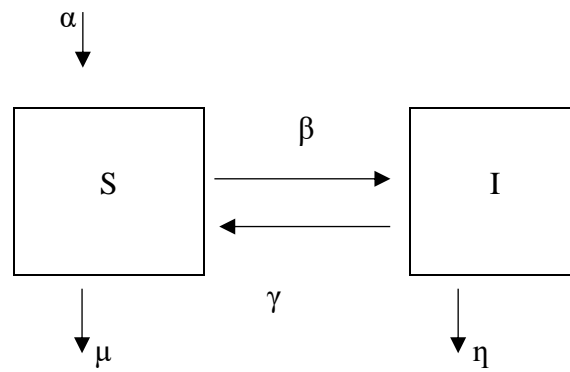
Em termos do modelo compartimental, este caso pode ser compreendido da seguinte forma:

- Os compartimentos são proporcionais, ou seja, a taxa de um compartimento é proporcional a taxa do outro.
- Quando ocorre a transferência de suscetíveis para infectados e a quantidade de suscetíveis diminui, por essa razão o sinal negativo de  $\beta$ , e a quantidade de infectados cresce gerando assim um aumento da taxa de movimentação.
- No modelo SI é considerado apenas os suscetíveis e infectados em um conjunto  $P$ , num intervalo de tempo  $t$  para todo  $t > 0$ , temos  $P(t) = S(t) + I(t)$ , em que  $P(t) = 1$ .
- Não é considerado os indivíduos recuperados ou removidos, porque no caso das doenças enquadradas nesse modelo como a Aids não haverá taxa de recuperação da infecção e quanto aos removidos não são contabilizados pois foram a óbito.

### 3.2.2 MODELO SIS

O modelo SIS (Suscetível-Infetado-Suscetível) é utilizado quando a cura da doença não concede imunidade permanente ao indivíduo, com isso, os recuperados da doença retornam a ser suscetíveis. As doenças que se enquadram nesse modelo são aquelas causadas por agente bacteriano, no caso meningite e a peste, da mesma maneira que doenças causadas por agente protozoário como malária e dengue.

Nestes casos, um indivíduo que passa da classe dos suscetíveis (S) para a classe dos infectados (I), após contrair a doença, pode posteriormente retornar para a classe dos suscetíveis (S), por não ter imunidade permanente após sua recuperação. A representação compartimental do processo epidemiológico SIS é mostrada na figura 3.2.



**Figura 3.2:** Esquema compartimental SIS de uma epidemia - (Modelo SIS com dinâmica vital) **Fonte:** Rocha (2014).

Para a problemática temos como condições iniciais  $S_0$  e  $I_0$ , no modelo SIS com dinâmica vital, que é dado pelo sistema de equações abaixo:

$$\begin{cases} S_{t+1} - S_t = -\beta S_t I_t + \gamma I_t - \mu S_t + \alpha(S_t + I_t) \\ I_{t+1} - I_t = \beta S_t I_t - (\eta + \gamma) I_t \\ S_0 > 0, I_0 > 0 \text{ e } S_1 + I_1 = 1, \end{cases} \quad (3.2)$$

Em que:

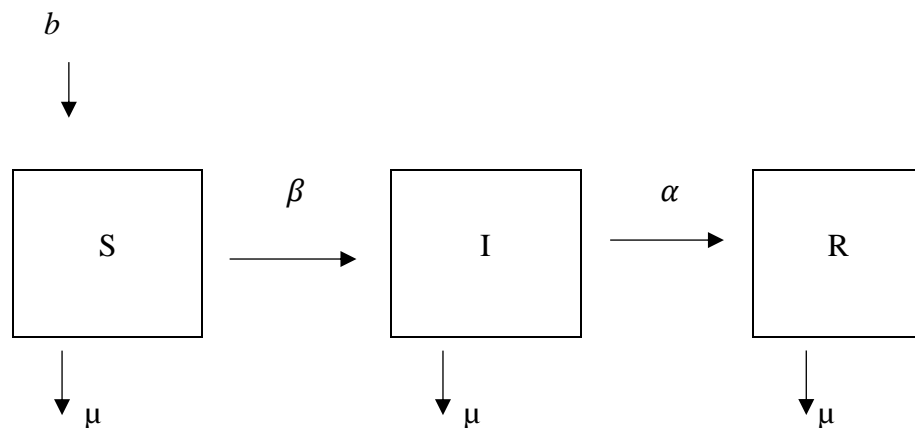
- $-\beta S_t I_t$ : Equivale à taxa de transmissão da classe dos suscetíveis  $S$  para a classe dos infectados  $I$ ;
- $\mu S_t$ : Representa à taxa de mortalidade na classe dos suscetíveis;
- $\beta S_t I_t$ : Corresponde à taxa de crescimento da classe dos infectados  $I$ ;
- $\eta I_t$ : Equivale à taxa de mortalidade na classe dos infectados;
- $\gamma I_t$ : Representa à taxa com que os infectados se curam, sem adquirir imunidade, e voltam para a classe dos suscetíveis;
- $\alpha(P)$ : Corresponde aos recém-nascidos em relação a  $P$ , sendo  $\alpha(P) = \mu(S_t) + \eta(I_t)$ .

É possível observar que o crescimento dos infectados  $I$ ,  $\beta S_t I_t$ , é proporcional ao decréscimo dos suscetíveis  $S$ ,  $-\beta S_t I_t$ . O número de infectados é proporcional a taxa de crescimento do número dos infectados com a mortalidade e a recuperação dos indivíduos infectados.

### 3.2.3 MODELO SIR

O Modelo SIR (Suscetível-Infetado-Recuperado) foi proposto por Kermack e McKendrick, em 1927. A aplicabilidade desse modelo é frequente na modelagem da transmissão de doenças causadas por agentes virais, como por exemplo, rubéola, catapora, varicela e sarampo. O modelo SIR é dividido em três compartimentos, em que contempla o compartimento R, que consiste em analisar os indivíduos que se recuperam da infecção.

A teoria básica desse tipo de modelo é que um indivíduo pode passar sucessivamente por estágios de suscetibilidade, infecção e recuperação e a imunidade é permanente, isto é, o indivíduo fica imune a uma reinfecção. A representação compartimental do processo epidemiológico SIR é mostrada na figura 3.3.



**Figura 3.3:** Esquema compartimental SIR de uma epidemia - (Modelo SIR com dinâmica vital). **Fonte:** Soares (2010).

Para a problemática de acordo com o esquema compartimental do modelo SIR com dinâmica vital, condições iniciais  $S_0 \geq 0$ ,  $I_0 \geq 0$  e  $R_0 \geq 0$ , é dado pelo sistema de equações abaixo:

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = bN - \beta SI - \mu S \\ \frac{dI}{dt} = \beta SI - (\mu + \alpha)I \\ \frac{dR}{dt} = \alpha I - \mu R \end{cases} \quad (3.3)$$

Em que:

- $b$  representa a taxa de natalidade da população total.
- $\beta$  equivale a taxa de transmissibilidade da doença.
- $\mu$  representam as taxas de mortalidade natural de cada um dos compartimentos S, I e R respectivamente.
- $\alpha$  e a taxa de transferência dos infectados para a classe dos recuperados.

O objetivo central deste trabalho é a análise dos dados de casos de infectados com HIV/AIDS, no município de Castanhal – PA. Fazendo uso do modelo SI (Suscetível-Infectado) apresentado na seção 2.2.1 deste capítulo. A escolha pelo modelo simplificado se dá por razão dos dados cedidos pelo Centro Especializado em Assistência a Doenças Infecto Contagiosas de Castanhal (CEADIC), que no período de 2000 a 2013 possuía registrado apenas informações sobre os suscetíveis (população) e infectados.

## CAPÍTULO 4

Neste capítulo, será apresentado o modelo epidemiológico determinístico SI utilizado para a modelagem dos dados e, em seguida a sua aplicação nos métodos da Série de Taylor de 2ª ordem e o método de Runge-Kutta de 2ª ordem.

A aplicação de dois métodos numéricos distintos para solucionar a Eq. (4.1), apresentada abaixo, utilizando dados reais do HIV/AIDS no município de Castanhal-PA, se dá, para se constatar ou não a convergência das soluções, ou seja, se tanto as soluções e/ou aproximações de infectados quanto de suscetíveis aproximam-se entre si, respectivamente, ou não, atestando assim o correto desenvolvimento teórico e computacional desenvolvido no OCTAVE de ambas as metodologias numéricas propostas, ou não. Posteriormente, determinamos os parâmetros do modelo epidemiológico SI a partir de dados reais do HIV/AIDS entre os anos 2000 e 2013 disponibilizados pelo CEADIC/Castanhal-PA.

O modelo SI, Eq. (4.1), assume que os indivíduos podem ser suscetíveis, S e, infectados, I. Desta forma, os suscetíveis são aqueles que podem contrair a doença e, os infecciosos são os que estão doentes e podem transmitir a doença.

$$\begin{cases} \frac{dS(t)}{dt} = \mu(S(t) + I(t)) - \beta S(t)I(t) \\ \frac{dI(t)}{dt} = \beta S(t)I(t) - \gamma I(t) \end{cases} \quad (4.1)$$

com  $S(t_0) = S_0$  e  $I(t_0) = I_0$ .

Em que,  $\mu$  é a taxa de crescimento da população,  $\beta$  é a taxa de transmissão da doença e  $\gamma$  é a taxa de recuperação ou remoção. O número total de indivíduos é dado por  $N(t) = S(t) + I(t)$ ,  $S_0$  e  $I_0$ , são as quantidades de indivíduos suscetíveis e infectados, respectivamente, no tempo inicial  $t_0 \geq 0$ .

Agora, tomando  $f(S(t), I(t)) = \mu(S(t) + I(t)) - \beta S(t)I(t)$ ,  $g(S(t), I(t)) = \beta S(t)I(t) - \gamma I(t)$ , o sistema acima fica:

$$\begin{cases} \frac{dS(t)}{dt} = f(S(t), I(t)) \\ \frac{dI(t)}{dt} = g(S(t), I(t)) \end{cases} \quad (4.2)$$

com  $S(t_0) = S_0$  e  $I(t_0) = I_0$ .

Desta forma, será aplicado, sobre a Eq. (4.2), o desenvolvimento da Série de Taylor de 2ª ordem assim como o método de Runge-Kutta de 2ª ordem para solucionar o sistema da Eq. (4.1).

#### 4.1 SÉRIE DE TAYLOR

A solução do sistema acima é proposta pela aproximação em série de Taylor de segunda ordem, será desenvolvida a seguir. Em que, expandiremos a S (classe dos suscetíveis) e I (classe dos infectados) até 2ª ordem, respectivamente.

Em que:

$$S^1(t) = \frac{dS(t)}{dt}, \text{ mas } \frac{dS(t)}{dt} = f(S(t), I(t)).$$

$$\text{Agora } S^2(t) = \frac{d^2S(t)}{dt^2}, \text{ mas } \frac{d}{dt} \left( \frac{dS(t)}{dt} \right) = \frac{d}{dt} (f(S(t), I(t))),$$

onde  $\frac{d}{dt} (f(S(t), I(t))) = \frac{\partial f(t)}{\partial S(t)} \frac{\partial S(t)}{\partial t} + \frac{\partial f(t)}{\partial I(t)} \frac{\partial I(t)}{\partial t}$ , mas  $\frac{\partial S(t)}{\partial t} = \frac{dS(t)}{dt}$  e  $\frac{\partial I(t)}{\partial t} = \frac{dI(t)}{dt}$ , assim

$\frac{d}{dt} (f(S(t), I(t))) = \frac{\partial f(t)}{\partial S(t)} \frac{dS(t)}{dt} + \frac{\partial f(t)}{\partial I(t)} \frac{dI(t)}{dt}$  e portanto

$$S^2(t) = \frac{\partial f(t)}{\partial S(t)} \frac{dS(t)}{dt} + \frac{\partial f(t)}{\partial I(t)} \frac{dI(t)}{dt} \quad (4.3)$$

Também temos:

$$I^1(t) = \frac{dI(t)}{dt}, \text{ mas } \frac{dI(t)}{dt} = g(S(t), I(t)).$$

Agora  $I^2(t) = \frac{d^2I(t)}{dt^2}$ , mas  $\frac{d}{dt} \left( \frac{dI(t)}{dt} \right) = \frac{d}{dt} (g(S(t), I(t)))$ , onde  $\frac{d}{dt} (g(S(t), I(t))) = \frac{\partial g(t)}{\partial S(t)} \frac{dS(t)}{dt} + \frac{\partial g(t)}{\partial I(t)} \frac{dI(t)}{dt}$ , assim  $\frac{d}{dt} (g(S(t), I(t))) = \frac{\partial g(t)}{\partial S(t)} \frac{dS(t)}{dt} + \frac{\partial g(t)}{\partial I(t)} \frac{dI(t)}{dt}$  e portanto

$$I^2(t) = \frac{\partial g(t)}{\partial S(t)} \frac{dS(t)}{dt} + \frac{\partial g(t)}{\partial I(t)} \frac{dI(t)}{dt} \quad (4.4)$$

Dessa forma, as aproximações de  $S(t)$  e  $I(t)$  segundo a Série de Taylor de 2ª ordem e, discretizadas no tempo, são respectivamente:

$$S(t_{i+1}) \cong S(t_i) + \frac{h}{1!} S^1(t_i) + \frac{h^2}{2!} S^2(t_i) \quad (4.5)$$

$$I(t_{i+1}) \cong I(t_i) + \frac{h}{1!} I^1(t_i) + \frac{h^2}{2!} I^2(t_i) \quad (4.6)$$

$$t_{i+1} - t_i = h, 0 \leq i \leq n, S(t_0) = S_0, I(t_0) = I_0.$$

#### 4.2 RUNGE-KUTTA

Já, as aproximações de  $S(t)$  e  $I(t)$  segundo o método de Runge-Kutta de 2ª ordem, também discretizadas no tempo, são respectivamente:

$$S(t_{i+1}) \cong S(t_i) + h\varphi(S_i, I_i) \quad (4.7)$$

$$I(t_{i+1}) \cong I(t_i) + h\omega(S_i, I_i) \quad (4.8)$$

$$t_{i+1} - t_i = h, 0 \leq i \leq n, S(t_0) = S_0, I(t_0) = I_0.$$

Tal que  $\varphi(S_i, I_i) = \alpha K_1 + \beta K_3$ ,  $\omega(S_i, I_i) = \alpha K_2 + \beta K_4$ , em que  $K_1 = f(S_i, I_i)$ ,  $K_2 = g(S_i, I_i)$ ,  $K_3 = f(S_i + ph, I_i + qhK_1)$ ,  $K_4 = g(S_i + ph, I_i + qhK_2)$ . Onde  $\varphi$  e  $\omega$  são as funções incrementos e  $h$  é o comprimento do passo. As constantes  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $p$  e  $q$  em  $K_3$  e  $K_4$ , são determinadas através da resolução de um sistema não linear, para que se obtenha o método de Runge-Kutta de 2ª. Assim temos, para a escolha  $\beta = 1/2$ , tem-se  $\alpha = 1/2$ ,  $p = 1$  e  $q = 1$  (BARROSO ET AL., 1987; BURDEN, 2008).

## CAPÍTULO 5

### 5.1 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Nesta capítulo vamos apresentar e analisar a convergência das soluções aproximadas de infectados e suscetíveis tanto através da Série de Taylor de 2ª ordem, quanto do método de Runge-Kutta de 2ª ordem, a partir de dados reais do HIV/AIDS no município de Castanhal-PA entre os anos de 2000 a 2013, às quais são regidas pelo modelo epidemiológico determinístico SI, Eq. (1).

Posteriormente, vamos analisar a dinâmica destas aproximações de infectados e suscetíveis de HIV/AIDS no município de Castanhal-PA entre os anos de 2000 a 2013, assim como calcular as estimativas de previsão, tanto de infectados quanto de suscetíveis no município de Castanhal-PA. Em seguida as estimativas serão aplicadas no coeficiente de determinação ( $R^2$ ), para verificar se valor obtido no  $R^2 = 1$ . O  $R^2$  é um modelo estatístico linear que varia entre 0 e 1, porém é expressado com mais frequência em porcentagem, quanto mais próximo de 1 estiver o valor do coeficiente de determinação melhor o ajuste aos dados do modelo escolhido.

Com isso, para determinar os parâmetros  $\beta$ ,  $\mu$  e  $\gamma$  do modelo si, eq. (3.1), utilizamos os dados reais do HIV/AIDS disponibilizados pelo CEADIC/Castanhal-PA (ROCHA, 2014), o qual é apresentado na Tab. (1) abaixo:

**Tabela 1** - Números de infectados e suscetíveis de HIV/AIDS e, o número da população no município de Castanhal-PA entre os anos de 2000 e 2013.

Ano	Nº de Infectados	Nº da População	Nº de Suscetíveis
2000	3	130630	130627
2001	6	134138	134132
2002	4	137740	137736
2003	15	141440	141425
2004	33	145238	145205
2005	49	149138	149089
2006	44	153143	153099
2007	63	157256	157193
2008	71	161479	161408
2009	70	165815	165745

2010	105	170268	170163
2011	131	174840	174709
2012	124	179536	179412
2013	153	184357	184204

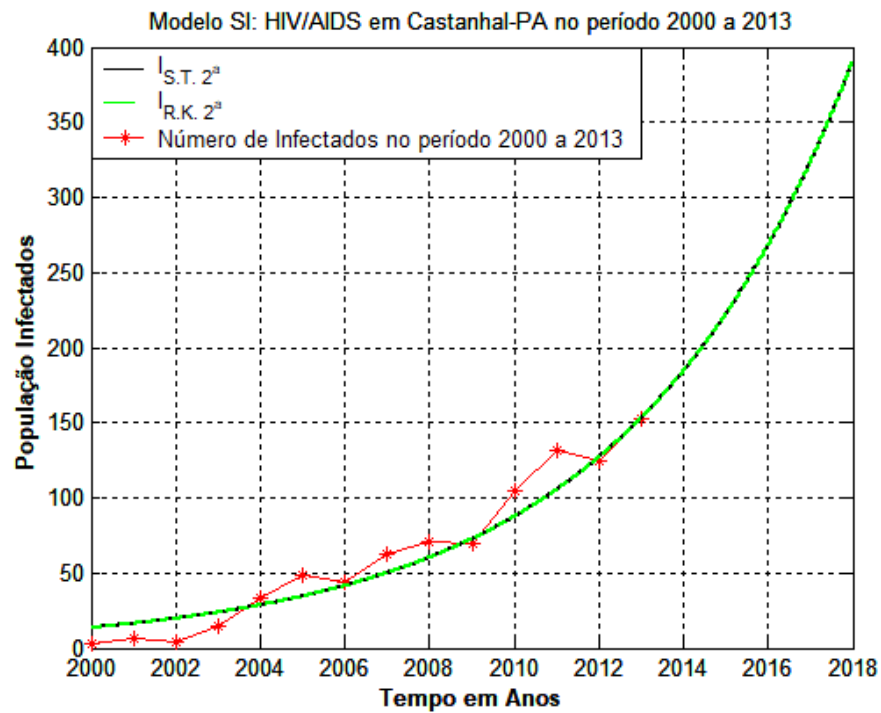
**Fonte:** Rocha (2014).

A Tabela 1 apresenta o número de infectados com HIV/AIDS, assim como o número da população e número de suscetíveis ao vírus HIV/AIDS no município de Castanhal-PA, cedidos pelo CEADIC/Castanhal-PA, ver Rocha (2014).

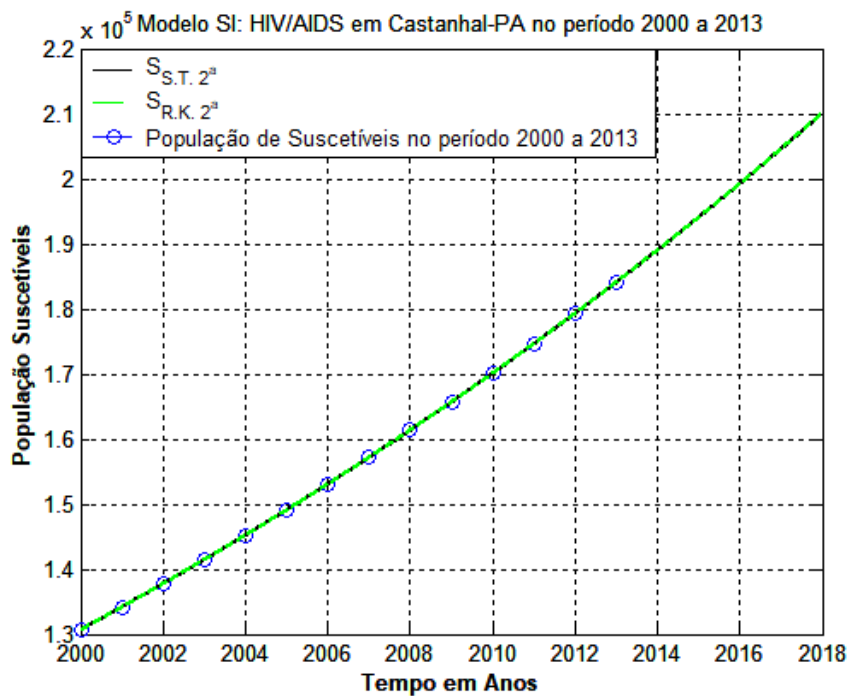
O parâmetro  $\beta$  é calculado através da razão entre a média aritmética de infectados com a média aritmética da população conforme dados da Tab. (1). A partir das médias aritméticas dos infectados e suscetíveis, da taxa dos suscetíveis, obtida a partir de regressão linear, e da estimativa do parâmetro  $\beta$ , já calculado, é possível determinar o parâmetro  $\mu$ , ao substituir estes valores na primeira equação diferencial da Eq. (3.1) e isolar o parâmetro  $\mu$ .

Da mesma forma, a partir das médias aritméticas dos infectados e suscetíveis, da taxa dos infectados, também obtida a partir de regressão linear, e da estimativa do parâmetro  $\beta$ , é também possível determinar o parâmetro  $\gamma$ , ao substituir estes valores na segunda equação diferencial da Eq. (3.1) e isolá-lo. Sem considerar que, as médias aritméticas dos infectados e suscetíveis, a taxa dos suscetíveis e a taxa dos infectados estão todos normalizados pela média aritmética da população, Tab. (1). Assim temos,  $\beta = 3.986237184316101e - 004$ ,  $\mu = 0.02636508862492$  e  $\gamma = -0.18651313104924$ .

Segundo a Série de Taylor de 2ª ordem e o método de Runge-Kutta de 2ª ordem, juntamente com suas aplicações a dados reais de infectados e suscetíveis por HIV/AIDS, Tab.(1), temos o comportamento dos infectados e suscetíveis através da Figs. 1 e 2, respectivamente.



**Figura 1:** População de infectados (HIV/AIDS) no município de Castanhal-PA de 2000 a 2013 (pontos em vermelho), juntamente com as soluções numéricas de infectados tanto segundo a Série de Taylor de 2ª ordem,  $I_{S.T.2^a}$  (curva preta), quanto o método de Runge-Kutta de 2ª ordem,  $I_{R.K.2^a}$  (curva verde).



**Figura 2:** População de suscetíveis (HIV/AIDS) no município de Castanhal-PA de 2000 a 2013 (círculos em azul), juntamente com as soluções numéricas de suscetíveis tanto segundo a Série de Taylor de 2ª ordem,  $S_{S.T.2^a}$  (curva preta), quanto o método de Runge-Kutta de 2ª ordem,  $S_{R.K.2^a}$  (curva verde).

Observamos, na Fig. (1), que as curvas numéricas de infectados  $I_{S.T.2^a}$  (curva preta) e  $I_{R.K.2^a}$  (curva verde) aproximam-se entre si, dessa forma, ambas as soluções numéricas de infectados são convergentes. Assim como também, tais curvas aproximam-se aos dados reais de infectados do HIV/AIDS no município de Castanhal-PA (pontos em vermelho). Analisando o gráfico também possível verificar que tais aproximações crescem com o passar dos anos e que este crescimento é de ordem exponencial.

Conforme consta na Fig.(1), no ano de 2000 foram registrados os primeiros casos de infectados do HIV/AIDS, analisando os dados é possível observar a rápida disseminação do vírus, nos primeiros dez anos de controle do HIV/AIDS o crescimento percentual foi de 97%. A partir do ano de 2013, é possível realizar estimativas de previsão através das curvas de aproximações aos infectados. De acordo com a Fig. (1), no ano de 2013 pelos dados de infectados cedidos pelo CEADIC, eram de 153 casos. Com o crescimento exponencial das curvas de aproximação podemos prever a quantidade de infetados para o ano de 2018, com 389

casos. Com isso, temos que o crescimento percentual estimado de casos de infectados neste intervalo de cinco anos é de 154%. Realizada as estimativas, foi utilizado o coeficiente de determinação ( $R^2$ ), para analisar a qualidade do modelo empregado. Em que foi obtido o coeficiente de determinação real igual a 0,9487; logo pode-se afirmar que os métodos usados conseguem descrever em 94,87% a variabilidade dos dados.

Da mesma forma que, observamos, na Fig. (2), que as curvas numéricas de suscetíveis  $S_{S.T.2^a}$  (curva preta) e  $S_{R.K.2^a}$  (curva verde) aproximam-se entre si, atestando o correto desenvolvimento teórico e computacional, desenvolvido no *software* OCTAVE, acerca das metodologias propostas para solucionar a Eq. (1) a partir de dados reais de HIV/AIDS no município de Castanhal-PA e, portanto, ambas a soluções numéricas de suscetíveis são convergentes. Por outro lado, tais curvas aproximam-se aos dados reais de suscetíveis de HIV/AIDS no município de Castanhal-PA.

Também é verificado que tais aproximações crescem com o passar dos anos e que este crescimento é de ordem polinomial. Também, a partir do ano de 2013, é possível realizar estimativas de previsão através das curvas de aproximações aos suscetíveis, presentes na Fig. (2). Nos primeiros dez anos de monitoramento dos dados é possível observar que o aumento populacional de suscetíveis é de 30%. Já o aumento populacional estimado de suscetíveis no período de 2013 à 2018 é de 13%.

## CONCLUSÃO

Propomos duas metodologias distintas a saber, a Série de Taylor de 2ª ordem e o método de Runge-Kutta de 2ª ordem, para solucionar a Eq. (1) a partir de dados reais de HIV/AIDS no município de Castanhal-PA, entre os anos de 2000 e 2013. Constatamos as aproximações, tanto entre as soluções numéricas de infectados, Fig. (1), quanto, entre, às de suscetíveis, Fig. (2), através de ambas as metodologias acima citadas, comprovando assim a convergência das soluções numéricas.

A partir das curvas de infectados, Fig. (1), constatamos um crescimento no número de infectados com o passar dos anos e, que este crescimento é de ordem exponencial, uma vez que tal crescimento é abrupto e/ou de forma repentina com o passar do tempo. Já a partir das curvas de suscetíveis, Fig. (2), ocorre um crescimento no número de suscetíveis e, que este é de ordem polinomial. Através das curvas aproximadas de infectados e suscetíveis, Figs. (1) e (2), é possível realizar previsões, respectivamente.

Utilizamos os dados do CEADIC/Castanhal-PA, os quais constam em Rocha (2014) e referem-se aos anos de 2000 a 2013, para o desenvolvimento de pesquisa, segundo metodologias técnicas-científica em estudos de casos, e para a aplicação de métodos matemáticos a dados reais, juntamente com a análise de seus resultados, ambiente este favorável à orientação acadêmica a discentes de um Curso de Licenciatura em Matemática.

Graças ao CEADIC no município de Castanhal-PA e o seu compartilhamento de dados reais acerca dos casos registrados de HIV/AIDS no referido município foi possível desenvolver pesquisas sobre a dinâmica do HIV/AIDS neste município.

Com um trabalho detalhado, pesquisamos sobre o HIV/AIDS visando instigar e dar às instituições de saúde pública informações, para que assim sejam tomadas medidas de prevenção satisfatórias ao combate da doença. Se um conjunto dessas informações retratarem a realidade, o direcionamento de ações públicas pode diminuir significativamente óbitos de infecciosos além da possibilidade de prolongar a sobrevida e melhorar a qualidade de vida do soro positivo, pela redução da carga viral, assim como também para prevenir transmissão do HIV.

## REFERÊNCIAS

- BASSANEZI, R. C.. **Ensino-Aprendizagem com Modelagem Matemática**. Disponível em: [https://www.academia.edu/33662311/Modelagem\\_Matematica\\_uma\\_investiga%C3%A7%C3%A3o\\_BASSANEZI\\_2002\\_](https://www.academia.edu/33662311/Modelagem_Matematica_uma_investiga%C3%A7%C3%A3o_BASSANEZI_2002_). Acesso em 24/09/2021.
- BARROSO, L. C.; BARROSO, M. M. A.; FILHO, F. F. C.; CARVALHO, M. L. B.; Maia, M. L. **Cálculo Numérico (COM APLICAÇÕES)**. 2ª Ed., Editora Harbra Ltda, São Paulo/SP, 1987.
- BERNOULLI, Daniel. Essai d'une nouvelle analyse de la mortalité causée par la petite vérole, et des avantages de l'inoculation pour la prévenir. **Histoire de l'Acad., Roy. Sci. (Paris) avec Mem**, p. 1 -45, 1760
- BRASIL, 2012. MS (Ministério da Saúde). **Boletim Epidemiológico HIV/AIDS**, ano I, nº 01, 2012. Disponível em: . Acesso em: 06/10/2021.
- BURDEN, R. L., Faires, J. D. **Análise Numérica**. 2008, CENGAGE Learning.
- Guia de Vigilância 7ed**, Brasília-DF, Atual, 2009. Disponível em: <https://saude.mg.gov.br/images/documentos/Guia%20de%20Vigilancia%207%20ed.pdf>. Acesso em: 19/09/2021.
- LOPES, L. E. S.; PRATA, R. A. C. **Modelo epidemiológico para a aids em Manaus-AM com solução interativa fuzzy**. *Biomatemática*, 29: 69 – 80, 2019.
- Ministério da Saúde. **Boletim Epidemiológico HIV/AIDS**, ano I, nº 01, 2012. Disponível em: <http://www.aids.gov.br/publicacao/2012/boletim-epidemiologico-hiv-aids-2012>. Acesso em: 18/09/2021.
- NASCIMENTO, Gisele; DE ARAÚJO, Patrícia Ferreira. **Estudo acerca do coeficiente de determinação nos modelos lineares e algumas generalizações**. Trabalho apresentado para a conclusão do curso Bacharelado em Estatística, da UFPR, 2009.
- O Ciclo do HIV e o combate à AIDS**. Disponível em: <http://www.emdialogo.uff.br/node/4587>. Acesso em: 18/09/2021.
- ROCHA, D. I. C. **Modelos Matemáticos Aplicados à Epidemiologia**. Disponível em: <https://repositorio-aberto.up.pt/bitstream/10216/63680/2/ModelosMatematicosAplicadosaepidemiologia100485006DianaRochaMQEG.pdf>. Acesso em: 04/10/2021
- ROCHA, M. M. **Análise de Previsões de Casos de HIV/AIDS em Castanhal mediante um Modelo Epidemiológico Determinístico**. 2014. 62 f. TCC (Graduação) – Curso de Licenciatura em Matemática, Campus Universitário de Castanhal/UFPA, Castanhal/PA, 2014.
- SOARES, A. L. O. **Modelagem Alternativa para Sistemas Epidemiológicos**. 2010. 98 f. Dissertação (Mestrado em Matemática Aplicada) - Centro de Matemática, Computação e Cognição/UFABC, Santo André/SP, 2010.

SCHEID, F. **Schaum's outline of theory and problems of numerical analysis**. 2<sup>a</sup> Ed., McGraw-Hill, New York, 1989.

Teles, P.(2020) **Modelos compartimentais e aplicações**, Rev. Ciência Elem., V8(02). Disponível em: <http://doi.org/10.24927/rce2020.024>. Acesso em: 20/01/2022.